第3章

谐　振　器

3.1　引言

谐振器因具有频率选择性及可存储电磁能量的特性，成为许多微波管的重要部件。本章将首先介绍所有类型微波谐振器的基本参数，然后具体介绍几种重要类型谐振器的性能。

任何封闭金属腔体都可以存在无限多的电磁场谐振，这些谐振场中的每个模式均满足麦克斯韦方程和金属表面的边界条件。如果与腔壁电流有关的电阻损耗可被忽略，那么其电场和磁场可通过相位积分获得。金属谐振腔的损耗通常比较小，因此，其场与无损腔体相比差别不大。当损耗被忽略时，可通过腔体壁电流计算出损耗的近似值。

用于微波管的谐振腔体一般为简单的圆柱对称结构，且电子注位于其中心轴线上，工作模式主要是在电子注区域具有较强轴向电场的模式。图 3.1 给出了最简单的盒形腔谐振器实例，其工作模式为 TM_{010}，该模式可看作在圆波导中垂直于轴插入一对导电面后，由 TM_{01} 模式得到。其最低模式的谐振频率为波导的截止频率，该模式电场无轴向变化。图 3.1 给出了腔体在 1/4 谐振周期 T_0 间隔的电场、电荷和电流分布图。该腔体的具体特性参数将在 3.3 节中进行详细论述。

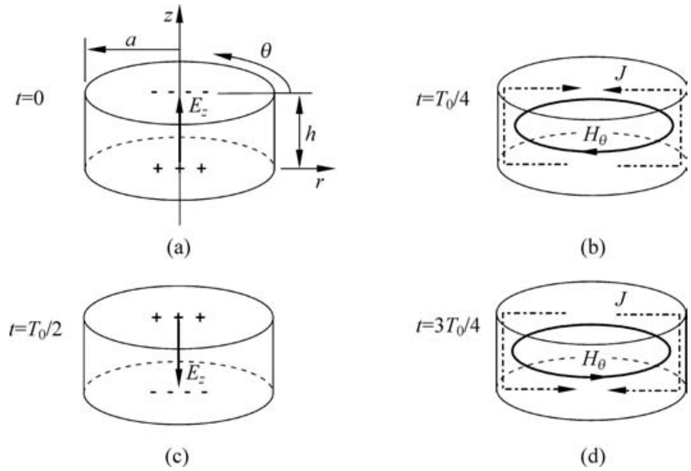

图 3.1　盒形腔谐振器内的电场、电荷和电流

如前面第 2 章的描述一样，通常利用等效电路方法来分析腔体谐振器较为合适，采用电感表示传导电流路径，采用电容表示位移电流路径。图 3.2(a)给出了盒形腔 TM_{010} 模式等效电路的由来，其中串联电阻 r 表示腔壁的传导损耗。3.2 节将给出该等效电路的具体分析。

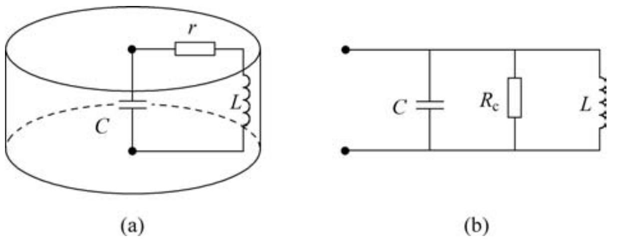

图 3.2　带有传导损耗腔体谐振器的等效电路
(a) 串联电阻；(b) 并联电阻

3.3 节和 3.4 节将分别介绍盒形腔谐振器和矩形腔谐振器的特性；3.5 节介绍圆柱形重入腔谐振器，该类谐振腔体在真空管中普遍应用；3.6 节讨论由同轴线和波导与腔体谐振器的外部耦合；3.7 节介绍腔体参数的测量。

3.2　谐振电路

并联谐振电路的特性众所周知，本章仅给出其概述[1]，我们将主要研究在微波管中采用等效电路分析腔体谐振器所带来的问题。

3.2.1　谐振电路特性

图 3.2(a)给出的等效电路可从谐振器的物理意义获得，通过对该电路进行分析，其输入阻抗为：

$$Z = \frac{rQ_U\left(1 - \dfrac{j}{Q_U}\dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}{\dfrac{1}{Q_U} + j\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)} \tag{3.1}$$

式中，谐振频率为：

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{3.2}$$

固有品质因数为：

$$Q_U = \frac{1}{\omega_0 rC} = \frac{\omega_0 L}{r} \tag{3.3}$$

及

$$rQ_U = \sqrt{\frac{L}{C}} \tag{3.4}$$

微波谐振器的固有品质因数值一般不低于 1000，通过仔细设计和加工，可制造出固有品质因数

高达 30 000 的谐振器。式(3.1)中分子的第二项一般小于 1,忽略后不会产生较大误差,等式结果与图 3.2(b)中给出的并联谐振电路结果一致。

$$Z=\frac{R_c/Q_U}{\frac{1}{Q_U}+\mathrm{j}\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)} \tag{3.5}$$

式中,R 比 $Q(R/Q)$定义如下:

$$\frac{R_c}{Q_U}=\sqrt{\frac{L}{C}}=rQ_U \tag{3.6}$$

及

$$Q_U=\frac{R_c}{\omega_0 L}=\omega_0 R_c C \tag{3.7}$$

并联谐振电路通常采用图 3.2(a)所示的模型,因其具有分析简单的优点。鉴于在微波频段定义电路参数 C、L 和 R_c 的含义较为困难,一般采用 ω_0、R_c/Q_U 和 Q_U 来描述谐振器。利用式(3.2)、式(3.6)和式(3.7)可计算得到上述电路参数,反之亦然。应当注意的是,Q_U 是唯一取决于构成腔体所用材料特性的参数,因此,腔体谐振器的谐振频率和 R/Q 值仅取决于其结构。

腔体阻抗 Z 的幅值可通过式(3.5)推导得到:

$$\frac{|Z|}{R_c}=\frac{1}{\sqrt{1+Q_U^2\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \tag{3.8}$$

图 3.3 给出了以 dB 为单位的归一化阻抗$|Z|/R_c$ 幅值作为归一化频率和 Q_U 的函数关系曲线(参见电子工作表 3.1)。当加载到电路的信号频率等于谐振频率时,阻抗即为纯电阻且等于 R_c。由式(3.8)可以看出,在其他频率,$|Z|<R_c$,且曲线的宽度随着 Q_U 增大而降低。这一变化关系通常根据峰值幅度降低 3dB 位置处的曲线宽度来描述,即

$$Q_U=\frac{\omega_0}{2\Delta\omega} \tag{3.9}$$

式中,当 $\omega=\omega_0\pm\Delta\omega$ 且 $\Delta\omega\ll\omega_0$ 时,$|Z|=R/\sqrt{2}$。目前测试仪器可以给出如图 3.3 所示纵坐标单位为 dB 的响应曲线,这样就使得测量谐振器的固有 Q 值变得较为容易(参见 3.7 节)。

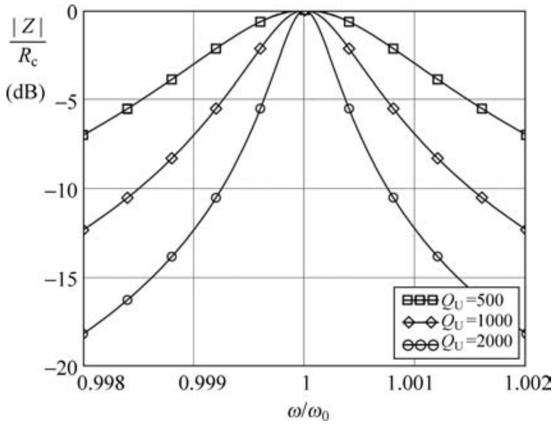

图 3.3 并联谐振电路阻抗幅值与归一化频率和 Q_U 的函数关系曲线

由式(3.7)可以看出，为了获得较高的固有品质因数，电路必须有一个较高的并联电阻(即低损耗)，且该电阻有助于另一种 Q_U 定义。当图 3.2(b)中电路终端加载一个交变电压 $V=V_0\cos\omega t$ 时，电容内存储的最大能量为：

$$W=\frac{1}{2}CV_0^2 \tag{3.10}$$

假如终端的电压幅值保持不变，在每个振荡周期内，能量会在电容和电感之间来回转换，并且总储能保持不变。通过电阻耗散的能量平均率为：

$$P_L=\frac{V_0^2}{2R_c} \tag{3.11}$$

消去式(3.10)和式(3.11)中的 V_0，并替换式(3.7)中 R_cC 可得：

$$Q_U=\frac{\omega_0 W}{P_L}=\frac{2\pi W}{\Delta W} \tag{3.12}$$

式中，ΔW 表示每个周期的能量损耗，因此能量耗散率为：

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}=-\frac{\Delta W}{T_0}=-\frac{\omega_0}{Q_U}W \tag{3.13}$$

式中，T_0 为电路的谐振周期。式(3.13)很容易进行积分计算，可以得出，当外部加载消除时，储能以时间常数 $\tau=Q_U/\omega_0$ 呈指数衰减。参数 R/Q 的物理意义可通过将式(3.11)中的 P_L 代入式(3.12)来揭示：

$$\left(\frac{R_c}{Q_U}\right)=\frac{V_0^2}{2\omega_0 W} \tag{3.14}$$

因此，R/Q 是电路终端加载电压与其内部储能关系的度量。

为了完成对并联谐振电路理论的回顾，需要研究 Z 的相位。

$$\angle Z=\arctan\left[Q_U\left(\frac{\omega_0}{\omega}-\frac{\omega}{\omega_0}\right)\right] \tag{3.15}$$

图 3.4 给出了并联谐振电路阻抗相位随归一化频率和 Q_U 的变化情况。当阻抗为纯电阻特性时，Z 的相位为零；在频率较低时，谐振电路的性能主要由电感器的电抗决定，并且$\angle Z\to 90°$；在频

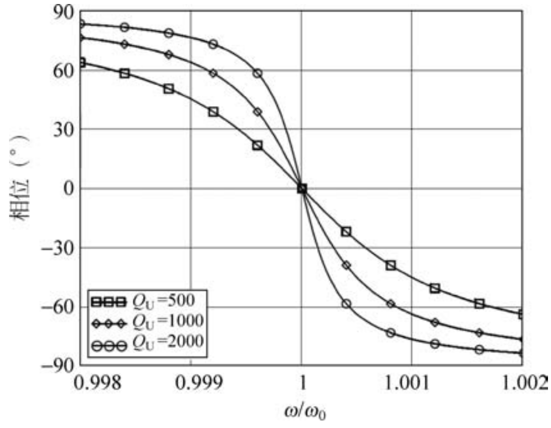

图 3.4　并联谐振电路阻抗相位随归一化频率和 Q_U 的变化曲线

率较高时，电容有较大影响，且$\angle Z \to -90°$；在 3dB 位置：

$$\frac{\omega_0}{\omega}-\frac{\omega}{\omega_0}=\pm\frac{1}{Q_U} \tag{3.16}$$

且有$\angle Z = 45°$。

3.2.2　谐振电路的外部加载

当谐振结构应用于微波管中时，它们的性能通常会因内部存在电子或与外部波导相连而发生变化。这种方式对微波管性能的影响因微波管类型不同而有所差异。我们暂且不对特殊类型微波管中电子加载和外部加载对其性能的影响进行研究。仅考虑如图 3.5 所示由电阻和电抗并联组成的一个外部电路相连接时对谐振器的影响。该电路能够表征电子加载和外加载的综合影响，包括谐振器与外电路之间的任何阻抗变换器。其终端的精确导纳为：

