第5章

MIMO 功率控制

5.1 功率控制准则

有效且易计算的功率控制是大规模 MIMO 独特的新特征之一。功率控制处理有平衡近远的效果，给整个小区提供一致的良好服务。在本章中，介绍功率控制方案，以满足单小区和多小区系统及上行链路和下行链路的给定性能目标，其中最大最小(平均)SINR 公平性是一个重要原则。

第 4 章对有效 SINR 表达式的检验揭示了上行链路/下行链路和归零/最大比合并的 4 种组合情况下对功率控制系数定性相同的依赖关系。在单小区的情况下，从表 4-4 中可以观察到，终端 k 的有效 SINR 表达式可以写为

$$\mathrm{SINR}_k=\frac{a_k\eta_k}{1+\sum_{k'=1}^{K}b_k^{k'}\eta_{k'}} \tag{5-1}$$

其中，a_k 和 $b_k^{k'}$ 是严格的正常数，由表 5-1 给出。表 5-1 中的 M、K、ρ_{ul}、ρ_{dl}、β_k、γ_k 和 η_k 具有第 4 章定义的含义。

表 5-1 单小区系统系数 a_k 和 $b_k^{k'}$

传输方向	处理方法	
	迫零	最大比合并
上行	$a_k=(M-K)\rho_{\mathrm{ul}}\gamma_k$ $b_k^{k'}=\rho_{\mathrm{ul}}(\beta_{k'}-\gamma_{k'})$	$a_k=M\rho_{\mathrm{ul}}\gamma_k$ $b_k^{k'}=\rho_{\mathrm{ul}}\beta_{k'}$
下行	$a_k=(M-K)\rho_{\mathrm{dl}}\gamma_k$ $b_k^{k'}=\rho_{\mathrm{dl}}(\beta_k-\gamma_k)$	$a_k=M\rho_{\mathrm{dl}}\gamma_k$ $b_k^{k'}=\rho_{\mathrm{dl}}\beta_k$

同样，对于多小区的情况，从表 4-4 中可以将第 l 个小区中第 k 个终端的有效 SINR 表达式写成

$$\mathrm{SINR}_{lk}=\frac{a_{lk}\eta_{lk}}{1+\sum_{l'\in P_l}\sum_{k'=1}^{K}b_{lk}^{l'k'}\eta_{l'k'}+\sum_{l'\notin P_l}\sum_{k'=1}^{K}c_{lk}^{l'k'}\eta_{l'k'}+\sum_{l'\in P_l\setminus\{l\}}d_{lk}^{l'}\eta_{l'k}} \tag{5-2}$$

其中，非负系数 a_{lk}、$b_{lk}^{l'k'}$、$c_{lk}^{l'k'}$ 和 $d_{lk}^{l'}$ 在表 5-2 中给出。

表 5-2　多小区系统系数 a_{lk}、$b_{lk}^{l'k'}$、$c_{lk}^{l'k'}$、$d_{lk}^{l'}$

传输方向	处理方法	
	迫零	最大比合并
上行	$a_{lk}=(M-K)\rho_{ul}\gamma_{lk}^{l}$ $b_{lk}^{l'k'}=\rho_{ul}(\beta_{l'k'}^{l}-\gamma_{l'k'}^{l})$ $c_{lk}^{l'k'}=\rho_{ul}\beta_{l'k'}^{l}$ $d_{lk}^{l'}=(M-K)\rho_{ul}\gamma_{l'k}^{l}$	$a_{lk}=M\rho_{ul}\gamma_{lk}^{l}$ $b_{lk}^{l'k'}=\rho_{ul}\beta_{l'k'}^{l}$ $c_{lk}^{l'k'}=\rho_{ul}\beta_{l'k'}^{l}$ $d_{lk}^{l'}=M\rho_{ul}\gamma_{l'k'}^{l}$
下行	$a_{lk}=(M-K)\rho_{dl}\gamma_{lk}^{l}$ $b_{lk}^{l'k'}=\rho_{dl}(\beta_{lk}^{l'}-\gamma_{lk}^{l'})$ $c_{lk}^{l'k'}=\rho_{dl}\beta_{lk}^{l'}$ $d_{lk}^{l'}=(M-K)\rho_{dl}\gamma_{lk}^{l'}$	$a_{lk}=M\rho_{dl}\gamma_{lk}^{l}$ $b_{lk}^{l'k'}=\rho_{dl}\beta_{lk}^{l'}$ $c_{lk}^{l'k'}=\rho_{dl}\beta_{lk}^{l'}$ $d_{lk}^{l'}=M\rho_{dl}\gamma_{lk}^{l'}$

在表 5-2 中，通过第 4 章定义的 $\beta_{l'k'}^{l}$、$\gamma_{l'k'}^{l}$ 和 η_{lk}，考虑单小区场景是多小区场景的特例，通过设置 $c_{lk}^{l'k'}$ 和 $d_{lk}^{l'}$ 等于 0 并省略小区号 l 获得。

