

第 1 章 NOIP 普及组(CSP-J)历年试题分析

1.1 2020 CCF 入门级(CSP-J)试题 B 卷及解析

1.1.1 2020 CCF 入门级(CSP-J)试题

一、单项选择题(共 15 题,每题 2 分,共计 30 分;每题有且仅有一个正确选项)

1. 在内存存储器中每个存储单元都被赋予一个唯一的序号,称为()。
A. 下标 B. 地址 C. 序号 D. 编号
2. 编译器的主要功能是()。
A. 将源程序翻译成机器指令代码 B. 将一种高级语言翻译成另一种高级语言
C. 将源程序重新组合 D. 将低级语言翻译成高级语言
3. 设 $x=true, y=true, z=false$, 以下逻辑运算表达式值为真的是()。
A. $(x \wedge y) \wedge z$ B. $x \wedge (z \vee y) \wedge z$
C. $(x \wedge y) \vee (z \vee x)$ D. $(y \vee z) \wedge x \wedge z$
4. 现有一张分辨率为 2048×1024 像素的 32 位真彩色图像。请问要存储这张图像,需要多大的存储空间?()
A. 4MB B. 8MB C. 32MB D. 16MB
5. 冒泡排序算法的伪代码如下。
输入: 数组 $L, n \geq 1$ 。
输出: 按非递减顺序排序的 L 。
算法 BubbleSort:

```
1. FLAG ← n            //标记被交换的最后元素位置
2. while FLAG > 1 do
3.     k ← FLAG - 1
4.     FLAG ← 1
5.     for j = 1 to k do
6.         if L(j) > L(j+1) then do
7.             L(j) ↔ L(j+1)
8.             FLAG ← j
```

对 n 个数用以上冒泡排序算法进行排序,最少需要比较多少次?()

- A. n B. $n-2$ C. n^2 D. $n-1$
6. 设 A 是 n 个实数的数组,考虑下面的递归算法:

```
XYZ(A[1..n])
1. if n = 1 then return A[1]
```

```

2. else temp ← XYZ(A[1..n-1])
3. if temp < A[n]
4. then return temp
5. else return A[n]

```

请问算法 XYZ 的输出是什么? ()

- A. A 数组的平均 B. A 数组的最小值
 C. A 数组的最大值 D. A 数组的中值
7. 链表不具有的特点是()。
 A. 插入删除不需要移动元素 B. 可随机访问任一元素
 C. 不必事先估计存储空间 D. 所需空间与线性表长度成正比
8. 有 10 个顶点的无向图至少应该有()条边才能确保是一个连通图。
 A. 10 B. 12 C. 9 D. 11
9. 二进制数 1011 转换为十进制数是()。
 A. 10 B. 13 C. 11 D. 12
10. 5 个小朋友并排站成一列, 其中有两个小朋友是双胞胎。如果要求这两个双胞胎必须相邻, 则有()种不同的排列方法。
 A. 24 B. 36 C. 72 D. 48
11. 下面所使用的数据结构是()。
 压入 A 成[A] 压入 B 成[B,A] 弹出 B 成[A] 压入 C 成[C,A]
 A. 哈希表 B. 二叉树 C. 栈 D. 队列
12. 独根树的高度为 1。具有 61 个结点的完全二叉树的高度为()。
 A. 7 B. 5 C. 8 D. 6
13. 干支纪年法是中国传统的纪年方法, 由 10 个天干和 12 个地支组合成 60 个天干地支。由公历年份可以根据以下公式和表格换算出对应的天干地支。
 天干=(公历年份)除以 10 所得余数
 地支=(公历年份)除以 12 所得余数
- | | | | | | | | | | | | | |
|----|---|---|---|---|---|---|----|----|---|---|---|---|
| 天干 | 甲 | 乙 | 丙 | 丁 | 戊 | 己 | 庚 | 辛 | 壬 | 癸 | | |
| | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0 | 1 | 2 | 3 | | |
| 地支 | 子 | 丑 | 寅 | 卯 | 辰 | 巳 | 午 | 未 | 申 | 酉 | 戌 | 亥 |
| | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 0 | 1 | 2 | 3 |
- 例如, 今年是 2020 年, 2020 除以 10 余数为 0, 查表为“庚”; 2020 除以 12 余数为 4, 查表为“子”, 所以今年是庚子年。
- 请问 1949 年的天干地支是()。
 A. 己亥 B. 己丑 C. 己卯 D. 己酉
14. 10 个三好学生名额分配到 7 个班级, 每个班级至少有一个名额, 一共有()种不同的分配方案。
 A. 56 B. 84 C. 72 D. 504
15. 有 5 副不同颜色的手套(共 10 只手套, 每副手套左右手各 1 只), 一次性从中取 6 只手套, 请问恰好能配成两副手套的不同取法有()种。
 A. 30 B. 150 C. 180 D. 120

二、阅读程序(程序输入不超过数组或字符串定义的范围;判断题正确填√;错误填×;除特别说明外,判断题每题 1.5 分,单选题每题 3 分,共计 40 分)