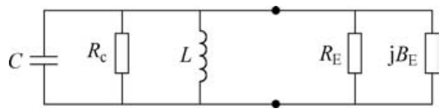

图 3.5　外部加载的并联谐振电路

$$Y=\frac{1}{R_c}+j\omega C+\frac{1}{j\omega L}+\frac{1}{R_E}+jB_E \tag{3.17}$$

谐振时，电纳之和为零，因此负载的电纳 jB_E 改变谐振频率。该影响通常非常小，如果需要，可通过在谐振器内加入一个可调谐元件来进行补偿。表现为速调管当电子注导通时腔体频率的小漂移，以及磁控管中的频推和频牵（参见第 13 章和第 15 章）。电阻加载的效果通常比较明显，因它可以显著改变电路的 Q 值。如果假定谐振频率不变，则 Q 值为：

$$\frac{1}{Q_L}=\omega_0 L\left(\frac{1}{R_c}+\frac{1}{R_E}\right)=\frac{1}{Q_U}+\frac{1}{Q_E} \tag{3.18}$$

式中，Q_L 为谐振器的有载 Q 值，Q_U 为式(3.7)给出的固有 Q 值，Q_E 为外观 Q 值。如果损耗仅由外部电阻产生，Q_E 即为测量到的 Q 值。另外，如果外部电阻等于谐振时电路电阻，则有 $Q_L=Q_U/2$。

可以定义一个耦合系数 K：

$$K=\frac{R_c}{R_E}=\frac{Q_U}{Q_E} \tag{3.19}$$

因此，

$$Q_U=Q_L(1+K) \tag{3.20}$$

这种影响在速调管中很重要，因为电子注加载和外部加载都增加了腔体的带宽，相应地也增加了管子的带宽。此外，我们还发现，外部匹配的变化对速调管输出间隙电压和整管效率有较大影响。对于磁控管，负载匹配的变化会导致振荡频率的改变，并通过频牵改变输出功率。

3.2.3　谐振电路的激励

图 3.6 给出了与电阻为 R_s 的激励源相连接的谐振器等效电路。从源得到的电流随时间的变化率为：

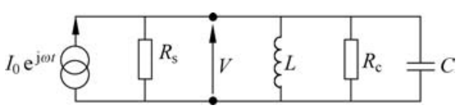

图 3.6　与源连接的谐振器等效电路

$$\frac{dI}{dt}=C\frac{d^2V}{dt^2}+\frac{1}{R'}\frac{dV}{dt}+\frac{V}{L} \tag{3.21}$$

式中，R'表示 R_c 和 R_s 的并联，其表达式为：

$$\frac{1}{R'}=\frac{1}{R_c}+\frac{1}{R_s}=\frac{1+K}{KR_s} \tag{3.22}$$

式中，K 值由式(3.19)定义。因此，谐振电路的终端电压满足下述微分方程：

$$\frac{d^2V}{dt^2}+\frac{\omega_0}{Q_L}\frac{dV}{dt}+\omega_0^2V=-\frac{\omega_0R'}{Q_L}I_0\omega\sin(\omega t) \tag{3.23}$$

其中，等效电路参数已经被其微波等效参数所取代。当源频率等于电路谐振频率，同时在 $t=0$ 时刻源被连接到电路中时，上述方程的通解为：

$$V=\left(-I_0R'\cos(\omega_0t)+\frac{I_0R'}{2Q_L}\sin(\omega_0t)\right)\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)+I_0R'\cos(\omega_0t) \tag{3.24}$$

式中，

$$\tau=\frac{2Q_U}{\omega_0(1+K)}=\frac{2Q_L}{\omega_0} \tag{3.25}$$

该方程的推导是在 $Q_L^2\gg1$ 的假设条件下获得的。微波谐振器的有载 Q 值通常高于 100，因此，式(3.24)可近似为：

$$V=I_0R'\left[1-\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]\cos(\omega_0t) \tag{3.26}$$

我们注意到，如果 $Q_L\gg1$，则电压与电流彼此同相。

存储在电路中的能量等于存储在电容器内的最大能量，即

$$W(t)=\frac{1}{2}C\mid V\mid^2=\frac{1}{2}C(I_0R')^2\left[1-\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]^2 \tag{3.27}$$

当源把功率传递给匹配负载时，前向功率为：

$$P_+=\frac{1}{8}I_0^2R_s \tag{3.28}$$

因此，根据式(3.7)、式(3.19)和式(3.28)，式(3.27)可写成：

$$W(t)=P_+\frac{Q_U}{\omega_0}\frac{4K}{(1+K)^2}\left[1-\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]^2 \tag{3.29}$$

当 $K=1$(即 $R_c=R_s$)时，上式达到最大值，因此该谐振器与源实现匹配，可以看成严格地耦合到源，其最终储能为：

$$W_0=P_+\frac{Q_U}{\omega_0} \tag{3.30}$$

则式(3.29)可被重写为：

$$W(t)=W_0\frac{4K}{(1+K)^2}\left[1-\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]^2 \tag{3.31}$$

当 $K<1$ 时，谐振器处于欠耦合；当 $K>1$ 时，谐振器处于过耦合。在谐振器中积累能量的时间，被称为填充时间，以通过 $t=Q_LT_0$ 时储能达到最终值的 91.5%来估算。通过估计可获得储能数值。当 K 比 1 大很多或小很多时，因源所提供的大部分能量被反射，此时储能较低。图 3.7 给出了归一化储能 $W(t)/W_0$ 在 3 种 K 值(见电子工作表 3.1)下随时间的变化关系，当谐振器被外部波导激励或被调制后的电子注激励时，这些结果都是恰当的。

随着谐振器内储能的累积，呈现给源的阻抗会发生变化。当源连接于匹配负载时，稳态下负载

电压幅值为：

$$V_0 = \frac{1}{2} I_0 R_s \tag{3.32}$$

一般情况下，根据式(3.22)、式(3.26)和式(3.32)，可得到电压幅值为：

$$\frac{|V|}{V_0} = \frac{2K}{1+K}\left[1-\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right] \tag{3.33}$$

在谐振时，因电压和电流彼此同相，所以谐振器的电压反射系数为：

$$S_{11} = \frac{|V| - V_0}{V_0} = \frac{2K}{1+K}\left[1-\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right] - 1 \tag{3.34}$$

图 3.8 给出了 3 种 K 值下 S_{11} 随时间的变化关系。当脉冲微波管的输出功率馈入一个谐振腔体或谐振结构时，可观测到管子随时间变化的失配。因反射功率可能改变管子性能，必须在管子与谐振器之间放置一个环行器来阻止这种反射。当源频率与谐振频率不同时，电压和电流也不再彼此同相，需对上述分析做出相应调整。

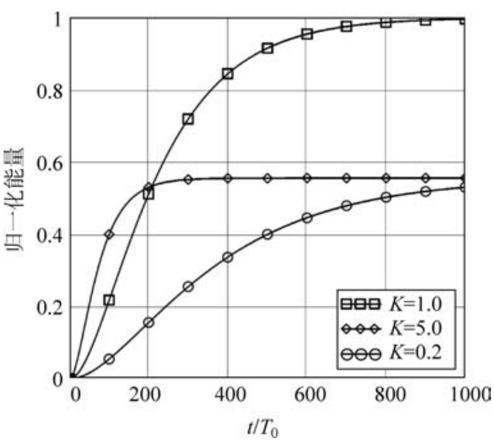

图 3.7　3 种耦合系数下谐振器内归一化储能随时间的变化关系

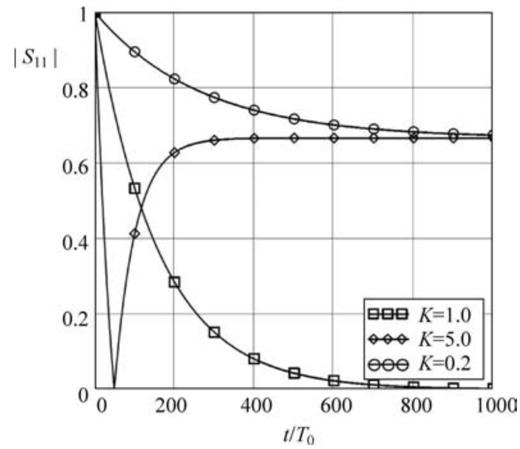

图 3.8　3 种耦合系数下谐振电路输入匹配随时间的变化关系

3.2.4　耦合谐振器

腔体谐振器能够通过在其表面涂覆损耗材料、与外部电阻性负载连接或增强电子注加载来增加带宽。因这些方法增加了射频损耗，所以这些降低 Q 值的方法通常不太适用。另一种技术是把两个谐振器耦合起来，例如，为达到用于电视广播的 IOT 所要求的带宽便采用了这一方法(参见 12.6 节)。另外，4.6 节研究了耦合腔慢波结构的特性。

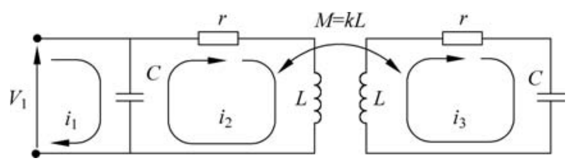

图 3.9　通过互感耦合的并联谐振电路图

我们只研究如图 3.9 所示的一对相同的通过互感耦合的并联谐振电路，其网络阻抗矩阵为：

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/\mathrm{j}\omega C & -1/\mathrm{j}\omega C & 0 \\ -1/\mathrm{j}\omega C & Z & -\mathrm{j}\omega kL \\ 0 & -\mathrm{j}\omega kL & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} \tag{3.35}$$

式中，

$$Z = \frac{1}{\mathrm{j}\omega C} + r + \mathrm{j}\omega L \tag{3.36}$$

由矩阵方程的最后一行可知：

$$\mathrm{j}\omega kLi_2 = Zi_3 \tag{3.37}$$

代入式(3.35)，并替换 i_3，可得：

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/\mathrm{j}\omega C & -1/\mathrm{j}\omega C \\ -1/\mathrm{j}\omega C & Z' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \tag{3.38}$$

式中，

$$Z' = Z + \frac{\omega^2 k^2 L^2}{Z} \tag{3.39}$$

当频率等于任何一个谐振器的谐振频率时：

$$Z' = r\left(1 + \frac{\omega_0^2 k^2 L^2}{r^2}\right) = r(1 + k^2 Q_{\mathrm{U}}^2) \tag{3.40}$$

如果 $kQ_{\mathrm{U}}=1$，那么第二个电路与第一个电路相匹配，其电路被称为临界耦合。电路的输入阻抗和相位能够作为频率和耦合系数 k 的函数被计算出来(见电子工作表 3.1)。

图 3.10 给出了未耦合时 Q 值为 1000 的两个谐振器，当耦合时输入阻抗幅值随频率和耦合系数的变化情况。当 $k=0$ 时，如预期的那样，响应曲线与图 3.3 中给出的曲线一致。随着 k 的增大，曲线由一个峰值变为两个峰值。当谐振器处于临界耦合时，曲线类似于切比雪夫响应。与拥有相同最大阻抗的单一谐振器相比，其带宽增加了。图 3.11 给出了耦合谐振器输入阻抗的相位响应曲线，当 $k\to0$ 时，曲线与单频工作的单个谐振器在相位为零时曲线相似。随着 k 的增加，曲线呈单调状态，直到 $k=1/Q_U$ 时出现拐点。对于较大的 k 值，在相位为零时会出现 3 个点。其他方式耦合的谐振器状态与上述结果相似。

