

在第 4 章中主要讨论了单一频率正弦激励下电路的稳态响应问题。当正弦激励的频率不同时,同一电路的响应也会有所不同。频率的量变可以引起电路的质变,这是动态电路本身特性的反映。含有电感电容的正弦稳态电路,其阻抗是频率的函数,致使电路响应随频率变化。电阻电路无此特点,电阻电路响应与激励的关系不会因激励频率的不同而有所不同。正因如此,动态电路可以完成许多电阻电路所不能完成的任务,如滤波、选频、移相等。

在通信与无线电技术中,需要传输或处理的信号都不是单一频率的正弦信号,而是由许多不同频率的正弦信号所组成,即实际信号占有一定的频带宽度。为了实现对信号满意的传输、加工和处理,有必要研究电路在不同频率信号作用下响应的变化规律和特点,即研究电路的频率响应。

以座机电话电路为例,语音信号伴有 50Hz 的工频干扰,在电路设计中就得考虑去除这种干扰。再有,按键式电话有两种拨号方式:脉冲拨号和双音频拨号。脉冲拨号中按键 1 产生一个脉冲,按键 2 产生两个脉冲,按键 0 产生 10 个脉冲,这种拨号的缺点是速度较慢。双音频拨号方式则能克服这个缺点,因而被普遍采用。每按任意键的同时形成低频和高频两个频率的正弦信号,如图 5-1 所示,按键 1 按下时就同时形成 697Hz 和 1209Hz 的正弦信号,在交换机中则通过提取信号频率以识别所拨打的电话号码,交换机中即有滤波、选频电路作用。

本章将讨论 RC 电路和 RLC 串、并联电路的频率响应,介绍它们的选频和滤波作用;并介绍电路的谐振现象和谐振电路的一些实用形式,着重介绍 RLC 串、并联谐振电路的工作特点。

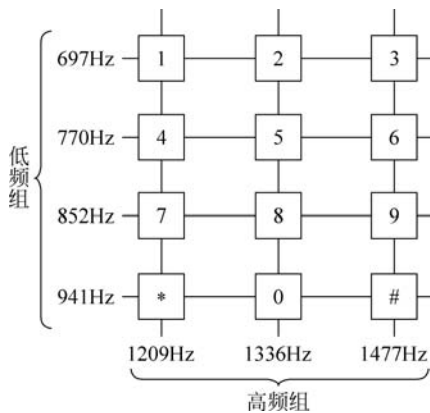


图 5-1

5.1 网络函数与频率响应

正弦稳态电路中动态元件的容抗和感抗都是频率的函数,当不同频率的正弦信号作用于电路时,响应的振幅和相位都将随频率而变化。电路响应随激励信号的频率而变化的特

性称为电路的频率响应或频率特性。

5.1.1 网络函数

通常用正弦稳态电路的网络函数 $H(j\omega)$ 来描述电路的频率响应,当电路中仅有一个激励源时,将其定义为响应(电流或电压)相量与激励(电流或电压)相量之比。即

$$H(j\omega) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\text{响应相量}}{\text{激励相量}} \quad (5.1-1)$$

响应相量和激励相量均可以是电流相量或电压相量。据此,网络函数可以分为两大类:若响应相量与激励相量为同一对端钮上的相量,所定义的网络函数称为策动点函数;否则称为转移函数。

策动点函数又可分为策动点阻抗函数和导纳函数;转移函数又可分为转移电压比、转移电流比、转移阻抗、转移导纳函数。

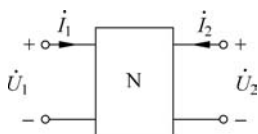


图 5-2

如图 5-2 所示电路, N 为无源网络的相量模型,若以 $\dot{U}_1$ 或 $\dot{I}_1$ 作为激励, $\dot{U}_2$ 或 $\dot{I}_2$ 作为响应,则根据网络函数的定义,可得到策动点函数和转移函数分别如下:

策动点函数

$$H_Z(j\omega) = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \quad (5.1-2)$$

$$H_Y(j\omega) = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1} \quad (5.1-3)$$

转移函数

$$H_1(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} \quad (5.1-4)$$

$$H_2(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} \quad (5.1-5)$$

$$H_3(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} \quad (5.1-6)$$

$$H_4(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} \quad (5.1-7)$$

应用网络函数的优点如下:

(1) 理论上描述了电路在不同频率下正弦稳态响应与激励间的关系。通过相应特性曲线,可以直观地反映出电源频率变化时电路特性(如输入阻抗、电压比等)的变化情况。

(2) 简化分析计算。一旦确定网络函数,就能方便地利用公式求出任一给定频率的激励作用下电路的响应。而当采用相量法分析时,由于阻抗或导纳是频率的函数,故在工作频率改变时需要重新分析计算。

例 5-1 如图 5-3 所示,若 $u_1(t) = 10 + 10\sqrt{2}\cos\omega t + 10\sqrt{2}\cos 2\omega t + 10\sqrt{2}\cos 3\omega t$ V,其中, $\omega = 10^3$ rad/s。 $R = 1\text{k}\Omega$, $C = 1\mu\text{F}$,求输出电压 u_2 。

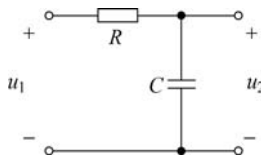


图 5-3

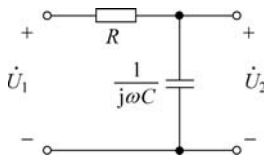


图 5-4

解: 在单一频率时,作出相量模型如图 5-4 所示。设 $\dot{U}_1$ 为激励,响应为 $\dot{U}_2$,则网络函数为

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

其中, $RC = 1000 \times 10^{-6} = 10^{-3}$ rad/s。对于不同频率, $H(j\omega)$ 的值分别为

$$H(0) = 1$$

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j} = 0.707 \angle -45^\circ$$

$$H(j2\omega) = \frac{1}{1 + j2\omega RC} = \frac{1}{1 + j2} = 0.447 \angle -63.4^\circ$$

$$H(j3\omega) = \frac{1}{1 + j3\omega RC} = \frac{1}{1 + j3} = 0.316 \angle -71.6^\circ$$

$$\dot{U}_2(0) = H(0)\dot{U}_1(0) = 10 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_2(j\omega) = H(j\omega)\dot{U}_1(j\omega) = 7.07 \angle -45^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_2(j2\omega) = H(j2\omega)\dot{U}_1(j2\omega) = 4.47 \angle -63.4^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_2(j3\omega) = H(j3\omega)\dot{U}_1(j3\omega) = 3.16 \angle -71.6^\circ \text{ V}$$

分别写出上述相量对应的瞬时表达式,并由叠加定理得响应为

$$u_1(t) = 10 + 10\cos(\omega t - 45^\circ) + 4.47\sqrt{2}\cos(2\omega t - 63.4^\circ) + 3.16\sqrt{2}\cos(3\omega t - 71.6^\circ) \text{ V}$$

5.1.2 频率特性

一般地,含有动态元件的网络函数是频率的复函数,可写为指数表示形式

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)} \quad (5.1-8)$$

其中,网络函数的模 $|H(j\omega)|$ 与 ω 的关系称为幅频特性,可用实平面 $|H(j\omega)| \sim \omega$ 上的曲线表示,称幅频特性曲线; $\varphi(\omega)$ 称为网络函数的辐角,它与 ω 的关系称为相频特性,可用实平面 $\varphi(\omega) \sim \omega$ 上的曲线表示,称相频特性曲线。

频率特性包括幅频特性和相频特性两个方面。

根据网络的幅频特性,可将网络分成低通、高通、带通、带阻、全通网络,相应地又称为低

通、高通、带通、带阻、全通滤波器。各种理想滤波器的幅频特性如图 5-5(a)~(e)所示。滤波器是具有频率选择作用的网络,这种作用是指在某一频率范围内,对所传输的信号衰减很小,使其顺利通过,这个频率范围称为滤波器的通带。在通带以外,网络对信号衰减很大,这个区域的激励信号被网络阻止,不能顺利到达输出端,称为滤波器的阻带。

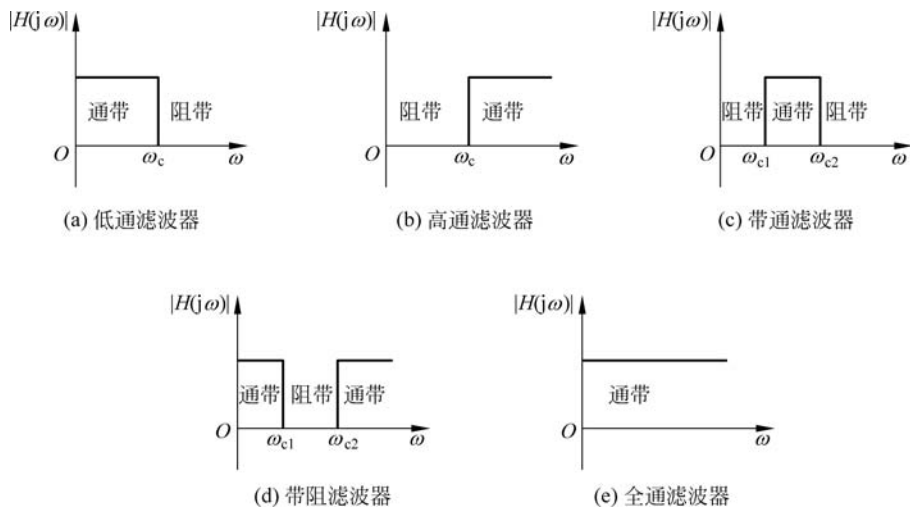


图 5-5

以常用的带通滤波器为例,图 5-5(c)中通带与阻带的分界点称为截止角频率(分别为 ω_{c1} 和 ω_{c2}),其意为角频率低于 ω_{c1} 的输入信号和高于 ω_{c2} 的输入信号被截止,不产生输出信号;角频率在 $\omega_{c1} \sim \omega_{c2}$ 的输入信号能够顺利通过网络到达输出端。上述幅频特性也可以用频率 f 为横坐标作出相应的特性曲线,则通带与阻带的分界点以频率 f_{c1} 和 f_{c2} 表示。为方便起见,以下内容涉及通带与阻带的分界点一般统称为截止频率,只是单位不同。

根据网络的相频特性,可将网络分成超前网络和滞后网络。如某个频率范围的 $\varphi(\omega) > 0$,即响应相量超前于激励相量,则称为超前网络;否则称其为滞后网络。

5.1.3 一阶电路和二阶电路的网络函数

一阶电路和二阶电路是常用的两类重要电路。它们通常是构成高阶电路的基本单元模块。

(1) 一阶电路。通常有 RC 电路和有源 RC 电路等,其网络函数的典型形式为低通函数

$$H(j\omega) = H_0 \frac{\omega_c}{j\omega + \omega_c} \quad (5.1-9)$$

高通函数

$$H(j\omega) = H_\infty \frac{j\omega}{j\omega + \omega_c} \quad (5.1-10)$$

全通函数

$$H(j\omega) = H_0 \frac{j\omega - \omega_c}{j\omega + \omega_c} \quad (5.1-11)$$

(2) 二阶电路。通常有 RLC 电路、RC 电路和有源 RC 电路等,其网络函数的典型形式为低通函数

$$H(j\omega) = H_0 \frac{\omega_0^2}{(j\omega)^2 + \frac{\omega_0}{Q}(j\omega) + \omega_0^2} \quad (5.1-12)$$

高通函数

$$H(j\omega) = H_\infty \frac{(j\omega)^2}{(j\omega)^2 + \frac{\omega_0}{Q}(j\omega) + \omega_0^2} \quad (5.1-13)$$

带通函数

$$H(j\omega) = H_0 \frac{\frac{\omega_0}{Q}(j\omega)}{(j\omega)^2 + \frac{\omega_0}{Q}(j\omega) + \omega_0^2} \quad (5.1-14)$$

带阻函数

$$H(j\omega) = H_\infty \frac{(j\omega)^2 + \omega_0^2}{(j\omega)^2 + \frac{\omega_0}{Q}(j\omega) + \omega_0^2} \quad (5.1-15)$$

全通函数

$$H(j\omega) = H_0 \frac{(j\omega)^2 - \frac{\omega_0}{Q}(j\omega) + \omega_0^2}{(j\omega)^2 + \frac{\omega_0}{Q}(j\omega) + \omega_0^2} \quad (5.1-16)$$

思考和练习

5.1-1 为什么要引入网络函数来研究电路的频率特性?