表 5-3 总结了单小区和多小区情况下功率控制系数的约束条件。用 L 表示小区总数。

表 5-3　功率控制系数的约束条件

传输方向	单小区	多小区
上行	$0\leqslant\eta_k\leqslant 1$ $k=1,2,\cdots,K$	$0\leqslant\eta_{lk}\leqslant 1$ $k=1,2,\cdots,K,l=1,2,\cdots,L$
下行	$\sum_{k=1}^{K}\eta_k\leqslant 1$ 且 $\eta_k\geqslant 0,K=1,2,\cdots,K$	$\sum_{k=1}^{K}\eta_k\leqslant 1$ 且 $\eta_k\geqslant 0,K=1,2,\cdots,K,$ $l=1,2,\cdots,L$

5.2　给定 SINR 目标的功率控制

接下来，设计一个保证服务质量的功率控制策略可以作为线性可行性问题解决的方案。式(5-1)和式(5-2)的分子和分母在功率控制系数中是线性的。

5.2.1　单小区系统

对于单小区系统，考虑约束形式

$$\mathrm{SINR}_k\geqslant\overline{\mathrm{SINR}}_k,\quad k=1,2,\cdots,K \tag{5-3}$$

其中，$\overline{\mathrm{SINR}}_k$ 是第 k 个终端的给定目标 SINR。通过使用第 4 章介绍的净频谱效率公式，可以直接将 SINR 目标转换为频谱效率目标。实际上，这样的目标可以反映特定终端的服务质量要求。式(5-3)中的一组约束相当于以下一组不等式：

$$a_k\eta_k\geqslant\overline{\mathrm{SINR}}_k\left(1+\sum_{k'=1}^{K}b_k^{k'}\eta_{k'}\right),\quad k=1,2,\cdots,K \tag{5-4}$$

它与 η_{lk} 为线性关系，意味着设计一个功率控制策略(第 k 个终端的 SINR 至少达到$\overline{\mathrm{SINR}}_k$)可以写成以下问题：

求出 η_k 使得

$$\mathrm{SINR}_k \geqslant \overline{\mathrm{SINR}}_l, \quad k=1,2,\cdots,K \tag{5-5}$$

并满足表 5-3 中的限制条件。

式(5-5)是一个线性规划可行性问题，使用标准软件工具箱很容易解决。对于某些允许的 η_k，当且仅当式(5-5)有解决方案时，才能满足式(5-3)中的所有 SINR 约束集。

5.2.2 多小区系统

对于多小区系统，再次将一个目标 SINR 作为一组约束：

$$\mathrm{SINR}_{lk} \geqslant \overline{\mathrm{SINR}}_{lk}, \quad k=1,2,\cdots,K, l=1,2,\cdots,L \tag{5-6}$$

其中，$\overline{\mathrm{SINR}}_{lk}$是第 l 个小区中的第 k 个终端的 SINR。式(5-6)中的每个不等式相当于以下不等式：

$$a_{lk}\eta_{lk} \geqslant \overline{\mathrm{SINR}}_{lk}\left(1+\sum_{l'\in P_l}\sum_{k'=1}^{K} b_{lk}^{l'k'}\eta_{l'k'} \sum_{l'\notin P_l}\sum_{k'=1}^{K} c_{lk}^{l'k'}\eta_{l'k'} + \sum_{l'\in P_l\setminus\{l\}} d_{lk}^{l'}\eta_{l'k}\right) \tag{5-7}$$

它与 η_{lk} 为线性关系，意味着设计一个功率控制策略(第 l 个小区中的第 k 个终端的 SINR 至少达到$\overline{\mathrm{SINR}}_{lk}$)可以写成以下问题：

求出 η_{lk} 使得

$$\mathrm{SINR}_{lk} \geqslant \overline{\mathrm{SINR}}_{lk}, \quad k=1,2,\cdots,K, l=1,2,\cdots,L \tag{5-8}$$

并满足表 5-3 中的限制条件。

和单小区的情况一样，式(5-8)中的功率控制设计问题是一个线性规划可行性问题。

5.3 最大最小公平功率控制

功率控制的一个重要设计理念是公平，它的目的是使所有终端中最差的 SINR 最大化。最优化问题的最大最小解为所有终端提供了相等的 SINR 可以用反例证明。如果有一个终端，其 SINR 大于最大最小 SINR，那么可以通过降低其他终端的分母的方法降低该终端的功率控制系数，从而增加其 SINR。结果是：所有终端的 SINR 趋于相等。因此，最大最小公平功率控制就是设置所有目标 SINR 等于一个公共值$\overline{\mathrm{SINR}}$，然后找到$\overline{\mathrm{SINR}}$的最大可能值，以确保满足表 5-3 中的所有约束条件。

对于单小区系统，最大最小公平性意味着小区中所有终端的 SINR 目标是相等的；在多小区系统中，最大最小公平性可以是网络范围内的最大最小公平性，也可以是每个小区内的最大最小公平性。接下来，将更详细地讨论这些不同的可能性。