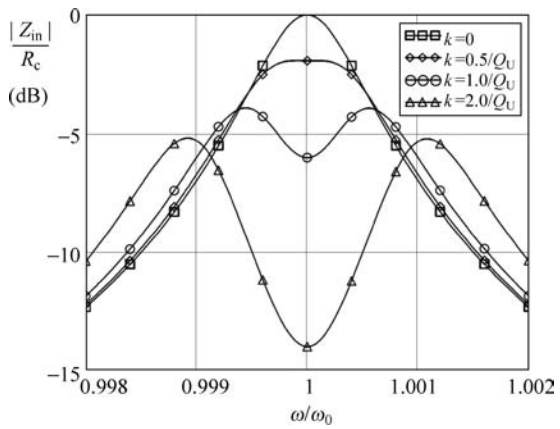

图 3.10　通过互感耦合的两个相同谐振器幅值响应曲线

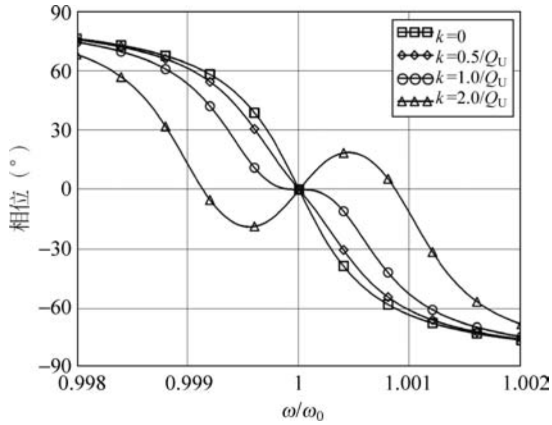

图 3.11　通过互感耦合的两个相同谐振器相位响应曲线

3.3　盒形腔谐振器

当频率高于 100MHz 时，其谐振电路基本为腔体谐振器，这些谐振器具有很多结构形状且都存在无限多个谐振模式。其中最简单的谐振腔是在一个均匀横截面的金属波导内放置一对金属壁以形成一个均匀腔体。当波导内传输模式的反射形成驻波时，便会产生谐振现象。接下来本节将给出基于圆波导的谐振腔体阐述，同时，3.4 节将介绍基于矩形波导的谐振腔体内容。

图 3.1 给出了基于圆波导谐振器的 TM_{010} 模式示意图。通过在 z 向施加合适的边界条件，其可能的谐振模式源于波导的 TE 模式和 TM 模式，其中最值得关注的是 $TM_{0,n}$ 模式，因该类模式在与电子注互作用的轴线上存在轴向电场分量。电场在所有金属表面的切向分量必须为零，且谐振条件如下：

$$\beta_{m,n} h = p\pi \tag{3.41}$$

式中，$p=0,1,2,\cdots$，$\beta_{m,n}$ 为式(2.11)和式(2.85)中出现的圆波导 TM_{mn} 模式的传播常数。谐振模式为满足式(3.41)的腔体 TM_{mnp} 模式，所有模式的磁场 z 向分量为零。通过在电场横向分量为零的面上放置腔体终端壁，可以从图 2.15 推导出其场型分布。

当频率等于圆波导 TM_{01} 模式的截止频率时，即为最低谐振模式 TM_{010}，并且电场仅有一个不随 z 变化的 z 向分量，该场分量为：

$$E_z = E_0 J_0(\beta_C r)\exp(j\omega t) \tag{3.42}$$

并且，由式(2.20)有：

$$H_\theta = j\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E_0 J_1(\beta_C r)\exp(j\omega t) \tag{3.43}$$

式中，$\beta_C a = 2.405$，因此，谐振频率为：

$$\omega_0 = 2.405\frac{c}{a} \tag{3.44}$$

利用电场或磁场的最大值可以计算出腔体内存储的能量为：

$$W=\frac{\varepsilon_0}{2}\int_0^a 2\pi rhE_z^2\,\mathrm{d}r \tag{3.45}$$

将式(3.42)代入式(3.45),可得:

$$W=\pi h\varepsilon_0 E_0^2\int_0^a J_0(\beta_C r)^2 r\,\mathrm{d}r \tag{3.46}$$

求积分得[2]:

$$W=(\varepsilon_0 ha^2E_0^2)\cdot\frac{\pi}{2}J_1^2(2.405)=0.423\varepsilon_0 ha^2E_0^2 \tag{3.47}$$

如果等效电路终端选择在两个平面的中心,则腔体电压为:

$$V_0=E_0 h \tag{3.48}$$

因此,由式(3.14)、式(3.44)、式(3.47)和式(3.48)可得:

$$\left(\frac{R_c}{Q_U}\right)=0.491\,\frac{h}{a}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}=185\,\frac{h}{a}\Omega \tag{3.49}$$

通过假设腔壁上电流密度与无损腔体的相同,可以计算出高 Q 值腔体的并联电阻理论值,其表面电阻由下式给出:

$$R_s=\frac{1}{\sigma\delta}=\sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}} \tag{3.50}$$

式中,σ 为腔壁的电导率;δ 为趋肤深度[3]。一些研究人员报道了在毫米波频段对不规则表面电阻的测量,发现表面电阻明显高于由式(3.50)所得计算值。然而,仔细研究实验数据后可以发现,这些结果可能是错误的[4]。根据经典弛豫效应(或 Drude 色散)模型可以准确地计算出频率高达几 THz 的表面电阻值[5]:

$$R_s=\sqrt{\frac{\omega\mu_0}{2\sigma}}\left[\sqrt{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}-\omega\tau}\right] \tag{3.51}$$

式中,τ 为金属的弛豫时间。在 100GHz 时,可以发现,利用铜的材料常数(参见文献[4]中的值,$\sigma=5.959\times10^7$ S/m 且 $\tau=25.018$fs),式(3.50)的计算误差小于 1%。

电流密度相当于腔壁上的切向磁场并与其垂直,因此,电流在腔体终端平面中是径向的,并且在弯曲壁中为轴向。腔壁耗散的功率为:

$$P_L=\pi ahR_s\,|\,H_\theta(a)\,|^2+2\pi R_s\int_0^a|\,H_\theta(r)\,|^2 r\,\mathrm{d}r \tag{3.52}$$

代入式(3.43)后得到:

$$P_L=\pi R_s E_0^2\,\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}\left[ahJ_1(2.405)^2+2\int_0^a J_1(\beta_C r)^2 r\,\mathrm{d}r\right] \tag{3.53}$$

并且,对上式求积分:

$$P_L=\pi R_s E_0^2\,\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}a(a+h)J_1(2.405)^2 \tag{3.54}$$

由式(3.12)、式(3.44)、式(3.47)和式(3.54)可得:

$$Q_U=\frac{2.405}{2}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\,\frac{h}{R_s(a+h)} \tag{3.55}$$

通过数值计算的例子有助于理解上述方程。表 3.1 给出了 $a=h$ 条件下铜材料盒形腔谐振器的理论参数,可以看出,各种情况下与腔体半径相比,其趋肤深度较小,因此,与制造公差和热膨胀的影响相比,有限电导率对谐振频率的影响可以忽略不计。当 Q_U 值足够高时,可以采用并联电阻表示腔体损耗。

表 3.1 铜材料盒形腔谐振器的理论参数(参见电子工作表 3.2)($a=h$,$\sigma=5.959\times10^7$ S/m)

频率(GHz)	1.0	3.0	10.0	30.0
a(mm)	114.7	38.25	11.47	3.82
δ(μm)	2.06	1.19	0.65	0.38
R_c/Q_U(Ω)	185	185	185	185
Q_U	27 800	16 100	8800	5100
R_c(MΩ)	5.15	2.97	1.63	0.94

3.3.1 表面粗糙度的影响

实际达到的 Q 值一般小于表 3.1 中的理论值,因电流路径的有效长度随着表面粗糙度变差而增加。通过考虑垂直于电流方向的周期槽结构表面对该问题进行了理论研究[6,7]。如果趋肤深度比表面粗糙度小,则电阻按实际路径长度与理想路径长度的比例增加[7]。当趋肤深度等于或大于表面粗糙度时,电阻小于由路径长度计算得到的值,且随着趋肤深度的增大而趋于理论电阻值,电阻取决于凹槽的形状和间距。通过对随机粗糙度的表面进行建模[8],也得到了上述类似的结论。结果表明,增加的损耗主要取决于 RMS(均方根)粗糙度、修正长度和修正函数。沟槽平行于电流有类似的结果,但与垂直于电流方向相比影响稍微小些。随着趋肤深度的减小,电阻迅速增大,并达到近似恒定值[7]。

表征表面粗糙度影响的经验公式为:

$$\frac{R_r}{R_s}=1+\frac{2}{\pi}\arctan\left[1.4\left(\frac{\Delta}{\delta}\right)^2\right] \tag{3.56}$$

式中,R_s 由式(3.50)给出;δ 为趋肤深度;R_r 表示具有 RMS 粗糙度 Δ 表面的表面电阻[8~10]。图 3.12 给出了由式(3.56)得到的归一化表面电阻随 Δ/δ 参数的变化曲线,尽管该图大体表明了表面电阻随表面粗糙度如何变化,但根据上面的讨论可以清晰地得出它不能代表所有可能的表面条件。

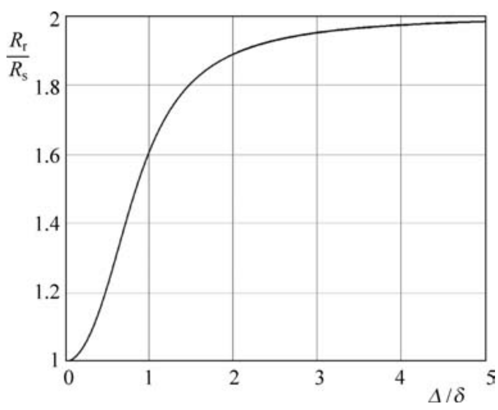

图 3.12 表面电阻与表面粗糙度的经验关系曲线

铜波导在 24GHz 时的损耗实验测量结果显示:归一化损耗范围从机加工表面的 1.09 到电镀表面的 1.8[11],通过增加材料表面粗糙度,可增加损耗。Benson 及其同事开展了 9.4GHz 条件下波导损耗的测量,他们还测量了实验样品的表面粗糙度[12-14],发现通过电抛光或化学抛光可以减少表面粗糙度的影响。表 3.2 给出了铜波导的归一化表面电阻。利用波导损耗推导公式,可以分析以实际表面长度与理想长度的比值定义的表面粗糙

度的影响。通过对 3 种不同因素的分析，可以解释与电流的每个分量垂直的波导壁粗糙度的差异。通过这些因子的测量对波导进行研究，可以得出下述结论：当趋肤深度与粗糙度相比较小时，增加的损耗完全可以通过增加的路径长度予以解释。例如，一件 3GHz 的黄铜波导，其表面粗糙度比趋肤深度高出约一个数量级，研究发现，归一化路径长度范围为 1.10～1.73，其平均值为 1.34。

表 3.3 概括了铜波导在不同频率下的测量结果[13,15]。理论表面电阻可由直流体电导率的测量值计算得出。通过计算表面粗糙度的影响，可以看到，在 10GHz 时增加的损耗可以用这种方式进行解释，但无法解释 35GHz 时的情况。在计算该值时，看起来好像可以通过忽略增加路径长度以外的因素来解释这种差异。通过退火可以降低表面电阻，这一点可以根据在制造过程中改变了硬化了的材料表面层的导电性来解释[15]。

表 3.2　在 10GHz 附近铜波导测量与计算表面电阻比值[12]

铜	R_r/R_s
光亮电镀	1.001
电抛光	1.002
化学抛光	1.003
高精度拉旋	1.012

表 3.3　拉旋铜波导表面电阻测量值与计算值的比值[11,13,15]

频率(GHz)	R_r/R_s
9.375	1.034
24	1.37
35	1.55～1.57
70	1.7～2.5
140	2.1～2.5

在 35GHz，采用人为粗糙化表面的谐振器进行了传导损耗测量[16]，并且在 0.4～0.85THz 也进行了测量[17]。如果 $\Delta/\delta \geqslant 1$，则表面电阻随 RMS 表面粗糙度的变化可由式(3.56)描述，渐近值对应于预期表面积的增加；当 $\Delta/\delta < 1$ 时，与理论结果相差很大。文献[16]中提出，该差异可以通过反常趋肤效应来解释，但该结论受到了 Lucyszyn 的质疑[4]。

从前面的讨论可以得出下述结论：表面粗糙度的影响可以通过修正表面电阻来表征。表面粗糙度的性质以及划痕和加工痕迹的方向非常重要，并且通常不容易计算出等效表面电阻。当表面粗糙度明显大于趋肤深度时，在已知等效路径长度时，则可以计算等效电阻。因此，腔体谐振器的固有品质因数取决于加工过程以及腔体材料。以盒形腔为例，在车床上转动腔体部件而形成的角向加工痕迹将对 Q 值产生非常大的影响。基于理论基础，很难定量分析表面粗糙度引起的 Q_U 值的减少，须根据以往经验进行估值。例如，在 3.2GHz 时，在表面粗糙度与趋肤深度相当的情况下，发现测得的 Q 值约为理论值的 72%[18]。