5.1-2 简述滤波网络的作用,并举例说明。

5.2 RC 电路的频率响应

由 RC 元件按各种方式组成的电路能起到滤波或选频作用。以下各电路图中均选 $\dot{U}_1$ 为激励相量, $\dot{U}_2$ 为响应相量,网络函数用 $H(j\omega)$ 表示。

5.2.1 RC 低通网络

RC 低通网络如图 5-6 所示,其网络函数为

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega C} \quad (5.2-1)$$

其中,

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2}} \quad (5.2-2)$$

$$\varphi(\omega) = -\arctan(\omega RC) \quad (5.2-3)$$

幅频特性和相频特性曲线如图 5-7 所示。

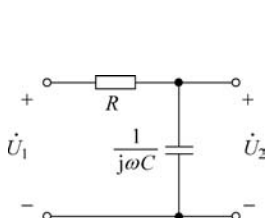


图 5-6

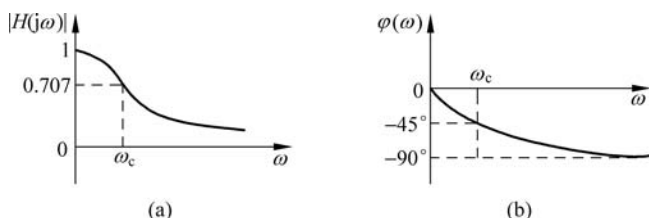


图 5-7

其中,

$$\omega_c = \frac{1}{RC} \quad (5.2-4)$$

由图 5-7(a) 幅频特性可知, 低频的正弦信号要比高频的正弦信号更易通过这一电路, 故称为低通网络。由图 5-7(b) 相频特性可知, 输出电压总是滞后于输入电压的, 滞后的角度介于 $0^\circ \sim -90^\circ$, 故又称为滞后网络。

当 $\omega < \omega_c$ 时, 输出电压的幅值不小于最大输出信号幅值的 70.7%, 工程上认为这部分信号能顺利通过该网络, 故把 $0 \sim \omega_c$ 频率范围称为通频带。其余频率范围称为阻带。事实上, 当 $\omega > \omega_c$ 时, 输出电压的幅值小于最大输出信号幅值的 70.7%, 则认为这部分信号不能顺利通过该网络。 ω_c 是通带和阻带的分界点, 为截止频率。即有

$$|H(j\omega_c)| = \frac{1}{\sqrt{2}} |H(j\omega)|_{\max} \quad (5.2-5)$$

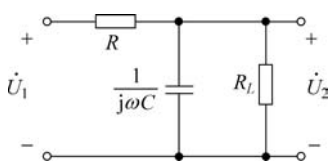


图 5-8

如果电路输出端接一负载, 当 $|H(j\omega)|$ 下降到 0.707 时, 因为功率正比于电压的平方, 这时负载功率只是其最大功率的一半, 因此截止频率又称为半功率频率点。

图 5-6 所示电路加上负载后如图 5-8 所示, 现以图 5-8 的网络函数讨论。输出功率指负载 R_L 上的平均功率(或对应直流状态下的功率)。

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{R_L \parallel \frac{1}{j\omega C}}{R + R_L \parallel \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R_L}{R + R_L} \times \frac{1}{1 + j\omega R_0 C}$$

其中, $R_0 = \frac{RR_L}{R + R_L}$, 显然 $\omega_c = \frac{1}{R_0 C}$ 。

$$|H(j\omega)| = \frac{U_2}{U_1} = \frac{R_L}{R + R_L} \times \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega R_0 C)^2}}$$

当 $\omega=0$ 时, $U_2 = \frac{R_L}{R+R_L} U_1$, 负载得到最大功率为

$$P_{2m} = \frac{U_2^2}{R_L} = \left(\frac{R_L U_1}{R+R_L} \right)^2 \frac{1}{R_L}$$

当 $\omega=\omega_c$ 时, $U_{2c} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{R_L U_1}{R+R_L}$, 负载得到平均功率为

$$P_{2c} = \frac{U_{2c}^2}{R_L} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{R_L U_1}{R+R_L} \right)^2 \frac{1}{R_L}$$

显然 $\frac{P_{2c}}{P_{2m}} = \frac{1}{2}$, 因此 ω_c 可称为半功率频率点。

值得注意的是, 其中的截止频率已不再为 $\frac{1}{RC}$, 而是 $\omega_c = \frac{1}{R_0 C}$ 。其原因是存在负载效应。为排除这种负载效应, 可接上起隔离作用的运算放大器(即引入有源滤波器), 如图 5-9 所示, 因为运算放大器连接成电压跟随器, 故输出端不论所接的负载为何值, 输出端电压均与电容两端电压相等, 截止频率亦同无源 RC 电路的截止频率, 由此即可排除负载效应。

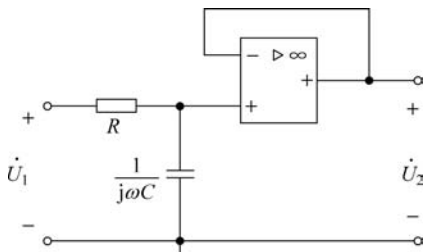


图 5-9

如果用分贝为单位表示网络的频率特性, 其定义为

$$|H(j\omega)| = 20 \lg |H(j\omega)| \text{ dB} \quad (5.2-6)$$

则有

$$20 \lg |H(j\omega_c)| = 20 \lg |H(j\omega_c)|_{\max} - 3 \text{ dB} \quad (5.2-7)$$

故截止频率又称为 3dB 频率。在这一角频率上, 输出电压与它的最大值相比正好下降了 3dB。在电子电路中约定, 当输出电压下降到它的最大值 3dB 以下时, 就认为该频率成分对输出的贡献较小。

截止频率只是人为定义出来的相对标准。按上述关系来定义截止频率的原因是, 早期, 无线电技术应用于广播与通信, 人的耳朵对声音的响应关系呈对数关系, 也就是说, 人耳对高于截止频率以上的频率及低于截止频率的频率分量, 能感觉到它们的显著差异。

RC 低通网络被广泛应用于电子设备的整流电路中, 以滤除整流后的电源电压中的交流分量; 或用于检波电路中滤除检波后的高频分量。

5.2.2 RC 高通网络

RC 高通网络如图 5-10 所示, 其网络函数为

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 - j \frac{1}{\omega RC}} \quad (5.2-8)$$

其中,

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 R^2 C^2}}} \quad (5.2-9)$$

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{1}{\omega RC}\right) \quad (5.2-10)$$

幅频特性和相频特性曲线如图 5-11 所示。

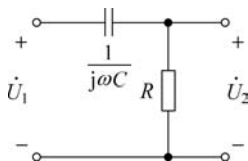


图 5-10

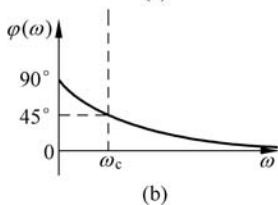
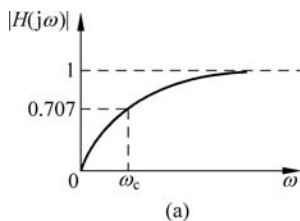


图 5-11

其中,

$$\omega_c = \frac{1}{RC} \quad (5.2-11)$$

由幅频特性可知,网络的幅频特性恰好与低通网络的幅频特性相反,它起抑制低频分量、易使高频分量通过的作用,故称为 RC 高通网络。其中, $\omega_c \sim \infty$ 为通带, $0 \sim \omega_c$ 为阻带。由相频特性可知,输出电压总是超前于输入电压的,超前的角度介于 0° 与 90° 之间,故又称为超前网络。这一电路常用作电子电路放大器级间的 RC 耦合电路。

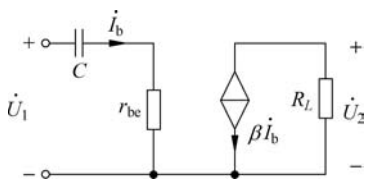


图 5-12

例 5-2 如图 5-12 所示为某晶体管的低频等效电路。已知 $r_{be} = 1\text{k}\Omega$, $\beta = 40$, $R_L = 2\text{k}\Omega$, C 为输入端耦合电容,试求该放大器的电压放大倍数 A_u 的表达式 ($A_u = \dot{U}_2 / \dot{U}_1$) 和其最大数值。若要求放大器截止频率 $f_c = 50\text{Hz}$,则电容 C 应为多大?