5.3.1 单小区系统中的最大最小公平功率控制

首先，考虑单小区系统。设置小区中所有终端目标的 SINR 等于一个公共值$\overline{\mathrm{SINR}}$，即要求

$$\mathrm{SINR}_k \geqslant \overline{\mathrm{SINR}}, \quad k=1,2,\cdots,K \tag{5-9}$$

很明显，最大最小思想会导致以下优化问题：

求出 η_k 使得

$$\mathrm{SINR}_k \geqslant \overline{\mathrm{SINR}}, \quad k=1,2,\cdots,K \tag{5-10}$$

并满足表 5-3 中的限制条件。

所有涉及式(5-10)的不等式都是线性的，因此式(5-10)是一个准线性规划问题。这种问题一般可以通过对$\overline{\mathrm{SINR}}$和$\overline{\mathrm{SINR}}$的每个候选值进行二分搜索，从而解决线性可行性问题。然而，对于特定的问题，存在简单的封闭形式解决方案。表 5-4 总结了这些解。

表 5-4　单小区系统中最大最小公平功率控制系数及由此产生的共同 SINR 值$\overline{\mathrm{SINR}}$

传输方向	处理方法	
	迫　零	最大比合并
上行	$\eta_k=\dfrac{\min\limits_{k'}\{\gamma_{k'}\}}{\gamma_k}$ $\overline{\mathrm{SINR}}=\dfrac{(M-K)\rho_{\mathrm{ul}}}{\dfrac{1}{\min\limits_{k}\{\gamma_k\}}+\rho_{\mathrm{ul}}\sum\limits_{k=1}^{K}\dfrac{\beta_k-\gamma_k}{\gamma_k}}$	$\eta_k=\dfrac{\min\limits_{k'}\{\gamma_{k'}\}}{\gamma_k}$ $\overline{\mathrm{SINR}}=\dfrac{M\rho_{\mathrm{ul}}}{\dfrac{1}{\min\limits_{k}\{\gamma_k\}}+\rho_{\mathrm{ul}}\sum\limits_{k=1}^{K}\dfrac{\beta_k}{\gamma_k}}$
下行	$\eta_k=\dfrac{1+\rho_{\mathrm{dl}}(\beta_k-\gamma_k)}{\rho_{\mathrm{dl}}\gamma_k\left(\dfrac{1}{\rho_{\mathrm{dl}}}\sum\limits_{k'=1}^{K}\dfrac{1}{\gamma_{k'}}+\sum\limits_{k'=1}^{K}\dfrac{\beta_{k'}-\gamma_k}{\gamma_{k'}}\right)}$ $\overline{\mathrm{SINR}}=\dfrac{(M-K)\rho_{\mathrm{dl}}}{\sum\limits_{k=1}^{K}\dfrac{1}{\gamma_k}+\rho_{\mathrm{dl}}\sum\limits_{k=1}^{K}\dfrac{\beta_k-\gamma_k}{\gamma_k}}$	$\eta_k=\dfrac{1+\rho_{\mathrm{dl}}\beta_k}{\rho_{\mathrm{dl}}\gamma_k\left(\dfrac{1}{\rho_{\mathrm{dl}}}\sum\limits_{k'=1}^{K}\dfrac{1}{\gamma_{k'}}+\sum\limits_{k'=1}^{K}\dfrac{\beta_{k'}}{\gamma_{k'}}\right)}$ $\overline{\mathrm{SINR}}=\dfrac{M\rho_{\mathrm{dl}}}{\sum\limits_{k=1}^{K}\dfrac{1}{\gamma_k}+\rho_{\mathrm{dl}}\sum\limits_{k=1}^{K}\dfrac{\beta_k}{\gamma_k}}$

1. 上行链路

首先考虑上行链路。从式(5-1)可以清楚地看出，对于迫零和最大比合并，至少有一个η_{lk}必须是单位值。解释如下：假设情况并非如此，因此对于$k=1,2,\cdots,K$，$\eta_k<1$，那么所有η_{lk}都可以被一个公共常数缩放，使得其中至少一个等于单位值。这种缩放将增加所有SINR_k值，这与原η_{lk}解的假定最优性相矛盾。因此，在最佳情况下，必须求解以下问题：

$$\text{对于某些}\overline{\mathrm{SINR}}, \quad \mathrm{SINR}_k=\overline{\mathrm{SINR}}, \quad k=1,2,\cdots,K \tag{5-11}$$

至少有一个k的$\eta_k=1$。其中，$\overline{\mathrm{SINR}}$是最优的公共 SINR。

从式(5-1)和式(5-11)得到

$$a_k\eta_k=\overline{\mathrm{SINR}}\left(1+\sum_{k'=1}^{K}b_k^{k'}\eta_{k'}\right), \quad k=1,2,\cdots,K \tag{5-12}$$