1.

```

01 #include "cstdlib"
02 #include "iostream"
03 using namespace std;
04
05 char encoder[26] = {'C', 'S', 'P', 0};
06 char decoder[26];
07
08 string st;
09
10 int main(){
11     int k = 0;
12     for (int i = 0; i < 26; ++i)
13         if (encoder[i] != 0) ++k;
14     for (char x = 'A'; x <= 'Z'; ++x){
15         bool flag = true;
16         for (int i = 0; i < 26; ++i)
17             if (encoder[i] == x){
18                 flag = false;
19                 break;
20             }
21         if (flag){
22             encoder[k] = x;
23             ++k;
24         }
25     }
26     for (int i = 0; i < 26; ++i)
27         decoder[encoder[i] - 'A'] = i + 'A';
28     cin >> st;
29     for (int i = 0; i < st.length(); ++i)
30         st[i] = decoder[st[i] - 'A'];
31     cout << st;
32     return 0;
33 }
```

判断题

- (1) 输入的字符串应当只由大写字母组成,否则在访问数组时可能越界。()
- (2) 若输入的字符串不是空串,则输入的字符串与输出的字符串一定不一样。()
- (3) 将第 12 行的“ $i < 26$ ”改为“ $i < 16$ ”,程序运行结果不会改变。()
- (4) 将第 26 行的“ $i < 26$ ”改为“ $i < 16$ ”,程序运行结果不会改变。()

单选题

- (5) 若输出的字符串为“ABCABCABCA”,则下列说法正确的是()。

A. 输入的字符串中既有 A 又有 P	B. 输入的字符串中既有 S 又有 B
C. 输入的字符串中既有 S 又有 P	D. 输入的字符串中既有 A 又有 B
- (6) 若输出的字符串为“CSPCSPCSPCSP”,则下列说法正确的是()。

A. 输入的字符串中既有 J 又有 R	B. 输入的字符串中既有 P 又有 K
C. 输入的字符串中既有 J 又有 K	D. 输入的字符串中既有 P 又有 R

2.

```

01 #include "iostream"
02 using namespace std;
03
04 long long n, ans;
05 int k, len;
06 long long d[ 1000000 ];
07
08 int main(){
09     cin >> n >> k;
10     d[0] = 0;
11     len = 1;
12     ans = 0;
13     for (long long i = 0; i < n; ++i){
14         ++d[0];
15         for (int j = 0; j + 1 < len; ++j){
16             if (d[j] == k){
17                 d[j] = 0;
18                 d[j + 1] += 1;
19                 ++ans;
20             }
21         }
22         if (d[len - 1] == k){
23             d[len - 1] = 0;
24             d[len] = 1;
25             ++len;
26             ++ans;
27         }
28     }
29     cout << ans << endl;
30     return 0;
31 }

```

假设输入的 n 是不超过 2^{62} 的正整数, k 都是不超过 10000 的正整数, 完成下面的判断题和单选题。

判断题

- (1) 若 $k=1$, 则输出 ans 时, $len=n$ 。()
- (2) 若 $k>1$, 则输出 ans 时, len 一定小于 n 。()
- (3) 若 $k>1$, 则输出 ans 时, k^{len} 一定大于 n 。()

单选题

- (4) 若输入的 n 等于 10^{15} , 输入的 k 为 1, 则输出等于()。
- A. $(10^{30}-10^{15})/2$ B. $(10^{30}+10^{15})/2$ C. 1 D. 10^{15}
- (5) 若输入的 n 等于 205 891 132 094 649(即 3^{30}), 输入的 k 为 3, 则输出等于()。
- A. $(3^{30}-1)/2$ B. 3^{30} C. $3^{30}-1$ D. $(3^{30}+1)/2$
- (6) 若输入的 n 等于 100 010 002 000 090, 输入的 k 为 10, 则输出等于()。
- A. 11 112 222 444 543 B. 11 122 222 444 453
- C. 11 122 222 444 543 D. 11 112 222 444 453

3.

```

01 #include "algorithm"
02 #include "iostream"
03 using namespace std;
04
05 int n;
06 int d[50][2];
07 int ans;
08
09 void dfs(int n, int sum){
10     if (n == 1){
11         ans = max(sum, ans);
12         return;
13     }
14     for (int i = 1; i < n; ++i){
15         int a = d[i-1][0], b = d[i-1][1];
16         int x = d[i][0], y = d[i][1];
17         d[i-1][0] = a + x;
18         d[i-1][1] = b + y
19         for (int j = i; j < n-1; ++j)
20             d[j][0] = d[j+1][0], d[j][1] = d[j+1][1];
21         int s = a + x + abs(b - y);
22         dfs(n-1, sum + s);
23         for (int j = n-1; j > i; --j)
24             d[j][0] = d[j-1][0], d[j][1] = d[j-1][1];
25         d[i-1][0] = a, d[i-1][1] = b;
26         d[i][0] = x, d[i][1] = y;
27     }
28 }
29
30 int main(){
31     cin >> n;
32     for (int i = 0; i < n; ++i)
33         cin >> d[i][0];
34     for (int i = 0; i < n; ++i)
35         cin >> d[i][1];
36     ans = 0;
37     dfs(n, 0);
38     cout << ans << endl;
39     return 0;
40 }

```

假设输入的 n 是不超过 50 的正整数, $d[i][0]$ 、 $d[i][1]$ 都是不超过 10000 的正整数, 完成下面的判断题和单选题。

判断题

- (1) 若输入 n 为 0, 此程序可能会死循环或发生运行错误。()
- (2) 若输入 n 为 20, 接下来的输入全为 0, 则输出为 0。()
- (3) 输出的数一定不小于输入的 $d[i][0]$ 和 $d[i][1]$ 中的任意一个。()

