

第 3 章

章

栈和队列

3.1

本章知识体系



1. 知识结构图

本章的知识结构如图 3.1 所示。

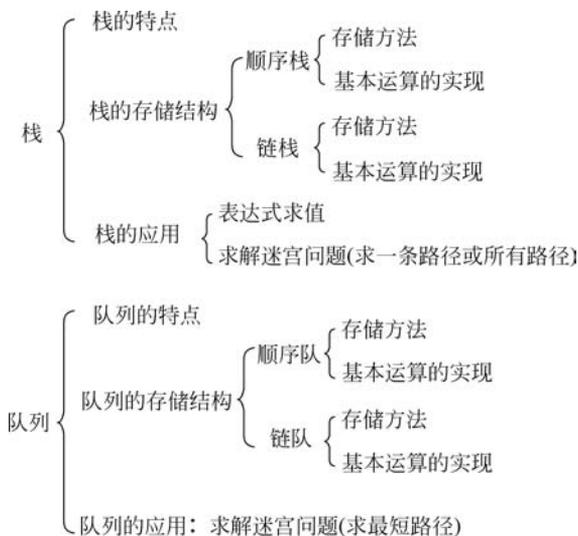


图 3.1 第 3 章知识结构图

2. 基本知识点

(1) 栈、队列和线性表的异同。

- (2) 顺序栈的基本运算算法设计。
- (3) 链栈的基本运算算法设计。
- (4) 顺序队的基本运算算法设计。
- (5) 环形队列和非环形队列的特点。
- (6) 链队的基本运算算法设计。
- (7) 利用栈/队列求解复杂的应用问题。

3. 要点归纳

(1) 栈和队列的共同点是它们的数据元素都呈线性关系,且只允许在端点处插入和删除元素。

(2) 栈是一种“后进先出”的数据结构,只能在一端进行元素的插入和删除。

(3) 栈可以采用顺序栈和链栈两种存储结构。

(4) n 个不同元素的进栈顺序和出栈顺序不一定相同。

(5) 在顺序栈中通常用栈顶指针指向当前栈顶的元素。

(6) 在顺序栈中用数组 $\text{data}[0..\text{MaxSize}-1]$ 存放栈中元素,只能将一端作为栈底,另一端作为栈顶,通常的做法是将 $\text{data}[0]$ 端作为栈底, $\text{data}[\text{MaxSize}-1]$ 端作为栈顶。用户也可以将 $\text{data}[\text{MaxSize}-1]$ 端作为栈底, $\text{data}[0]$ 端作为栈顶,但不能将中间位置作为栈底或者栈顶。

(7) 初始时将栈顶指针 top 设置为 -1 ,栈空的条件为 $\text{top} = -1$,栈满的条件为 $\text{top} = \text{MaxSize}-1$,元素 x 的进栈操作是 $\text{top}++$; $\text{data}[\text{top}] = x$,出栈操作是 $x = \text{data}[\text{top}]$; $\text{top}--$ 。这是经典做法,但不是唯一的方法,如果初始时将 top 设置为 0 ,可以设置栈空的条件为 $\text{top} = 0$,栈满的条件为 $\text{top} = \text{MaxSize}$,元素 x 的进栈操作是 $\text{data}[\text{top}] = x$; $\text{top}++$,出栈操作是 $\text{top}--$; $x = \text{data}[\text{top}]$ 。

(8) 在顺序栈或链栈中,进栈和出栈操作不涉及栈中元素的移动。

(9) 在链栈中,由于每个结点是单独分配的,通常不考虑上溢出问题。

(10) 无论是顺序栈还是链栈,进栈和出栈运算的时间复杂度均为 $O(1)$ 。

(11) 队列是一种“先进先出”的数据结构,只能从一端插入元素,从另一端删除元素。

(12) 队列可以采用顺序队和链队两种存储结构。

(13) n 个元素进队的顺序和出队顺序总是一致的。

(14) 在顺序队中元素的个数可以由队头指针和队尾指针计算出来。

(15) 环形队列也是一种顺序队,是通过逻辑方法使其首尾相连的,解决非环形队列的假溢出现象。

(16) 在环形队列中,队头指针 f 指向队头元素的前一个位置,队尾指针 r 指向队尾元素,这是一种经典做法,但不是唯一的方法,也可以让队头指针 f 指向队头元素。

(17) 无论是顺序队还是链队,进队运算和出队运算的时间复杂度均为 $O(1)$ 。

(18) 在实际应用中,一般栈和队列都是用来存放临时数据的,如果先保存的元素先处理,应该采用队列;如果后保存的元素先处理,应该采用栈。

3.2

教材中的练习题及参考答案 *

1. 有5个元素,其进栈次序为ABCDE,在各种可能的出栈次序中以元素C、D最先出栈(即C第一个且D第二个出栈)的次序有哪几个?

答:要使C第一个且D第二个出栈,应是A进栈,B进栈,C进栈,C出栈,D进栈,D出栈,之后可以有以下几种情况。

- (1) B出栈,A出栈,E进栈,E出栈,输出序列为CDBAE;
- (2) B出栈,E进栈,E出栈,A出栈,输出序列为CDBEA;
- (3) E进栈,E出栈,B出栈,A出栈,输出序列为CDEBA。

所以可能的次序有CDBAE、CDBEA、CDEBA。

2. 在一个算法中需要建立多个栈(假设3个栈或以上)时可以选用以下3种方案之一,试问这些方案相比各有什么优缺点?

- (1) 分别用多个顺序存储空间建立多个独立的顺序栈。
- (2) 多个栈共享一个顺序存储空间。
- (3) 分别建立多个独立的链栈。

答:(1)优点是每个栈仅用一个顺序存储空间时操作简单;缺点是各栈的初始空间分配小了容易产生溢出,分配空间大了容易造成浪费,各栈不能共享空间。

(2)优点是多个栈仅用一个顺序存储空间,充分利用了存储空间,只有在整个存储空间都用完时才会产生溢出;缺点是当一个栈满时要向左、右查询有无空闲单元,如果有,则要移动元素和修改相关的栈底和栈顶指针。当接近栈满时要查询空闲单元、移动元素和修改栈底、栈顶指针,这一过程计算复杂且十分耗时。

(3)优点是多个链栈一般不考虑栈的溢出;缺点是链栈中元素要以指针相链接,存储密度较顺序栈低。

3. 在以下几种存储结构中哪种最适合用作链栈?

- (1) 带头结点的单链表。
- (2) 不带头结点的循环单链表。
- (3) 带头结点的双链表。

答:栈中元素之间的逻辑关系属线性关系,可以采用单链表、循环单链表和双链表之一来存储,而栈的主要运算是进栈和出栈。

当采用(1)时,前端作为栈顶,进栈和出栈运算的时间复杂度为 $O(1)$ 。

当采用(2)时,前端作为栈顶,当进栈和出栈时首结点都发生变化,还需要找到尾结点,通过修改其next域使其变为循环单链表,算法的时间复杂度为 $O(n)$ 。

当采用(3)时,前端作为栈顶,进栈和出栈运算的时间复杂度为 $O(1)$ 。

但单链表和双链表相比,其存储密度更高,所以本题中最适合用作链栈的是带头结点的单链表。

4. 简述以下算法的功能(假设 ElemType 为 int 类型)。

```
void fun(ElemType a[], int n)
{   int i; ElemType e;
    SqStack * st1, * st2;
    InitStack(st1);
    InitStack(st2);
    for (i = 0; i < n; i++)
        if (a[i] % 2 == 1)
            Push(st1, a[i]);
        else
            Push(st2, a[i]);
    i = 0;
    while (!StackEmpty(st1))
    {   Pop(st1, e);
        a[i++] = e;
    }
    while (!StackEmpty(st2))
    {   Pop(st2, e);
        a[i++] = e;
    }
    DestroyStack(st1);
    DestroyStack(st2);
}
```

答: 算法的执行步骤如下。

(1) 遍历数组 a , 将所有奇数进到 $st1$ 栈中, 将所有偶数进到 $st2$ 栈中。

(2) 先将 $st1$ 的所有元素(奇数元素)退栈, 放到数组 a 中并覆盖原有位置的元素; 再将 $st2$ 的所有元素(偶数元素)退栈, 放到数组 a 中并覆盖原有位置的元素。