3.3.2　高阶模式

除基模谐振之外，盒形腔谐振器存在无限多个高阶谐振模式。其中，圆对称 TM_{0n0} 模式对应于当 $\beta_C a = 2.405, 5.520, 8.654, \cdots$ 时 $J_0(\beta_C a) = 0$ 的解[2]。当 $m > 0$ 时，电场在径向按 $J_m(\beta_C r)$ 函数变化，并且 TM_{mn0} 模式的谐振点为 $J_m(\beta_C a)$ 函数的零值。这些模式的电场在靠近轴的位置很弱，因此它们不与轴上电子注发生强烈的相互作用。其他高阶模式(如 TM_{mnp} 和 TE_{mnp}，且 $p \geqslant 1$)E 具有 E_z 以外的分量，但这些模式通常不会被激励。然而，由于调制的电子注含有信号频率的高次谐波电流，所以必须核实腔体没有在这些频率上产生高阶模式谐振。

3.4 矩形腔谐振器

矩形腔谐振器可以从如图 3.13 所示的矩形波导中演变而来，矩形波导中最低 TM 模式为图 2.6 所示的 TM_{11} 模式，腔体内 TM_{110} 谐振模式的电场 z 向分量为：

$$E_z = E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) \exp(\mathrm{j}\omega t) \tag{3.57}$$

将其代入式(2.36)，可以得到：

$$\beta_C^2 = \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 \tag{3.58}$$

中空波导中磁场分量可以从式(2.20)得到：

$$H_x = \mathrm{j}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{b}\right) \exp(\mathrm{j}\omega t) \tag{3.59}$$

$$H_y = -\mathrm{j}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) \exp(\mathrm{j}\omega t) \tag{3.60}$$

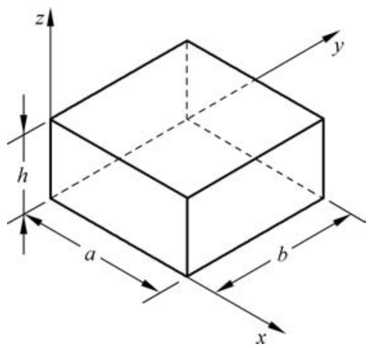

图 3.13 矩形腔谐振器结构示意图

存储的能量为：

$$W = \frac{h}{2}\varepsilon_0 E_0^2 \int_0^a \left(\int_0^b \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin^2\left(\frac{\pi y}{b}\right) \mathrm{d}y\right) \mathrm{d}x \tag{3.61}$$

对式(3.61)得到：

$$W = \frac{\varepsilon_0}{8} abh E_0^2 \tag{3.62}$$

因为 $V_0 = E_0 h$，所以：

$$\frac{R}{Q} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{h}{\sqrt{a^2+b^2}} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \tag{3.63}$$

可以看出，该腔体的 Q 值与盒形腔相同[3]，采用我们的边界符号，其结果为：

$$Q = \frac{\pi}{4R_s}\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \left[\frac{2h(a^2+b^2)^{3/2}}{ab(a^2+b^2)+2h(a^3+b^3)}\right] \tag{3.64}$$

矩形腔与盒形腔类似，也存在高阶谐振模式。

3.5 重入腔

通常情况下，微波管不使用盒形腔。其原因可以通过考虑速度为 u_0 的电子穿过长度为 g 的腔体间隙所用的时间($t = g/u_0$)来理解。在这段时间内，腔体内电场的相位变化为 ωt。最理想情况是该值应低于 $\pi/3$，以确保每个电子通过腔体时所观测到的场近似不变，因此有：

$$\frac{\omega}{u_0} \leqslant \frac{\pi}{3g} \tag{3.65}$$

与式(3.44)联立，对于 $g = h$ 的盒形腔，我们发现，为使渡越角保持在规定的范围内，须有：

$$\frac{h}{a} \leqslant 0.435 \frac{u_0}{c} \tag{3.66}$$

大多数线性注微波管的工作电压范围在 5～100kV，相应的 u_0/c 范围为 0.1～0.5。表 3.4 给出了在 3GHz 不同注电压下铜材料盒形腔的理论参数，所有情况腔体半径为 38.2mm，趋肤深度 1.22μm。可以看出，式(3.66)所要求的低 h/a 值会导致非常低的固有品质因数和并联电阻。由于这个原因，仅在高功率(前向基波)耦合腔行波管中采用过简单的腔体，腔体性能可以满足要求，但在高频段(如毫米波)微波管中，结构上的困难使其难以被采用，需采用其他形状的腔体。

表 3.4　在 3GHz 铜材料盒形腔的理论参数

u_0/c	0.1	0.3	0.5
V_0(kV)	2.6	25	80
h/a	0.044	0.131	0.218
a(mm)	38.3	38.3	38.3
h(mm)	1.68	5.01	8.34
Q_U	1354	3722	5751
R_c/Q_U(Ω)	8.14	24.2	40.3
R_c(kΩ)	11.0	90.2	232.0

微波管中使用的腔体通常为如图 3.14 所示的重入式圆柱形结构。将具有相同谐振频率和互作用间隙长度的盒形腔与重入腔进行比较，可以发现：在重入腔中，互作用间隙的电容小于盒形腔中的值。因此，重入腔的电感必须大于盒形腔的电感，才能保持谐振频率不变，使得重入腔的 R/Q 值大于盒形腔。

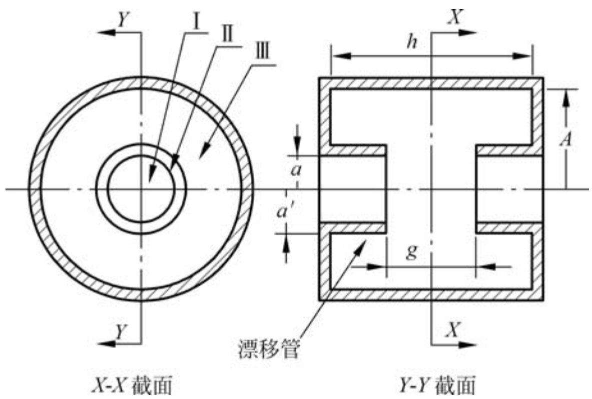

图 3.14　圆柱形重入腔谐振器结构示意图

3.5.1　重入腔矩量模型方法

使用矩量法可以非常准确地计算出如图 3.14 所示的一般形状重入腔的特性。文献[19]中给出了该方法的概要，并在文献[20]和[21]中给出了该方法的进一步阐述。该腔体被分成 3 个同心区域(分别是Ⅰ、Ⅱ和Ⅲ)，各个区域的轴向长度相同，其外半径分别为 a、a'和 A。电场的轴向分量和磁场的角向分量在 $r=a$ 和 $r=a'$处以基函数的傅里叶级数进行展开，在区域Ⅱ中有：

$$\left.\begin{matrix}E_z\\H_\theta\end{matrix}\right\}=\sum_{m=0}^{\infty}\left\{\begin{matrix}e_{\mathrm{m}}^{\mathrm{II}}\\h_{\mathrm{m}}^{\mathrm{II}}\end{matrix}\right\}\cos\left(\frac{m\pi z}{g}\right) \tag{3.67}$$

其他区域类似,每个区域单独选择项数进行求和。在 $r=a$ 处幅度被表示为 e 和 h,在 $r=a'$ 处被表示 ee 和 hh。在区域Ⅰ中,场必须满足麦克斯韦方程和边界条件,可表示为:

$$[h^{\mathrm{I}}]=[G^{\mathrm{I}}(k)][e^{\mathrm{I}}] \tag{3.68}$$

式中,$k=\omega/c$,对角矩阵 G^{I} 的定义可参考文献[20]。在区域Ⅲ中,可进行类似处理。

$$[hh^{\mathrm{III}}]=[G^{\mathrm{III}}(k)][ee^{\mathrm{III}}] \tag{3.69}$$

因这些场是麦克斯韦方程的解,在区域Ⅱ的内、外边界处与其他区域的关系固定不变,可表示为:

$$\begin{bmatrix}h_{\mathrm{m}}^{\mathrm{II}}\\hh_{\mathrm{m}}^{\mathrm{II}}\end{bmatrix}=[U_{\mathrm{m}}(k)]\begin{bmatrix}e_{\mathrm{m}}^{\mathrm{II}}\\ee_{\mathrm{m}}^{\mathrm{II}}\end{bmatrix} \tag{3.70}$$

该方程可被重新排列为分块矩阵:

$$\begin{bmatrix}h^{\mathrm{II}}\\\cdots\\hh^{\mathrm{II}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}U_{1,1}(k) & \vdots & U_{1,2}(k)\\\cdots & \cdots & \cdots\\U_{2,1}(k) & \vdots & U_{2,2}(k)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}e^{\mathrm{II}}\\\cdots\\ee^{\mathrm{II}}\end{bmatrix} \tag{3.71}$$

根据区域Ⅱ中基函数项的 E_z 展开式,在区域Ⅰ和区域Ⅲ中得出:

$$[e^{\mathrm{I}}]=[P_1][e^{\mathrm{II}}] \tag{3.72}$$

及

$$[ee^{\mathrm{III}}]=[P_2][ee^{\mathrm{II}}] \tag{3.73}$$

同理,根据区域Ⅰ和区域Ⅲ中基函数项的 H_θ 展开式,在区域Ⅱ中得出:

$$[h^{\mathrm{II}}]=[Q_1][h^{\mathrm{I}}] \tag{3.74}$$

及

$$[hh^{\mathrm{II}}]=[Q_2][hh^{\mathrm{III}}] \tag{3.75}$$

文献[20]中给出了连接矩阵[P]和[Q]的具体形式。利用式(3.68)、式(3.69)、式(3.71)和式(3.72)～式(3.75),除 e^{II} 和 ee^{II} 外,消除掉所有系数,得到:

$$[W(k)]\begin{bmatrix}e^{\mathrm{II}}\\\cdots\\ee^{\mathrm{II}}\end{bmatrix}=0 \tag{3.76}$$

这样,谐振频率可由下式求解得出:

$$|W(k)|=0 \tag{3.77}$$

也可以得到区域Ⅱ中包含电场振幅的本征矢量,由此可以得到整个腔体的电场和磁场。一旦知道这些特性,就可以计算出任意给定间隙电压下的储能和功率耗散,从而,可以得到 Q_{U} 和 R_c/Q_{U},电子工作表 3.3 中提供了该方法。如果电子注通道深度足够大,把通道边界作为导电边界处理,则对计算结果没有影响。

可以证明,如果区域Ⅱ中级数的项数是有限的,而区域Ⅰ和区域Ⅲ中的项数趋于无穷大,则该解为频率上边界;反过来,可以得到频率的下边界,这样就可以知道解的准确性。此外,如果所选择

的级数项数，使每个区域中的最小波长大致相同，则计算结果会随着项数的增加而迅速收敛到一个非常精确的数值。文献[20]中介绍了利用该方法选取 8 项级数来表征间隙内的场时发现，各种形状腔体的谐振频率、R_c/Q_U 和 Q_U 计算精度均优于 0.01%。当利用商业电磁软件对同一腔体建模时发现，达到同样精度需要非常仔细建模和相当长的计算时间。因此，矩量法对于快速计算如图 3.14 所示形状的腔体特性，以及对于利用计算电磁学进行基准计算都是非常有价值的。

图 3.15 给出了利用电子工作表 3.3 研究谐振频率为 3GHz、互作用间隙为 5mm 的重入腔特性得到的结果，这些结果在表 3.4 的第三列与 $u_0/c=0.3$ 的盒形腔结果进行了对比，漂移管内、外半径分别为 5mm 和 7mm，这些值均为实际中所应用的典型值。逐渐增大腔体高度(h)和调整外半径(A)，可获得准确的频率。因高度的增加会导致电感的增大快于电容的减小，结果发现，外半径一直在减小。从图 3.15 可以看出，随着腔体高度的增加，R_c/Q_U 最初会随着电容的减小和电感的增大而增大，以维持正确的频率。然而，当腔体的归一化高度大于 5 时，由于侧壁太靠近漂移管，从而会增大电容，因此 R_c/Q_U 会减小。这是不希望得到的结果，因为电场径向分量的增大会减弱与电子注互作用的轴向分量。腔体的固有 Q 值与并联电阻也表现出同样的现象，即先增大后减小。图 3.16 给出了 $h=4g$ 时腔体横截面 1/4 部分的电场分布。