对于上行链路的情况，$b_k^{k'}$不取决于k，因此式(5-12)的右侧相对于k是一个常数，因为η_k对所有的k都满足$0\leqslant\eta_k\leqslant1$，即

$$\eta_k=\frac{\min\limits_{k'}\{a_{k'}\}}{a_k} \tag{5-13}$$

而对于某些k，$\eta_k=1$。

由此产生的$\overline{\mathrm{SINR}}$是通过将式(5-13)代入式(5-1)中得到的：

$$\overline{\mathrm{SINR}}=\frac{1}{\dfrac{1}{\min\limits_{k'}\{a_{k'}\}}+\sum\limits_{k'=1}^{K}\dfrac{b_k^{k'}}{a_{k'}}} \tag{5-14}$$

它与 k 无关，将表 5-1 中 a_k 和 $b_k^{k'}$ 的表达式替换为式(5-13)和式(5-14)，得到表 5-4 中的表达式。

2. 下行链路

对于下行链路，从式(5-1)推断，最大最小解要求功率约束满足 $\sum_{k=1}^{K}\eta_k=1$。为了解释其原因，假设 $\sum_{k=1}^{K}\eta_k<1$，由于 $b_k^{k'}>0$，通过用一个公共缩放因子对所有的 η_k 进行缩放，使得 $\sum_{k=1}^{K}\eta_k$ 增加，所有 k 的 SINR_k 增加，这与解的最大最优性相矛盾。因此，在最优的情况下，必须做到：

对于某些$\overline{\mathrm{SINR}}_k$，

$$\overline{\mathrm{SINR}}_k=\overline{\mathrm{SINR}},\quad k=1,2,\cdots,K \tag{5-15}$$

$$\sum_{k=1}^{K}\eta_{lk}<1 \tag{5-16}$$

其中$\overline{\mathrm{SINR}}$是最大最优的公共 SINR。式(5-15)和式(5-1)组合得到

$$\alpha_k\eta_k=\overline{\mathrm{SINR}}\left(1+\sum_{k'=1}^{K}b_k^{k'}\eta_{k'}\right),\quad k=1,2,\cdots,K \tag{5-17}$$

在下行链路的情况下，$b_k^{k'}$ 不依赖于 k'，所以使 $b_k=b_k^{k'}$。因此，通过在式(5-17)中使用式(5-16)，得到

$$\eta_k=\frac{\overline{\mathrm{SINR}}(1+b_k)}{a_k} \tag{5-18}$$

再次使用式(5-16)，得出以下结论：

$$\overline{\mathrm{SINR}}\sum_{k'=1}^{K}\frac{1+b_k}{a_k}=\sum_{k=1}^{K}\eta_k=1 \tag{5-19}$$

因此

$$\overline{\mathrm{SINR}}=\frac{1}{\sum_{k=1}^{K}\frac{1+b_k}{a_k}} \tag{5-20}$$

$$\eta_k=\frac{1+b_k}{a_k\sum_{k''=1}^{K}\frac{1+b_{k''}}{a_{k''}}} \tag{5-21}$$

将表 5-1 中 α_k 和 b_k 的表达式替换为式(5-20)和式(5-21)，得到表 5-4 中的表达式。

3. 增加额外终端的效果

最大最小功率控制的一个效果是在具有强信道的终端上消耗的功率较少。从表 5-4 可以清楚地看出，η_k 随着 $\gamma_k(\beta_k)$的增大而减小。进一步研究增加一个比现有的终端更强的信道终端到一个已经向 K 个终端提供最大最小服务的小区，对表 5-4 中最大最小 SINR 分母的计算表明，当所有 $K+1$ 个 $\gamma_k(\beta_k)$值相等时，添加一个更强的终端是最具破坏性的，在这种情况下，分母增加了$(K+1)/K$。对于最大比合并处理情况，分子不受新终端的影响；对于迫零处理，分子减少了$(M-K-1)/(M-K)$。结论是，当 K 很大时，大部分功率消耗在受到严重大尺度衰落的终端上。

4. 迫零与最大比合并的比较

究竟何时迫零比最大比合并更可取？表 5-4 的结果提供了一个非常简单和明确的答案：对于上行链路和下行链路，当且仅当$\overline{\text{SINR}}^{\text{mr}}>1$时$\overline{\text{SINR}}^{\text{zf}}>\overline{\text{SINR}}^{\text{mr}}$。

为了证明上行链路的结果，假设$\overline{\text{SINR}}^{\text{zf,ul}}>\overline{\text{SINR}}^{\text{mr,ul}}$，将表 5-4 中的这两个表达式替换为$\overline{\text{SINR}}^{\text{zf,ul}}$和$\overline{\text{SINR}}^{\text{mr,ul}}$，得到不等式，简化后的等价不等式是

$$\frac{1}{\min\limits_{k}\{\gamma_k\}}+\rho_{\text{ul}}\sum_{k=1}^{K}\frac{\beta_k}{\gamma_k}<M_{\rho_{\text{ul}}} \tag{5-22}$$

当$\overline{\text{SINR}}^{\text{mr,ul}}>1$时，类似的计算可以证明下行链路的结果也成立。

5.3.2　具有网络范围最大最小公平性的多小区系统

对于网络范围最大最小公平功率控制的多小区系统，将所有目标 SINR 设置为

$$\overline{\text{SINR}}_{lk}=\overline{\text{SINR}},\quad k=1,2,\cdots,K,l=1,2,\cdots,L \tag{5-23}$$