(3) 销毁两个栈 $st1$ 和 $st2$ 。

所以本算法的功能是利用两个栈将数组 a 中的所有奇数元素放到所有偶数元素的前面。

例如 ElemType $a[] = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 执行算法后数组 a 变为 $\{5, 3, 1, 6, 4, 2\}$ 。

5. 简述以下算法的功能(顺序栈的元素类型为 ElemType)。

```
void fun(SqStack * &st, ElemType x)
{   SqStack * tmps;
    ElemType e;
    InitStack(tmps);
    while (!StackEmpty(st))
    {   Pop(st, e);
        if (e != x) Push(tmps, e);
    }
    while (!StackEmpty(tmps))
    {   Pop(tmps, e);
        Push(st, e);
    }
    DestroyStack(tmps);
}
```

答：算法的执行步骤如下。

- (1) 建立一个临时栈 `tmps` 并初始化。
- (2) 退栈 `st` 中的所有元素, 将不为 x 的元素进栈到 `tmps` 中。
- (3) 退栈 `tmps` 中的所有元素, 并进栈到 `st` 中。
- (4) 销毁栈 `tmps`。

所以本算法的功能是如果 `st` 栈中存在元素 x , 将其从栈中清除。例如, `st` 栈中从栈底到栈顶为 `a、b、c、d、e`, 执行算法 `fun(st, 'c')` 后, `st` 栈中从栈底到栈顶为 `a、b、d、e`。

6. 简述以下算法的功能(队列 `qu` 的元素类型为 `ElemType`)。

```
bool fun(SqQueue * &qu, int i)
{
    ElemType e;
    int j = 1;
    int n = (qu->rear - qu->front + MaxSize) % MaxSize;
    if (j < 1 || j > n) return false;
    for (j = 1; j <= n; j++)
    {
        deQueue(qu, e);
        if (j != i)
            enQueue(qu, e);
    }
    return true;
}
```

答：算法的执行步骤如下。

- (1) 求出队列 `qu` 中的元素个数 n , 参数 i 错误时返回假。
- (2) `qu` 出队共计 n 次, 除了第 i 个出队的元素以外, 其他出队的元素立即进队。
- (3) 返回真。

所以本算法的功能是删除 `qu` 中从队头开始的第 i 个元素。例如, `qu` 中从队头到队尾的元素是 `a、b、c、d、e`, 执行算法 `fun(qu, 2)` 后, `qu` 中从队头到队尾的元素变为 `a、c、d、e`。

7. 什么是环形队列? 采用什么方法实现环形队列?

答：在用数组表示队列时把数组看成一个环形的, 即令数组中的第一个元素紧跟在最末一个单元之后就形成了一个环形队列。环形队列解决了非环形队列中出现的“假溢出”现象。

通常采用逻辑上求余数的方法来实现环形队列, 假设数组的大小为 n , 当元素下标 i 增 1 时采用 $i = (i + 1) \% n$ 来实现。

8. 环形队列一定优于非环形队列吗? 在什么情况下使用非环形队列?

答：队列主要用于保存中间数据, 而且保存的数据具有先产生先处理的特点。非环形队列存在数据假溢出现象, 即队列中还有空间, 可是队满的条件却成立了, 为此改为环形队列, 这样克服了假溢出现象。但并不能说环形队列一定优于非环形队列, 因为环形队列中出队元素的空间可能被后来进队的元素覆盖, 如果算法要求在队列操作结束后利用进队的所有元素实现某种功能, 这样环形队列就不适合了, 在这种情况下需要使用非环形队列, 例如使用非环形队列求解迷宫路径就是这种情况。

9. 假设以 `I` 和 `O` 分别表示进栈和出栈操作, 栈的初态和终态均为空, 进栈和出栈的操作序列可表示为仅由 `I` 和 `O` 组成的序列。

(1) 下面的序列哪些是合法的?

A. IOIOIOIO B. IOOIOIHO C. IIIIOIOIO D. IIIOOIOIO

(2) 通过对(1)的分析,设计一个算法判断所给的操作序列是否合法,若合法返回真,否则返回假(假设被判断的操作序列已存入一维数组中)。

答:(1) 选项 A、D 均合法,而选项 B、C 不合法。因为在选项 B 中先进栈一次,立即出栈 3 次,这会造成栈下溢。在选项 C 中共进栈 5 次,出栈 3 次,栈的终态不为空。

(2) 本题使用一个链表来判断操作序列是否合法,其中 str 为存放操作序列的字符数组,n 为该数组的字符个数(这里的 ElemType 类型设定为 char)。对应的算法如下:

```
bool judge(char str[], int n)
{   int i = 0; ElemType x;
    LinkStNode * ls;
    bool flag = true;
    InitStack(ls);
    while (i < n && flag)
    {   if (str[i] == 'I')           //进栈
        Push(ls, str[i]);
        else if (str[i] == 'O')     //出栈
        {   if (StackEmpty(ls))
            flag = false;          //栈空时
            else
                Pop(ls, x);
        }
        else
            flag = false;          //其他值无效
        i++;
    }
    if (!StackEmpty(ls)) flag = false;
    DestroyStack(ls);
    return flag;
}
```

10. 假设表达式中允许包含圆括号、方括号和大括号 3 种括号,编写一个算法判断表达式中的括号是否正确配对。

解: 设置一个栈 st, 遍历表达式 exp, 当遇到 '('、 '[' 或 '{' 时将其进栈; 当遇到 ')' 时, 若栈顶是 '(', 则继续处理, 否则以不配对返回假; 当遇到 ']' 时, 若栈顶是 '[', 则继续处理, 否则以不配对返回假; 当遇到 '}' 时, 若栈顶是 '{', 则继续处理, 否则以不配对返回假。在 exp 扫描完毕后, 若栈不空, 则以不配对返回假; 否则以括号配对返回真。本题的算法如下:

```
bool Match(char exp[], int n)
{   LinkStNode * ls;
    InitStack(ls);
    int i = 0;
    ElemType e;
    bool flag = true;
    while (i < n && flag)
    {   if (exp[i] == '(' || exp[i] == '[' || exp[i] == '{')
```

```

        Push(ls,exp[i]);           //遇到',' '['或'{',将其进栈
if (exp[i] == ')')               //遇到')',若栈顶是'(',继续处理,否则以不配对返回
{
    if (GetTop(ls,e))
        {   if (e == '(') Pop(ls,e);
            else flag = false;
        }
    else flag = false;
}
if (exp[i] == ']')              //遇到']',若栈顶是'[',继续处理,否则以不配对返回
{
    if (GetTop(ls,e))
        {   if (e == '[') Pop(ls,e);
            else flag = false;
        }
    else flag = false;
}
if (exp[i] == '}')              //遇到'}',若栈顶是'{',继续处理,否则以不配对返回
{
    if (GetTop(ls,e))
        {   if (e == '{') Pop(ls,e);
            else flag = false;
        }
    else flag = false;
}
    i++;
}
if (!StackEmpty(ls)) flag = false; //若栈不空,则不配对
DestroyStack(ls);
return flag;
}

```

11. 设从键盘输入一个序列的字符 a_1, a_2, \dots, a_n 。设计一个算法实现这样的功能: 若 a_i 为数字字符, a_i 进队; 若 a_i 为小写字母, 将队首元素出队; 若 a_i 为其他字符, 表示输入结束。要求使用环形队列。

解: 先建立一个环形队列 qu, 用 while 循环接收用户的输入, 若输入数字字符, 将其进队; 若输入小写字母, 出队一个元素, 并输出它; 若为其他字符, 则退出循环。本题的算法如下:

```

void fun()
{
    ElemType a, e;
    SqQueue * qu;           //定义队列指针
    InitQueue(qu);
    while (true)
    {
        printf("输入 a:");
        scanf("%s", &a);
        if (a >= '0' && a <= '9') //为数字字符
        {
            if (!enQueue(qu, a))
                printf("  队列满, 不能进队\n");
        }
        else if (a >= 'a' && a <= 'z') //为小写字母

```

```

    {   if (!deQueue(qu, e))
        printf("  队列空,不能出队\n");
        else
            printf("  出队元素: %c\n", e);
    }
    else break;    //为其他字符
}
DestroyQueue(qu);
}
    
```

12. 设计一个算法,将一个环形队列(容量为 n ,元素的下标从 0 到 $n-1$)中的元素倒置。例如,图 3.2(a)中为倒置前的队列($n=10$),图 3.2(b)中为倒置后的队列。