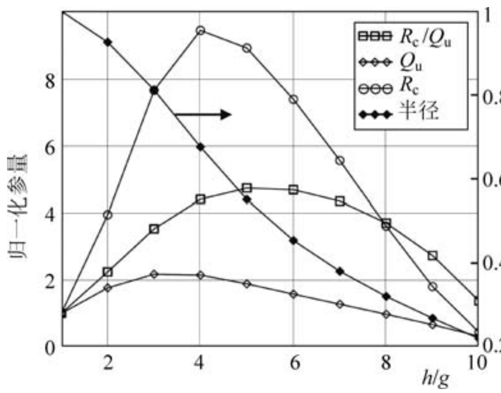

图 3.15　盒形腔归一化的重入腔理论特性随 h/g 的变化曲线

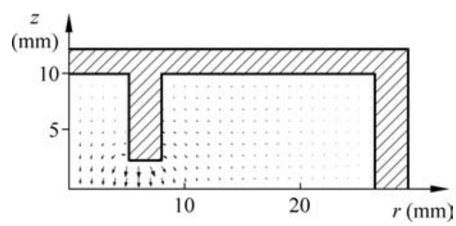

图 3.16　$h=4g$ 时，重入腔体谐振器中的电场分布

表 3.5 给出了有电子注通道和无电子注通道的盒形腔与高度 4 倍于互作用间隙的重入腔特性的比较，对这些结果需要稍做说明。首先，它们只是说明了给定尺寸的腔体特性，对于为其他电子速度和频率所设计的腔体，其结果与这些结果类似，但所预期的详细参数会有所差异；其次，没有考虑表面粗糙度的影响，实际上这会降低 Q_U 和 R_c 的值。

表 3.5 在 3GHz 铜质腔体的理论特性($u_0/c=0.3$)

	盒 形 腔	有电子注通道的盒形腔	重 入 腔
a(mm)	—	5.00	5.00
a'(mm)	—	—	7.00
A(mm)	38.25	38.61	26.11
g(mm)	5.00	5.00	5.00
h(mm)	5.00	5.00	20.00
Q_U	3715	3712	7959
R_c/Q_U(Ω)	24.2	23.5	103.3
R_c(kΩ)	89.9	87.2	822.1

3.5.2 重入腔 Fujisawa 模型

在速调管和感应输出管的设计中，需要在给定的频率、互作用间隙长度和漂移管半径下进行腔体谐振器设计。由图 3.15 可以看出，腔体高度或半径可以任意选取，然后通过谐振频率确定出其余参数。3.5.1 节中描述的矩量法提供了一种快速计算腔体特性的方法。然而，采用近似等效电路模型进行参数化研究可能会更快捷[22]。图 3.2(b)给出了该方法无电子注通道时双重入腔的电路模型，电容器由 3 个并联电容器(C_{I}、C_{II}、C_{III})组成，它们分别代表漂移管内部、端部和外部空间电荷对电容的贡献。

通过准静态分析可以计算与漂移管内部电荷相关的电容并获得足够的精度。为此，假设当 $r=a$ 时，电场的轴向分量在间隙中是恒定的。该场可以通过在 $r=a$ 处对场进行傅里叶变换，在轴向上具有正弦变化 $\exp(\mathrm{j}\beta z)$的无限项场分量来表示：

$$\Gamma(\beta)=\int_{-\frac{g}{2}}^{\frac{g}{2}}\frac{V_g}{g}\exp(-\mathrm{j}\beta z)\mathrm{d}z=V_g\left(\frac{\sin(\beta g/2)}{\beta g/2}\right) \tag{3.78}$$

式中，V_g 为间隙电压。由于假设漂移管内的电场满足拉普拉斯方程，E_z 在径向按 $I_0(\beta r)$变化，因此，采用逆傅里叶变换，在漂移管内有：

$$E_z(r,z)=\frac{V_g}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{I_0(\beta r)}{I_0(\beta a)}\cdot\frac{\sin(\beta g/2)}{\beta g/2}\exp(-\mathrm{j}\beta z)\mathrm{d}\beta \tag{3.79}$$

在 $z=0$ 处，对于 $r\leqslant a$，通过求出导电片上的总电荷，便可以得到漂移管内的总电荷：

$$Q=\varepsilon_0\int_0^a 2\pi r E_z(r,0)\mathrm{d}r \tag{3.80}$$

将式(3.79)代入式(3.80)并积分，可得到区域Ⅰ中的电容为：

$$C_{\mathrm{I}}=\varepsilon_0\int_{-\infty}^{\infty}\frac{aI_1(\beta a)}{\beta I_0(\beta a)}\cdot\frac{\sin(\beta g/2)}{\beta g/2}\mathrm{d}\beta \tag{3.81}$$

可以发现，该电容与文献[22]中图 19 给出的电容相同。由于我们假设间隙中的场是均匀的，所以区域Ⅱ中的电容可简化为：

$$C_{\mathrm{II}}=\varepsilon_0\frac{\pi(a'^2-a^2)}{g} \tag{3.82}$$

区域Ⅲ中的电容为[22]：

$$C_{\mathrm{III}} = 2\varepsilon_0 a' \ln\left(\frac{e\sqrt{(A-a')^2+(h/2)^2}}{g}\right) \tag{3.83}$$

因此，总电容为：

$$C = C_{\mathrm{I}} + C_{\mathrm{II}} + C_{\mathrm{III}} \tag{3.84}$$

假设角向磁场由 $r=a'$ 处的均匀轴向电流 I 产生，并用以计算电感，且当 $r<a'$ 时可忽略不计，其角向磁场为：

$$H_\theta(r) = \frac{I}{2\pi r} \tag{3.85}$$

则自感为：

$$L = \frac{\mu_0 h}{2\pi}\ln\left(\frac{A}{a'}\right) \tag{3.86}$$

利用式(3.2)和式(3.6)可计算腔体谐振频率和 R/Q 值。

存储的能量可通过磁场来估算：

$$W = \frac{\mu_0 h}{4\pi} I^2 \ln\left(\frac{A}{a'}\right) \tag{3.87}$$

根据磁场还可以计算出腔体表面耗散的功率：

$$P_{\mathrm{L}} = \frac{1}{4\pi} I^2 R_s \left\{\frac{h}{A} + \frac{(h-g)}{a'} + 2\ln\left(\frac{A}{a'}\right)\right\} \tag{3.88}$$

这样，就可以利用式(3.12)计算出固有 Q 值。

表 3.6 给出了矩量法和 Fujisawa 法(参见电子工作表 3.4)对有无电子注通道时铜材料重入腔的理论特性计算结果比较。从这些例子可以看出，使用 Fujisawa 法，频率准确度约为 1%，而其他参数的准确度约为 5%。对无电子注通道的各种腔体的详细研究表明，在 $A/a'<5$ 和 $z_3/z_2<12$ 条件下，使用 Fujisawa 法计算的频率精度优于 5%。另外，由表 3.6 可以看出，对于典型形状的腔体，用于微波管中的特性参数精度会比这更好。

表 3.6　在 3GHz 时($v_0/c=0.3$)有无电子注通道铜材料重入铜腔的理论特性比较

	无电子注通道		有电子注通道	
	矩量法	Fujisawa 法	矩量法	Fujisawa 法
a(mm)	5.0	0	5.0	5.0
a'(mm)	7.0	7.0	7.0	7.0
A(mm)	24.39	24.39	26.11	26.11
g(mm)	5.0	5.0	5.0	5.0
h(mm)	20.0	20.0	20.0	20.0
f(GHz)	3.000	2.987(−0.4)	3.000	2.964(−1.2)
R_c/Q_U(Ω)	99.7	93.7(−6.4)	103.3	98.1(−5.3)
Q_U	7499	7666(+2.2)	7959	7934(−0.3)
R_c(kΩ)	747.7	718.3(−4.1)	822.1	778.1(−5.7)

3.5.3　互作用场

电子注沿圆形对称腔体的轴线通过，与漂移管间隙的边缘电场相互作用。在前一节中，为了简

单起见，假设在 $r=a$ 处电场的轴向分量为常数。然而，从图 3.16 可以清楚地看出，因在漂移管鼻锥附近有场聚集，该假设是不准确的。场分布取决于漂移管鼻锥的形状、间隙长度和漂移管半径。然而，为了避免电子被漂移管截获，其电子注半径通常不大于 $2a/3$，在该半径范围内，发现电场轴向分量的变化并不强烈依赖于 $r=a$ 处的场分布。因此，通过比较若干近似场分布，可得出相关互作用场的有用结论，文献[23]除了讨论上述均匀场外，还考虑了其他两种类型的场分布。如果漂移管鼻锥为刀口形状，则有：

$$E_z(a,z)=\begin{cases}\dfrac{V_g}{\pi\sqrt{(g/2)^2-z^2}} & |z|<g/2\\ 0 & |z|\geqslant g/2\end{cases}\tag{3.89}$$

式中，V_g 为间隙电压，一个比较有用的近似场分布为：

$$E_z(a,z)=\begin{cases}\dfrac{k\cosh(kz)}{2\sinh(kg/2)}V_g, & |z|<g/2\\ 0 & |z|\geqslant g/2\end{cases}\tag{3.90}$$

式中，k 被选取为匹配计算或测量所确定的实际间隙场。当 $k\to 0$ 时，该场趋近于均匀场；当 $k=4/g$ 时，它会产生一个非常接近刀口形状漂移管给出的互作用场。场分布图上互作用场与归一化长度的依赖性可利用电子工作表 3.5 进行研究。因为准静态场能够假设漂移管所有尺寸对半径进行归一化，所以可使用电子工作表 3.5 来研究互作用场与场分布和归一化间隙长度的相关性。图 3.17 比较了当 $g/a=1$ 时，$r=a$ 处为均匀场、刀口形状场和介于两者之间场分布的一些典型结果。由图可以看出，在电子注所占据的空间区域内，不同场分布下漂移管间隙中的场几乎没有差别。当 $r=a/2$ 时，间隙中心处的轴向场略大于轴上的场值，并随着 z 的增大而快速衰减。当归一化间隙长度为 $g/a=0.5$ 时，可以发现，使用 3 种场分布其结果之间的差异可以忽略不计，但轴上的场与 $r=a/2$ 处的场之间存在较大差异。当归一化间隙长度为 2.0 时，不同分布曲线场间存在着较大差异，但径向变化较小。总的来说，设置 $g/a=1$ 后，在场的径向均匀性与间隙对场分布的敏感性之间取得一个较好的折中。