这引起了以下优化问题：

求出使得 $\overline{\text{SINR}}_{lk}\geqslant\overline{\text{SINR}},k=1,2,\cdots K,l=1,2,\cdots,L$ 并满足表 5-3 中的限制条件。

(5-24)

式(5-24)中涉及的所有不等式都是线性的，因此式(5-24)是一个准线性规划问题。然而，由于式(5-24)产生功率控制系数，使得所有小区中的所有终端都获得相同的 SINR，因此给定小区中的功率控制系数，例如第 l 个小区中的功率控制系数，将取决于离得较远的其他小区 l'中的条件，$l'\neq l$。

具体来说，假设网络中的某些小区具有较低的吞吐量，其原因是终端过度拥挤，或者预定用于服务的特定终端经历了严重的阴影衰落。然后，低吞吐量不必要地强加于所有其他小区中服务的所有终端。特别是在式(5-24)中实现$\overline{\text{SINR}}$的值可以随着 $l\to\infty$ 接近 0。为此，首先考虑在单小区情况下用最大最小功率控制实现的相等的 SINR：

$$\overline{\text{SINR}}^{\text{ul}}\leqslant M\rho_{\text{ul}}\min_{k}\{\gamma_k\}\leqslant M\rho_{\text{ul}}\min_{k}\{\beta_k\} \tag{5-25}$$

$$\overline{\text{SINR}}^{\text{dl}}\leqslant M\rho_{\text{dl}}\min_{k}\{\gamma_k\}\leqslant M\rho_{\text{dl}}\min_{k}\{\beta_k\} \tag{5-26}$$

无论是迫零还是最大比合并，在式(5-24)中实现的$\overline{\text{SINR}}$上限都将由表 5-4 中相应的单小区$\overline{\text{SINR}}$给出，用于网络中处境最不利的小区，即每端吞吐量最小的小区。因此，在式(5-24)中实现的最优$\overline{\text{SINR}}$不能超过上行链路中的 $M\rho_{\text{ul}}\min_{l,k}\{\beta_{lk}^{l}\}$，也不能超过下行链路中的 $M\rho_{\text{dl}}\min_{l,k}\{\beta_{lk}^{l}\}$。在对数正态阴影衰落中，当 $L\to\infty$时 $\min_{l,k}\{\beta_{lk}^{l}\}\to 0$。

这使得网络范围内的最大最小公平功率控制不随小区数 L 变化。

5.3.3　可忽略相干干扰和全功率的每小区功率控制

解决网络范围最大最小公平功率控制可伸缩性问题的一种补救方法是只在每个小区内对 SINR 进行均衡。接下来，给出相干干扰可以忽略不计且所有小区都使用最大允许功率时的特殊情况。具体而言，本节提出以下两个假设：

(1) 相干干扰(式(5-2)分母中的第四项)可以忽略不计，即对于所有的 l,l',k：

$$d_{lk}^{l'}=0 \tag{5-27}$$

排除干扰项并不意味着忽略了导频失真。回想一下，对于 M 的中值，导频失真的主要

影响是通过减少$\{\gamma_{lk}^{l'}\}$使相干增益减少。

在假设满足式(5-27)的条件下,式(5-2)简化如下:

$$\mathrm{SINR}_{lk}=\frac{a_{lk}\eta_{lk}}{1+\sum_{l'\in P_l}\sum_{k'=1}^{K}b_{lk}^{l'k'}\eta_{l'k'}+\sum_{l'\notin P_l}\sum_{k'=1}^{K}c_{lk}^{l'k'}\eta_{l'k'}} \tag{5-28}$$

(2) 每个小区使用全部可用功率。也就是说,在上行链路中,每个小区中至少有一个终端以最大功率传输,即

$$\text{对于 } l=1,2,\cdots,L \text{ 和某些 } k,\quad \eta_{lk}=1 \tag{5-29}$$

在下行链路中,所有基站都消耗最大可用功率:

$$\sum_{k'=1}^{K}\eta_{lk}=1,\quad l=1,2,\cdots,L \tag{5-30}$$

在所述假设下,最大最小功率控制可以在每个小区内独立执行。这样,每个小区中的所有终端都实现了一个共同的小区 SINR 值$\overline{\mathrm{SINR}}_l$。

在这里描述的功率控制策略中,网络中的每个小区都同样重要,没有一个小区能决定其他小区应该做什么。相比之下,采用网络范围的等吞吐量策略,吞吐量由处境最不利的小区决定。

1. 上行链路

在上行链路中,式(5-28)中的$b_{lk}^{l'k'}$、$c_{lk}^{l'k'}$不取决于k。如果采用$b_l^{l'k'}=b_{lk}^{l'k'}$,$c_l^{l'k'}=c_{lk}^{l'k'}$,那么式(5-28)变成

$$\mathrm{SINR}_{lk}=\frac{a_{lk}\eta_{lk}}{1+\sum_{l'\in P_l}\sum_{k'=1}^{K}b_{l}^{l'k'}\eta_{l'k'}+\sum_{l'\notin P_l}\sum_{k'=1}^{K}c_{l}^{l'k'}\eta_{l'k'}} \tag{5-31}$$