单选题

- (4) 若输入的 n 为 20, 接下来的输入是 20 个 9 和 20 个 0, 则输出为()。

A. 1917 B. 1908 C. 1881 D. 1890

(5) 若输入的 n 为 30, 接下来的输入是 30 个 0 和 30 个 5, 则输出为()。

A. 2020 B. 2030 C. 2010 D. 2000

(6) 若输入的 n 为 15, 接下来的输入是 15 到 1, 以及 15 到 1, 则输出为()。

A. 2420 B. 2220 C. 2440 D. 2240

三、完善程序(单选题, 每小题 3 分, 共计 30 分)

1. (质因数分解)给出正整数 n , 请输出将 n 质因数分解的结果, 结果按从小到大输出。

例如, 输入 $n=120$, 程序应该输出 2 2 2 3 5, 表示 $120=2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$ 。输入保证 $2 \leq n \leq 10^9$ 。

提示: 先从小到大枚举变量 i , 然后用 i 不停试除 n 来寻找所有的质因子。

试补全程序。

```
01 #include "cstdio"
02 using namespace std;
03
04 int n, i;
05
06 int main(){
07     scanf("%d", &n);
08     for (i = (1) ; (2) <= n; i++){
09         (3) {
10             printf("%d ", i);
11             n = n/i;
12         }
13     }
14     if ( (4) )
15         printf("%d ", (5) );
16     return 0;
17 }
```

(1) 处应填()。

A. $n-1$ B. 0 C. 1 D. 2

(2) 处应填()。

A. n/i B. $n/(i*i)$ C. $i*i*i$ D. $i*i$

(3) 处应填()。

A. `if (i * i <= n)` B. `if (n%i == 0)`
C. `while (i * i <= n)` D. `while (n%i == 0)`

(4) 处应填()。

A. $n > 1$ B. $n \leq 1$ C. $i+i \leq n$ D. $i < n/i$

(5) 处应填()。

A. 2 B. i C. n/i D. n

2. (最小区间覆盖)给出 n 个区间, 第 i 个区间的左右端点是 $[a_i, b_i]$ 。现在要在这些区间中选出若干个, 使得区间 $[0, m]$ 被所选区间的并覆盖(即每一个 $0 \leq i \leq m$ 都在某个所选的区间中)。保证答案存在, 求所选区间个数的最小值。

输入第一行包含两个整数 n 和 m ($1 \leq n \leq 5000, 1 \leq m \leq 10^9$)。

接下来 n 行, 每行两个整数 a_i, b_i ($0 \leq a_i, b_i \leq m$)。

提示: 使用贪心法解决这个问题。先用 $O(n^2)$ 的时间复杂度排序, 然后贪心选择这些区间。试补全程序。

```

01 #include "iostream"    //本题需要非常强大的思维能力,难度较高。但是它是贪心问题中
02                        //非常经典的一类问题:线段覆盖问题
03 using namespace std;.
04
05 const int MAXN = 5000;
06 int n, m;
07 struct segment{int a, b;} A[MAXN];
08
09 void sort()            //排序
10{
11     for (int i = 0; i < n; i++)
12         for (int j = 1; j < n; j++)
13             if ( (1) )    //两重循环,且(2)提示是一个交换的操作,因此是冒泡排序
14                 {
15                     segment t = A[j];
16                     (2)
17                 }
18 }
19
20 int main()
21{
22     cin >> n >> m;
23     for (int i = 0; i < n; i++){
24         cin >> A[i].a >> A[i].b;}
25     sort();
26     int p = 1;            //第一次筛选
27     for (int i = 1; i < n; i++)
28         if ( (3) ){
29             A[p++] = A[i];}
30     n = p;
31     int ans = 0, r = 0;    //第二次筛选
32     int q = 0.
33     while (r < m)
34     {
35         while ( (4) )
36             q++;
37         (5);
38         ans++;
39     }
40     cout << ans << endl;
41     return 0;
42 }

```

(1) 处应填()。

- A. $A[j].b < A[j-1].b$
 C. $A[j].a < A[j-1].a$

- B. $A[j].b > A[j-1].b$
 D. $A[j].a > A[j-1].a$

5. 最少的比较次数就是刚好成不下降序,比较 $n-1$ 次;最多的比较次数是 $n \times (n-1)/2$ 。这里需要理解冒泡排序与该伪码的差异。常见的冒泡排序使用标记变量一般取值 0 或 1,0 表示本趟比较没交换元素,1 反之。本例伪码标记的是一趟比较交换的最后元素的位置。

6. 3~5 行表示函数返回的是较小值,XYZ 为递归函数,故选 B。

10. 捆绑法:两个双胞胎相邻,所以方案就是 4 的全排列 $4! = 24$,然后双胞胎自己的全排列是 $2! = 2$,得数是 $24 \times 2 = 48$ 。

12. 完全二叉树的性质:满二叉树结点数是 $2^h - 1$, h 为高度,计算一下即可知。 $\lceil \log_2 61 \rceil = 6$ 。

14. [方法一] 10 个人站成一排,每班至少要 1 名,就有 9 个空,然后插入 6 个板子把他们隔开,即从 9 个里选 6 个,就是 $C_9^6 = 84$ 。

[方法二] 每班先给一个名额,问题就变成了 7 个班级分 3 个名额。3 个名额:可以分成 3 份,两份或者一份。总方案数就是: $C_7^3 + C_7^2 + C_7^1 = 35 + 42 + 7 = 84$ 。