解: 根据题意,该放大器的电压放大倍数 A_u 即为电路的转移电压比,其表达式为

$$A_u = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{-\beta \dot{I}_b R_L}{\left(r_{be} + \frac{1}{j\omega C}\right) \dot{I}_b} = \frac{-\beta R_L}{r_{be} + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{-\beta R_L}{r_{be}} \times \frac{1}{1 - \frac{j\omega C}{\beta R_L}}$$

显然,电路具有高通性质。其最大数值为 $\omega = \infty$ 时对应的电压放大倍数,即

$$A_{u\max} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{-\beta R_L}{r_{be}} = -\frac{40 \times 2 \times 10^3}{10^3} = -80$$

转移电压比表达式中, $\omega_c = \frac{1}{r_{be}C}$ 是截止角频率。若要求放大器截止频率 $f_c = 50\text{Hz}$, 则有

$$\omega_c = 2\pi f_c = \frac{1}{r_{be}C}$$

$$C = \frac{1}{2\pi f_c r_{be}} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 50 \times 10^3} = 3.18\mu\text{F}$$

5.2.3 RC 带通网络

RC 带通网络如图 5-13 所示, 其网络函数为

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\frac{R \times \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}}}{R + \frac{1}{j\omega C} + \frac{R \times \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}}} = \frac{\frac{1}{1 + j\omega RC}}{1 + \frac{1}{j\omega C} + \frac{R}{1 + j\omega RC}}$$

$$= \frac{1}{3 + j\left(\omega RC - \frac{1}{\omega RC}\right)} \quad (5.2-12)$$

其中,

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{9 + \left(\omega RC - \frac{1}{\omega RC}\right)^2}} \quad (5.2-13)$$

$$\varphi(\omega) = -\arctan\left(\omega RC - \frac{1}{\omega RC}\right) \quad (5.2-14)$$

幅频特性和相频特性曲线如图 5-14 所示。其中, 当 $\omega RC - \frac{1}{\omega RC} = 0$ 时, $\omega = \omega_0 = \frac{1}{RC}$ 称为中心角频率。

$$|H(j\omega_0)| = \frac{1}{3}, \quad \varphi(\omega_0) = 0$$

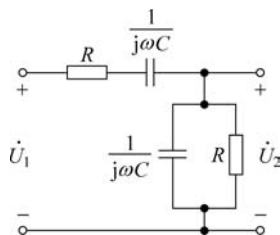


图 5-13

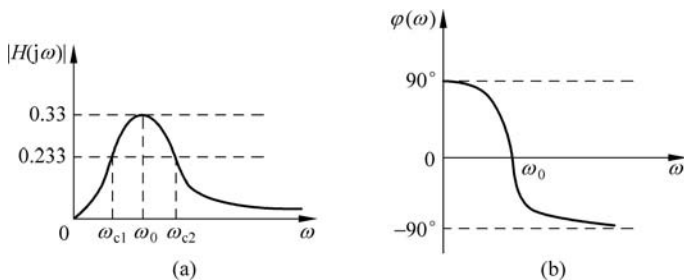


图 5-14

由幅频特性公式及曲线可知,网络对频率 $\omega = \omega_0$ 附近的信号有较大的输出,因而具有带通滤波的作用,称为带通网络。由截止频率的定义可知,它具有上、下两个截止频率,可分别求得 $\omega_{c1} = 0.3 \frac{1}{RC}$ (下截止频率) 和 $\omega_{c2} = 3.3 \frac{1}{RC}$ (上截止频率)。 $\omega_{c1} \sim \omega_{c2}$ 为通带。阻带为 $0 \sim \omega_{c1}$, $\omega_{c2} \sim \infty$ 。该电路常用作 RC 低频振荡器中的选频电路,以产生不同频率的正弦信号。

5.2.4 RC 带阻网络

RC 带阻网络如图 5-15 所示,其网络函数为

$$H(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{1}{1 + \frac{4}{j\left(\omega RC - \frac{1}{\omega RC}\right)}} \quad (5.2-15)$$

其中,

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{16}{\left(\omega RC - \frac{1}{\omega RC}\right)^2}}} \quad (5.2-16)$$

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{4}{\omega RC - \frac{1}{\omega RC}} \quad (5.2-17)$$

幅频特性和相频特性曲线如图 5-16 所示,电路在频率 $\omega = \omega_0$ 附近的信号有较大的衰减,因而具有带阻滤波的作用,称为带阻网络。

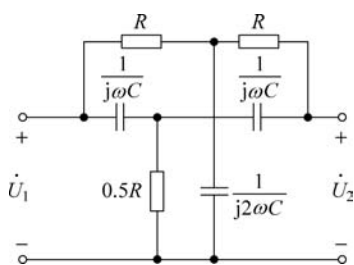
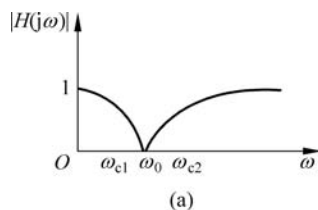
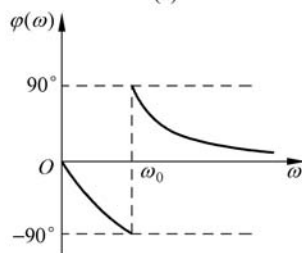


图 5-15



(a)



(b)

图 5-16

5.2.5 RC 全通网络

RC 元件还可构成全通网络,如图 5-17 所示。可求得网络函数为

$$\begin{aligned}
 H(j\omega) &= \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} - \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}} \\
 &= \frac{1 - j\omega C}{1 + j\omega C}
 \end{aligned} \quad (5.2-18)$$

其中,

$$|H(j\omega)| = 1 \quad (5.2-19)$$

$$\varphi(\omega) = -2\arctan(\omega RC) \quad (5.2-20)$$

其幅频特性说明网络输入、输出电压相等,不随频率变化,相频特性说明相移随频率为 $-180^\circ \sim 0$,如图 5-18 所示。

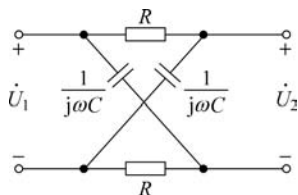


图 5-17

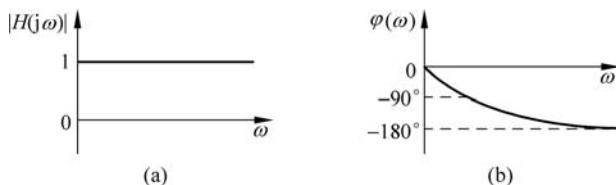


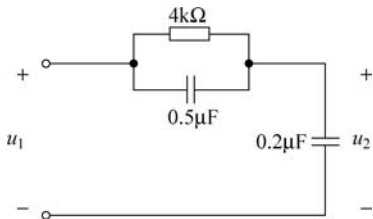
图 5-18

思考和练习

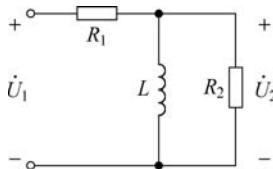
5.2-1 试用相量图来说明图 5-6 及图 5-10 所示电路分别为滞后网络及超前网络。

5.2-2 在电子仪器中,经过放大后的电压若在相位上比原来的电压超前而引起误差时,可以设法加以补偿。其办法是加一个滞后网络,使相位落后一些。练习题 5.2-2 图所示是一种滞后网络,求当 $f=50\text{Hz}$ 时,输出对输入的相移是多少。

5.2-3 求练习题 5.2-3 图所示电路的转移电压比 $H(j\omega) = \dot{U}_2 / \dot{U}_1$,并定性画出幅频和相频特性曲线。



练习题 5.2-2 图



练习题 5.2-3 图

5.3 串联谐振电路

RC 滤波网络的频率特性曲线变化较平缓,通带与阻带界限不分明,且由于 R 是耗能元件,对信号的衰减较大,限制了其在频率选择性要求较高场合中的应用,尤其是在工作频率

较高时的应用。由 LC 回路组成的选频滤波网络,利用 LC 回路的谐振特性,可形成具有锐峰的频率响应特性,能够设计出通频带极窄、选择性非常强的选频网络,特别适合对高频窄带信号的选择。

5.3.1 LC 振荡回路

LC 振荡回路是由电感和电容两种不同储能元件构成的闭合回路,回路中的储能会在磁场和电场之间往返转换,使得回路中的电流和电压不断改变大小和极性,形成周而复始的振荡,振荡的频率取决于 LC 回路中 L 的电感量和 C 的电容量的大小。

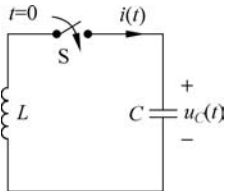


图 5-19

图 5-19 所示为由理想电感线圈和理想电容器构成的振荡回路。设电容的初始电压 $u_C(0)=0$, 依据两类约束, 建立换路后的电路方程为

$$LC \frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} + u_C(t) = 0$$

由初始条件 $u_C(0)=0, u'_C(0)=\frac{1}{C}i_L(0)=0$, 可求得

$$u_C(t) = U_{Cm} \cos \frac{1}{\sqrt{LC}} t = U_{Cm} \cos \omega_0 t$$

$$i_L(t) = -C \frac{du_C(t)}{dt} = U_{Cm} \sqrt{\frac{C}{L}} \sin \frac{1}{\sqrt{LC}} t = \frac{U_{Cm}}{\rho} \sin \frac{1}{\sqrt{LC}} t = I_{Lm} \sin \omega_0 t$$

其中

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (5.3-1)$$

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \quad (5.3-2)$$

其中, ω_0 称为 LC 回路自由振荡角频率, 也称回路的固有频率, ρ 称为 LC 回路的特性阻抗。

可见, 若电感和电容是理想的, 则振荡将一直维持下去, 其振荡波形是等幅正弦波, 振荡角频率为 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, 且回路电流与电容电压相位相差 90° 。另一个重要特点是, 振荡过程中回路的储能 $w(t)$ 将始终维持初始储能不变(这与动态元件不耗能的特点相一致), 回路中的储能只在磁场和电场之间往返转换。其储能 $w(t)$ 为

$$\begin{aligned} w(t) &= \frac{1}{2} C u_C^2(t) + \frac{1}{2} L i_L^2(t) \\ &= \frac{1}{2} C U_{Cm}^2 \cos^2 \omega_0 t + \frac{1}{2} L \left(U_{Cm} \sqrt{\frac{C}{L}} \right)^2 \sin^2 \omega_0 t \\ &= \frac{1}{2} C U_{Cm}^2 \end{aligned} \quad (5.3-3)$$

实际组成 LC 回路的电感线圈 L 和电容 C 总是非理想的, 有能量的损耗, 并且对外还有一定的能量辐射, 称为有耗 LC 回路。其振荡波形不再是等幅正弦波, 而是衰减的正弦振

荡,如图 5-20 所示。

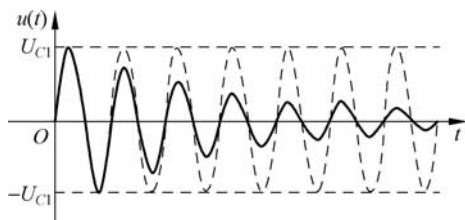


图 5-20

LC 回路振荡的损耗可由回路等效损耗电阻来表示,建立由理想 RLC 元件组成的有耗 LC 回路的电路模型如图 5-21(a)和图 5-21(b)所示,回路的损耗等效为在理想 LC 回路上串联电阻 R 或并联电阻 r 。很显然,串联电路中的 R 越小或并联电路中的 r 越大,回路的损耗就越小,LC 回路越趋于理想。

那么,如何维持有耗 LC 回路的正弦振荡呢? 特别是以 LC 回路的固有频率 ω_0 维持正弦振荡呢? 显然是在电路中必须加入正弦交流电源,以串联电阻模型为例,如图 5-22 所示。