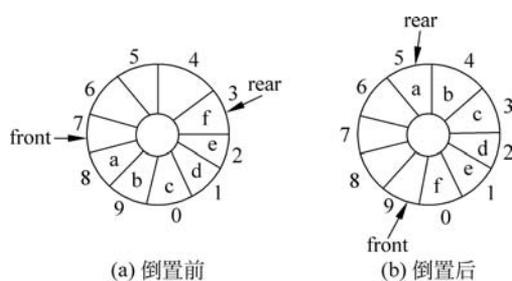


图 3.2 一个环形队列倒置前后的状态

解: 使用一个临时栈 st ,先将 qu 队列中的所有元素出队并将其进栈 st ,直到队列空为止。然后初始化队列 qu (将队列清空),再出栈 st 中的所有元素并将其进队 qu ,最后销毁栈 st 。对应的算法如下:

```

void Reverse(SqQueue * &qu)
{   ElemType e;
    SqStack * st;
    InitStack(st);
    while (!QueueEmpty(qu))    //队不空时出队并进栈
    {   deQueue(qu, e);
        Push(st, e);
    }
    InitQueue(qu);            //队列初始化
    while (!StackEmpty(st))   //栈不空时出栈并将元素入队
    {   Pop(st, e);
        enQueue(qu, e);
    }
    DestroyStack(st);
}
    
```

13. 编写一个程序,输入 n (由用户输入)个 10 以内的数,每输入 i ($0 \leq i \leq 9$)就把它插到第 i 号队列中,最后把 10 个队中的非空队列按队列号从小到大的顺序串接成一条链,并输出该链中的所有元素。

解: 建立一个队头指针数组 quh 和队尾指针数组 qut , $quh[i]$ 和 $qut[i]$ 表示 i 号($0 \leq$

$i \leq 9$) 队列的队头和队尾, 先将它们的所有元素置为 NULL。对于输入的 x , 采用尾插法将其链到 x 号队列中。然后按 0~9 编号的顺序把这些队列中的结点构成一个不带头结点的单链表, 其首结点指针为 head。最后输出单链表 head 的所有结点值并释放所有结点。对应的程序如下:

```

#include <stdio.h>
#include <malloc.h>
#define MAXQNode 10 //队列的个数
typedef struct node
{
    int data;
    struct node * next;
} QNode;
void Insert(QNode * quh[], QNode * qut[], int x) //将 x 插到相应队列中
{
    QNode * s;
    s = (QNode *) malloc(sizeof(QNode)); //创建一个结点 s
    s->data = x; s->next = NULL;
    if (quh[x] == NULL) //x 号队列为空队时
    {
        quh[x] = s;
        qut[x] = s;
    }
    else //x 号队列不为空队时
    {
        qut[x]->next = s; //将 s 结点链到 qut[x] 所指的结点之后
        qut[x] = s; //让 qut[x] 仍指向尾结点
    }
}
void Create(QNode * quh[], QNode * qut[]) //根据用户的输入创建队列
{
    int n, x, i;
    printf("n:");
    scanf("%d", &n);
    for (i = 0; i < n; i++)
    {
        do
        {
            printf("输入第 %d 个数:", i + 1);
            scanf("%d", &x);
        } while (x < 0 || x > 10);
        Insert(quh, qut, x);
    }
}
void DestroyList(QNode * &head) //释放单链表
{
    QNode * pre = head, * p = pre->next;
    while (p != NULL)
    {
        free(pre);
        pre = p; p = p->next;
    }
    free(pre);
}
void DispList(QNode * head) //输出单链表的所有结点值
{
    printf("\n 输出所有元素:");
    while (head != NULL)

```

```

    {   printf(" %d ", head->data);
        head = head->next;
    }
    printf("\n");
}
QNode * Link(QNode * quh[], QNode * qut[]) //将非空队列链接起来并输出
{   QNode * head = NULL, * tail; //总链表的首结点指针和尾结点指针
    int i;
    for (i = 0; i < MAXQNode; i++) //扫描所有队列
        if (quh[i] != NULL) //i号队列不为空
            {   if (head == NULL) //若i号队列为第一个非空队列
                    {   head = quh[i];
                        tail = qut[i];
                    }
                else //若i号队列不是第一个非空队列
                    {   tail->next = quh[i];
                        tail = qut[i];
                    }
            }
    tail->next = NULL;
    return head;
}

int main()
{   int i;
    QNode * head;
    QNode * quh[MAXQNode], * qut[MAXQNode]; //各队列的队头指针 quh 和队尾指针 qut
    for (i = 0; i < MAXQNode; i++)
        quh[i] = qut[i] = NULL; //置初值空
    Create(quh, qut); //建立队列
    head = Link(quh, qut); //链接各队列产生单链表
    DispList(head); //输出单链表
    DestroyList(head); //销毁单链表
    return 1;
}

```

3.3

补充练习题及参考答案



3.3.1 单项选择题



习题答案

- 以下数据结构中元素之间为线性关系的是_____。
 - 栈
 - 队列
 - 线性表
 - 以上都是
- 栈和队列的共同点是_____。
 - 都是先进后出
 - 都是先进先出
 - 只允许在端点处插入和删除元素
 - 没有其特点

3. 经过以下栈运算后 x 的值是_____。
 InitStack(s); Push(s, a); Push(s, b); Pop(s, x); GetTop(s, x);
 A. a B. b C. 1 D. 0
4. 经过以下栈运算后 StackEmpty(s)的值是_____。
 InitStack(s); Push(s, a); Push(s, b); Pop(s, x); Pop(s, y)
 A. a B. b C. 1 D. 0
5. 设一个栈的输入序列为 a, b, c, d , 则借助一个栈所得到的输出序列不可能是_____。
 A. a, b, c, d B. d, c, b, a C. a, c, d, b D. d, a, b, c
6. 已知一个栈的进栈序列是 $1, 2, 3, \dots, n$, 其输出序列是 p_1, p_2, \dots, p_n , 若 $p_1 = n$, 则 p_i 的值是_____。
 A. i B. $n-i$ C. $n-i+1$ D. 不确定
7. 设 n 个元素的进栈序列是 $1, 2, 3, \dots, n$, 其输出序列是 p_1, p_2, \dots, p_n , 若 $p_1 = 3$, 则 p_2 的值_____。
 A. 一定是 2 B. 一定是 1 C. 不可能是 1 D. 以上都不对
8. 设 n 个元素的进栈序列是 $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$, 其输出序列是 $1, 2, 3, \dots, n$, 若 $p_n = 1$, 则 $p_i (1 \leq i \leq n-1)$ 的值是_____。
 A. $n-i+1$ B. $n-i$ C. i D. 有多种可能
9. 一个栈的入栈序列为 $1, 2, 3, \dots, n$, 其出栈序列是 $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ 。若 $p_2 = 3$, 则 p_3 可能的取值个数是_____。
 A. $n-3$ B. $n-2$ C. $n-1$ D. 无法确定
10. 设栈 S 和队列 Q 的初始状态为空, 元素 $e_1 \sim e_6$ 依次通过栈 S , 一个元素出后即进队列 Q , 若 6 个元素出队的序列是 $e_2, e_4, e_3, e_6, e_5, e_1$, 则栈 S 的容量至少应该是_____。
 A. 5 B. 4 C. 3 D. 2
11. 判断一个顺序栈 st (元素的个数最多为 $MaxSize$) 为空的条件可以设置为_____。
 A. $st \rightarrow top == MaxSize/2$ B. $st \rightarrow top != MaxSize/2$
 C. $st \rightarrow top != MaxSize-1$ D. $st \rightarrow top == MaxSize-1$
12. 若一个栈用数组 $data[1..n]$ 存储, 初始栈顶指针 top 为 $n+1$, 则以下元素 x 进栈的操作正确的是_____。
 A. $top++$; $data[top]=x$; B. $data[top]=x$; $top++$;
 C. $top--$; $data[top]=x$; D. $data[top]=x$; $top--$;
13. 若一个栈用数组 $data[1..n]$ 存储, 初始栈顶指针 top 为 n , 则以下元素 x 进栈的操作正确的是_____。
 A. $top++$; $data[top]=x$; B. $data[top]=x$; $top++$;
 C. $top--$; $data[top]=x$; D. $data[top]=x$; $top--$;
14. 若一个栈用数组 $data[1..n]$ 存储, 初始栈顶指针 top 为 0, 则以下元素 x 进栈的操作正确的是_____。
 A. $top++$; $data[top]=x$; B. $data[top]=x$; $top++$;
 C. $top--$; $data[top]=x$; D. $data[top]=x$; $top--$;