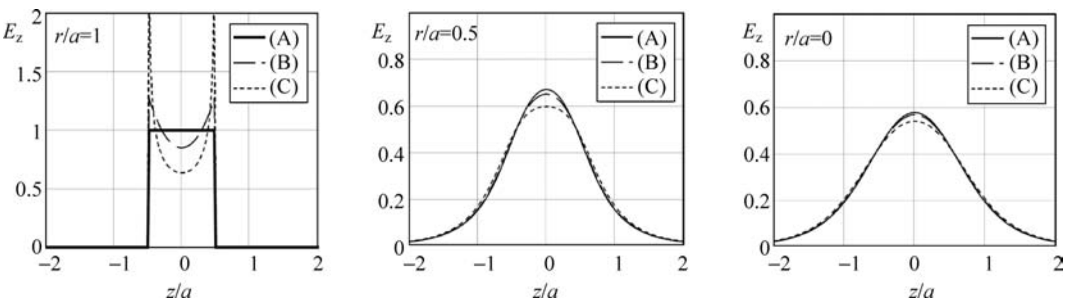

图 3.17 $g=a$ 时在 $r=a$ 处 3 种不同场分布下漂移管间隙中 E_z 的轴向变化

(A) 均匀场；(B) 双曲余弦场($k=2/g$)；(C) 刀口形状场

3.5.4 实际重入腔

实际微波管中采用的腔体，一般情况下，其漂移管的外形全部或部分为圆锥形，而顶端为圆形，

以降低表面上的峰值电场值。间隙长度通常近似等于漂移管内半径，但实际尺寸会在考虑下述情况时做出折中选择：

- 腔体的电特性；
- 可利用的轴向空间；
- 避免间隙电压击穿和二次电子倍增效应放电；
- 腔体的热传导和机械强度。

本书 18.8 节讨论了二次电子倍增效应放电。通过改变漂移管鼻锥的形状和涂覆具有低二次电子发射系数的涂层，可进一步降低间隙击穿的风险[24]。

如果需要改变腔体的频率，可以通过增加一个调谐器来实现。该调谐器通常采用位置可变且平行于漂移管的金属薄片形式，从而使其与漂移管间的电容可以实现如图 3.18(a)所示的变化[25]。在一些超高频速调管和感应输出管中，漂移管由一个陶瓷圆筒包围，形成了如图 3.18(b)所示的真空管壳，腔体外部被分成两半，并用螺栓固定在管子周围。因腔体的外部处于大气压力下，所以可采用弹簧爪式定位装置让腔体的一部分实现位置可变，并保持良好的电接触，这种类型的腔体称为外腔。

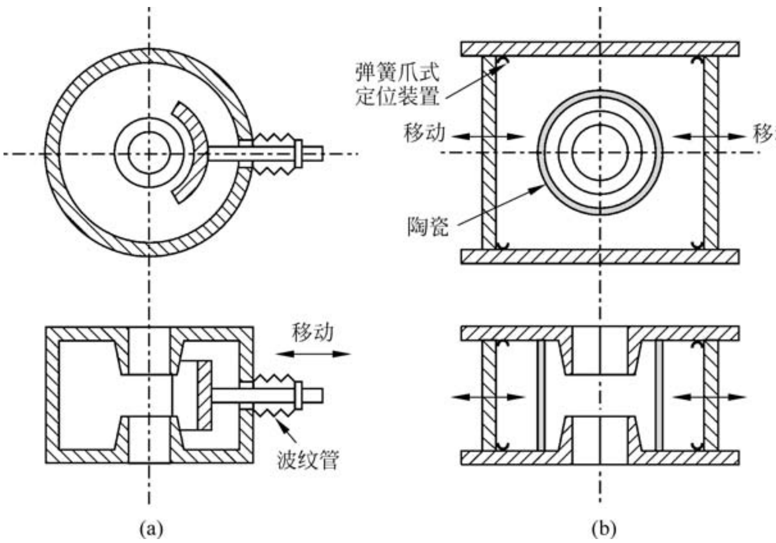

图 3.18　腔体调谐器在(a)内腔(b)外腔中的结构

3.6　腔体的外部耦合

微波管中使用的腔体谐振器的外部连接既可以采用同轴线也可以使用金属波导，并通过调整耦合的强度以达到所需的外观 Q 值。

同轴线可端接电性或磁性天线。通过去除一小段外导体和绝缘层，露出的内导体与腔体中的电场耦合以形成电性天线。用类似方式可制作磁性天线，将露出的内导体制成一个可与外导体连接的环(见图 3.19(a)和图 3.19(b))，该环与腔体中垂直于环平面的磁场分量感应耦合。这两种技术都被用来制作腔体谐振器实验测量的探针。天线与模式之间的耦合强度受到下面几个因素的影响：

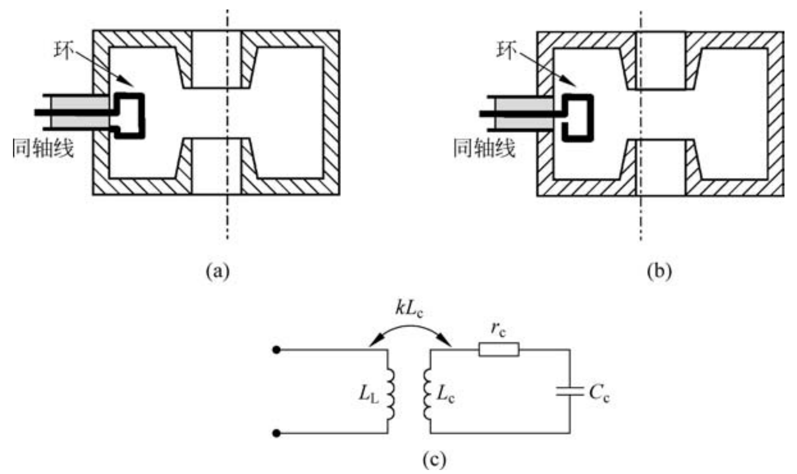

图 3.19　环耦合腔体

(a) 闭环结构；(b) 开环结构；(c) 等效电路

- 天线的尺寸；
- 天线插入腔体的深度；
- 磁性天线环平面与局部磁场方向之间的夹角。

因为不能接近最强电场区域，而且天线上的电场过于集中，会引起电击穿，故电性天线不适合与微波管腔体中基模 TM_{010} 模式进行耦合。3.6.1 节讨论了使用环(磁性天线)进行的耦合。

当采用波导与腔体进行外部连接时，应使波导的基模场与被激励的腔体模式实现强耦合。因此，矩形波导的宽边通常垂直于腔体的轴线(参见图 3.22)，耦合强度可通过改变波导与腔体接合的孔(或膜)的尺寸进行调整，3.6.2 节将对膜孔耦合进行讨论。

3.6.1　环耦合

图 3.19 给出了带有耦合环腔体的常规结构。该环既可以采用如图 3.19(a)所示闭合方式，也可以采用如图 3.19(b)所示开环方式。环与腔体中的磁场进行感应耦合，并通过围绕同轴线旋转环来调整耦合的强弱。环耦合腔体的等效电路如图 3.19(c)所示，其中，腔参数以下标 c 来表示；腔体与耦合环间的互感为 kL_c，而 k 表示腔体内的磁通量耦合到环中的百分率；环的自感为 L_L，对等效电路进行分析可以得出，其输入阻抗为：

$$Z_{in} = j\omega L_L + \frac{k^2 R_c}{1 + jQ_U\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \tag{3.91}$$

式中，根据式(3.6)，$R_c = Q_U^2 r_c$，该结果与式(3.5)比较表明，除回路电感的影响外，耦合可用 $k:1$ 的理想变压器来表征。

如果已知腔体中磁场的分布，通过求出与环相关链接的磁通量的百分率，就能计算出耦合系数 k，并且可获得较高精度[26]。如果环的尺寸比自由空间波长小，则利用静态分析计算出环的自感。文献[26]和[3]分别给出了自由空间中矩形环和圆形环的自感计算公式。自感的计算也可以通过将环视为短路的双导线来分析，与采用上述方法获得的计算结果相差约为 20%。应注意，式(3.91)

中的第二项在频率远离腔体谐振频率时可以忽略,环的自感能够被测量,发现采用这种方法测得的电感比自由空间电感小一个数量级。这是因为环的磁场被限制在谐振腔内,从而会增加磁通路径的磁阻,并减小单位电流所产生的磁通量。假设通过圆形环中心的磁力线形成一个与环半径相同的圆,就可以对该影响进行较为粗略的估算。同时,与自由空间中的同样环相比,环中心磁通密度的降低系数大约为 π。

电子工作表 3.4 中给出了上述模型,该表可用于研究带有环耦合的重入腔特性。图 3.20 给出了忽略环电感的典型腔体反射系数 S_{11},且把环视为短路双导线使计算值减小 π 系数,环的电感估值与某一特定情况的实验结果吻合得很好。由此可见,环的电感作用是略微改变谐振腔的谐振频率,并同时改变谐振时的 Z_{in} 值。为了研究这一影响,假定腔体的固有 Q 值很高,因此带宽很窄,且环的电抗假设为常数。图 3.21 给出了采用理想变压器和恒定环路电抗 $X=\omega_0 L_L$ 重新绘制的等效电路,该电抗与电阻为 R_s 的源相连接。该电路接入图 3.5 所示电路,可写为:

$$\frac{1}{R_E}+jB_E=\frac{k^2}{(R_s+jX)}=\frac{R_s-jX}{(R_s^2+X^2)}k^2 \tag{3.92}$$

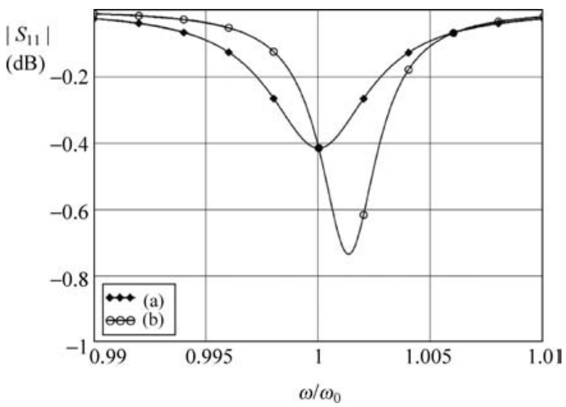

图 3.20 环耦合腔反射系数($Q_U=7800, Q_E=330$)

(a) 忽略环电感;(b) 考虑环电感

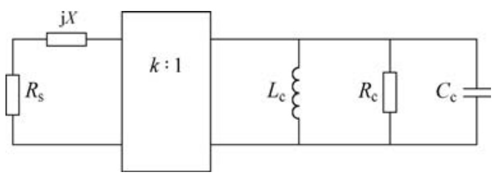

图 3.21 带有外电阻的环耦合腔等效电路

因此,可以得出:

$$R_E=\frac{(R_s^2+X^2)}{k^2 R_s} \tag{3.93}$$

以及

$$B_E=-\frac{k^2 X}{(R_s^2+X^2)} \tag{3.94}$$

腔体的外观 Q 值和耦合系数 K 可由式(3.18)和式(3.19)得到,谐振条件是电抗之和为零。因此,带有外负载的腔体谐振频率为下式的解:

$$\omega C_c-\frac{1}{\omega L_c}-\frac{k^2 X}{(R_s^2+X^2)}=0 \tag{3.95}$$

3.6.2 膜孔耦合

图 3.22 给出了通过膜孔将腔体耦合到矩形波导的结构示意图。波导宽度通常是标准波导的宽度，但高度可以降低。一般通过改变膜孔的宽度来调整耦合系数，以获得所期望的外观 Q 值。

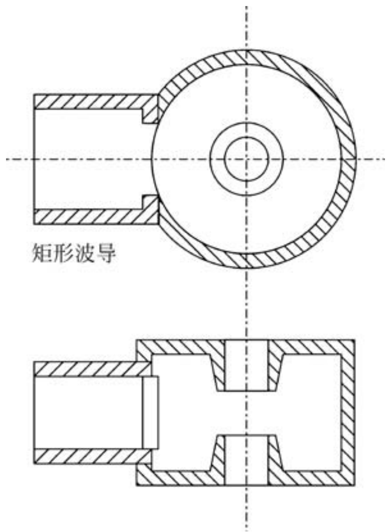

图 3.22　膜孔耦合腔体示意图

波导和腔体间的耦合可采用小孔耦合理论来模拟[27-30]。在该理论中，小孔效应可通过一个电偶极子或两个磁偶极子来描述，且单个电偶极子的大小与膜孔上电场的法向分量成正比，而两个磁偶极子的大小与磁场的横向分量成正比。在上述情况下，通常认为功率经过膜孔从腔体传输到波导中。在如图 3.22 所示腔体的 TM_{010} 模式下，膜孔处的非零场分量只有平行于波导宽边的磁场，因此，磁偶极矩为：

$$M=\alpha_{\mathrm{m}}H_1 \tag{3.96}$$

式中，H_1 为腔体中心的切向磁场；α_{m} 为小孔的磁极化率，仅取决于孔的形状和尺寸。由于小孔被假设为很小，所以其极化率可以通过准静态分析来确定。α_{m} 的解析表达式可用于圆形和椭圆形小孔[30]，并且其他形状的膜孔也已通过实验获得验证[31]。波导中感应出的横向磁场幅值可由下式给出：

$$H_0=\frac{2\beta_{\mathrm{g}}}{ab}\alpha_{\mathrm{m}}H_1 \tag{3.97}$$

如果耦合孔与波导中心对齐[30]，则波导宽边中心处的电压幅值为：

$$V_0=E_0b=\frac{\beta_{\mathrm{w}}}{\beta_{\mathrm{g}}}Z_{\mathrm{w}}H_0b \tag{3.98}$$