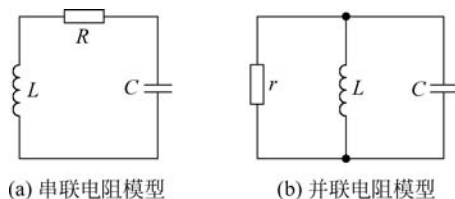


图 5-21

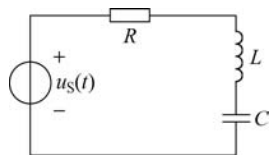


图 5-22

一个含有电容元件和电感元件的正弦交流电路,也会发生电场能量与磁场能量的相互转换,电路中也有频率相同的电压和电流。但这时的振荡电流,是在正弦交流电源的作用下产生的,其频率由电源频率决定,这种电路称为强迫振荡电路。

在强迫振荡电路中,电源频率一旦改变,电路中的容抗、感抗都会随之改变,电容元件和电感元件间的能量交换情况也会随之改变。当电感元件储存的磁场能量大于电容元件储存的电场能量时,电感除与电容交换能量外,剩余的部分与电源交换,此时电路呈感性;当电容元件储存的电场能量大于电感元件储存的磁场能量时,电容除与电感交换能量外,剩余的部分与电源交换,此时电路呈容性;当电源的某一频率使得电感储存的磁场能量等于电容储存的电场能量时,电感与电容发生完全的能量交换,电源只补充电阻消耗的电能,此时电路呈阻性。强迫振荡电路出现电阻性的状态,称为谐振状态,这时电路中的能量交换只是在电感和电容之间往返转换。

谐振是在特定条件(外加电源频率与电路固有频率相同)下出现在电路中的一种现象。在无线电通信工程中,人们广泛利用这种现象及相关特性来实现某些技术要求,但在电力系统中却往往尽量设法限制它的出现,以免造成设备损坏和人员伤害。因此,掌握谐振的原理和特性,有利于人们对这一现象加以利用或加以防范。

一个含有多个 LC 元件的正弦电路,不论串联、并联或混联,只要当电源在某一频率时,电感与电容发生完全的能量交换,或者说电路与电源之间无能量交换,即电路的总电压与总

电流同相(电路呈阻性),则此电路就发生谐振。以下重点讨论 RLC 串联谐振电路的工作特点,并介绍它们的频率特性。

5.3.2 串联谐振电路

一个含有动态元件的正弦稳态电路,其两端电压和通过的电流一般不是同相位的。但

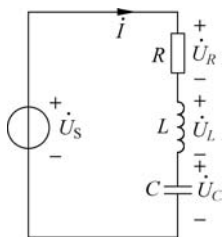


图 5-23

在一定条件下,如果选择合适的电源频率或电路元件参数,就会使电路的等效阻抗或等效导纳为零,此时,电压与电流同相,电路呈电阻性,电路中只有电阻的耗能,电路与外部不存在能量交换。将信号源串入 LC 振荡回路称为串联谐振电路,如图 5-22 所示。

1. 谐振条件

在 RLC 串联的相量电路模型中,如图 5-23 所示,由 KVL 得

$$\dot{U}_s = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C = \left[R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \right] \dot{I} = Z \dot{I}$$

电路端口等效阻抗为

$$Z = \frac{\dot{U}_s}{\dot{I}} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

从电路呈阻性来看,谐振的条件是网络的等效阻抗虚部为零,即有 $\omega L = \frac{1}{\omega C}$,解得

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0 \quad \text{或} \quad f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = f_0 \quad (5.3-4)$$

可见,电路的谐振频率仅由回路元件参数 L 或 C 决定,而与激励无关,仅当激励源的频率等于电路的谐振频率时,电路才发生谐振现象。因此电路实现谐振的两种情况如下:

- (1) 当激励的频率一定时,改变 L 、 C 使电路的固有频率与激励频率相同而达到谐振。
- (2) 当回路元件参数 L 或 C 一定时,改变激励频率以实现 $f = f_0$,此时电路达到谐振。

式(5.3-4)说明,在 RLC 串联电路中,当容抗与感抗相等时,电路发生谐振。此时,电源角频率就等于电路的固有角频率。

在 ω 、 L 、 C 这 3 个参数中,改变其中一个,就可以改变电路的谐振状态,这种改变 ω 、 L 或 C ,使电路出现谐振的过程,称为调谐。通信设备中,经常利用调谐原理来选择信号的频率。一般收音机的输入电路,就是电台频率与输入电路的电感量固定不变,改变电容量 C 以改变电路的固有频率使电路达到谐振状态,因此电容器也称为调谐电容。

2. 串联谐振电路的特点

研究谐振时的电路特性,主要从阻抗、电流、电压、功率与能量几个方面讨论。为强调谐振特性,有关变量附加“0”下标。

1) 电路的等效阻抗

一般情况下,电路的等效阻抗为

$$Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad (5.3-5)$$

电路达到谐振时,等效阻抗的虚部为零,即有

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho \quad (5.3-6)$$

此式表明串联谐振时感抗等于容抗,且数值上仅由元件参数 L 、 C 决定, ρ 称为串联谐振电路的特性阻抗。若谐振时等效阻抗用 Z_0 表示,故有

$$Z_0 = R \quad (5.3-7)$$

显然,一般情况下的等效阻抗比谐振时阻抗要大,或者说谐振时等效阻抗最小。同时式(5.3-7)说明,出现串联谐振时,LC 串联部分的总阻抗为零,LC 串联部分对外电路而言可视为短路,电路呈阻性。

2) 电路中的电流

电路发生谐振时,等效阻抗最小,则电路中电流一定最大;电路呈阻性,则电路中的电流一定与电源电压同相。谐振时的电流用 $\dot{I}_0$ 表示,则

$$\dot{I}_0 = \frac{\dot{U}_s}{Z_0} = \frac{\dot{U}_s}{R} \quad (5.3-8)$$

3) 各元件的电压

谐振时,LC 串联部分的总阻抗为零,LC 串联部分对外电路而言可视为短路,故电源电压全部加在等效电阻上。即电阻电压为

$$\dot{U}_{R0} = R\dot{I}_0 = \dot{U}_s \quad (5.3-9)$$

谐振时,因 $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \rho$,则电感电压和电容电压为

$$\dot{U}_{L0} = j\omega_0 L\dot{I}_0 = j\omega_0 L \frac{\dot{U}_s}{R} = j \frac{\omega_0 L}{R} \dot{U}_s = j \frac{\rho}{R} \dot{U}_s = jQ\dot{U}_s \quad (5.3-10)$$

$$\dot{U}_{C0} = \frac{1}{j\omega_0 C}\dot{I}_0 = -j \frac{1}{\omega_0 C} \frac{\dot{U}_s}{R} = -j \frac{\rho}{R} \dot{U}_s = -jQ\dot{U}_s \quad (5.3-11)$$

可见,图 5-23 所示的电路中,电感电压和电容电压大小相等,方向相反。因此,串联谐振又可称电压谐振。在工程上,通常用电路的特性阻抗与电路的电阻值之比来表征谐振电路的一个重要性质,此值定义为回路的品质因数,记为 Q ,即

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (5.3-12)$$

而由电感电压和电容电压表达式可知

$$\frac{U_{L0}}{U_s} = \frac{U_{C0}}{U_s} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 CR} = Q \quad (5.3-13)$$

LC 回路的品质因数反映了实际 LC 回路接近理想 LC 回路的程度,回路 Q 值越高说明回路的损耗越小,回路越趋于理想。实际中 LC 回路的 Q 值较容易测量得到,且在一定的频率范围内 Q 值近似不变。

在工程应用中,串联谐振电路中有 $\rho \gg R$,品质因数 Q 有几十、几百的数值,这就意味着,谐振时电容或电感上电压可以比输入电压大几十、几百倍。通信系统中,谐振电路中的电源一般不作为提供电能的器件,而是作为需要传输或处理的信号源,由于传输的信号比较

微弱,利用串联谐振电路的电压谐振特性,就可以使需要选择的信号获得较高的电压,起到选频的作用,因此应用十分广泛。而在电力工程中一般应避免发生串联谐振。

4) 功率与能量的关系

谐振时,电路呈阻性, $\cos\varphi=1$,总无功功率为零。故电路消耗的平均功率等于损耗电阻上的功率,即有

$$P=S=UI_0=I_0^2R \quad (5.3-14)$$

此时,尽管总无功功率为零,但电感的无功功率与电容的无功功率依然存在,且数值上相等,即有

$$Q_{L0}=|Q_{C0}|=\omega_0 LI_0^2=\frac{1}{\omega_0 C}I_0^2$$

此时, Q 值可以定义为

$$Q=\frac{Q_{L0}}{P}=\frac{|Q_{C0}|}{P} \quad (5.3-15)$$

即谐振电路的 Q 值描述了谐振电感的无功功率或电容的无功功率与平均功率之比。因为

$$Q=\frac{Q_{L0}}{P}=\frac{|Q_{C0}|}{P}=\frac{\omega_0 LI_0^2}{RI_0^2}=\frac{\omega_0 L}{R}$$

可见,上述结论与前述 Q 值定义一致。

下面讨论谐振时电路能量的特点。设 $u_s(t)=\sqrt{2}U_s\cos\omega_0 t$,则谐振时电路中的电流为

$$i_0=\frac{u_s(t)}{R}=\frac{\sqrt{2}U_s\cos\omega_0 t}{R}=\sqrt{2}I_0\cos\omega_0 t$$

电感的瞬时储能为

$$w_L=\frac{1}{2}Li_0^2=LI_0^2\cos^2\omega_0 t$$

谐振时电容电压为

$$u_{C0}=\frac{\sqrt{2}I_0}{\omega_0 C}\cos(\omega_0 t-90^\circ)=\frac{\sqrt{2}I_0}{\omega_0 C}\sin\omega_0 t$$

电容的瞬时储能为

$$w_C=\frac{1}{2}Cu_{C0}^2=C\left(\frac{I_0}{\omega_0 C}\right)^2\sin^2\omega_0 t=LI_0^2\sin^2\omega_0 t$$

电路的总储能为

$$w=w_L+w_C=\frac{1}{2}LI_0^2+\frac{1}{2}Cu_{C0}^2=LI_0^2 \quad (5.3-16)$$

可见,谐振电路中在任意时刻的电磁能量恒为常数,说明电路谐振时与激励源之间确实无能量交换,只是电容与电感之间存在电磁能量的相互交换。

此时, Q 值又可以定义为

$$Q=2\pi\frac{\text{回路总储能}}{\text{每周期内耗能}} \quad (5.3-17)$$

即谐振电路的 Q 值描述了谐振电路的储能和耗能之比。因为

$$Q=2\pi\frac{\text{回路总储能}}{\text{每周期内耗能}}=2\pi\frac{LI_0^2}{TRI_0^2}=\frac{\omega_0 L}{R}$$

可见,上述结论与前述 Q 值定义一致。必须指出,谐振电路的 Q 值仅在谐振时才有意义,在失谐(电路不发生谐振时)的情况下,上式不再适用,即计算电路 Q 值时应该用谐振角频率。