15. [方法一] 本题还是高中组合数学中的一种题型。先从 5 双手套中取完整的两双,方案是组合数 $C_5^2 = 10$;然后从剩下的 3 双中,取不同色的两只手套是先从 3 双中取两双 $C_3^2 = 3$;然后再从两双中各取一,是 $C_2^1 \times C_2^1 = 4$;最后应用乘法原理,得数是 $10 \times 3 \times 4 = 120$ 。

[方法二] 先选出两副成套的,然后剩余 6 只选 1 只,然后剩下的不能匹配成套的 4 只手套选 1 只,这里会出现后面两只手套先选后选导致的重复,所以方案数要除以 2。总方案数就是: $(C_5^2 \times C_6^1 \times C_4^1) / 2 = 120$ 。

二、阅读程序

1. 第 5 行考核字符数组初始化的概念。第 12、13 行循环测试 encoder 数组中的元素个数 k , k 值标识该数组的下一个可用单元。第 14~25 行的主要功能就是设置 encoder 数组的初值,第 26、27 行初始化数组 decoder。

encoder[] = {C S P A B D E F G H I J K L M N O Q R T U V W X Y Z}, 共 26 个字母。

decoder[] = {D E A F G H I J K L M N O P Q C R S B T U V W X Y Z}。

字母表 = {A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z}。

第 28~30 行,输入字符串 st,并依据第 30 行的语句替换 st 串,显然,decoder 数组中字母序号若与字母表一致,则输出结果不变。如输入字符串 XYZ,则输出也是 XYZ。

本例程序有点类似于加密程序,关键在于看懂程序各部分的功能。各问题均可用模拟方法解决。

2. 由于数据规模很大,要正确回答题目的问题首先要看懂题目的功能。本题的功能有点像日历表或钟表,以钟表为例:每过 60 秒分针加 1,每过 60 分钟时针加 1,每过 24 小时日期加 1……只是本题的进位制与日历年钟不一样,通过输入的 k ,低位由 $0 \sim k-1$ 循环一遍,高位加 1,每位的进制都是 k 。

欲知程序的功能,最常见的方法是先模拟执行一下。假设输入 $n=10, k=3$,则初态为: $n=10, k=3, d[0]=0, len=1, ans=0$;程序核心就在于第 13 行开始的双重循环内。

当 $i=0, 1$ 时: $d[0]=1, 2$

当 $i=2$ 时: $d[0]=3$

第 15 行的循环因为 $len=1$ 仍不执行,但 $d[len-1]=k$ 成立,故此时有:

$d[0]=0, d[1]=1, len=2, ans=1$;

当 $i=5$ 时: $j=0$ 时 $j+1 < \text{len}$ 成立,故此时有:

$d[0]=0, d[1]=2, \text{len}=2, \text{ans}=2$;

当 $i=8$ 时: $j=0$ 时 $j+1 < \text{len}$ 成立,故此时有:

$d[0]=0, d[1]=3, \text{len}=2, \text{ans}=3$; 同时有:

$d[\text{len}-1]=k$, 即 $d[1]=3$ 成立,故此时有:

$d[0]=1, d[1]=0, d[2]=1, \text{len}=3, \text{ans}=4$;

程序输出 4。

分析数组 d 的变化情况就能清楚理解程序的功能。再来看看程序输出的 ans , 分析代码不难发现, ans 的值实际上记录的是触发进位的次数, 在第 13~28 行的代码中, 核心的是两个 if 语句, 每个 if 语句都是对触发进位而修正 $d[]$ 、 ans 及 len 的值。 len 记录的是 d 数组中有效数据个数, 即 d 的实际长度。所以程序的功能是: 对于 $k > 1$ 的输入, 实现十进制数 n 转换为 k 进制数的计数法求解过程。

(1) 用 $n=5, k=1$ 简单模拟一下即可知, 每次都会触发进位, 即 $\text{ans}=n$, 但 $\text{len}=2$ 。 $k=1$ 时, 这是本程序的一个特例, len 值不随 n 增大而增大, 原因在于第 2 个 if 语句只会被执行一次。

(2) 用 $n=2, k=2$ 简单模拟一下即可知, $\text{ans}=2, \text{len}=2$ 。

(3) 由前面的模拟可知, 输入 n, k , 且 $k > 1$ 时, 外循环 i 从 0 到 $n-1$ 变化, i 每 k 次递增都会触发 $d[0]$ 数据重置, 即触发进位计数, 而 $d[1]$ 每次数据变化都会触发计数, 而 $d[1]=k$ 时又会触发高位计数, 同理可推知 $d[2], d[3], \dots, d[\text{len}]$ 的变化情况。所以有:

$$\text{ans} \leq k^0 + k^1 + \dots + k^{\text{len}-1} = (k^{\text{len}} - 1) / (k - 1)$$

等比数列求和, 当 n 是 k 的幂次时取最大值。

$k^{\text{len}} > n$ 成立。

(5) 因为 $n=3, k=3$ 时 $\text{ans}=1(k^0)$; $n=9, k=3$ 时 $\text{ans}=4(k^0 + k^1)$; $n=27, k=3$ 时 $\text{ans}=13(k^0 + k^1 + k^2) \dots$ 求解结果符合问题(3)的分析。故本题选 A。