15. 若一个栈用数组 $data[1..n]$ 存储, 初始栈顶指针 top 为 1, 则以下元素 x 进栈的操作正确的是_____。

- A. $top++$; $data[top]=x$; B. $data[top]=x$; $top++$;
C. $top--$; $data[top]=x$; D. $data[top]=x$; $top--$;

说明: 从 12~15 小题可以看出, 顺序栈的设计并不是唯一的, 只要能满足栈的操作特点又能充分利用存储空间就是一种合适的设计。

16. 以下各链表均不带有头结点, 其中最不适合用作链栈的链表是_____。

- A. 只有表头指针没有表尾指针的循环双链表
B. 只有表尾指针没有表头指针的循环双链表
C. 只有表尾指针没有表头指针的循环单链表
D. 只有表头指针没有表尾指针的循环单链表

17. 由两个栈共享一个数组空间的好处是_____。

- A. 减少存取时间, 降低上溢出发生的概率
B. 节省存储空间, 降低上溢出发生的概率
C. 减少存取时间, 降低下溢出发生的概率
D. 节省存储空间, 降低下溢出发生的概率

18. 表达式 $a * (b + c) - d$ 的后缀表达式是_____。

- A. $abcd * + -$ B. $abc + * d -$
C. $abc * + d -$ D. $- + * abc d$

19. 在将算术表达式“ $1 + 6 / (8 - 5) * 3$ ”转换成后缀表达式的过程中, 当扫描到 5 时运算符栈(从栈顶到栈底的次序)为_____。

- A. $- / +$ B. $- (/ +$ C. $/ +$ D. $/ - +$

20. 在利用栈求表达式的值时, 设立运算数栈 OPND, 设 OPND 只有两个存储单元, 在求下列表达式中不发生上溢出的是_____。

- A. $a - b * (c + d)$ B. $(a - b) * c + d$
C. $(a - b * c) + d$ D. $(a - b) * (c + d)$

21. 经过以下队列运算后 $QueueEmpty(qu)$ 的值是_____。

$InitQueue(qu); enQueue(qu, a); enQueue(qu, b); deQueue(qu, x); deQueue(qu, y);$

- A. a B. b C. true D. false

22. 环形队列_____。

- A. 不会产生下溢出 B. 不会产生上溢出
C. 不会产生假溢出 D. 以上都不对

23. 在环形队列中元素的排列顺序_____。

- A. 由元素进队的先后顺序确定 B. 与元素值的大小有关
C. 与队头和队尾指针的取值有关 D. 与队中数组的大小有关

24. 某环形队列的元素类型为 $char$, 队头指针 $front$ 指向队头元素的前一个位置, 队尾指针 $rear$ 指向队尾元素, 如图 3.3 所示, 则队中元素为_____。

- A. $abcd123456$ B. $abcd123456c$ C. $dfgbc$ D. $cdfgbcab$

25. 已知环形队列存储在一维数组 $A[0..n-1]$ 中, 且队列非空时 $front$ 和 $rear$ 分别指

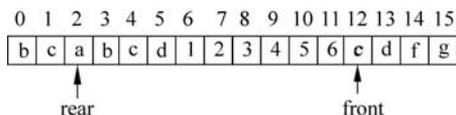


图 3.3 一个环形队列

向队头元素和队尾元素。若初始时队列为空,且要求第一个进入队列的元素存储在 $A[0]$ 处,则初始时 $front$ 和 $rear$ 的值分别是_____。

- A. 0、0 B. 0、 $n-1$ C. $n-1$ 、0 D. $n-1$ 、 $n-1$

26. 若某环形队列有队头指针 $front$ 和队尾指针 $rear$,在队不满时进队操作仅会改变_____。

- A. $front$ B. $rear$ C. $front$ 和 $rear$ D. 以上都不对

27. 设环形队列中数组的下标是 $0 \sim N-1$,其队头指针为 f (指向队头元素的前一个位置)、队尾指针为 r (指向队尾元素),则其元素的个数为_____。

- A. $r-f$ B. $r-f-1$
C. $(r-f) \% N + 1$ D. $(r-f+N) \% N$

28. 设环形队列的存储空间为 $a[0..20]$,且当前队头指针(f 指向队首元素的前一个位置)和队尾指针(r 指向队尾元素)的值分别为 8 和 3,则该队列中的元素个数为_____。

- A. 5 B. 6 C. 16 D. 17

29. 设环形队列中数组的下标是 $0 \sim N-1$,已知其队头指针 f (f 指向队首元素的前一个位置)和队中元素个数 n ,则队尾指针 r (r 指向队尾元素的位置)为_____。

- A. $f-n$ B. $(f-n) \% N$
C. $(f+n) \% N$ D. $(f+n+1) \% N$

30. 设环形队列中数组的下标是 $0 \sim N-1$,已知其队尾指针 r (r 指向队尾元素的位置)和队中元素个数 n ,则队尾指针 f (f 指向队头元素的前一个位置)为_____。

- A. $r-n$ B. $(r-n) \% N$
C. $(r-n+N) \% N$ D. $(r+n) \% N$

31. 若用一个大小为 6 的数组来实现环形队列, $rear$ 作为队尾指针指向队列中的尾部元素, $front$ 作为队头指针指向队头元素的前一个位置。现在 $rear$ 和 $front$ 的值分别是 0 和 3,当从队列中删除一个元素再加入两个元素后 $rear$ 和 $front$ 的值分别是_____。

- A. 1 和 5 B. 2 和 4 C. 4 和 2 D. 5 和 1

32. 有一个环形队列 qu (存放元素的位置 $0 \sim \text{MaxSize}-1$), $rear$ 作为队尾指针指向队列中的尾部元素, $front$ 作为队头指针指向队头元素的前一个位置,则队满的条件是_____。

- A. $qu \rightarrow front == qu \rightarrow rear$
B. $qu \rightarrow front + 1 == qu \rightarrow rear$
C. $qu \rightarrow front == (qu \rightarrow rear + 1) \% \text{MaxSize}$
D. $qu \rightarrow rear == (qu \rightarrow front + 1) \% \text{MaxSize}$

33. 假设用 $Q[0..M]$ 实现环形队列, f 作为队头指针指向队头元素的前一个位置, r 作为队尾指针指向队尾元素。若用“ $(r+1) \% (M+1) == f$ ”作为队满的标志,则_____。

- A. 可用“ $f == r$ ”作为队空的标志

- B. 可用“ $f > r$ ”作为队空的标志
- C. 可用“ $(f+1) \% (M+1) == r$ ”作为队空的标志
- D. 队列中最多可以有 $M+1$ 个元素

34. 环形队列存放在一维数组 $A[0..M-1]$ 中, $end1$ 指向队头元素, $end2$ 指向队尾元素的下一个位置。假设队列的两端均可以进行入队和出队操作, 队列中最多能容纳 $M-1$ 个元素, 初始时为队空。下列判断队空和队满的条件中正确的是_____。

- A. 队空: $end1 == end2$; 队满: $end1 == (end2 + 1) \bmod M$
- B. 队空: $end1 == end2$; 队满: $end2 == (end1 + 1) \bmod (M - 1)$
- C. 队空: $end2 == (end1 + 1) \bmod M$; 队满: $end1 == (end2 + 1) \bmod M$
- D. 队空: $end1 == (end2 + 1) \bmod M$; 队满: $end2 == (end1 + 1) \bmod (M - 1)$

35. 环形队列存放在一维数组 $A[0..M-1]$ 中, $front$ 作为队头指针指向队头元素的前一个位置, $rear$ 作为队尾指针指向队尾元素, 另外增加一个域 $count$ 表示队列中的元素个数, 则队满时该队列中的元素个数是_____。