3. 频率特性

前面讨论了串联谐振电路谐振时的工作特点,以下研究串联谐振电路的频率特性。选择策动点导纳函数为

$$\begin{aligned} H(j\omega) &= \frac{\dot{I}}{\dot{U}_s} = \frac{1}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \\ &= \frac{\frac{1}{R}}{1 + j\frac{\omega_0 L}{R}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} = \frac{Y_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \end{aligned} \quad (5.3-18)$$

其中, $Y_0 = H(j\omega_0) = H_0 = \frac{1}{R}$ 。为了分析问题的方便,一般对网络函数采用归一化处理,例如,可定义谐振函数

$$N(j\omega) = \frac{H_Y(j\omega)}{Y_0} = \frac{1}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \quad (5.3-19)$$

对应幅频特性和相频特性为

$$|N(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \quad (5.3-20)$$

$$\varphi(\omega) = -\arctan\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)Q \quad (5.3-21)$$

频率特性曲线如图 5-24 所示。

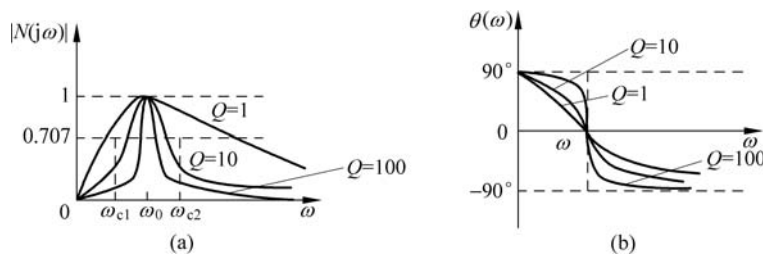


图 5-24

由截止频率的定义,当 $|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}} |H(j\omega)|_{\max}$ 或 $|N(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}} |N(j\omega)|_{\max}$ 时可确定上、下截止频率 ω_{c1} 和 ω_{c2} 为

$$\omega_{c1} = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}} = \left(\sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} - \frac{1}{2Q}\right)\omega_0 \quad (5.3-22)$$

$$\omega_{c2} = \frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 + \frac{1}{LC}} = \left(\sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} + \frac{1}{2Q}\right)\omega_0 \quad (5.3-23)$$

通频带宽为

$$B_{\omega} = \omega_{c2} - \omega_{c1} = \frac{R}{L} = \frac{\omega_0}{\frac{L}{\omega_0 R}} = \frac{\omega_0}{Q} \quad (5.3-24)$$

或

$$B_f = \frac{f_0}{Q} = \frac{1}{2\pi} \frac{R}{L} \quad (5.3-25)$$

由幅频特性可知,串联谐振电路具有带通滤波器的特性。电路的 Q 值越高,谐振曲线越尖锐,电路对偏离谐振频率的信号的抑制能力越强,更适合对高频窄带信号的选择。谐振电路具有选出所需信号而同时抑制不需要信号的能力称为电路的选择性。显然, Q 值越高电路的选择性越好;反之则选择性越差。因此,串联谐振电路适用于内阻小的电源条件下工作。

实际信号都占有一定的频带宽度,如果 Q 值过高,电路的带宽则过窄,这样会过多地削弱所需信号中的主要频率分量,从而引起严重失真。例如广播电台的信号占有一定的频带,选择某个电台的信号的谐振回路应同时具备两个功能:一方面,从减小失真的观点出发,要求回路的特性曲线尽可能平坦一些,以便信号通过回路后各频率分量的幅度相对值变化不大,为此希望 Q 值低一些较好;另一方面,从抑制邻近电台信号的观点出发,要求回路对阻止的信号频率成分都有足够大的衰减,为此希望回路的 Q 值越高越好。因此,针对这两方面的矛盾,工程上须折中考虑。

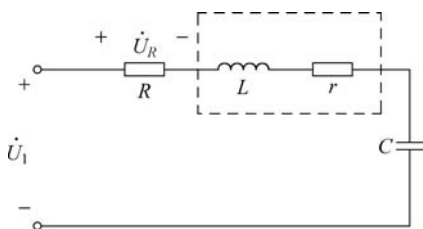


图 5-25

例 5-3 图 5-25 是应用串联谐振原理测量线圈电阻 r 和电感 L 的电路。已知 $R = 10\Omega$, $C = 0.1\mu\text{F}$, 保持外加电压有效值 $U = 1\text{V}$ 不变,而改变频率 f ,同时用电压表测量电阻 R 的电压 U_R ,当 $f = 800\text{Hz}$ 时, U_R 获得最大值为 0.8V ,试求电阻 r 和电感 L 。

解: 根据题意,当 $f = 800\text{Hz}$ 时, U_R 获得最大值为 0.8V ,电路达谐振,即 $f_0 = 800\text{Hz}$ 。

$$f_0 = 800\text{Hz} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0.1 \times 10^{-6} \times L}}$$

$$L = 0.396\text{H}$$

回路电流为

$$I_0 = \frac{U}{R+r} = \frac{1}{10+r} = \frac{U_R}{R} = \frac{0.8}{10}$$

解得 $r = 2.5\Omega$ 。

例 5-4 RLC 串联谐振电路的谐振频率为 1000Hz ,其通带为 $950 \sim 1050\text{Hz}$ 。已知 $L = 200\text{mH}$,求 r 、 C 和 Q 的值。

解: 根据 RLC 串联谐振电路的谐振条件和工作特点,有

$$f_0 = 1000\text{Hz}$$

$$B = 1050 - 950 = 100\text{Hz}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{0.2 \times C}} = 1000\text{Hz}$$

$$C = 0.126 \times 10^{-6}\text{F} = 0.126\mu\text{F}$$

$$B = \frac{f_0}{Q}$$

$$Q = \frac{1000}{100} = 10$$

$$B = \frac{r}{L} \times \frac{1}{2\pi}$$

$$r = BL \times 2\pi = 100 \times 0.2 \times 2\pi = 125.6\Omega$$

思考和练习

若 RLC 串联电路的输出电压取自电容,则该电路具有带通、高通、低通 3 种性质中的哪种?

5.4 并联谐振电路

串联谐振电路适用于信号源内阻较小的情况。当信号源内阻很大时,串联谐振电路的品质因数很低,电路的谐振特性变坏。由 5.3.1 节可知,当回路的损耗等效为在理想 LC 回路上并联电阻 r ,则并联电路中的 r 越大,回路的损耗就越小,LC 回路越趋于理想,此时若将信号源(电流源)并入 LC 振荡回路,则要求与电流源并联的内阻较大,才能使电路具有良好的谐振特性。

以下首先讨论并联谐振电路的典型电路——并联谐振电路。它与 RLC 串联谐振电路相对偶,根据对偶特性,容易得到电路的谐振特性和频率特性。

并联谐振电路如图 5-26 所示。

电路的总导纳为

$$Y = G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) = G + jB \quad (5.4-1)$$

令 $B=0$,即 $\omega_0 C - \frac{1}{\omega_0 L} = 0$ 时,端口电压电流同相,称为并联谐振。谐振角频率为

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{或} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (5.4-2)$$

并联谐振时电路的主要特点如下:

(1) 电路的导纳

$$Y_0 = G + jB = G = |Y|_{\min} \quad (5.4-3)$$

(2) 电导电流

$$\dot{I}_{G0} = \dot{I}_s \quad (5.4-4)$$

(3) 并联端口电压

$$\dot{U} = \frac{\dot{I}_s}{G} = \dot{U}_0 \quad (5.4-5)$$

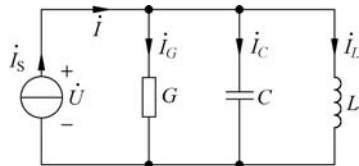


图 5-26

此时端口电压有效值最大,相位和端口电流 $\dot{I}_s$ 相同。

(4) 电感电流和电容电流

$$\dot{I}_{C0} = j\omega C \dot{U}_0 = j\omega_0 C \frac{\dot{I}_s}{G} = jQ \dot{I}_s \quad (5.4-6)$$

$$\dot{I}_{L0} = \frac{\dot{U}_0}{j\omega L} = -j \frac{\dot{I}_s}{G\omega_0 L} = -jQ \dot{I}_s \quad (5.4-7)$$

电感电流和电容电流大小相等,方向相反。其中, Q 为电路的品质因数,即有

$$Q = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{1}{\omega_0 GL} = \sqrt{\frac{C}{L}} \quad (5.4-8)$$

可以发现,电感或电容电流是电源电流的 Q 倍(均指有效值),因此并联谐振也称电流谐振。又有 $\dot{I}_{C0} + \dot{I}_{L0} = 0$,这表明并联谐振时电源只供电导电流,电容电流与电感电流大小相等、相位相反而互相抵消,意味着 LC 支路构成的并联部分相当于开路,但在 LC 回路内形成一个较大的环流,因此常称 LC 并联的回路为槽路,此时的电感或电容电流称为槽路电流,槽路两端电压称为槽路电压。

以下简要介绍电路频率特性。电路的策动点阻抗函数及归一化谐振函数为

$$\begin{aligned} H_Z(j\omega) &= \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{1}{G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)} \\ &= \frac{\frac{1}{G}}{1 + j \frac{\omega_0 C}{G} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} = \frac{Z_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \end{aligned} \quad (5.4-9)$$

$$N(j\omega) = \frac{H_Z(j\omega)}{Z_0} = \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \quad (5.4-10)$$

对应幅频特性和相频特性为

$$|N(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \quad (5.4-11)$$

$$\theta(\omega) = -\arctan\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) \quad (5.4-12)$$

上、下截止频率为

$$\omega_{c1} = \left(\sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} - \frac{1}{2Q}\right)\omega_0 \quad (5.4-13)$$

$$\omega_{c2} = \left(\sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} + \frac{1}{2Q}\right)\omega_0 \quad (5.4-14)$$

通频带宽为

$$B_{\omega} = \omega_{c2} - \omega_{c1} = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{G}{C} \quad (5.4-15)$$

或

$$B_f = \frac{f_0}{Q} = \frac{1}{2\pi} \frac{G}{C} \quad (5.4-16)$$

可见, GCL 并联谐振电路同样有带通特性, 频率特性曲线类似图 5-23 所示。

例 5-5 图 5-27 所示的 RLC 并联电路。

(1) 已知 $L = 10\text{mH}$, $C = 0.01\mu\text{F}$, $R = 10\text{k}\Omega$, 求 ω_0 、 Q 和通带宽度 B 。

(2) 如需设计一谐振频率 $f_0 = 1\text{MHz}$, 带宽 $B = 20\text{kHz}$ 的谐振电路, 已知 $R = 10\text{k}\Omega$, 求 L 和 C 。