(6) 根据前面的分析过程可知 ans 是如何求解的, 但限于问题规模太大, 且 n 非 k 的整数幂, 用模拟法求解该结果已不现实。

[方法一] 利用前两题的分析过程及公式直接求解。

[方法二] 本题可以利用倍数关系来求解, 即每次除 $k(10)$, 而后把每次的商相加。

方法一: 利用公式求解	方法二: n/k
如 $n=1000$ 时会产生多少次进位呢? 从百位到千位, 只有 1 次; 从十位到百位, 有 10 次; 从个位到十位, 有 100 次, 共计 111 次。即 $\text{ans} = k^0 + k^1 + k^2 = 10^0 + 10^1 + 10^2 = 111$ 。所以对非零项求解相加即可。	<pre> 1 0 0 0 1 0 0 0 2 0 0 0 0 9 1 0 0 0 1 0 0 0 2 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 2 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 2 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 2 0 1 0 0 0 1 0 0 0 2 1 0 0 0 1 0 0 0 2 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 0 0 1 0 +) 1 </pre>
<pre> 9 2 2 2 2 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 +) 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ----- 1 1 1 1 2 2 2 2 4 4 4 4 5 3 </pre>	<pre> 1 1 1 1 2 2 2 2 4 4 4 4 5 3 </pre>

[方法三] 利用等比数列计算公式及程序的求解过程可以直接估算:

$$\text{ans} = \text{int}((n - (k - 1)) / (k - 1)) = \text{int}(100010002000081 / 9) = 11112222444453$$

3. 为便于分析理解,先对程序代码进行分析并加注部分注释如下。

```

09 void dfs(int n, int sum){           //递归共进行 n-1 层
10     if (n == 1){
11         ans = max(sum, ans);
12         return;
13     }
14     for (int i = 1; i < n; ++i){     //每层,选择数组 d 的第 0~n-1 行里相邻两行进行合并
15         int a = d[i-1][0], b = d[i-1][1];
16         int x = d[i][0], y = d[i][1];
17         d[i-1][0] = a + x;
18         d[i-1][1] = b + y
19         for (int j = i; j < n-1; ++j) //合并后把空出的地方用后面的行补上
20             d[j][0] = d[j+1][0], d[j][1] = d[j+1][1];
21         int s = a + x + abs(b - y); /* 每次 sum 的增加:相邻两行第 0 列之和加第 1 列
22             之差的绝对值 */
23         dfs(n-1, sum + s);           //递归
24         for (int j = n-1; j > i; --j) //递归返回时还原现场操作
25             d[j][0] = d[j-1][0], d[j][1] = d[j-1][1]; //后移
26         d[i-1][0] = a, d[i-1][1] = b; /* 还原的目的是用原始数据进行下一组相邻
27             行的尝试 */
28     }
29
30 int main(){
31     dfs(n, 0);                       //最终的 ans 是所有合并方案中 sum 值最大的
32     cout << ans << endl;
33 }

```

代码大意:函数名说明是一个深搜的算法,代码基本是按照深搜模板来的。看搜的是什么:

```

s = a + x + abs(b - y)
ans += s

```

a、b 为上一行两列数字的值,x、y 为本行两列数字的值,这里输入的值都为正值,所以输出的 ans 的最大值实际就是从第二行到最后一行 s 累加。

根据题目描述及加上的注释可知,本题是针对一个两列的二维数组,不断选出相邻的两行进行合并,直到合并成一行为止。结果为每次合并时相邻两行第 0 列之和+第 1 列之差的绝对值。

每次选两行会产生很多种方案,ans 为其中加和最大的方案。本题与信奥经典题“石子合并”有异曲同工之处。但此题会用更多的贪心思想。

(1) 输入 n 为 0,什么都没做,因为第 10 和 14 行都不成立,程序会立即返回主函数,直接输出 ans=0,结束程序,不会发生错误。

- (2) 输入 n 为 20, 接下来的输入全为 0, 运算过程中所有 s 都是 0, ans 也是 0。
 (3) 这里减法, 所以 ans 可能小于输入的 $d[i][1]$, 例如, 若 $n=1, ans=0$, 是小于 d 数组的。

输入:

2 0 0 2 3

输出:

1

- (4) 第二列为 0, 可以忽略, 用 S_n 表示前 n 项的和, 这里计算的就是:

$$S_2 + S_3 + S_4 + \dots + S_{20} = 2 \times 9 + 3 \times 9 + 4 \times 9 + \dots + 20 \times 9 = 1881。$$

- (5) 这里不会出现 $b < y$ 的情况, 所以可以去掉绝对值符号, 用 S_n 表示前 n 项的和, 这里计算的就是:

$$S_1 - 5 + S_2 - 5 + S_3 - 5 + \dots + S_{29} - 5 = 0 \times 5 + 1 \times 5 + 2 \times 5 + \dots + 28 \times 5 = 2030。$$

- (6) 因为 n 较大, 难以发现规律, 可以让 $n=4$ 或 $n=6$ 为例, 模拟执行并找出规律。

输入的两列数字是一样的, 计算的内容:

$$s = a + x + \text{abs}(b - y); \text{ans} += s;$$

此时不会出现 $b < y$ 的情况, 所以可以去掉绝对值符号, x, y 抵消, $s = a + b$,

$$\text{所以 } \text{ans} = 2 \times (S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + \dots + S_{14}) = 2240。$$

本题的思维分析及计算工作量非常大, 考场上需要根据自己的特点采取一些合适的策略, 只有找出规律才能确保正确选择。

三、完善程序

1. 质因数分解

- (1) 因子最小为 2, 所以选 $i=2$ 。
 (2) 因子最大为 \sqrt{n} , 所以选 $i * i$ 。
 (3) 由题目可知, 一个因子可能被分解出好多次, 所以选 D。
 (4) 分解完成后, n 的值为 1 或者质数, 否则还有 $> \sqrt{n}$ 的质因数。
 (5) 不是 1 的话需要单独输出, 即剩下的为质数。