- A. $M-2$
- B. $M-1$
- C. M
- D. $2M$

36. 假设用一个不带头结点的单链表表示队列, 队尾应该在链表的_____位置。

- A. 链头
- B. 链尾
- C. 链中
- D. 以上都可以

37. 最适合用作链队的链表是_____。

- A. 带队首指针和队尾指针的循环单链表
- B. 带队首指针和队尾指针的非循环单链表
- C. 只带队首指针的非循环单链表
- D. 只带队首指针的循环单链表

38. 最不适合用作链队的链表是_____。

- A. 只带队首指针的循环单链表
- B. 只带队首指针的循环双链表
- C. 只带队尾指针的循环双链表
- D. 只带队尾指针的循环单链表

3.3.2 填空题



习题答案

1. 栈是一种具有_____特性的线性表。

2. 设栈 S 和队列 Q 的初始状态均为空, 元素 a, b, c, d, e, f, g 依次进栈 S 。

若每个元素出栈后立即进入队列 Q , 且 7 个元素出列的顺序是 b, d, c, f, e, a, g , 则栈 S 的容量至少是_____。

3. 一个初始输入序列 $1, 2, \dots, n$, 出栈序列是 p_1, p_2, \dots, p_n , 若 $p_1 = 1$, 则 p_2 的可能取值个数为_____。

4. 一个初始输入序列 $1, 2, \dots, n$, 出栈序列是 p_1, p_2, \dots, p_n , 若 $p_1 = 4$, 则 p_2 的可能取值个数为_____。

5. 栈的常用运算是进栈和出栈, 设计栈的一种好的存储结构应尽可能保证进栈和出栈运算的时间复杂度为_____。

6. 当利用大小为 n 的数组 $data[0..n-1]$ 存储一个顺序栈时, 假设用 $top == n$ 表示栈空, 则向这个栈插入一个元素时首先应执行_____语句修改 top 指针。

7. 当利用大小为 n 的数组 $data[0..n-1]$ 存储一个顺序栈时, 假设用 $top == -1$ 表示

栈空,则向这个栈插入一个元素时首先应执行_____语句修改 top 指针。

8. 若用 $\text{data}[1..m]$ 作为顺序栈的存储空间,栈空的标志是栈顶指针 $\text{top}=m+1$,则每进行一次 ① 操作,需将 top 的值加 1; 每进行一次 ② 操作,需将 top 的值减 1。

9. 当两个栈共享一个存储区时,栈利用一维数组 $\text{data}[1..n]$ 表示,栈 1 在低下标处,栈 2 在高下标处。两栈顶指针为 top1 和 top2,初始值分别为 0 和 $n+1$,则当栈 1 空时 top1 为 ①,栈 2 空时 ②,栈满时为 ③。

10. 表达式“ $a+((b * c - d)/e + f * g/h) + i/j$ ”的后缀表达式是_____。

11. 如果栈的最大长度难以估计,则其存储结构最好使用_____。

12. 若用带头结点的单链表 st 表示链栈,则栈空的标志是_____。

13. 若用不带头结点的单链表 st 表示链栈,则创建一个空栈时所执行的操作是_____。

14. 在用栈求解迷宫路径时,当找到出口时,栈中所有方块_____。

15. 若用 $Q[1..m]$ 作为非环形顺序队列的存储空间,则最多只能执行_____次进队操作。

16. 若用 $Q[1..100]$ 作为环形队列的存储空间, f 、 r 分别表示队头指针和队尾指针, f 指向队头元素的前一个位置, r 指向队尾元素,则当 $f=70$, $r=20$ 时,队列中共有_____个元素。

17. 环形队列用数组 $A[m..n]$ ($m < n$) 存储元素,其中队头指针 f 指向队头元素的前一个位置,队尾指针 r 指向队尾元素,则该队列中的元素个数是_____。

18. 用一个大小为 8 的数组来实现环形队列,队头指针 front 指向队头元素的前一个位置,队尾指针 rear 指向队尾元素的位置。当前 front 和 rear 的值分别为 0 和 5,现在进队 3 个元素,又出队 3 个元素,front 和 rear 的值分别是_____。

19. 在实现顺序队的时候,通常将数组看成一个首尾相连的环,这样做的目的是避免产生_____现象。

20. 已知环形队列的存储空间大小为 m ,队头指针 front 指向队头元素,队尾指针 rear 指向队尾元素,则在队列不满的情况下队中元素的个数是_____。

21. 假设用一个不带头结点的单链表表示队列,进队结点 p 的操作是_____。

22. 假设用一个不带头结点的单链表表示队列,非空队列的出队操作是_____。

3.3.3 判断题

1. 判断以下叙述的正确性。

(1) 栈底元素是不能删除的元素。

(2) 顺序栈中元素值的大小是有序的。

(3) 在 n 个元素连续进栈以后,它们的出栈顺序和进栈顺序一定正好相反。

(4) 栈顶元素和栈底元素有可能是同一个元素。

(5) 若用 $\text{data}[1..m]$ 表示顺序栈的存储空间,则对栈的进栈、出栈操作最多只能进行 m 次。

(6) 栈是一种对进栈、出栈操作的总次数做了限制的线性表。

(7) 对顺序栈进行进栈、出栈操作不涉及元素的前、后移动问题。



习题答案

(8) n 个元素通过一个栈产生 n 个元素的出栈序列,其中进栈和出栈操作的次数总是相等的。

(9) 空的顺序栈没有栈顶指针。

(10) n 个元素进队的顺序和出队的顺序总是一致的。

(11) 环形队列中有多少个元素可以根据队首指针和队尾指针的值来计算。

(12) 若采用“队首指针和队尾指针的值相等”作为环形队列为空的标志,则在设置一个空队时只需将队首指针和队尾指针赋同一个值,不管什么值都可以。

(13) 无论是顺序队还是链队,插入、删除运算的时间复杂度都是 $O(1)$ 。

(14) 若用不带头结点的非循环单链表来表示链队,则可以用“队首指针和队尾指针的值相等”作为队空的标志。

2. 判断以下叙述的正确性。

(1) 栈和线性表是两种不同的数据结构,它们的数据元素的逻辑关系也不同。

(2) 有 n 个不同的元素通过一个栈,产生的所有出栈序列恰好构成这 n 个元素的全排列。

(3) 对于 $1, 2, \dots, n$ 的 n 个元素通过一个栈,则以 n 为第一个元素的出栈序列只有一种。

(4) 在顺序栈中,将栈底放在数组的任意位置不会影响运算的时间性能。

(5) 若用 $s[1..m]$ 表示顺序栈的存储空间,以 $s[1]$ 为栈底,变量 top 指向栈顶元素的前一个位置,当栈未滿时,将元素 e 进栈的操作是 $top--$; $s[top]=e$ 。

(6) 在采用单链表作为链栈时必须带有头结点。

(7) 环形队列不存在空间上溢出的问题。

(8) 在队空间大小为 n 的环形队列中最多只能进行 n 次进队操作。

(9) 顺序队采用数组存放队中的元素,而数组具有随机存取特性,所以在顺序队中可以随机存取元素。

(10) 对于链队,可以根据队头、队尾指针的值计算队中元素的个数。

3.3.4 简答题

1. 试各举一个实例,简要说明栈和队列在程序设计中所起的作用。

2. 假设有 4 个元素 a, b, c, d 依次进栈,进栈和出栈操作可以交替进行,试写出所有可能的出栈序列。

3. 假设以 S 和 X 分别表示进栈和出栈操作,则初态和终态均为栈空的进栈和出栈的操作序列,可以表示为仅由 S 和 X 组成的序列,称可以实现的栈操作序列为合法序列(例如 $SSXX$ 为合法序列,而 $SXXS$ 为非法序列)。试给出区分给定序列为合法序列或非法序列的一般准则,并证明对同一输入序列的两个不同的合法序列不可能得到相同的输出序列。

4. 什么是队列的上溢现象和假溢出现象?解决假溢出有哪些方法?