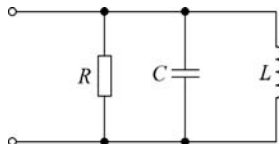


图 5-27

解: (1) 根据 RLC 并联谐振电路的谐振条件和工作特点, 有

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0.01 \times 0.01 \times 10^{-6}}} = 10^5 \text{ rad/s}$$

$$Q = \frac{R}{\omega_0 L} = \frac{10 \times 10^3}{10^5 \times 0.01} = 10$$

$$B = \frac{1}{2\pi} \times \frac{\omega_0}{Q} = \frac{1}{2\pi} \times \frac{10^5}{10} = 1592 \text{ Hz}$$

(2) 根据谐振频率及通频带计算公式可知

$$f_0 = 1\text{MHz}, \quad B = 20\text{kHz}, \quad R = 10\text{k}\Omega$$

$$B = \frac{1}{2\pi} \times \frac{R}{C}$$

$$C = \frac{1}{2\pi BR} = \frac{1}{2\pi \times 20 \times 10^3 \times 10 \times 10^3} = 796 \times 10^{-12} \text{ F} = 796 \text{ pF}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$$L = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 C} = 31.8 \times 10^{-6} \text{ H} = 31.8 \mu\text{H}$$

思考和练习

RLC 并联电路的谐振频率为 $1000/2\pi\text{Hz}$ 。谐振时阻抗为 $10^5\Omega$, 通频带为 $100/2\pi\text{Hz}$ 。求 R 、 L 、 C 。

5.5 实用的简单并联谐振电路

由实际的电感线圈与电容器相并联组成的电路, 称为实用的简单并联谐振电路。收音机中的中频放大器的负载就是使用的这种并联谐振电路, 如图 5-28 所示。图中, 电流源 $\dot{I}_s$

可能是晶体管放大器的等效电流源,电阻 r 是实际线圈本身损耗的等效电阻,实际电容器的损耗很小,可以忽略不计。

5.5.1 谐振条件

电路的策动点阻抗函数为

$$Z(j\omega) = \frac{(r + j\omega L) \frac{1}{j\omega C}}{r + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{(r + j\omega L) \frac{1}{j\omega C}}{r + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \quad (5.5-1)$$

在通信和无线电技术中,线圈损耗电阻 r 一般非常小,谐振频率及电路 Q 值较高,并且工作于谐振频率附近。这时总有 $\omega L \gg r$, 因此,分子中的 r 可忽略,但分母中 $\omega L - \frac{1}{\omega C}$ 的取值可能很小,甚至为零,故分母中的 r 仍应保留。于是有

$$Z(j\omega) = \frac{\frac{L}{C}}{r + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \quad (5.5-2)$$

因此,电路的策动点导纳为

$$Y(j\omega) = \frac{Cr}{L} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) = G_0 + jB \quad (5.5-3)$$

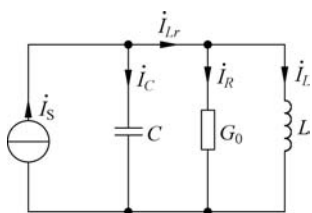


图 5-29

据此可得到图 5-29 所示的等效电路,其中, $G_0 = \frac{Cr}{L}$ 。由于谐振条件是网络的等效阻抗虚部为零,即令 $B=0$ 时,电路发生并联谐振,谐振频率为

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{或} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (5.5-4)$$

从形式上看,在满足高频、高 Q 条件下,这种实用的简单并联谐振电路谐振频率的计算公式同串联谐振电路一样。

5.5.2 谐振时电路的特点

电路发生谐振时,即激励源的角频率等于电路谐振角频率时,电路具有以下特点。

1. 端口等效导纳或等效阻抗

等效导纳为

$$Y_0 = G_0 = \frac{Cr}{L} \quad (5.5-5)$$

等效阻抗为

$$Z_0 = \frac{1}{Y_0} = \frac{L}{Cr} = R_0 \quad (5.5-6)$$

顺便指出,在分析计算实际并联谐振电路的问题时,经常要计算等效阻抗 R_0 。除用

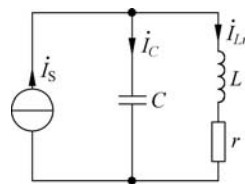


图 5-28

式(5.5-6)计算 R_0 外,联系回路 Q 值、特性阻抗 ρ ,还可推导出其他形式的 R_0 计算公式。因图 5-28 和图 5-29 所示电路互相等效,则有电路品质因数为

$$Q = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{1}{\omega_0 GL} = \frac{\sqrt{\frac{C}{L}}}{G_0} = \frac{\sqrt{\frac{C}{L}}}{\frac{rC}{L}} = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{r} = \frac{\rho}{r} \quad (5.5-7)$$

故有

$$R_0 = \frac{L}{Cr} = \sqrt{\frac{L}{C}} \times \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{r} = Q \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{L}{r^2} \times r = Q^2 r \quad (5.5-8)$$

2. 回路端电压

$$\dot{U}_0 = \frac{\dot{I}_s}{G_0} = R_0 \dot{I}_s \quad (5.5-9)$$

其数值为最大值,且与激励同相位。实验观察并联谐振电路的谐振状态时,常用电压表并接到回路两端,以电压表指示作为回路处于谐振状态的标志。

3. 各支路电流

并联回路谐振时电容支路的电流为

$$\dot{I}_{C0} = j\omega C \dot{U}_0 = j\omega_0 C \frac{\dot{I}_s}{G_0} = jQ \dot{I}_s \quad (5.5-10)$$

谐振时电感支路的电流为

$$\dot{I}_{Lr0} = \dot{I}_s - \dot{I}_{C0} = (1 - jQ) \dot{I}_s \approx -jQ \dot{I}_s \quad (5.5-11)$$

其中,品质因数为

$$Q = \frac{\omega_0 C}{G_0} = \frac{\omega_0 C}{\frac{Cr}{L}} = \frac{\omega_0 L}{r} \quad (5.5-12)$$

若定义电感线圈在谐振频率 ω_0 时的品质因数为 $Q_L = \frac{\omega_0 L}{r}$,则实际并联谐振电路的品质因数 $Q = Q_L$ 。

可见,实际并联谐振电路电容支路电流与电感支路电流几乎大小相等,相位相反。两者的大小都近似等于电源电流的 Q 倍。同 GCL 并联电路一样,因为谐振时相并联的两支路的电流近似相等、相位相反,所以同样会在 LC 回路内形成一个较大的环流。

5.5.3 频率特性

如图 5-28 所示电路,电路的策动点阻抗函数为

$$H_z(j\omega) = \frac{\dot{U}}{\dot{I}_s} = \frac{(r + j\omega L) \frac{1}{j\omega C}}{r + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{(r + j\omega L) \frac{1}{j\omega C}}{r + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \quad (5.5-13)$$

在高 Q 条件及工作频率在谐振频率 ω_0 附近时,有 $\omega L \approx \omega_0 L \gg r$,故上式可近似为

$$H_Z(j\omega) \approx \frac{\frac{L}{C}}{r + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{\frac{L}{Cr}}{1 + j\frac{\omega_0 L}{r}\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} = \frac{R_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \quad (5.5-14)$$

$$|H_Z(j\omega)| = \frac{R_0}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \quad (5.5-15)$$

$$\varphi(\omega) = -\arctan\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) \quad (5.5-16)$$

若对电路的策动点阻抗函数进行归一化处理,则可得谐振函数为

$$|N(j\omega)| = \frac{|H_Z(j\omega)|}{R_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \quad (5.5-17)$$

$$\varphi(\omega) = -\arctan\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) \quad (5.5-18)$$

可见,该网络函数同样具有带通特性,其特性曲线可参见 RLC 串联谐振电路。这类并联谐振回路在通信电路中通常用作高频、中频放大器的负载。

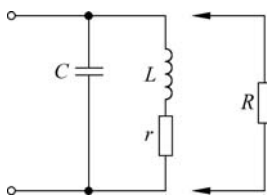


图 5-30

例 5-6 并联谐振电路如图 5-30 所示。

(1) 已知 $L = 200\mu\text{H}$, $C = 200\text{pF}$, $r = 10\Omega$, 求谐振频率 f_0 、谐振阻抗 Z_0 、品质因数 Q 和带宽 B 。

(2) 若要求谐振频率 $f_0 = 1\text{MHz}$, 已知线圈的电感 $L = 200\mu\text{H}$, $Q = 50$, 求电容 C 和带宽 B 。

(3) 为使(2)中的带宽扩展为 $B = 50\text{kHz}$, 需要在回路两端并联一电阻 R , 求此时的电阻 R 值。

解: 图 5-30 为实际并联谐振电路, 可用近似计算公式计算谐振频率, 再利用有关结论计算其余电路参数值。

(1) $L = 200\mu\text{H}$, $C = 200\text{pF}$, $r = 10\Omega$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{200 \times 10^{-6} \times 200 \times 10^{-12}}} = 7.96 \times 10^5 \text{Hz} = 796\text{kHz}$$

$$Z_0 = \frac{L}{Cr} = \frac{200 \times 10^{-6}}{200 \times 10^{-12} \times 10} = 10^5 \Omega = 100\text{k}\Omega$$

$$Q = \frac{\omega_0 L}{r} = \frac{2\pi \times 7.96 \times 10^5 \times 200 \times 10^{-6}}{10} = 100$$

$$B = \frac{f_0}{Q} = \frac{796}{100} = 7.96\text{kHz}$$

(2) $f_0 = 1\text{MHz}$, $L = 200\mu\text{H}$, $Q = 50$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{200 \times 10^{-6} C}} = 10^6 \Rightarrow C = 126.8 \times 10^{-12} \text{F} = 126.8\text{pF}$$

$$B = \frac{f_0}{Q} = \frac{10^6}{50} = 2 \times 10^4 \text{ Hz} = 20 \text{ kHz}$$

(3) 在(2)条件下将图 5-30 近似等效为图 5-31 所示。

其中,

$$\begin{aligned} R' &= \frac{L}{rC} = Q\omega_0 L = 50 \times 2\pi \times 10^6 \times 200 \times 10^{-6} \\ &= 62\,800 \Omega = 62.8 \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

若使 $B = 50 \text{ kHz}$, 则并联 R 后的电路品质因数为

$$Q = \frac{f_0}{B} = \frac{10^6}{50 \times 10^3} = 20$$

须并联的 R 值由下式计算

$$(R' \parallel R) = Q\omega_0 L = 20 \times 2\pi \times 10^6 \times 200 \times 10^{-6} = 25\,120 \Omega = 25.12 \text{ k}\Omega$$

$$\frac{62.8R}{62.8 + R} = 25.12 \Rightarrow R = 41.9 \text{ k}\Omega$$

解得 $R = 41.9 \text{ k}\Omega$ 。

作为上述串、并联谐振电路的推广,当有多个电抗元件组成谐振电路时,一般来说,策动点阻抗虚部为零时,电路发生串联谐振;策动点导纳虚部为零时,电路发生并联谐振。相应的频率分别称为串联谐振频率和并联谐振频率。其中的特殊情况是当电路中全部电抗元件组成纯电抗局部电路(支路),且局部电路的阻抗为零时,该局部电路发生串联谐振;局部电路的导纳为零时,该局部电路发生并联谐振。