2. 最小区间覆盖

本题需要非常强大的思维能力, 难度较高。问题本质上其实是贪心问题中非常经典的一类问题: 线段覆盖问题。sort() 函数由两重循环构成, 且 (2) 提示是一个交换的操作, 因此是冒泡排序, 主函数中做了两次筛选操作。

- (1) 按照区间起点进行排序, 选 C。
 (2) 基础的交换代码, 选 C。
 (3) 筛掉起点靠后同时终点靠前的区间, 这样的区间不可能选用, 选 C。
 (4) 此时剩余的区间逐个选用, 选 B。
 (5) 选用最后一个区间, 更新 r , 选 B。

说明: 本题是经典的线段覆盖问题, 所以不熟悉的读者需要自己补习。

1.2 2019 入门级(CSP-J)C++ 语言试题 A 卷及解析

1.2.1 2019 CCF 入门级(CSP-J)试题

一、单项选择题(共 15 题,每题 2 分,共计 30 分;每题有且仅有一个正确选项)

- 中国的国家顶级域名是()。

A. .cn B. .ch C. .chn D. .china
- 二进制数 11 1011 1001 0111 和 01 0110 1110 1011 进行逻辑与运算的结果是()。

A. 01 0010 1000 1011 B. 01 0010 1001 0011
C. 01 0010 1000 0001 D. 01 0010 1000 0011
- 一个 32 位整型变量占用()字节。

A. 32 B. 128 C. 4 D. 8
- 若有如下程序段,其中 s、a、b、c 均已定义为整型变量,且 a、c 均已赋值($c > 0$)


```
s = a;
for (b = 1; b <= c; b++) s = s - 1
```

 则与上述程序段功能等价的赋值语句是()。

A. $s = a - c$; B. $s = a - b$; C. $s = s - c$; D. $s = b - c$;
- 有 100 个已经排好序的数据元素,采用折半查找时,最大的比较次数为()。

A. 7 B. 10 C. 6 D. 8
- 链表不具有的特点是()。

A. 插入删除不需要移动元素 B. 不必事先估计存储空间
C. 所需要的空间与线性表长度成正比 D. 可随机访问任何一个元素
- 把 8 个同样的球放在 5 个同样的袋子里,允许有空袋子,总共有多少种分法?()

A. 22 B. 24 C. 18 D. 20
- 一棵二叉树如图 1-1 所示,若采用顺序存储结构,即用一维数组元素存储该二叉树中的结点(根结点的下标为 1,若某结点的下标为 i ,则其左孩子位于下标 $2i$ 处、右孩子位于下标 $2i+1$ 处),则该数组的最大下标至少为()。

A. 6 B. 10 C. 15 D. 12
- 100 以内最大的素数是()。

A. 89 B. 97 C. 91 D. 93
- 319 与 377 的最大公约数是()。

A. 27 B. 33 C. 29 D. 31
- 小胖想减肥,教练给他制定了两套方案。方案一:每次连续跑 3km 可以消耗 300 千卡(耗时半小时);方案二:每次连续跑 5km 可以消耗 600 千卡(耗时 1 小时)。

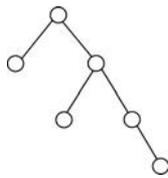


图 1-1

小胖每周周一到周四可以抽出半小时跑步,周五到周日能抽出 1 小时跑步。另外,教练建议小胖每周最多跑 21km,否则会损伤膝盖。请问小胖每周最多通过跑步消耗多少千卡? ()

A. 3000 B. 2500 C. 2400 D. 2520

12. 一副纸牌中除掉大小王有 52 张牌,4 种花色,每种花色 13 张。假设从这 52 张牌中随机选择 13 张,则至少()张牌花色一样。

A. 4 B. 2 C. 3 D. 5

13. 一些数字可以颠倒过来看,例如 0、1、8 颠倒过来还是其本身,6 颠倒过来是 9,9 颠倒过来是 6,其他数字颠倒过来则构不成数字。类似地,一些多位数也可以颠倒过来看,例如 106 颠倒过来是 901。假如某个城市的车牌是由 5 位数字组成,每一位可以取 0~9,问这个城市最多几个车牌颠倒过来恰好是其本身? ()

A. 60 B. 125 C. 75 D. 100

14. 假设一棵二叉树的后序遍历序列为 DGJHEBIFCA,中序遍历序列为 DBGEHJACIF,则其后序遍历序列为()。

A. ABCDEFGHIJ B. ABDEGHJCFI

C. ABDEGJHCFI D. ABDEGHJFIC

15. 以下哪个奖项是计算机科学科学领域的最高奖项? ()

A. 图灵奖 B. 鲁班奖 C. 诺贝尔奖 D. 普利策奖

二、阅读程序(程序输入不超过数组或字符串定义的范围;判断题正确填√,错误填×;除特殊说明外,判断题每题 1.5 分,单选题每题 3 分,共计 40 分)

1.

```

01 #include <stdio.h>
02 #include <string.h>
03 using namespace std;
04 char st[100];
05 int main(){
06     scanf("%s", st);
07     int n = strlen(st);
08     for (int i = 1; i <= n; ++i){
09         if (n % i == 0){
10             char c = st[i - 1];
11             if (c >= 'a')
12                 st[i - 1] = c - 'a' + 'A';
13         }
14     }
15     printf("%s", st);
16     return 0;
17 }
```

