

第5章 航空集群典型跨层任务决策——协同有源定位

跨层任务决策指的是在执行同一任务时涉及对不同层级主体的联合选择和转换,反映了集群作战的复杂性。任务决策不仅针对单一对象,往往需要对多个跨层主体同时进行决策,从而提升集群作战效能。因此,跨层任务决策的准则就是从任务需求出发,在满足任务约束的前提下同时对同层主体间的协同方式和跨层主体间的资源搭配进行优化。

精确的目标定位是战场态势感知中的关键环节,也是ISR核心能力之一。在实际作战运用中,敌方目标为了隐蔽自身位置和保护自身辐射源参数信息,常常采取电磁静默的方式抵近、突防与实施攻击。在电磁静默的情况下,我方集群平台无法利用无源传感器对其辐射信息进行截获和分析。为了完成对目标的精确定位任务,可以采用我方航空集群主动发射波束的方式对目标进行定位跟踪。

因此,本章针对航空集群有源多发多收定位任务,运用平台级、功能级和资源级的跨层任务决策开展研究,其中,平台级主体涉及空间构型,功能级主体涉及发射和接收,资源级主体涉及波束参数。

5.1 航空集群协同有源定位中的主体选择与转换方法

如图5.1所示,是航空集群协同有源定位中的主体选择与转换流程。由于协同有源定位精度受到空间构型和发射波束的影响,涉及跨层互为主体运用。其中,主体的选择和转换在平台级指的是平台如何在空间中合理分布,形成最优的定位构型;功能级指的是集群平台发射和接收功能的选择;资源级指的是在波形库中选用何种发射波束。通过平台级、功能级和资源级这三个层级的联合主体选择与转换,实现航空集群协同有源定位的最优观测。

本章对航空集群有源多发多收定位的最优构型分析,首先,建立起收发分置和收发同址的定位模型,在此基础上推导多发多收定位对应的CRLB。其次,基于CRLB推导出不同发射机、接收机数目以及收发方式对应的最优构型,得出平台

级、功能级互为主体决策依据。然后针对发射机波束选择问题,在双基地和多基地雷达模糊函数对波束参数的影响进行分析,从而为资源级互为主体决策提供支撑。最后,建立起基于互信息量的空间构型与发射波束的联合优化准则,进行从初始位置到最优定位构型的动态航迹优化,实现跨层任务决策的实际运用,提升航空集群多发多收定位效果。