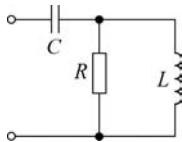


图 5-32

例 5-7 求如图 5-32 所示二端网络的谐振角频率和谐振时的等效阻抗与 R 、 L 、 C 的关系。

解: 设电源频率为 ω , 先写出其端口等效阻抗, 令其虚部为零, 则可得电路的谐振角频率, 并求出谐振时的等效阻抗。

$$\begin{aligned} Z &= -j\frac{1}{\omega C} + R \parallel j\omega L = \frac{j\omega LR}{R + j\omega L} - j\frac{1}{\omega C} = \frac{j\omega LR}{R^2 + (\omega L)^2} (R - j\omega L) - j\frac{1}{\omega C} \\ &= \frac{(\omega L)^2 R}{R^2 + (\omega L)^2} + j \left[\frac{\omega LR^2}{R^2 + (\omega L)^2} - \frac{1}{\omega C} \right] \end{aligned}$$

令其虚部为 0, 即有

$$\begin{aligned} \frac{\omega LR^2}{R^2 + (\omega L)^2} - \frac{1}{\omega C} &= 0 \\ \omega = \omega_0 &= \frac{R}{\sqrt{R^2 - \frac{L}{C}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ Z_0 &= \frac{L}{RC} \end{aligned}$$

例 5-8 如图 5-33 所示电路, 已知 $u_s(t) = 10\cos 100\pi t + 2\cos 300\pi t \text{ V}$, $u_o(t) = 2\cos 300\pi t \text{ V}$, $C = 9.4 \mu\text{F}$, 求 L_1 和 L_2 的值。

解: 设 $u_{s1}(t) = 10\cos 100\pi t \text{ V}$, $u_{s2}(t) = 2\cos 300\pi t \text{ V}$

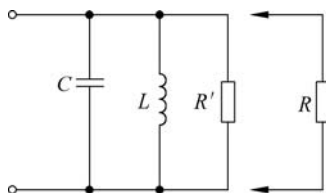


图 5-31

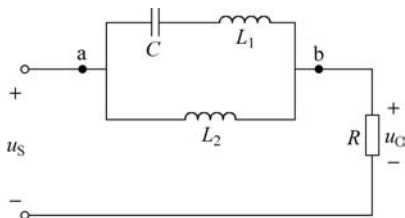


图 5-33

$$u_S(t) = u_{S1}(t) + u_{S2}(t)$$

电源的两个工作频率为

$$\omega_{02} = 100\pi \text{ rad/s}$$

$$\omega_{01} = 300\pi \text{ rad/s}$$

通过 $u_S(t)$ 和 $u_O(t)$ 比较可知 L_1C 支路发生串联谐振时, 才有 $u_O(t) = u_{S2}(t) = 2\cos 300\pi t \text{ V}$ 。
ab 两点之间电路发生并联谐振时, 输出电压才会失去频率成分 ω_{02} 。

根据 RLC 串并联谐振电路中谐振频率的计算方法, 有

$$\omega_{01} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C}} = 300\pi$$

$$L_1 = \frac{1}{300^2 \pi^2 C} = \frac{1}{300^2 \pi^2 \times 9.4 \times 10^{-6}} = 0.12 \text{ H}$$

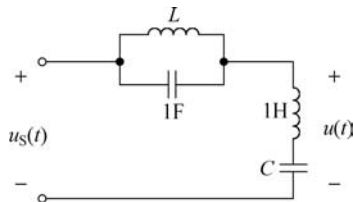
$$\omega_{02} = \frac{1}{\sqrt{(L_1 + L_2) C}} = 100\pi$$

$$L_1 + L_2 = \frac{1}{100^2 \pi^2 C} = \frac{1}{100^2 \pi^2 \times 9.4 \times 10^{-6}} = 1.079 \text{ H}$$

$$L_2 = 0.96 \text{ H}$$

思考和练习

练习题图所示电路的输入 $u_S(t)$ 为非正弦波, 其中含有 $\omega = 3 \text{ rad/s}$ 及 $\omega = 7 \text{ rad/s}$ 的谐波分量。如果要求在输出电压 $u(t)$ 中不含这两个谐波分量, 问 L 和 C 应为多少。



练习题图

5.6 实用电路介绍

5.6.1 高低音分离电路

滤波器的一种典型应用是信号分离, 图 5-34(a) 为一简单的高低音分离电路。

音频信号是指 $20 \text{ Hz} \sim 20 \text{ kHz}$ 频率范围的信号。一般高于 2 kHz 的信号称为高音信号, 低于 2 kHz 的信号称为中低音信号。图 5-34(a) 的高低音分离电路由一个 RC 高通滤波器和一个 RL 低通滤波器组成。它将从立体声放大器一个通道中出来的高于 2 kHz 的信号送到高音扬声器, 而低于 2 kHz 的信号送到低音扬声器。将放大器用一个电压源等效, 扬声器

用电阻作为电路模型,图 5-34(a)所示的电路可等效为图 5-34(b),其传输函数为

$$H_1(j\omega) = \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_s} = \frac{R_1}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega CR_1}{1 + j\omega CR_1}$$

$$H_2(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_s} = \frac{R_2}{R_2 + j\omega L}$$

幅频特性为

$$|H_1(j\omega)| = \frac{\omega CR_1}{\sqrt{1 + (\omega CR_1)^2}}$$

$$|H_2(j\omega)| = \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + (\omega L)^2}}$$

幅频特性曲线如图 5-34(c)所示,这里选择 R_1 、 R_2 、 C 、 L 的值使两个滤波器具有相同的截止频率。

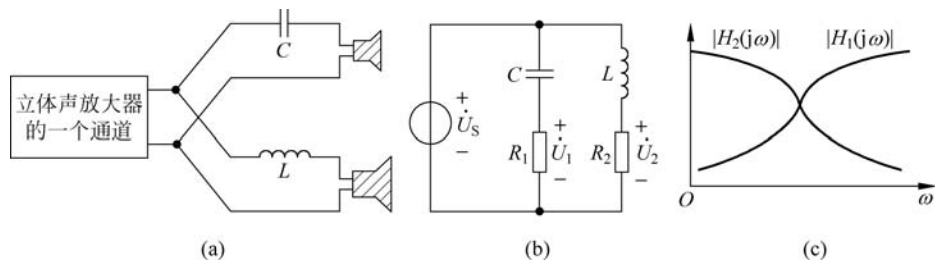


图 5-34

5.6.2 无线电接收机的调谐电路

串联和并联谐振电路都普遍应用于收音机和军用电台的选台技术中。无线电信号由发射机通过电磁波发射出来,然后在大气中传播,当电磁波通过接收机天线时,将感应出极小的电压。接收机必须从接收的宽阔的电磁频率范围内,仅选出特定频率点的电台信号。

如图 5-35(a)所示的是一个无线电接收机的输入电路。主要组成部分是天线线圈 L_1 和电感线圈 L 与可变电容 C 组成的串联谐振电路。天线所收到的各种频率不同的信号都

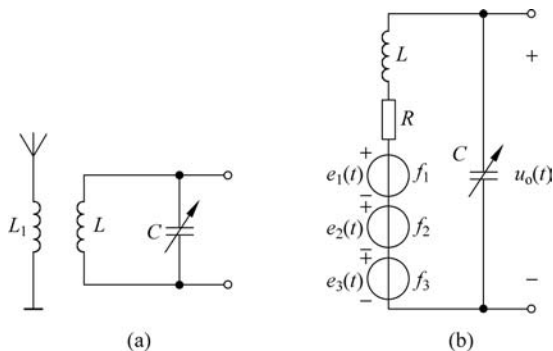


图 5-35

会在 LC 谐振电路中感应出相应的电动势 $e_1, e_2, e_3, \dots$, 如图 5-35(b) 所示, 图中的 R 是线圈 L 的等效电阻。改变 C , 对所需信号频率调到串联谐振, 那么这时 LC 回路中该频率的电流最大, 在可变电容器两端的这种频率的电压就很高。其他各种不同频率的信号虽然也在接收机里出现, 但由于它们没有达到谐振, 在回路中引起的电流很小。

习题 5

5-1 选择合适的答案填入括号内,只需填入 A、B、C 或 D。

(1) 题 5-1(a)图所示电路若端口 ab 端所加为正弦交流电流源,且已知 $\omega = 1 \text{ rad/s}$,则该端口()。

- A. 呈感性 B. 呈容性
C. 呈阻性 D. 不能确定为何种性质

(2) 正弦交流电路如题 5-1(b)图所示,交流电源电压为 220V,频率为 50Hz,且电路已处于谐振状态。现将电源频率增加,电压有效值不变,这时,灯 A 的亮度()。

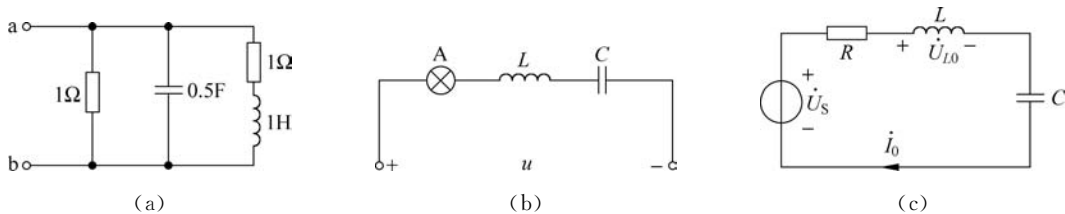
- A. 比原来亮 B. 比原来暗 C. 和原来一样亮 D. 先暗后亮

(3) RLC 串联电路处于谐振状态, 已知 $X_L = X_C = 200\Omega$, $R = 2\Omega$, 端口总电压为 20mV , 则电容上的电压为()。

- A. 0V B. 2V C. $2\sqrt{2}$ V D. $4\sqrt{2}$ V

(4) 一串联谐振电路如题 5-1(c) 图所示, 电源角频率 $\omega = 10^6 \text{ rad/s}$, 谐振时, $I_0 = 100 \text{ mA}$, $U_{I_0} = 100 \text{ V}$, 电感量 $L = (\quad)$ 。

- A. 5mH B. 1mH C. 3mH D. 2mH



题 5-1 图

(5) 在 RLC 并联谐振电路中电阻 R 增大,其影响是()。

- A. 谐振频率升高
B. 谐振频率降低
C. 品质因数减小
D. 品质因数增大

5-2 将合适的答案填入空内。

(1) RLC 串联电路 $R = 100\Omega$, $C = 400\text{pF}$, $L = 10\text{mH}$, 则此电路的品质因数 $Q =$ _____, 通频带 $B_w =$ _____。

(2) RLC 串联电路在 $\omega = 1000 \text{ rad/s}$ 时, $U_L = 4U_C$, 则此电路的谐振频率 $\omega_0 =$ _____。