由式(2.38)，其中 $\beta_{\mathrm{w}}=\omega/c$，且 $Z_{\mathrm{w}}=\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$，则耦合系数可表示为：

$$K=\frac{P_{\mathrm{E}}}{P_{\mathrm{L}}}=\frac{V_0^2}{2Z_{\mathrm{g}}P_{\mathrm{L}}} \tag{3.99}$$

式中，P_{E} 和 P_{L} 分别表示外部电阻和腔壁耗散的功率。因此，将式(3.97)和式(3.98)代入上式可得：

$$K=\frac{2}{Z_{\mathrm{g}}}\left(\frac{Z_{\mathrm{w}}\beta_{\mathrm{w}}}{a}\right)^2\frac{(\alpha_{\mathrm{m}}H_1)^2}{P_{\mathrm{L}}} \tag{3.100}$$

因工作参数多以功率和电压表征，所以其合理的波导阻抗为：

$$Z_{\mathrm{PV}}=2\,\frac{b}{a}\cdot\frac{\beta_{\mathrm{w}}}{\beta_{\mathrm{g}}}Z_{\mathrm{w}} \tag{3.101}$$

因此，耦合系数表达式为：

$$K=\frac{\beta_{\mathrm{g}}\beta_{\mathrm{w}}}{ab}\cdot\frac{H_1^2Z_{\mathrm{w}}}{P_{\mathrm{L}}}\alpha_{\mathrm{m}}^2 \tag{3.102}$$

利用式(3.12)，代入腔体内的功率耗散可得：

$$K=\frac{2\beta_{\mathrm{g}}}{ab}\cdot\frac{\mu_0 H_1^2 Q_{\mathrm{U}}}{2W}\cdot\alpha_{\mathrm{m}}^2 \tag{3.103}$$

这样，耦合系数可被分解为 3 项的乘积：第一项仅取决于波导特性；第二项仅取决于腔体特性；第三项仅取决于小孔特性。第一项可写成 $4\pi/ab\lambda_{\mathrm{g}}$，即 4π 除以波导在一个波长内的体积；第二项将小孔处的切向磁场大小与腔体中的储存能量联系起来。对于盒形腔，H_1 和 W 分别由式(3.43)和式(3.47)给出，因此有：

$$\left(\frac{\mu_0 H_1^2}{2W}\right)_{\text{Pill box}}=\frac{1}{\pi r_{\mathrm{C}}^2 h} \tag{3.104}$$

式中，r_{C} 为腔体半径，可以看出，式(3.104)的右边为腔体体积的倒数。同样，对于宽度为 d_x，长度为 d_y 的矩形腔，H_1 和 W 分别由式(3.59)和式(3.62)给出，并且：

$$\left(\frac{\mu_0 H_1^2}{2W}\right)_{\text{Rectangular}}=\frac{4}{d_x d_y h}\left(\frac{d_x^2}{d_x^2+d_y^2}\right) \tag{3.105}$$

当腔体为立方体时，式(3.105)的右侧可简化为 2 除以腔体的体积。一般来说，比值 $2W/\mu_0 H_1^2$ 表示均匀磁场 H_1 的存储磁能等于腔体存储能量时的体积[32]。

对于半径为 r_{A} 的小圆孔：

$$\alpha_{\mathrm{m}}=\frac{4}{3}r_{\mathrm{A}}^3 \tag{3.106}$$

上式为填充孔径的球体体积除以 π[28]。因此，耦合系数可表示为：

$$K=\left(\frac{4\pi}{ab\lambda_{\mathrm{g}}}\cdot\frac{4}{3}r_{\mathrm{A}}^3\right)\cdot\left(\frac{\mu_0 H_1^2}{2W}\cdot\frac{4}{3}r_{\mathrm{A}}^3\right)Q_{\mathrm{U}} \tag{3.107}$$

第一个括号的含义可以解释为矩形波导中圆形膜孔的并联电抗，第二个括号的含义可以解释为两个相同的谐振器通过圆形膜孔耦合时的耦合系数。两个括号都表示为有效容积比[32]。

介绍一个具体数据例子来帮助理解。假设谐振频率为 3GHz 的盒形腔具有表 3.1 中所给出的特性参数，通过一个圆孔与标准 WR284 波导相耦合。波导内部尺寸为 72mm×34mm，孔半径为 7.2mm，其大小必须满足下述假设：足够小到作用在它上面的切向磁场保持恒定。如果忽略耦合引起的腔体微小失谐，则导波波长为 138mm。因此有：

$$Q_{\mathrm{E}}=\frac{\lambda_{\mathrm{g}}ab}{2\pi}\cdot\frac{\pi r_{\mathrm{C}}^2 h}{2}\cdot\left(\frac{3}{4r_{\mathrm{A}}^3}\right)^2=18\,700 \tag{3.108}$$

此时，$Q_{\mathrm{U}}=16\,100$，所以耦合系数为 0.86。文献[29]中描述了采用该方法计算的腔体与波导间耦合系数为 0～1.1。微波管中采用的输入和输出耦合通常为强烈的过耦合，因此外观 Q 值比固有 Q 值小得多。对于输出耦合，必须最大限度地降低因腔体损耗而耗散的功率在输出功率中的占比。因此，要求耦合孔不能太小，尤其它们的特性是根据理想的绝缘修正得到的，小孔靠近腔壁和波导，在限定时间内让微波通过它们。

通过研究如图 3.23(a)所示结构，可以深入了解矩形腔体的特性，该腔体通过较大电感性膜片与波导相耦合。由于电压击穿的风险低于电容性膜片，因此通常采用电感性膜片。该问题可以通过如图 3.23(b)所示的标准化传输线电路进行建模分析。腔体损耗由位于腔体中心的归一化集总电导 g 来表征，其中：

$$g = \frac{Z_g}{(R/Q)Q_U} \tag{3.109}$$

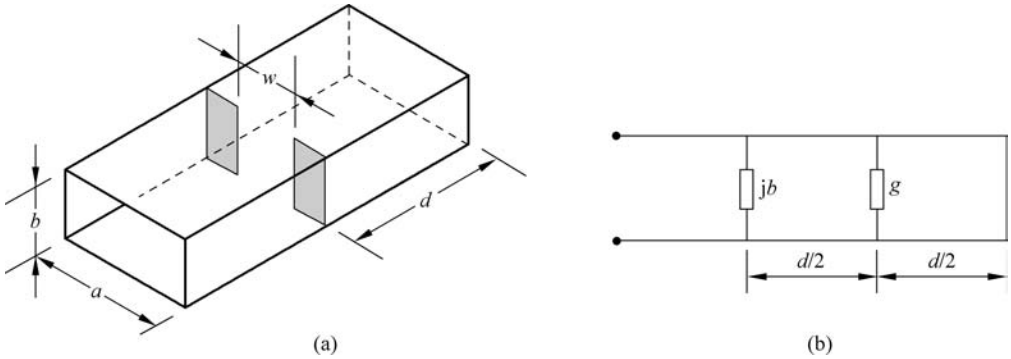

图　3.23

(a) 矩形腔通过一个电感性膜片与波导相耦合示意图；(b) 传输线等效电路

可以看出，如果将波导阻抗取为 Z_{PV}，与通常的 R/Q 定义相对应。根据式(2.97)可以对膜片的电纳进行建模分析，并达到较高精度要求：

$$b = -\frac{2\pi}{\beta_g a}\cot^2\left(\frac{\pi w}{2a}\right) \tag{3.110}$$

该电路的输入阻抗可利用标准传输线理论求出，扰动谐振频率可通过 S_{11} 的最小值求出。史密斯图上的输入阻抗图是一个理想的圆，采用 Kajfez 描述的方法可得到耦合参数和有载 Q 值[33]。依据这些结果计算固有 Q 值时，发现它非常接近式(3.109)给出的数据，确认了模型的自洽性(参见电子工作表 3.6)。图 3.24 给出了一个有载谐振器的典型图表，其中图上的标记为谐振频率和 3dB 位置点。

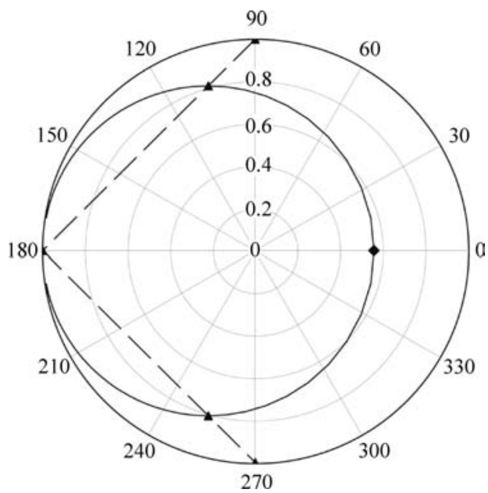

图 3.24　矩形腔谐振器的反射系数极坐标图(史密斯图)，该谐振器通过电感性膜孔与波导相耦合，图中给出谐振频率(◆)和 3dB 点(▲)

在 2.4.3 节中已经看到，任意宽度的电感性膜孔都可以通过等效电路来建模分析。膜孔的归一化并联电抗，以体积比的形式呈现，由式(2.103)和式(2.104)可以得到：

$$x=\frac{1}{4}\cdot\frac{4\pi}{ab\lambda_{g}}\cdot\frac{\pi w^{2}b}{4(1-w^{2}/a^{2})^{2}}\frac{\sin(\pi w/2a)}{\pi w/2a} \tag{3.111}$$

将此表达式与式(3.107)中的第一个括号中内容进行比较，可以发现，占据整个波导高度的宽膜孔的极化率可由下式得出：

$$\alpha_{m}=\frac{1}{4}\cdot\frac{\pi w^{2}b}{4(1-w^{2}/a^{2})^{2}}\cdot\frac{\sin(\pi w/2a)}{\pi w/2a} \tag{3.112}$$

当 $w/a\ll1$ 时，上式可简化为：

$$\alpha_{m}=\frac{1}{4}\cdot\frac{\pi w^{2}b}{4} \tag{3.113}$$

上式与文献[32]中的窄膜孔公式相符。将式(3.105)和式(3.112)代入式(3.107)，可以得到耦合系数的解析表达式：

$$K=\frac{1}{2}\beta_{g}a\left(\frac{w/a}{2(1-w^{2}/a^{2})^{2}}\cdot\sin(\pi w/2a)\right)^{2}\cdot\frac{a}{d}\left(\frac{a^{2}}{a^{2}+d^{2}}\right)Q_{U} \tag{3.114}$$

由分布电路模型计算出的耦合系数几乎与 $(w/a)^{4}$ 成正比，直到 $w/a=0.6$。根据式(3.114)计算的结果在 $w/a=0.4$ 之前非常接近(参见电子工作表 3.6 中的模型 1)。原则上，该方法可用于求解任意腔体的有载 Q 值，但一般情况下，考虑到相邻边界的矩形孔的极化率时，不能采用该公式。

膜孔耦合腔体的集总元件等效电路如图 3.25 所示，其中下标为 c 的元件表示腔体的特性。波导的特性阻抗为 Z_{g}，并以外加负载作为终端，且假设该负载与波导匹配。膜孔用电抗 X_{A} 表示，可根据式(3.110)计算得出。通过对该网络在 $\omega=\omega_{0}$ 时的输入阻抗与图 3.23(b)中分布电路的输入阻抗相比较，可以看出，当腔体为方形时，$k=1/\pi$，该结果与小孔电抗或波导特性阻抗的选择无关。另外，将 k 解释为被小孔截获的部分工作电流是完全可以的，但考虑到对称性，要求 $k=1/4$(因小孔电抗已经根据其截获波导中的纵向电流比例进行了调整)。研究发现，$k=1/\pi$ 的模型(参见电子工作表 3.6 中的模型 2)与上述分布电路模型之间存在较好的一致性。如果已知 k 和 X_{A} 的值，等效电路模型是非常有用的，因它对任何腔体都适用。