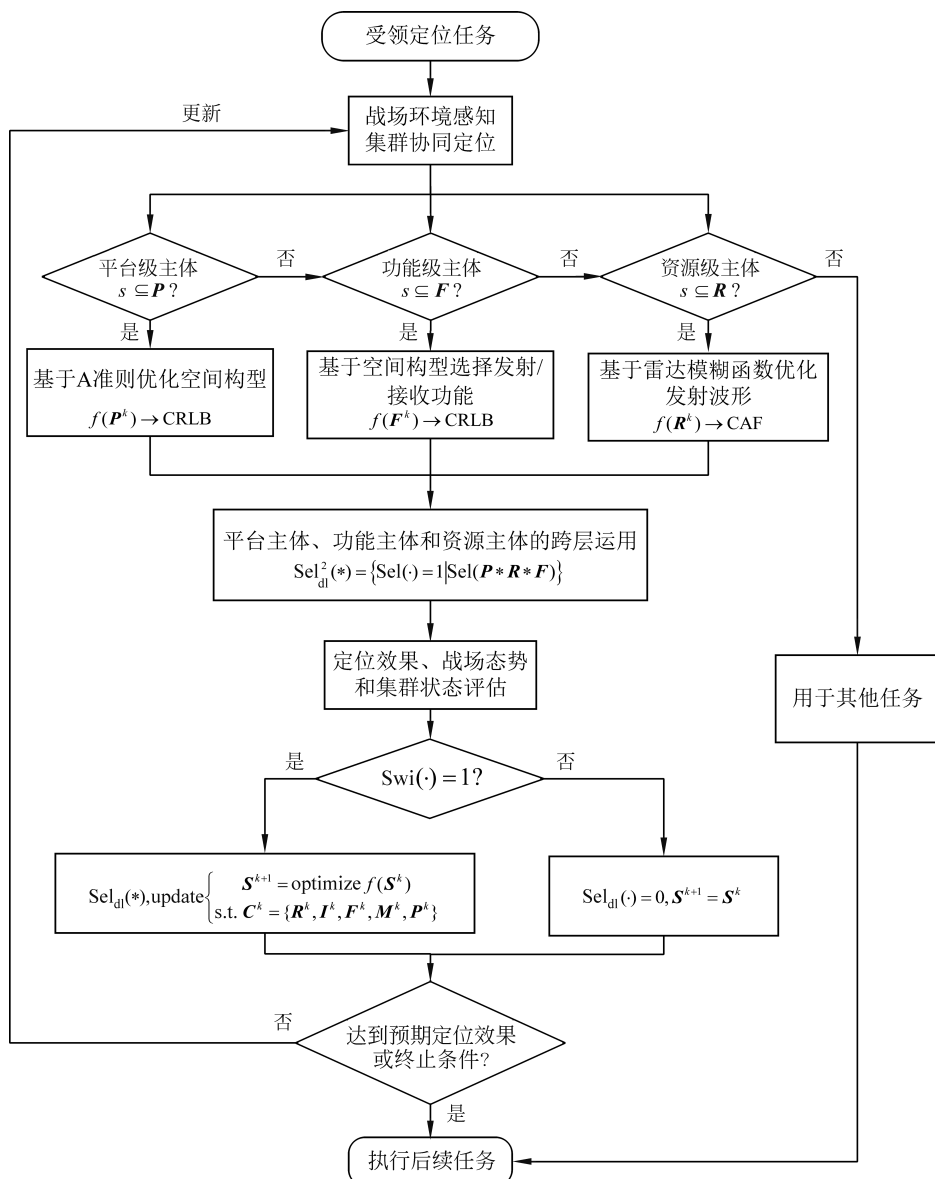


图 5.1 协同定位中的主体选择与转换流程

5.2 航空集群协同有源定位模型

航空集群多发多收定位可以分为收发分置与收发同址两种方式,如图 5.2 所示。图 5.2(a)给出了集群平台分别作为发射机和接收机的收发分置定位方式。图中实线表示发射机 1 发送的信号,虚线表示发射机 2 发送的信号。接收机接收经目标反射的发射机 1 和发射机 2 信号。接收机的量测值是发射机发射到接收机接收的总时长。图 5.2(b)给出了集群平台同时作为发射机与接收机的收发同址定位方式。集群中每个平台均发射与接收信号,接收机量测矢量来自所有发射机信号。

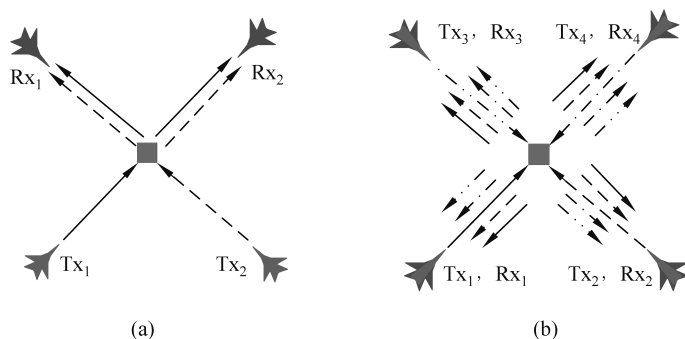


图 5.2 多发多收示意图

(a)收发分置定位; (b)收发同址定位

在收发分置情况下,考虑采用 M 个发射机 N 个接收机对目标进行到达时间 (TOA) 定位。假设 $\mathbf{x}_t = [x, y]^T$ 是目标的真实位置, $\mathbf{x}_{tx} = [x_{t,i}, y_{t,i}]^T$ 是第 i 个发射机的位置, $\mathbf{x}_{rx} = [x_{r,j}, y_{r,j}]^T$ 是第 j 个接收机的位置。假设信号在空中传播速度为光速,此时接收机时间量测值可以转换为发射机 i 与目标之间的距离、接收机 j 与目标之间的距离和。因此,在收发分置情况下,发射机 i 与接收机 j 之间的量测值可以表示为

$$\begin{aligned}\hat{r}_{i,j} &= d_{i,j} + n_{i,j} \\ &= d_{t,i} + d_{r,j} + n_{i,j} \\ &= \sqrt{(x_{t,i} - x)^2 + (y_{t,i} - y)^2} + \sqrt{(x_{r,j} - x)^2 + (y_{r,j} - y)^2} + n_{i,j} \quad (5.1)\end{aligned}$$

其中, $d_{t,i} = \sqrt{(x_{t,i} - x)^2 + (y_{t,i} - y)^2}$ 是目标与第 i 个发射机之间的距离, $d_{r,j} = \sqrt{(x_{r,j} - x)^2 + (y_{r,j} - y)^2}$ 是目标与第 j 个接收机之间的距离, $n_{i,j}$ 为双基地量测误差。该量测误差服从均值为 0, 方差为 σ_i^2 的高斯分布, 即 $n_{i,j} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_i^2)$, $i = 1, 2, \dots, M, j = 1, 2, \dots, N$ 。因此,在真实距离和测量噪声相互独立的情况下,发射机 i 与接收机 j 之间的量测值 $\hat{r}_{i,j}$ 等于 $d_{t,i}, d_{r,j}$ 以及高斯噪声 $n_{i,j}$ 之和。显然,在给