在式(5-31)中,分母与k无关,SINR_{lk}的形式与单小区情况相同。由于每个小区都使用式(5-29)意义上的全功率,因此可以应用单小区情况的技术(见 5.3.1 节)。以下功率控制系数的选择在第l个小区中产生最大最小公平性:

$$\eta_{lk}=\frac{\min\limits_{k'}\{a_{lk'}\}}{a_{lk}},\quad k=1,2,\cdots,K,l=1,2,\cdots,L \tag{5-32}$$

所有终端在第l个小区中实现的 SINR 是

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{SINR}}_l&=\frac{\min\limits_{k'}\{a_{lk'}\}}{1+\sum_{l'\in P_l}\sum_{k'=1}^{K}b_{l}^{l'k'}\eta_{l'k'}+\sum_{l'\notin P_l}\sum_{k'=1}^{K}c_{l}^{l'k'}\eta_{l'k'}}\\&=\frac{1}{\frac{1}{\min\limits_{k'}\{a_{lk'}\}}+\sum_{l'\in P_l}\frac{\min\limits_{k'}\{a_{l'k'}\}}{\min\limits_{k'}\{a_{lk'}\}}\sum_{k'=1}^{K}\frac{b_l^{l'k'}}{a_{l'k'}}+\sum_{l'\notin P_l}\frac{\min\limits_{k'}\{a_{l'k'}\}}{\min\limits_{k'}\{a_{lk'}\}}\sum_{k'=1}^{K}\frac{c_l^{l'k'}}{a_{l'k'}}}\end{aligned} \tag{5-33}$$

式(5-33)与k无关。将表 5-2 中的表达式代入式(5-32)和式(5-33),得出表 5-5 中的结果。当相干干扰可以忽略不计,并且在每个小区中使用全功率时,最大比合并的方程可以通过将$l'\in P_l$和$l'\notin P_l$上的和合并来简化,但这里没有这样做,以保持与迫零情况的对称性。表 5-5 列出了上行链路功率控制系数以及每个小区最大最小 SINR(即$\overline{\mathrm{SINR}}_l$)。自然地,

表 5-4 中的单小区结果是表 5-5 中的多小区结果的特例。

表 5-5　上行链路功率控制系数及每个小区最大最小 SINR

处理方法	η_{lk} 和 $\overline{\mathrm{SINR}}_l$
迫零	$\eta_{lk}=\dfrac{\min\limits_{k'}\{\gamma_{lk'}^{l}\}}{\gamma_{lk}^{l}}$ $\overline{\mathrm{SINR}}_l=\dfrac{(M-K)\rho_{\mathrm{ul}}}{\dfrac{1}{\min\limits_{k}\{\gamma_{lk}^{l}\}}+\rho_{\mathrm{ul}}\displaystyle\sum_{l'\in P_l}\dfrac{\min\limits_{k}\{\gamma_{l'k'}^{l'}\}}{\min\limits_{k}\{\gamma_{lk}^{l}\}}\sum_{k=1}^{K}\dfrac{\beta_{l'k}^{l}-\gamma_{l'k}^{l}}{\gamma_{l'k}^{l'}}+\rho_{\mathrm{ul}}\sum_{l'\notin P_l}\dfrac{\min\limits_{k}\{\gamma_{l'k}^{l'}\}}{\min\limits_{k}\{\gamma_{lk}^{l}\}}\sum_{k=1}^{K}\dfrac{\beta_{l'k}^{l}}{\gamma_{l'k}^{l'}}}$
最大比合并	$\eta_{lk}=\dfrac{\min\limits_{k'}\{\gamma_{lk'}^{l}\}}{\gamma_{lk}^{l}}$ $\overline{\mathrm{SINR}}_l=\dfrac{M\rho_{\mathrm{ul}}}{\dfrac{1}{\min\limits_{k}\{\gamma_{lk}^{l}\}}+\rho_{\mathrm{ul}}\displaystyle\sum_{l'\in P_l}\dfrac{\min\limits_{k'}\{\gamma_{l'k}^{l'}\}}{\min\limits_{k}\{\gamma_{lk}^{l}\}}\sum_{k=1}^{K}\dfrac{\beta_{l'k}^{l}}{\gamma_{l'k}^{l'}}+\rho_{\mathrm{ul}}\sum_{l'\notin P_l}\dfrac{\min\limits_{k}\{\gamma_{l'k}^{l'}\}}{\min\limits_{k}\{\gamma_{lk}^{l}\}}\sum_{k=1}^{K}\dfrac{\beta_{l'k}^{l}}{\gamma_{l'k}^{l'}}}$