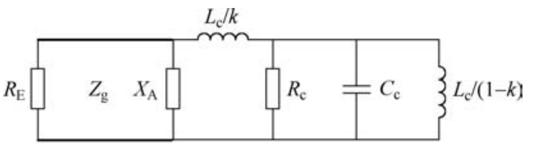

图 3.25 膜孔耦合谐振器的等效电路

3.7 腔体参数测量

虽然利用计算电磁学可以很好地计算出任何微波腔体的特性参数，但通过冷测实验来验证计算结果仍是一种行之有效的方法。冷测实验要测量的参数包括谐振频率、R/Q、固有 Q 值和外观 Q 值。此外，还常用于绘制电场强度分布图和识别高阶模式。可以对腔体进行全尺寸测量，或者为了方便起见按比例放大到一个比较大的尺寸。腔体可以由无氧铜或黄铜制成，如果腔体采用螺栓固定在一起，而非钎焊，则需要保证所有接头都有良好的电接触，以防止腔体内的循环电流被截断。因此，必须确保相互配合面紧密接触。我们使用价格便宜的铝质腔体，并在配合面上采用具有导电性的润滑脂(可从汽车配件商店买到)，获得了较好的结果。

谐振频率是通过使用小的电探针或磁探针耦合进腔体，使用矢量或标量网络分析仪测量反射

(S_{11})或传输(S_{21})特性来获得的。优先选择通过传输特性来测量,因为它更容易准确地检测出谐振峰值处的频率。探针可由预定长度的半刚性两端带有 SMA 接头的同轴电缆制成,电缆被切成两半,并把一小段长度的外导体和绝缘层去除,做成一个电探针。用类似方式可制作磁性探针,方法是将较长的内导体露出来,将其弯成一个环,然后将自由端焊接到同轴线的外导体上。我们在 3.6.1 节中分析过,腔体的谐振频率会受到外部耦合的扰动,因此,为避免这一影响,耦合应尽可能弱非常重要。同时,当没有测量到频率扰动时,需调整探针的位置,以获得最大的响应。必要时,可在探头逐渐插入时以及插入深度变为零时的外推结果来测量频率。

R/Q 可以通过测量在腔体轴线上插入细的介质棒时频率的变化来确定[34]。这一方法最初是由 Slater 提出[35],假定扰动比较小,扰动棒不改变腔外的场分布。如果高度为 h 的盒形腔受到半径为 r 和相对介电常数为 ε_r 的介质棒的扰动,则由介质棒引起的腔体电容变化为:

$$\Delta C=\frac{\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\pi r^2}{h} \tag{3.115}$$

则扰动的谐振频率为:

$$\omega=\frac{1}{\sqrt{L(C+\Delta C)}}=\omega_0\left(1-\frac{\Delta C}{2C}\right) \tag{3.116}$$

腔体中的储能可写为:

$$W=\frac{1}{2}CV^2 \tag{3.117}$$

式中,V 为穿过腔体的等效电压。因此,频率扰动为:

$$\omega-\omega_0=-\frac{\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\pi r^2\omega_0}{h}\frac{V^2}{4W} \tag{3.118}$$

利用式(3.14)中 R/Q 的定义可得:

$$\omega-\omega_0=-\frac{\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\pi r^2\omega_0^2}{2h}\left(\frac{R}{Q}\right) \tag{3.119}$$

通过测量频率扰动,可获得 R/Q,该项测量需要知道扰动棒的精确相对介电常数,可以通过介质棒去扰动一个理论上特性参数已知的腔体来确定。显然,频移足够大时精确地测量很重要,所以在理论上有效的足够小的扰动测量要求与大到足以精确地测量的要求之间存在矛盾,式(3.118)可改写为:

$$\omega-\omega_0=-\frac{(\varepsilon_r-1)\omega_0}{2W}\cdot\frac{\pi r^2 h\varepsilon_0 E_z^2}{2} \tag{3.120}$$

式中第二项表示介质棒所占体积内的储存电能。一般来说,根据 Slater 的扰动定理可知,谐振频率的变化与存储能量的变化成正比,因此,也与局部电场幅值的平方成正比。这使得通过测量由一个芯线引起的微扰来确定腔体内的电场成为可能,电场分量可以采用细棒形状的芯线单独测量。通过对扰动方法测量精度的研究可以发现,它们所基于的假定条件对于非常小的扰动不再适用[36]。然而,来自其他因素的误差也会使测量效果变差,因此,即使在棒不是非常小时,该方法也可以提供所需的精度。计算介质棒扰动下盒形腔的频率,并与式(3.119)的结果进行对比,结果表明:当介质棒半径与腔体半径之比为 0.05 且 $\varepsilon_r=10$ 时,使用该方法的误差约为 0.3%。同时,该论文也分析了小介质球对盒形腔的频率扰动。

通过在腔壁上开孔，插入一根小介质棒来测试腔体内的场，利用该方法可以识别出高阶模式。通过给定插入深度介质棒所产生的扰动强度，可得到局部电场强度的指示值，因此，可获得电场幅值的零点及最大值，从而区分出每个谐振频率的模式。

采用 Kajfez 所描述的方法可以精确测量腔体谐振器的有载 Q 值和固有 Q 值[33]。腔体的输入阻抗通过矢量网络分析仪来测定，其结果与图 3.24 相似，耦合系数可由下式得到：

$$K=\frac{D}{2-D} \tag{3.121}$$

式中，$D(0\leqslant D\leqslant 2)$表示圆的直径，它是史密斯图上阻抗的轨迹。频率($\omega_{1,2}$)位于图 3.24 中三角形标记所示的两个点，该标记在反谐振点对着一个 90°角，因此有：

$$Q_{\mathrm{L}}=\frac{\omega_0}{\omega_1-\omega_2} \tag{3.122}$$

同理，可使用式(3.20)确定出腔体的固有 Q 值。

参考文献

[1] R. G. Carter, *Electromagnetic Waves: Microwave Components and Devices*. London: Chapman and Hall, 1990.

[2] N. W. McLachlan, *Bessel Functions for Engineers*. Oxford University Press, 1954.

[3] S. Ramo *et al.*, *Fields and Waves in Communication Electronics*. New York: Wiley, 1965.

[4] S. Lucyszyn, 'Investigation of anomalous room temperature conduction losses in normal metals at terahertz frequencies', *IEE Proceedings: Microwaves, Antennas and Propagation*, vol. 151, pp. 321-329, 2004.

[5] E. Episkopou *et al.*, 'Defining material parameters in commercial EM solvers for arbitrary metal-based THz structures', *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*, vol. 2, pp. 513-524, 2012.

[6] S. P. Morgan, 'Effect of surface roughness on eddy current losses at microwave frequencies', *Journal of Applied Physics*, vol. 20, pp. 352-362, 1949.

[7] C. L. Holloway and E. F. Kuester, 'Power loss associated with conducting and superconducting rough interfaces', *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 48, pp. 1601-1610, 2000.

[8] L. Tsang *et al.*, 'Effects of random rough surface on absorption by conductors at microwave frequencies', *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 16, pp. 221-223, 2006.

[9] E. O. Hammerstad and F. Bekkedal, *Microstrip Handbook*. Trondheim, Norway: University of Trondheim, 1975.

[10] T. Edwards, *Foundations for Microstrip Circuit Design*, 2nd ed. Chichester, UK: Wiley, 1992.

[11] E. Maxwell, 'Conductivity of metallic surfaces at microwave frequencies', *Journal of Applied Physics*, vol. 18, pp. 629-638, 1947.

[12] J. Allison and F. Benson, 'Surface roughness and attenuation of precision-drawn, chemically polished, electropolished, electroplated and electroformed waveguides', *Proceedings of the IEE—Part B: Radio and Electronic Engineering*, vol. 102, pp. 251-259, 1955.

[13] F. Benson, 'Waveguide attenuation and its correlation with surface roughness', *Proceedings of the IEE—Part III: Radio and Communication Engineering*, vol. 100, pp. 85-90, 1953.

[14] F. Benson, 'Attenuation and surface roughness of electroplated waveguides', *Proceedings of the IEE—Part III: Radio and Communication Engineering*, vol. 100, pp. 213-216, 1953.

[15] F. Benson and D. Steven, 'Rectangular-waveguide attenuation at millimetre wavelengths', *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 110, pp. 1008-1014, 1963.

[16] F. J. Tischer, 'Excess conduction losses at millimeter wavelengths', *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 24, pp. 853-858, 1976.

[17] M. P. Kirley and J. H. Booske, 'Terahertz conductivity of copper surfaces', *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*, vol. 5, pp. 1012-1020, 2015.

[18] F. Horner *et al*., 'Resonance methods of dielectric measurement at centimetre wavelengths', *Journal of the Institution of Electrical Engineers—Part III Communication Engineering, including the Proceedings of the Wireless Section of the Institution*, vol. 93, pp. 53-68, 1946.

[19] R. G. Carter *et al*., 'Rapid calculation of the properties of klystron cavities', in *2008 IEEE International Vacuum Electronics Conference*, pp. 142-143, 2008.

[20] R. G. Carter *et al*., 'Calculation of the properties of reentrant cylindrical cavity resonators', *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 55, pp. 2531-2538, December 2007.

[21] R. Taylor, 'Calculation of resonant frequencies of re-entrant cylindrical electromagnetic cavities', *Journal of Nuclear Energy, Part C: Plasma Physics*, vol. 3, pp. 129-134, 1961.

[22] K. Fujisawa, 'General treatment of klystron resonant cavities', *IRE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-6, pp. 344-358, 1958.

[23] H. G. Kosmahl and G. M. Branch, Jr., 'Generalized representation of electric fields in interaction gaps of klystrons and traveling-wave tubes', *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 20, pp. 621-629, 1973.

[24] C. Hill and R. G. Carter, 'Investigation of possible multipactor discharge in a klystron input cavity', in *2006 IEEE International Vacuum Electronics Conference held Jointly with 2006 IEEE International Vacuum Electron Sources*, Monterey, CA, pp. 81-82, 2006.

[25] M. J. Smith and G. Phillips, *Power Klystrons Today*. Taunton, UK: Research Studies Press, 1995.

[26] K. R. Engala *et al*., 'Simple computation of the coupling coefficient for loop-coupled resonant cavities', *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 27, pp. 400-404, 2000.

[27] H. A. Bethe, 'Theory of diffraction by small holes', *Physical Review*, vol. 66, pp. 163-182, 1944.

[28] R. E. Collin, *Foundations for Microwave Engineering*. New York: McGraw-Hill, 1966.

[29] J. Gao, 'Analytical formula for the coupling coefficient β of a cavity-waveguide coupling system', *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, vol. 309, pp. 5-10, 1991.

[30] J. Gao, 'Analytical formulae for the coupling coefficient β between a waveguide and a travelling wave structure', in *Proceedings of the 1993 Particle Accelerator Conference (PAC 1993)*, pp. 868-870, 1993.

[31] S. B. Cohn, 'Determination of aperture parameters by electrolytic-tank measurements', *Proceedings of the IRE*, vol. 39, pp. 1416-1421, 1951.

[32] H. A. Wheeler, 'Coupling holes between resonant cavities or waveguides evaluated in terms of volume ratios', *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 12, pp. 231-244, 1964.

[33] D. Kajfez and E. J. Hwan, 'Q-factor measurement with network analyzer', *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 32, pp. 666-670, 1984.

[34] J. F. Gittins, *Power Travelling-Wave Tubes*. London: English Universities Press, 1965.

[35] L. C. Maier, Jr. and J. C. Slater, 'Field strength measurement in resonant cavities', *Journal of Applied Physics*, vol. 31, pp. 68-77, 1952.

[36] R. G. Carter, 'Accuracy of microwave cavity perturbation measurements', *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 49, pp. 918-923, May 2001.