定 M 个发射机和 N 个接收机情况下,航空集群有源收发分置定位的量测矢量 $\hat{\mathbf{r}}$ 有 MN 个距离和量测值, $\hat{\mathbf{r}} = [\hat{r}_{1,1} \quad \hat{r}_{1,2} \quad \cdots \quad \hat{r}_{M,N}]$, 在各个量测值相互独立的情况下,对应的误差协方差为

$$\boldsymbol{\Sigma} = \sigma_t^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{MN} \quad (5.2)$$

类似地,可以得到收发同址情况下, M 个集群平台的量测矢量与误差协方差矩阵。本书将在收发分置、收发同址模型的基础上,分别从定位体制的最优构型以及多基地雷达函数两个不同层级主体进行研究。

5.3 基于 CRLB 的多发多收最优构型分类及内涵

对于多发多收定位,收发平台与目标之间相对构型不同对应的定位精度不同^[99]。航空集群多发多收实际应用中,在平台数目与定位方式确定的情况下,通过对平台级、功能级互为主体构建是提升定位效果的最有效的方式。因此本节基于 CRLB 对航空集群多发多收情况下对应的最优构型进行分析,推导出不同的发射机、接收机、目标几何构型的最优解。

对于无偏估计量 $\hat{x}_t$, 其对应的克拉美罗界可以表示为^[275]

$$E[(\hat{x}_t - x_t)(\hat{x}_t - x_t)^T] \geq \mathbf{J}^{-1} \quad (5.3)$$

其中, $\mathbf{J}$ 为 FIM 矩阵。假设 $\hat{\mathbf{p}}$ 为 M 个量测值集合, 则 FIM 矩阵中元素可以表示为

$$\mathbf{J}_{(i,j)} = E \left[\frac{\partial}{\partial x_i} \ln(f(\hat{\mathbf{p}}; \mathbf{x}_t)) \frac{\partial}{\partial x_j} \ln(f(\hat{\mathbf{p}}; \mathbf{x}_t)) \right] \quad (5.4)$$

其中, $f(\hat{\mathbf{p}}; \mathbf{x}_t)$ 为 $\hat{\mathbf{p}}$ 的概率密度函数:

$$f(\hat{\mathbf{p}}; \mathbf{x}_t) = \frac{1}{(2\pi)^{M/2} \sqrt{\det(\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{\mathbf{p}}})}} \exp \left[-\frac{1}{2} (\hat{\mathbf{p}} - \mathbf{p}(\mathbf{x}_t))^T \boldsymbol{\Sigma}_{\hat{\mathbf{p}}}^{-1} (\hat{\mathbf{p}} - \mathbf{p}(\mathbf{x}_t)) \right] \quad (5.5)$$

将多发多收 TOA 定位模型代入式(5.4), 可以得到 TOA 定位的 FIM 矩阵为

$$\mathbf{J}_{MN} = \nabla_{\mathbf{x}_t} \mathbf{r}(\mathbf{x}_t)^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \nabla_{\mathbf{x}_t} \mathbf{r}(\mathbf{x}_t) \quad (5.6)$$

其中, $\nabla_{\mathbf{x}_t} \mathbf{r}(\mathbf{x}_t)$ 为对测量值 $\hat{\mathbf{r}}$ 求关于目标位置 $\mathbf{x}_t$ 的偏导, 表示为

$$\nabla_{\mathbf{x}_t} \mathbf{r}(\mathbf{x}_t) = \left[\frac{\partial \mathbf{r}(\mathbf{x}_t)}{\partial \mathbf{x}_t} \right]$$

$$= \begin{bmatrix} (\mathbf{u}_1^t + \mathbf{u}_1^r)^T \\ (\mathbf{u}_1^t + \mathbf{u}_2^r)^T \\ \vdots \\ (\mathbf{u}_2^t + \mathbf{u}_1^r)^T \\ \vdots \\ (\mathbf{u}_M^t + \mathbf{u}_N^r)^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\phi_1 + \cos\theta_1 & \sin\phi_1 + \sin\theta_1 \\ \cos\phi_1 + \cos\theta_2 & \sin\phi_1 + \sin\theta_2 \\ \vdots & \vdots \\ \cos\phi_2 + \cos\theta_1 & \sin\phi_2 + \sin\theta_1 \\ \vdots & \vdots \\ \cos\phi_M + \cos\theta_N & \sin\phi_M + \sin\theta_N \end{bmatrix}_{MN \times 2} \quad (5.7)$$