判断题

(1) 输入的字符串只能由小写字母或大写字母组成。()

(2) 若将第 8 行的“i=1”改为“i=0”,程序运行时会发生错误。()

(3) 若将第 8 行的“i <= n”改为“i * i <= n”,程序运行结果不变。()

(4) 若输入的字符串全部由大写字母组成,那么输出的字符串就同输入的字符串一样。()

单选题

(5) 若输入的字符串长度为 18,那么输入的字符串与输出的字符串相比至多有()个字符不同。

- A. 18 B. 6 C. 10 D. 1

(6) 若输入的字符串长度为(),那么输入的字符串与输出的字符串相比,至多有 36 个字符不同。

- A. 36 B. 100000 C. 1 D. 128

2.

```

01 #include <cstdio>
02 using namespace std;
03 int n, m;
04 int a[100], b[100];
05
06 int main(){
07     scanf("%d %d", &n, &m);
08     for (int i = 1; i <= n; ++i){
09         a[i] = b[i] = 0;
10         for (int i = 1; i <= m; ++i){
11             int x, y;
12             scanf("%d %d", &x, &y);
13             if (a[x] < y && b[y] < x){
14                 if (a[x] > 0){
15                     b[a[x]] = 0;
16                 }
17                 if (b[y] > 0){
18                     a[b[y]] = 0;
19                 }
20                 a[x] = y;
21                 b[y] = x;
22             }
23         }
24     }
25     int ans = 0;
26     for (int i = 1; i <= n; ++i){
27         if (a[i] == 0){
28             ++ans;
29         }
30         if (b[i] == 0){
31             ++ans;
32         }
33     }
34     printf("%d", ans);
35     return 0;
36 }

```

假设输入的 n 和 m 都是正整数, x 和 y 都是在 $[1, n]$ 范围内的整数,完成下面的判断题和单选题。

判断题

(1) 当 $m > 0$ 时,输出的值一定小于 $2n$ 。()

(2) 执行完第 27 行的 "++ans" 时,ans 一定是偶数。()

- (3) $a[i]$ 和 $b[i]$ 不可能同时大于 0。()
 (4) 若程序执行到第 13 行时, x 总是小于 y , 那么第 15 行不会被执行。()

单选题

- (5) 若 m 个 x 两两不同, 且 m 个 y 两两不同, 则输出的值为()。
 A. $2n-2m$ B. $2n+2$ C. $2n-2$ D. $2n$
 (6) 若 m 个 x 两两不同, 且 m 个 y 都相等, 则输出的值为()。
 A. $2n-2$ B. $2n$ C. $2m$ D. $2n-2m$

3.

```

01 #include <iostream>
02 using namespace std;
03 const int maxn = 10000;
04 int n;
05 int a[maxn];
06 int b[maxn];
07 int f(int l, int r, int depth){
08     if (l > r){
09         return 0;}
10     int min = maxn, mink;
11     for (int i = l; i <= r; ++i){
12         if (min > a[i]){
13             min = a[i];
14             mink = i;
15         }
16     }
17     int lres = f(l, mink - 1, depth + 1);
18     int rres = f(mink + 1, r, depth + 1);
19     return lres + rres + depth * b[mink];
20 }
21 int main(){
22     cin >> n;
23     for (int i = 0; i < n; ++i){
24         cin >> a[i];}
25     for (int i = 0; i < n; ++i){
26         cin >> b[i];}
27     cout << f(0, n - 1, 1) << endl;
28     return 0;
29 }

```

判断题

- (1) 如果 a 数组有重复的数字, 则程序运行时会发生错误。()
 (2) 如果 b 数组全为 0, 则输出为 0。()

单选题

- (3) 当 $n=100$ 时, 最坏情况下, 与第 12 行的比较运算执行的次数最接近的是()。
 A. 5000 B. 600 C. 6 D. 100
 (4) 当 $n=100$ 时, 最好情况下, 与第 12 行的比较运算执行的次数最接近的是()。
 A. 100 B. 6 C. 5000 D. 600

- (5) 当 $n=10$ 时,若 b 数组满足,对任意 $0 \leq i < n$,都有 $b[i]=i+1$,那么输出最大为()。
- A. 386 B. 383 C. 384 D. 385
- (6) 当 $n=100$ 时,若 b 数组满足,对任意 $0 < i < 71$,都有 $b[i]=1$,那么输出最小为()。
- A. 582 B. 580 C. 579 D. 581

三、完善程序(单选题,每小题 3 分,共计 30 分)

1. (矩阵变幻)有一个奇幻的矩阵,在不停地变幻,其变幻方式为:数字 0 变成矩阵 $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 数字 1 变成矩阵 $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$,最初该矩阵只有一个元素 0,变幻 n 次后,矩阵会变成什么样?