(3) 若如题 5-2(a)图交流电路发生谐振,则谐振频率 $\omega_0 =$ 。

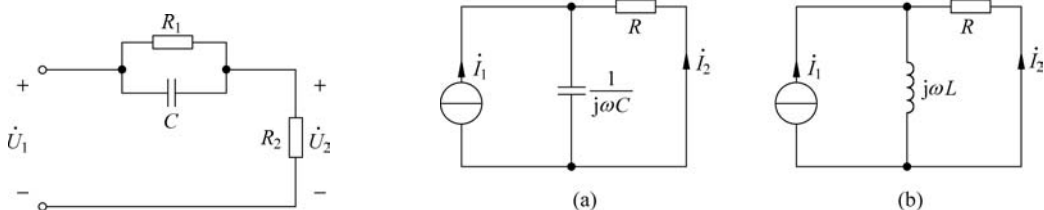
(4) 接于某正弦交流电路的 ab 端网络如题 5-2(b) 图所示, 若使端口总电流为 0, 则要求电源频率为。



题 5-2 图

5-3 求题 5-3 图所示电路的转移电压比 $H(j\omega) = \dot{U}_2 / \dot{U}_1$, 并定性画出幅频和相频特性曲线。

5-4 求题 5-4 图所示各电路的转移电流比 $H(j\omega) = \dot{I}_2 / \dot{I}_1$, 以及截止频率和通频带。



题 5-3 图

题 5-4 图

5-5 如题 5-5 图所示电路, 它有一个输入 $\dot{U}_s$ 和两个输出 $\dot{U}_{01}$ 和 $\dot{U}_{02}$ 。

(1) 为使输入阻抗 $Z_{in}(j\omega) = \dot{U}_s / \dot{I}$ 与 ω 无关, 应满足什么条件? 求这时的输入阻抗。

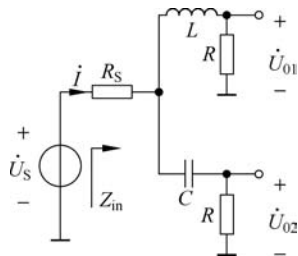
(2) 在满足(1)的条件下, 求电压比 $\dot{U}_{01} / \dot{U}_s$ 和 $\dot{U}_{02} / \dot{U}_s$ 以及截止频率。

(3) 如 $R_s = R = 1\text{k}\Omega$, $L = 0.1\text{H}$, $C = 0.1\mu\text{F}$, $u_s(t) = 10\cos 2 \times 10^3 t + 10\cos 50 \times 10^3 t\text{V}$, 求输出电压的瞬时值 $u_{01}(t)$ 和 $u_{02}(t)$ 。

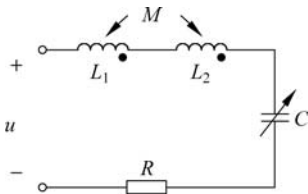
5-6 一 RLC 串联谐振电路, 电源电压 $U_s = 1\text{V}$, 且保持不变。当调节电源频率使电路达到谐振时, $f_0 = 100\text{kHz}$, 这时回路电流 $I_0 = 100\text{mA}$; 当电源频率改变为 $f = 99\text{kHz}$ 时, 回路电流 $I = 70.7\text{mA}$ 。求回路的品质因数 Q 和电路参数 r 、 L 、 C 的值。

5-7 RLC 串联谐振电路的谐振频率为 1000Hz , 其通带为 $950 \sim 1050\text{Hz}$ 。已知 $L = 200\text{mH}$, 求 r 、 C 和 Q 的值。

5-8 正弦交流电路如题 5-8 图所示, $L_1 = 1\text{H}$, $L_2 = 2\text{H}$, $M = 0.5\text{H}$, $\omega = 1000\text{rad/s}$ 。问 C 为何值时, 此电路发生谐振?



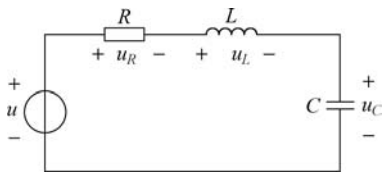
题 5-5 图



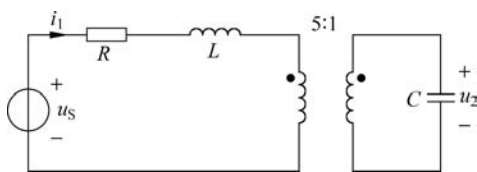
题 5-8 图

5-9 如题 5-9 图所示 RLC 串联的正弦电路当 $\omega = 5000 \text{ rad/s}$ 时发生谐振, 已知 $R = 5 \Omega$, $L = 100 \text{ mH}$, 端口总电压有效值 $U = 10 \text{ mV}$, 求 Q 和通带宽度 B_w 值及电路所标变量的有效值。

5-10 如题 5-10 图所示电路, $R = 10 \Omega$, $L = 0.01 \text{ H}$, $u_s = 20\sqrt{2} \cos 10^5 t \text{ V}$, 问电容 C 为何值时电流 i_1 的有效值最大? 并求此时电路中的电压 $u_2(t)$ 。



题 5-9 图



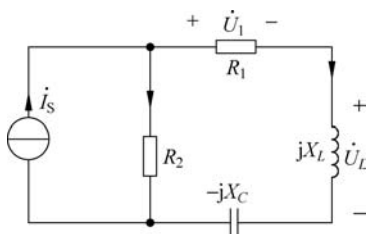
题 5-10 图

5-11 设题 5-11 图所示电路处于谐振状态, 其中, $I_s = 1 \text{ A}$, $U_1 = 50 \text{ V}$, $R_1 = X_C = 100 \Omega$, 求电压 U_L 和电阻 R_2 。

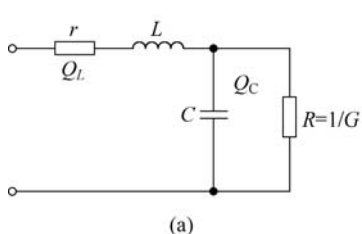
5-12 一 RLC 串联谐振电路, 已知 $r = 10 \Omega$, $L = 64 \mu \text{ H}$, $C = 100 \text{ pF}$, 外加电源电压 $U_s = 1 \text{ V}$, 求电路谐振频率 f_0 、品质因数 Q 、带宽 B 、谐振时的回路电流 I_0 和电抗元件上的电压 U_L 和 U_C 。

5-13 一个电感线圈的电阻为 10Ω , 品质因数 $Q = 100$, 与电容器接成并联谐振电路, 如再并联一只 $100 \text{ k}\Omega$ 的电阻, 电路的品质因数降低到多少?

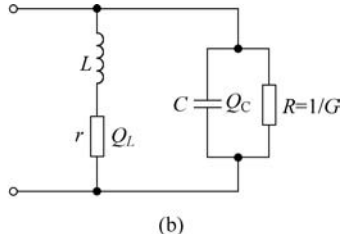
5-14 题 5-14 图是由一线圈和一电容器组成的串联谐振电路(见图(a))和并联谐振电路(见图(b))。若在谐振角频率 ω_0 处, 线圈的品质因数为 Q_L ($Q_L = \omega_0 L / r$)。电容器的品质因数为 Q_C ($Q_C = \omega_0 C / G = \omega_0 CR$)。设电路的总品质因数为 Q , 试证: $\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_L} + \frac{1}{Q_C}$ 。



题 5-11 图



(a)



(b)

题 5-14 图

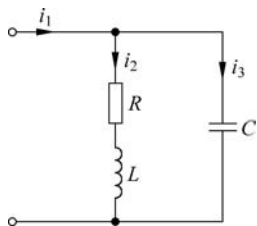
5-15 如题 5-15 图所示交流电路已发生谐振, 已知 i_2 和 i_3 对应的有效值分别为 10 A 和 8 A 。

求: (1) 谐振频率表达式及端口等效电阻。

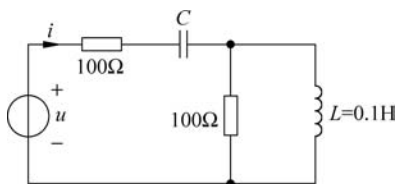
(2) i_1 对应的有效值。

(3) 若 $\omega L \gg R$, 则电路的品质因数为多少?

5-16 如题 5-16 图所示交流电路当 $\omega = 1000 \text{ rad/s}$ 时发生谐振, 已知端口总电压有效值 $U = 180 \text{ V}$, 求电容 C 的值及端口电流有效值 I 。



题 5-15 图



题 5-16 图

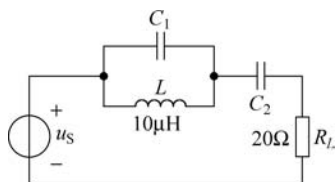
5-17 如题 5-17 图所示电路,试问 C_1 和 C_2 为何值才能使电源频率为 100kHz 时电流不能通过负载 R_L ,而在频率为 50kHz 时,流过 R_L 的电流为最大。

5-18 一个串联调谐无线收音电路由一个可变电容($40\sim 360\text{pF}$)和一个 $240\mu\text{H}$ 的天线线圈组成,线圈的电阻为 12Ω 。

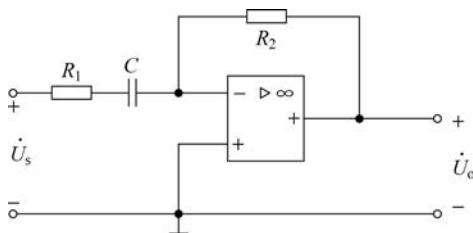
(1) 求收音机可调谐的无线电信号的频率范围。

(2) 确定频率范围每一端的 Q 值。

5-19 设计一个如题 5-19 图所示的一阶有源高通滤波器,要求截止频率 $f_c = 8\text{kHz}$,通带放大系数 $|H(j\infty)| = 14\text{dB}$,电容 $C = 3.9\text{nF}$ 。

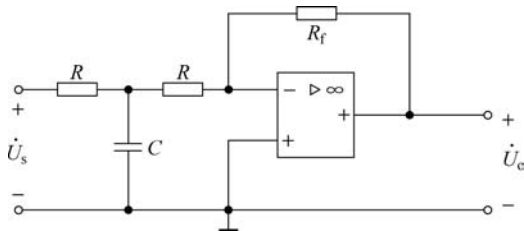


题 5-17 图



题 5-19 图

5-20 试求题 5-20 图所示电路的网络函数 $H(j\omega) = \frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_s}$,并设计一个电压通带增益为 100,截止频率 $\omega_c = 100\text{rad/s}$ 的有源低通滤波器。



题 5-20 图

5-21 设计一个 RLC 串联电路,使其谐振频率 $\omega_0 = 1000\text{rad/s}$,品质因数为 80,且谐振时的阻抗为 10Ω ,并求其带宽 B 。

5-22 设计一个 RLC 并联电路,使其谐振频率 $\omega_0 = 1000\text{rad/s}$,且谐振时的阻抗为 1000Ω ,带宽 $B = 100\text{rad/s}$,并求其品质因数。