2. 下行链路

在下行链路中，$b_{lk}^{l'k'}$、$c_{lk}^{l'k'}$ 不取决于 k'，因此可以简写为 $b_l^{l'k'}=b_{lk}^{l'k'}$，$c_l^{l'k'}=c_{lk}^{l'k'}$。使用这个新的表示法，在满足式(5-30)的条件下，式(5-28)变成

$$
\begin{aligned}
\mathrm{SINR}_{lk}&=\frac{a_{lk}\eta_{lk}}{1+\displaystyle\sum_{l'\in P_l}\sum_{k'=1}^{K}b_{lk}^{l'}\eta_{l'k'}+\sum_{l'\notin P_l}\sum_{k'=1}^{K}c_{lk}^{l'}\eta_{l'k'}}\\
&=\frac{a_{lk}\eta_{lk}}{1+\displaystyle\sum_{l'\in P_l}b_{lk}^{l'}\sum_{k'=1}^{K}\eta_{l'k'}+\sum_{l'\notin P_l}c_{lk}^{l'}\sum_{k'=1}^{K}\eta_{l'k'}}\\
&=\frac{a_{lk}\eta_{lk}}{1+\displaystyle\sum_{l'\in P_l}b_{lk}^{l'}+\sum_{l'\notin P_l}c_{lk}^{l'}}
\end{aligned}
\tag{5-34}
$$

这与单小区的情况相同，分母不依赖于 k'。使用与 5.3.1 节类似的参数，以下功率控制系数在每个小区中产生最大最小最优性：

$$
\eta_{lk}=\frac{1+\displaystyle\sum_{l'\in P_l}b_{lk}^{l'}+\sum_{l'\notin P_l}c_{lk}^{l'}}{a_{lk}\displaystyle\sum_{k''=1}^{K}\frac{1+\displaystyle\sum_{l'\in P_l}b_{lk''}^{l'}+\sum_{l'\notin P_l}c_{lk''}^{l'}}{a_{lk''}}}
\tag{5-35}
$$

由此产生的 SINR 名义上是由第 l 个小区中的所有终端实现的：

$$
\overline{\mathrm{SINR}}_l=\frac{1}{\displaystyle\sum_{k''=1}^{K}\frac{1+\displaystyle\sum_{l'\in P_l}b_{lk''}^{l'}+\sum_{l'\notin P_l}c_{lk''}^{l'}}{a_{lk''}}}
\tag{5-36}
$$

将表 5-2 中的表达式代入式(5-35)和式(5-36)，与 k 有关，结果见表 5-6。当相干干扰可以忽略不计，并且在每个小区中使用“全功率”时，最大比合并处理方程可以通过合并项来简化。

表 5-6　下行链路功率控制系数及每个小区最大最小 SINR

处 理 方 法	η_{lk} 和 $\overline{\mathrm{SINR}}_l$
迫零	$\eta_{lk}=\dfrac{1+\sum\limits_{l'\in P_l}\rho_{\mathrm{dl}}(\beta_{lk}^{l'}-\gamma_{lk}^{l'})+\sum\limits_{l'\notin P_l}\rho_{\mathrm{dl}}\beta_{lk}^{l'}}{\gamma_{lk}^{l}\left(\sum\limits_{k'=1}^{K}\dfrac{1}{\gamma_{lk'}^{l}}+\rho_{\mathrm{dl}}\sum\limits_{l'\in P_l}\sum\limits_{k'=1}^{K}\dfrac{\beta_{lk'}^{l'}-\gamma_{lk'}^{l'}}{\gamma_{lk'}^{l}}+\rho_{\mathrm{dl}}\sum\limits_{l'\notin P_l}\sum\limits_{k'=1}^{K}\dfrac{\beta_{lk'}^{l'}}{\gamma_{lk'}^{l}}\right)}$ $\overline{\mathrm{SINR}}_l=\dfrac{(M-K)\rho_{\mathrm{dl}}}{\sum\limits_{k=1}^{K}\dfrac{1}{\gamma_{lk}^{l}}+\rho_{\mathrm{dl}}\sum\limits_{l'\in P_l}\sum\limits_{k=1}^{K}\dfrac{\beta_{lk}^{l'}-\gamma_{lk}^{l'}}{\gamma_{lk}^{l}}+\rho_{\mathrm{dl}}\sum\limits_{l'\notin P_l}\sum\limits_{k=1}^{K}\dfrac{\beta_{lk}^{l'}}{\gamma_{lk}^{l}}}$
最大比合并	$\eta_{lk}=\dfrac{1+\sum\limits_{l'\in P_l}\rho_{\mathrm{dl}}\beta_{lk}^{l'}+\sum\limits_{l'\notin P_l}\rho_{\mathrm{dl}}\beta_{lk}^{l'}}{\gamma_{lk}^{l}\left(\sum\limits_{k'=1}^{K}\dfrac{1}{\gamma_{lk'}^{l}}+\rho_{\mathrm{dl}}\sum\limits_{l'\in P_l}\sum\limits_{k'=1}^{K}\dfrac{\beta_{lk'}^{l'}}{\gamma_{lk'}^{l}}+\rho_{\mathrm{dl}}\sum\limits_{l'\notin P_l}\sum\limits_{k'=1}^{K}\dfrac{\beta_{lk'}^{l'}}{\gamma_{lk'}^{l}}\right)}$ $\overline{\mathrm{SINR}}_l=\dfrac{M\rho_{\mathrm{dl}}}{\sum\limits_{k=1}^{K}\dfrac{1}{\gamma_{lk}^{l}}+\rho_{\mathrm{dl}}\sum\limits_{l'\in P_l}\sum\limits_{k=1}^{K}\dfrac{\beta_{lk}^{l'}}{\gamma_{lk}^{l}}+\rho_{\mathrm{dl}}\sum\limits_{l'\notin P_l}\sum\limits_{k=1}^{K}\dfrac{\beta_{lk}^{l'}}{\gamma_{lk}^{l}}}$