例如,矩阵最初为 $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$,矩阵变幻 1 次后为 $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$,矩阵变幻 2 次后为 $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ 。

输入一行一个不超过 10 的正整数 n 。输出变幻 n 次后的矩阵。试补全程序。

提示:

\ll 表示二进制左移运算符,例如, $(11)_2 \ll 2 = (1100)_2$

而“ \wedge ”表示二进制异或运算符,它将两个参与运算的数中的每个对应的二进制位一一进行比较,若两个二进制位相同,则运算结果的对应二进制位为 0,反之为 1。

```

01 #include <stdio.h>
02 using namespace std;
03 int n;
04 const int max_size = 1 << 10;
05
06 int res[max_size][max_size];
07
08 void recursive(int x, int y, int n, int t){
09     if (n == 0){
10         res[x][y] = ① ;
11         return;
12     }
13     int step = 1 << (n - 1);
14     recursive(②, n - 1, t);
15     recursive(x, y + step, n - 1, t);
16     recursive(x + step, y, n - 1, t);
17     recursive(③, n - 1, !t);
18 }
19
20 int main(){
21     scanf("%d", &n);
22     recursive(0, 0, ④);
23     int size = ⑤;
24     for (int i = 0; i < size; i++){
25         for (int j = 0; j < size; j++){
26             printf("%d", res[i][j]);
27             puts("");
28         }
29     }
30     return 0;

```

(1) ①处应填()。

- A. $n\%2$ B. 0 C. t D. 1

(2) ②处应填()。

- A. $x-step, y-step$ B. $x, y-step$
C. $x-step, y$ D. x, y

(3) ③处应填()。

- A. $x-step, y-step$ B. $x+step, y+step$
C. $x-step, y$ D. $x, y-step$

(4) ④处应填()。

- A. $n-1, n\%2$ B. $n, 0$ C. $n, n\%2$ D. $n-1, 0$

(5) ⑤处应填()。

- A. $1 \ll (n+1)$ B. $1 \ll n$ C. $n+1$ D. $1 \ll (n-1)$

2. (计数排序)计数排序是一个广泛使用的排序方法。下面的程序使用双关键字计数排序,将 n 对 10000 以内的整数从小到大排序。

例如,有 3 对整数(3,4)、(2,4)、(3,3),那么排序之后应该是(2,4)、(3,3)、(3,4)。

输入第一行为 n ,接下来 n 行,第 i 行有两个数 $a[i]$ 和 $b[i]$,分别表示第 i 对整数的第一关键字和第二关键字。

从小到大排序后输出。

数据范围: $1 < n < 10^7, 1 < a[i], b[i] < 10^4$ 。

提示:应先对第二关键字排序,再对第一关键字排序。数组 $ord[]$ 存储第二关键字排序的结果,数组 $res[]$ 存储双关键字排序的结果。

试补全程序。

```

01 #include <cstdio>
02 #include <cstring>
03 using namespace std;
04 const int maxn = 10000000;
05 const int maxs = 10000;
06
07 int n;
08 unsigned a[maxn], b[maxn], res[maxn], ord[maxn];
09 unsigned cnt[maxs + 1];
10
11 int main(){
12     scanf("%d", &n);
13     for (int i = 0; i < n; ++i){
14         scanf("%d %d", &a[i], &b[i]);}
15     memset(cnt, 0, sizeof(cnt));
16     for (int i = 0; i < maxs; ++i){
17         ① ; } //利用 cnt 数组统计数量
18     for (int i = 0; i < n; ++i){
19         cnt[i + 1] += cnt[i];}
20     for (int i = 0; i < n; ++i)
21         ② ; //记录初步排序结果
22     memset(res, 0, sizeof(res));

```


三、完善程序(单选题,每小题3分,共计30分)

第1题					第2题				
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
C	D	B	B	B	B	D	C	A	B

1.2.3 2019 CCF 入门级(CSP-J)部分试题分析

一、单项选择题分析

1. 信息网络常识,中国的顶级域名是.cn。

2. 逻辑位运算基本知识,当且仅当两位上均为1的时候结果才为1。

$0&0=0$; $1&0=0$; $0&1=0$; $1&1=1$

3. 常识,一字节是8位, $32/8=4$ 。

4. s初始化为a,for循环执行了c次-1,所以 $s=a-c$ 。

5. 即二分法,每次比较可以缩减一半的范围, $2^6 < 100 < 2^7$,所以查找7次。

6. 链表只能从有标记的头尾指针依次访问元素,无法随机访问。

7. 因为球和袋子一样,即求把8拆分成1~5个数有多少种方法。按个数枚举得1个数到5个数分别有1、4、5、5、3种,总共18种。

【详细分析】保证分法升序就能没有遗漏枚举了,实际考场中采用此方法是最稳妥的,可以避免推错。

问题:把8个同样的球放在同样的5个袋子里,允许有的袋子空着不放,问共有多少种不同的分法?提示:如果8个球都放在一个袋子里,无论是放哪个袋子,都只算同一种分法。

解析:把问题合成,先思索5个袋子都不空的状况,再思索4个袋子不空的状况,以此类推,最后思索只运用一个袋子的状况(这种分法只要1种),把一切子状况的分法数相加求出总分法。

进一步剖析,运用k个袋子装n个球(袋子不空),一共有几种分法的问题能够转换为k个数相加等于n的种数问题。

运用5个袋子分8个球则有3种: $1+1+1+1+4=8$ $1+1+1+2+3=8$ $1+1+2+2+2=8$ 运用4个袋子分8个球则有5种: $1+1+1+5=8$ $1+1+2+4=8$ $1+1+3+3=8$ $1+2+2+3=8$ $2+2+2+2=8$	运用3个袋子分8个球则有5种: $1+1+6=8$ $1+2+5=8$ $1+3+4=8$ $2+2+4=8$ $2+3+3=8$ 运用2个袋子分8个球则有4种: $1+7=8$ $2+6=8$ $3+5=8$ $4+4=8$ 运用1个袋子分8个球则有1种: $8=8$
--	---

因而,该问题的答案即为一切子状况下的和, $3+5+5+4+1=18$ 。