5. 在利用两个栈 S_1, S_2 模拟一个队列时如何用栈的基本运算实现队列的进队、出队以及队列的判空等基本运算,请简述算法的思想。

6. 设输入元素为 $1, 2, 3, P$ 和 A ,输入次序为 $123PA$,元素经过一个栈后产生输出序列,在所有输出序列中有哪些序列可作为高级语言的变量名(以字母开头的字母数字串)。



习题答案

7. 用栈实现将中缀表达式 $8 - (3 + 5) * (5 - 6 / 2)$ 转换成后缀表达式, 用表的形式描述出栈的变化过程。

8. 简述以下算法的功能:

```
void fun(int a[], int n)
{   int i = 0, e;
    SqStack * st;
    InitStack(st);
    for (i = 0; i < n; i++)
        Push(st, a[i]);
    i = 0;
    while (!StackEmpty(st))
    {   Pop(st, e);
        a[i++] = e;
    }
    DestroyStack(st);
}
```

9. 阅读以下程序, 给出其输出结果:

```
char * fun(int d)
{   char e; int i = 0, x;
    static char b[MaxSize];
    SqStack * st;
    InitStack(st);
    while (d != 0)
    {   x = d % 16;
        if (x < 10) e = '0' + x;
        else e = 'A' + x - 10;
        Push(st, e);
        d /= 16;
    }
    while (!StackEmpty(st))
    {   Pop(st, e);
        b[i++] = e;
    }
    b[i] = '\0';
    DestroyStack(st);
    return b;
}

int main()
{   int d = 1000, i;
    char * b;
    b = fun(d);
    for (i = 0; b[i]; i++)
        printf("%c", b[i]);
    printf("\n");
    return 1;
}
```

10. 算法 fun 的功能是借助栈结构实现整数从十进制到八进制的转换, 阅读算法并回答问题:

- (1) 画出 n 为十进制数 1348 时算法执行过程中栈的动态变化情况。
- (2) 说明算法中 while 循环完成的操作。

```
void fun(int n)                //n 为非负的十进制整数
{
    int e;
    SqStack * S;
    InitStack(S);
    do
    {
        Push(S, n % 8);
        n = n / 8;
    } while (n);
    while (!StackEmpty(S))
    {
        Pop(S, e);
        printf("% ld", e);
    }
}
```

11. 简述以下算法的功能(栈的元素类型为 int)。

```
void fun(SqStack * &st)
{
    int i, j = 0, A[MaxSize];
    while (!StackEmpty(st))
    {
        Pop(S, A[j]);
        j++;
    }
    for(i = 0; i < j; i++)
        Push(S, A[i]);
}
```

3.3.5 算法设计题

1. 【顺序栈算法】设计一个算法将一个十进制正整数 d 转换为相应的二进制数。

解: 将十进制正整数转换成二进制数通常采用除 2 取余数法。在转换过程中, 二进制数是按照从低位到高位次序得到的, 这和通常的从高位到低位输出二进制的次序相反。为此设计一个栈 st, 用于暂时存放每次得到的余数, 当转换过程结束时, 退栈所有元素便得到从高位到低位的二进制数。图 3.4 所示为十进制数 12 转换为二进制数 1100 的过程。

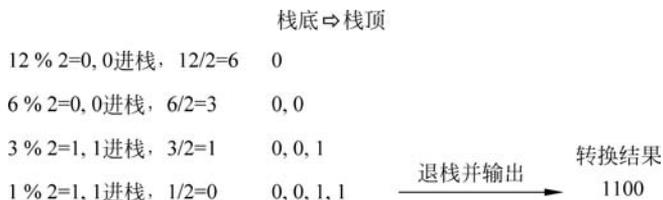


图 3.4 整数 12 转换为二进制数的过程

对应的算法如下:

```

#include "SqStack.cpp"           //包含顺序栈的定义及运算函数
void trans(int d, char b[])     //b 用于存放 d 转换成的二进制数串
{
    char e;
    SqStack * st;
    InitStack(st);
    int i = 0;
    while (d != 0)
    {
        e = '0' + d % 2;       //求余数并转换为字符
        Push(st, e);
        d /= 2;                //继续求更高位
    }
    while (!StackEmpty(st))
    {
        Pop(st, e);           //出栈元素 e
        b[i] = e;             //将 e 存放在数组 b 中
        i++;
    }
    b[i] = '\0';              //加入字符串结束标志
    DestroyStack(st);         //销毁栈
}

```

2. 【顺序栈算法】设计一个算法,利用顺序栈的基本运算输出栈中从栈顶到栈底的所有元素,要求仍保持栈中的元素不变。

解: 先建立并初始化一个临时栈 tmpst。退栈 st 中的所有元素,输出这些元素并进栈到 tmpst 中,然后将临时栈 tmpst 中的元素逐一出栈并进栈到 st 中,这样恢复 st 栈中原来的元素。注意本题要求只能使用栈的基本运算来完成,不能直接用 `st->data[i]` 输出栈中的元素。对应的算法如下:

```

#include "SqStack.cpp"           //包含顺序栈的定义及运算函数
void DispStack(SqStack * st)
{
    ElemType x;
    SqStack * tmpst;           //定义临时栈
    InitStack(tmpst);         //初始化临时栈
    while (!StackEmpty(st))   //临时栈 tmpst 中包含 st 栈中的逆转元素
    {
        Pop(st, x);
        printf("%d ", x);
        Push(tmpst, x);
    }
    printf("\n");
    while (!StackEmpty(tmpst)) //恢复 st 栈中原来的内容
    {
        Pop(tmpst, x);
        Push(st, x);
    }
    DestroyStack(tmpst);
}

```

3. 【顺序栈算法】设计一个算法,利用顺序栈的基本运算求栈中从栈顶到栈底的第 k 个元素,要求仍保持栈中的元素不变。

解: 先建立并初始化一个临时栈 tmpst。退栈 st 中的所有元素 x ,并用 i 累计元素的个

数,当 $i==k$ 时置 $e=x$,并将所有元素进栈到 tmpst 中,然后将临时栈 tmpst 中的元素逐一出栈并进栈到 st 中,这样恢复 st 栈中原来的元素。如果栈中没有第 k 个元素,返回假;否则返回真,并通过引用型参数 e 保存第 k 个元素。注意本题要求只能使用栈的基本运算来完成,不能直接用 $st \rightarrow data[i]$ 求第 k 个栈中的元素。对应的算法如下:

```
#include "SqStack.cpp"           //包含顺序栈的定义及运算函数
bool Findk(SqStack *st, int k, ElemType &e)
{
    int i = 0;
    bool flag = false;
    ElemType x;
    SqStack *tmpst;           //定义临时栈
    InitStack(tmpst);        //初始化临时栈
    while (!StackEmpty(st))  //临时栈 tmpst 中包含 st 栈中的逆转元素
    {
        i++;
        Pop(st, x);
        if (i == k)
        {
            e = x;
            flag = true;
        }
        Push(tmpst, x);
    }
    while (!StackEmpty(tmpst)) //恢复 st 栈中原来的内容
    {
        Pop(tmpst, x);
        Push(st, x);
    }
    DestroyStack(tmpst);
    return flag;
}
```

4. 【顺序栈算法】有 a、b、c、d、e 共 n ($n=5$) 个字符,通过一个栈可以产生多种出栈序列,设计一个算法判断序列 str 是否为一个合适的出栈序列,并给出操作过程,要求用相关数据进行测试。

解: 先建立一个字符顺序栈 st,将输入序列 abcde 存放到字符数组 $A[0..n-1]$ 中(这里 $n=5$)。用 i 、 j 分别遍历数组 A 和 str,它们的初始值均为 0。当 $i < n$ 时循环执行以下步骤:

- ① 将 $A[i]$ 进栈, $i++$ 。
- ② 栈不空并且栈顶元素与 $str[j]$ 相同时循环: 出栈元素 e , $j++$ 。

在上述过程结束后,如果栈空则返回 1(表示 str 序列是 A 序列的合法出栈序列),否则返回 0(表示 str 序列不是 A 序列的合法出栈序列)。对应的算法如下:

```
#include "SqStack.cpp"           //包含顺序栈的定义及运算函数
bool isSerial(char str[], int n)  //判断 str 是否为 abcde 的合法出栈序列
{
    int i, j;
    char A[MaxSize], e;
    SqStack *st;                //建立一个顺序栈
    InitStack(st);
}
```

```
for (i = 0; i < n; i++)
    A[i] = 'a' + i;           //将 abcde 存放到数组 A 中
i = 0; j = 0;
while (i < n)
{
    Push(st, A[i]);
    printf("元素 %c 进栈\n", A[i]);
    i++;
    while (!StackEmpty(st) && (GetTop(st, e) && e == str[j]))
    {
        Pop(st, e);
        printf("元素 %c 出栈\n", e);
        j++;
    }
}
bool flag = StackEmpty(st);
DestroyStack(st);
return flag;
}

void Disp(char str[], int n)    //输出 str
{
    int i;
    for (i = 0; i < n; i++)
        printf("%c", str[i]);
}

int main()
{
    int n = 5;
    char str[] = "acbed";
    Disp(str, n); printf("的操作序列: \n");
    if (isSerial(str, n))
    {
        Disp(str, n);
        printf("是合适的出栈序列\n");
    }
    else
    {
        Disp(str, n);
        printf("不是合适的出栈序列\n");
    }
    return 1;
}
```