虽然式(5-29)和式(5-30)给出的功率控制条件通常被认为是合理的蜂窝实际情况,但它们在某些情况下可能会违反相干干扰可以忽略的假设。

5.3.4　一致优良的服务

最大最小公平功率控制确保了所有终端都能享受到统一的优良服务。然而,在实践中,由于路径损耗和阴影衰落,一些终端可能有很小的 $\beta_{l'k}^{l'}$。随着如上所述最大最小功率的控制,将分配大量的资源给这些终端以确保得到良好的服务,但这可能对所有其他终端的吞吐量造成重大影响。因此,在计算功率控制系数之前,通常谨慎地将一小部分终端从服务中删除。或者,与其完全放弃处于不利地位的终端,还不如给它们一些最小的 SINR,这将表现为对功率控制系数的附加线性约束。同样,当用户要求或愿意支付额外服务时,可以分配给相应的终端比典型的终端更高的 SINR。

在大规模 MIMO 中,功率控制系数 η_k(对于单小区系统)和 η_{lk}(对于多小区系统)分别依赖于大尺度衰落系数 β_k 和 $\beta_{l'k}^{l}$。

对于单小区系统,表 5-4 给出了功率控制系数 η_k 的表达式,该式在最大最小公平意义上在小区中产生均匀良好的吞吐量。所有终端的 SINR_k 等于一个公共值 $\overline{\mathrm{SINR}}$,在给定的功率约束下,它取尽可能大的值。

对于多小区系统,可以通过求解 5.3.2 节中描述的准线性优化问题以获得最大最小公平性 SINR 优化问题的全网络解决方案,该问题使所有小区中所有终端的 SINR 均相等。

如果可以忽略相干干扰,并且每个小区在式(5-29)和式(5-30)的精确意义上使用全功率,则可以执行功率控制,使最大最小公平性能在每个小区内保持。也就是说,第 l 个小区中的所有终端都实现了一个共同的 SINR,即 $\overline{\mathrm{SINR}}_l$。表 5-5 和表 5-6 给出了实现这一点的功率控制系数 η_{lk} 及产生的SINR值。

在最大最小公平功率控制下,在计算功率控制系数之前,可以将每个小区中的一小部分终端从服务中删除,以避免深度衰落的终端形成不必要的低吞吐量。

5.4　案例研究

本节的案例研究分为两类：第一类是农村地区的单个隔离蜂窝小区固定宽带接入；第二类是密集城市及郊区的多小区移动接入。本节对所有重要的物理现象进行建模，包括终端位置的随机性、路径损耗和阴影衰落，并使用第 4 章中导出的容量表达式。这些表达式解释了小区内干扰和小区间干扰的影响、信道估计误差和导频传输的成本。虽然第 4 章的所有容量边界都是严格的，本章的所有算法都为精确的优化问题提供了精确的解决方案，但在多小区案例中，还需要一些启发式算法以进行终端到基站的分配、导频分配和功率控制。在 5.4.3 节中将描述这些算法。

5.4.1　单小区案例：农村固定宽带接入

表 5-7 总结了 3 个案例研究中使用的参数。在农村情况下，所有 3000 套住房在下行链路中传输速率为 20Mb/s，在上行链路中传输速率为 10Mb/s，即覆盖概率为 100%。

表 5-7　3 个大规模 MIMO 案例研究中使用的参数

参　　数	农村固定宽带接入	密集城市移动接入	郊区移动接入
载波频率	800MHz	1.9GHz	1.9GHz
频谱带宽	20MHz	20MHz	20MHz
蜂窝小区半径	11.3km	500m	2km
每个小区的平均终端数	3000	18	18
覆盖概率	100%	95%	95%
基站天线增益	0	0	0
终端天线增益	6dBi	0	0
基站接收机噪声	9dB	9dB	9dB
终端接收机噪声	9dB	9dB	9dB
噪声温度	300K	300K	300K
终端移动情况	静止	142km/h	284km/h
相干时间	50ms	2ms	1ms
相干带宽	300kHz	210kHz	210kHz
阴影衰落	8dB	8dB	8dB
阴影衰落分集	最好两路	没有	没有
路径损失模型	Hata	COST231	COST231
基站天线高度	32m	30m	30m
终端天线高度	5m	1.5m	1.5m
上行链路导频再利用系数	不适用	7	3