本程序的执行结果如下：

```
acbed 的操作序列：
元素 a 进栈
元素 a 出栈
元素 b 进栈
元素 c 进栈
元素 c 出栈
元素 b 出栈
元素 d 进栈
元素 e 进栈
元素 e 出栈
元素 d 出栈
acbed 是合适的出栈序列
```

5. 【共享栈算法】用一个一维数组 S (设大小为 $MaxSize$) 作为两个栈的共享空间, 说明共享方法, 以及栈满、栈空的判断条件, 并用 C/C++ 语言设计公用的初始化栈运算 $InitStack1(st)$ 、判栈空运算 $StackEmpty1(st, i)$ 、进栈运算 $Push1(st, i, x)$ 和出栈运算 $Pop1(st, i, x)$, 其中 i 为 1 或 2, 用于表示栈号, x 为进栈或出栈元素。

解: 设用一维数组 $S[MaxSize]$ 作为两个栈 $S1$ 和 $S2$ 的共享空间, 整型变量 $top1$ 、 $top2$ 分别作为两个栈的栈顶指针, 并约定栈顶指针指向当前元素的下一个位置。 $S1$ 的栈底位置设在 $S[0]$, $S2$ 的栈底位置设在 $S[MaxSize-1]$, 如图 3.5 所示。

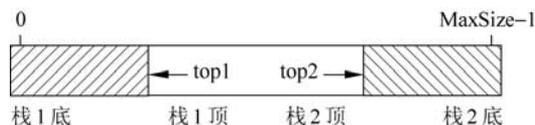


图 3.5 共享栈示意图

栈 $S1$ 空的条件是 $top1 == -1$, 栈 $S1$ 满的条件是 $top1 == top2 - 1$; 栈 $S2$ 空的条件是 $top2 == MaxSize$, 栈 $S2$ 满的条件是 $top2 == top1 + 1$ 。归纳起来, 栈 $S1$ 和 $S2$ 满的条件都是 $top1 == top2 - 1$ 。

元素 x 进栈 $S1$ 的算法是 $Push1(\&st, 1, x)$, 当不满时, 执行 $st.top1++$, $st.S[st.top1]=x$; 元素 x 进栈 $S2$ 的算法是 $Push1(\&st, 2, x)$, 当不满时, 执行 $st.top2--$, $st.S[st.top2]=x$ 。

元素 x 退栈 $S1$ 的算法是 $Pop1(\&st, 1, \&x)$, 当不空时, 执行 $x = st.S[st.top1]$, $st.top1--$; 元素 x 退栈 $S2$ 的算法是 $Pop1(\&st, 2, \&x)$, 当不空时, 执行 $x = st.S[st.top2]$, $st.top2++$ 。

共享栈的类型定义和相关运算算法如下:

```
#include <stdio.h>
#define MaxSize 100
typedef char ElemType;
typedef struct
{
    ElemType S[MaxSize];           //存放共享栈中的元素
    int top1, top2;                //两个栈顶指针
} StackType;                      //声明共享栈类型
//----- 栈初始化算法 -----
void InitStack1(StackType &st)
{
    st.top1 = -1;
    st.top2 = MaxSize;
}
//----- 判栈空算法。i = 1: 栈 1, i = 2: 栈 2 -----
bool StackEmpty1(StackType st, int i)
{
    if (i == 1)
        return(st.top1 == -1);
    else //i = 2
        return(st.top2 == MaxSize);
}
//----- 进栈算法。i = 1: 栈 1, i = 2: 栈 2 -----
```

```

bool Push1(StackType &st, int i, ElemType x)
{
    if (st.top1 == st.top2 - 1) //栈满
        return false;
    if (i == 1) //x 进栈 S1
    {
        st.top1++;
        st.S[st.top1] = x;
    }
    else if (i == 2) //x 进栈 S2
    {
        st.top2--;
        st.S[st.top2] = x;
    }
    else //参数 i 错误返回 false
        return false;
    return true; //操作成功返回 true
}
//----- 出栈算法。i = 1:栈 1, i = 2:栈 2 -----
bool Pop1(StackType &st, int i, ElemType &x)
{
    if (i == 1) //S1 出栈
    {
        if (st.top1 == -1) //S1 栈空
            return false;
        else //出栈 S1 的元素
        {
            x = st.S[st.top1];
            st.top1--;
        }
    }
    else if (i == 2) //S2 出栈
    {
        if (st.top2 == MaxSize) //S2 栈空
            return false;
        else //出栈 S2 的元素
        {
            x = st.S[st.top2];
            st.top2++;
        }
    }
    else //参数 i 错误返回 false
        return false;
    return true; //操作成功返回 true
}

```

6. 【环形队列算法】设计一个算法,利用环形队列的基本运算返回指定队列中的队尾元素,要求算法的空间复杂度为 $O(1)$ 。

解: 由于算法要求空间复杂度为 $O(1)$,所以不能使用临时队列。先求出队列 qu 中的元素个数 $count$ 。循环 $count$ 次,出队一个元素 x ,再将元素 x 进队,最后的 x 即为队尾元素。对应的算法如下:

```

#include "SqQueue.cpp" //包含顺序队的类型定义和运算函数
ElemType Last(SqQueue * qu)
{
    ElemType x;
    int i, count = (qu->rear - qu->front + MaxSize) % MaxSize;

```

```

for (i = 1; i <= count; i++)
{
    deQueue(qu, x);           //出队元素 x
    enQueue(qu, x);          //将元素 x 进队
}
return x;
}

```

7. 【环形队列算法】对于环形队列,利用队列的基本运算设计删除队列中从队头开始的第 k 个元素的算法。

解:先求出队列 qu 中的元素个数 $count$,若 k 小于 0 或大于 $count$,返回假。出队所有元素,并记录元素的序号 i ,当 $i=k$ 时对应的元素只出不进,否则将出队的元素又进队。对应的算法如下:

```

#include "SqQueue. cpp"           //包含顺序队的类型定义和运算函数
bool Delk(SqQueue * &qu, int k)
{
    ElemType e;
    int i, count = (qu->rear - qu->front + MaxSize) % MaxSize;
    if (k <= 0 || k > count)
        return false;
    for (i = 1; i <= count; i++)
    {
        deQueue(qu, e);           //出队元素 e
        if (i != k)               //第 k 个元素只出不进
            enQueue(qu, e);       //其他元素出队后又进队
    }
    return true;
}

```

说明:在设计本题算法时不能通过移动元素的方式直接对数组 $data$ 删除第 k 个元素,这样是把顺序队看成一个顺序表,没有作为一个队列看待。

8. 【环形队列算法】对于环形队列来说,如果知道队尾元素的位置和队列中元素的个数,则队头元素所在的位置显然是可以计算的。也就是说,可以用队列中元素的个数代替队头指针。编写出这种环形顺序队列的初始化、进队、出队和判空算法。

解:当已知队头元素的位置 $rear$ 和队列中元素的个数 $count$ 后,队空的条件为 $count == 0$;队满的条件为 $count == MaxSize$;计算队头位置为 $front = (rear - count + MaxSize) \% MaxSize$ 。对应的算法如下:

```

typedef struct
{
    ElemType data[MaxSize];
    int rear;           //队尾指针
    int count;          //队列中元素的个数
}QuType;              //队列类型
void InitQu(QuType * &q) //队列的初始化运算
{
    q = (QuType *)malloc(sizeof(QuType));
    q->rear = 0;
}

```

```

    q->count = 0;
}
bool EnQu(QueueType * &q, ElemType x)           //进队运算
{
    if (q->count == MaxSize)                   //队满上溢出
        return false;
    else
    {
        q->rear = (q->rear + 1) % MaxSize;
        q->data[q->rear] = x;
        q->count++;
        return true;
    }
}
bool DeQu(QueueType * &q, ElemType &x)         //出队运算
{
    int front;                                 //局部变量
    if (q->count == 0)                         //队空下溢出
        return false;
    else
    {
        front = (q->rear - q->count + MaxSize) % MaxSize;
        front = (front + 1) % MaxSize;        //队头位置进 1
        x = q->data[front];
        q->count--;
        return true;
    }
}
bool QuEmpty(QueueType * q)                   //判空运算
{
    return(q->count == 0);
}

```

9. 【环形队列算法】设计一个环形队列,用 front 和 rear 分别作为队头指针和队尾指针,另外用一个标志 tag 标识队列可能空(0)或可能满(1),这样加上 front==rear 可以作为队空或队满的条件,要求设计队列的相关基本运算算法。

解:设计的队列类型如下。

```

typedef struct
{
    ElemType data[MaxSize];
    int front, rear;           //队头指针和队尾指针
    int tag;                   //为 0 表示队可能空,为 1 表示队可能满
} QueueType;

```

初始时 tag=0, front=rear=0,成功的进队操作后 tag=1(任何进队操作后队列可能满,但不一定满,任何进队操作后队列不可能空),成功的出队操作后 tag=0(任何出队操作后队列可能空,但不一定空,任何出队操作后队列不可能满),因此这样的队列的 4 要素如下。

- ① 队空条件: qu.front==qu.rear && qu.tag==0。
- ② 队满条件: qu.front==qu.rear && qu.tag==1。
- ③ 元素 x 进队: qu.rear=(qu.rear+1)%MaxSize; qu.data[qu.rear]=x; qu.tag=1。

④ 元素 x 出队: $qu.front = (qu.front + 1) \% \text{MaxSize}$; $x = qu.data[qu.front]$; $qu.tag = 0$ 。
对应的算法如下:

```

void InitQueue1(QueueType &qu)           //初始化队列算法
{
    qu.front = qu.rear = 0;
    qu.tag = 0;                          //为 0 表示队可能为空
}
bool QueueEmpty1(QueueType qu)         //判队空算法
{
    return(qu.front == qu.rear && qu.tag == 0);
}
bool QueueFull1(QueueType qu)         //判队满算法
{
    return(qu.tag == 1 && qu.front == qu.rear);
}
bool EnQueue1(QueueType &qu, ElemType x) //进队算法
{
    if (QueueFull1(qu) == 1)           //队满
        return false;
    qu.rear = (qu.rear + 1) % MaxSize;
    qu.data[qu.rear] = x;
    qu.tag = 1;                         //至少有一个元素,可能满
    return true;
}
bool DeQueue1(QueueType &qu, ElemType &x) //出队算法
{
    if (QueueEmpty1(qu) == 1)         //队空
        return false;
    qu.front = (qu.front + 1) % MaxSize;
    x = qu.data[qu.front];
    qu.tag = 0;                         //出队一个元素,可能空
    return true;
}

```

10. 【双端队列的应用】假设有一个整型数组存放 n 个学生的分数,将分数分为 3 个等级,分数高于或等于 90 的为 A 等,分数低于 60 的为 C 等,其他为 B 等。要求采用双端队列,先输出 A 等分数,再输出 C 等分数,最后输出 B 等分数。

解:设计双端队列的从队头出队算法 deQueue1、从队头进队算法 enQueue1 和从队尾进队算法 enQueue2。对于含有 n 个分数的数组 a ,遍历所有元素 $a[i]$,若 $a[i]$ 为 A 等,直接输出;若为 B 等,将其从队尾进队;若为 C 等,将其从队头进队。最后从队头出队并输出所有的元素。对应的算法如下:

```

#include "SqQueue2.cpp"                 //队列中 ElemType 为 int
bool deQueue1(SqQueue * &q, ElemType &e) //从队头出队算法
{
    if (q->front == q->rear)           //队空下溢出
        return false;
    q->front = (q->front + 1) % MaxSize; //修改队头指针
    e = q->data[q->front];
    return true;
}

```

```

bool enQueue1(SqQueue * &q, ElemType e)           //从队头进队算法
{
    if ((q->rear + 1) % MaxSize == q->front)       //队满
        return false;
    q->data[q->front] = e;                          //e 元素进队
    q->front = (q->front - 1 + MaxSize) % MaxSize; //修改队头指针
    return true;
}

bool enQueue2(SqQueue * &q, ElemType e)           //从队尾进队算法
{
    if ((q->rear + 1) % MaxSize == q->front)       //队满上溢出
        return false;
    q->rear = (q->rear + 1) % MaxSize;             //修改队尾指针
    q->data[q->rear] = e;                          //e 元素进队
    return true;
}

void fun(int a[], int n)
{
    int i;
    ElemType e;
    SqQueue * qu;
    InitQueue(qu);
    for (i = 0; i < n; i++)
    {
        if (a[i] >= 90)
            printf("%d ", a[i]);
        else if (a[i] >= 60)
            enQueue2(qu, a[i]);                   //从队尾进队
        else
            enQueue1(qu, a[i]);                   //从队头进队
    }
    while (!QueueEmpty(qu))
    {
        deQueue1(qu, e);                          //从队头出队
        printf("%d ", e);
    }
    printf("\n");
    DestroyQueue(qu);
}

```

11. 【顺序栈和顺序队算法】用于列车编组的铁路转轨网络是一种栈结构,如图 3.6 所示,其中右边轨道是输入端、左边轨道是输出端。当右边轨道上的车皮编号顺序为 1、2、3、4 时,如果执行操作进栈、进栈、出栈、进栈、进栈、出栈、出栈、出栈,则在左边轨道上的车皮编号顺序为 2、4、3、1。

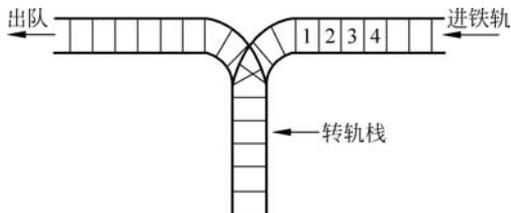


图 3.6 铁路转轨网络

设计一个算法,输入 n 个整数,表示右边轨道上 n 节车皮的编号,用上述转轨栈对这些车皮重新编排,使得编号为奇数的车皮都排在编号为偶数的车皮的前面。

解: 将转轨栈看成一个栈,将左边轨道看成一个队列。从键盘逐个输入表示右边轨道上车皮编号的整数,根据其奇偶性做以下处理:若是奇数,则将其插到表示左边轨道的顺序队列的队尾;若是偶数,则将其插到表示转轨栈的顺序栈的栈顶。当 n 个整数都检测完之后,这些整数已全部进入队列或栈中。此时,首先按先进先出的顺序输出队列中的元素,然后按后进先出的顺序输出栈中的元素。

在算法中直接使用两个数组 `st` 和 `qu` 分别存放栈和队列中的元素。对应的算法如下:

```
#include <stdio.h>
#define MaxSize 100
void fun()
{
    int i,n,x;
    int st[MaxSize],top = -1;           //顺序栈和栈顶指针
    int qu[MaxSize],front = 0,rear = 0; //队列和队指针
    printf("n:");
    scanf("%d",&n);
    for (i = 0;i < n;i++)
    {
        printf("第 %d 个车皮编号:",i + 1);
        scanf("%d",&x);
        if (x % 2 == 1)                 //编号为奇数,则进队列
        {
            qu[rear] = x;
            rear++;
            printf(" %d 进队\n",x);
        }
        else                             //编号为偶数,则进栈
        {
            top++;
            st[top] = x;
            printf(" %d 进栈\n",x);
        }
    }
    printf("出轨操作:\n ");
    while (front != rear)                 //队列中的所有元素出队
    {
        printf(" %d 出队 ",qu[front]);
        front++;
    }
    while (top >= 0)                     //栈中的所有元素出栈
    {
        printf(" %d 出栈 ",st[top]);
        top--;
    }
    printf("\n");
}
int main()
{
    fun();
    return 1;
}
```

本程序的一次求解结果如下:

n:4 ✓

第 1 个车皮编号:4 ✓ 4 进栈

第 2 个车皮编号:1 ✓ 1 进队

第 3 个车皮编号:3 ✓ 3 进队

第 4 个车皮编号:2 ✓ 2 进栈

出轨操作:

1 出队 3 出队 2 出栈 4 出栈