其中, $\mathbf{u}_i^t = [\cos\phi_i, \sin\phi_i]^T$, $\mathbf{u}_j^r = [\cos\theta_j, \sin\theta_j]^T$ 。其中, ϕ_i ($i=1, 2, \dots, M$) 为发射机相对于目标的方位角, 即发射机与目标的连线与坐标轴 x 正向之间的夹角。 θ_j ($j=1, 2, \dots, N$) 分别表示接收机相对于目标的方位角。

因此可得, 收发分置情况下, 航空集群 M 发 N 收 TOA 定位 FIM 矩阵的解析表达式为

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{MN} &= \frac{1}{\eta_c} \begin{bmatrix} g_{xc} & h_c \\ h_c & g_{yc} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\sigma_t^2} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (\cos\phi_i + \cos\theta_j)^2 & \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (\cos\phi_i + \cos\theta_j)(\sin\phi_i + \sin\theta_j) \\ \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (\cos\phi_i + \cos\theta_j)(\sin\phi_i + \sin\theta_j) & \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (\sin\phi_i + \sin\theta_j)^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.8)$$

对应的 CRLB 可表示为

$$\mathbf{CRLB} = \mathbf{J}_{MN}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{J}_{MN})} \begin{bmatrix} g_{xc} & h_c \\ h_c & g_{yc} \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

假设 $f(\Phi, \Theta)$ 为构型优化目标函数, 其中, $\Phi = [\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_M]$, $\Theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N]$, 以 CRLB 矩阵的迹值为优化准则, 则多发多收情况下的 $f(\Phi, \Theta)$ 可以表示为

$$\begin{aligned} \arg \min f(\Phi, \Theta) &= \text{tr}(\mathbf{CRLB}) \\ &= \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (\cos\phi_i + \cos\theta_j)^2 + \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (\sin\phi_i + \sin\theta_j)^2}{\det(\mathbf{J}_{MN})} \end{aligned} \quad (5.10)$$

由式(5.10)可得, $f(\Phi, \Theta)$ 为发射机与目标之间角度集 Φ 和接收机与目标之间角度集 Θ 的函数, 对构型的分析可以转变为对两个角度的分析。同时按照发射机与接收机数目、发射/接收功能的不同, 本章将最优构型的分析分为一发多收、两发多收、多发多收三种情况。

5.3.1 一发多收最优构型

在一发多收的情况下, 发射机即为唯一的发射主体。为了方便研究, 假设发射

机位于目标 0° 的方位角位置, 即式(5.7)中 $\mathbf{u}^t = [1, 0]^T$, 此时对应的 FIM 的表达式可以化简为^[97]

$$\mathbf{J}_{1N} = \sum_{j=1}^N \frac{1}{\sigma_t^2} \begin{bmatrix} (1 + \cos\theta_j)^2 & (1 + \cos\theta_j)\sin\theta_j \\ (1 + \cos\theta_j)\sin\theta_j & \sin^2\theta_j \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

进一步可得一发多收情况下, 构型优化的目标函数为

$$\begin{aligned} \{\theta_1^*, \theta_2^*, \dots, \theta_N^*\} &= \arg \min \operatorname{tr}(\mathbf{J}_{1N}^{-1}) \\ &= \frac{\sum_{i=1}^N \frac{(1 + \cos\theta_j)^2}{\sigma_t^2} + \sum_{i=1}^N \frac{\sin^2\theta_j}{\sigma_t^2}}{\sum_{i=1}^N \frac{(1 + \cos\theta_j)^2}{\sigma_t^2} \sum_{i=1}^N \frac{\sin^2\theta_j}{\sigma_t^2} - \left[\sum_{i=1}^N \frac{(1 + \cos\theta_j)\sin\theta_j}{\sigma_t^2} \right]^2} \end{aligned} \quad (5.12)$$

因此, 一发多收情况下最优构型的求解即为求解式(5.12)中优化目标函数 $\operatorname{tr}(\mathbf{J}_{1N}^{-1})$ 最小情况下对应的 $\{\theta_1^*, \theta_2^*, \dots, \theta_N^*\}$ 。为了进一步推导一发多收最优构型, 将发射机的数目分为偶数与奇数个的情况分别进行研究。

(1) 当接收机数目 N 为偶数时, 设 λ_1, λ_2 分别为式(5.11)中 FIM 矩阵的特征值, 且 $\lambda_1 \geq \lambda_2$ 。则相应的一发多收情况下, 构型优化目标函数可以表示为

$$\operatorname{tr}(\mathbf{J}_{1N}^{-1}) = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\operatorname{tr}(\mathbf{J}_{1N}) - \lambda_1} \quad (5.13)$$

此时, $\operatorname{tr}(\mathbf{J}_{1N}^{-1})$ 是随 λ_1 增大的单调递增函数。当 λ_1 取最小值时, 可以得到的目标函数 $\operatorname{tr}(\mathbf{J}_{1N}^{-1})$ 最小。由 Courant-Fisher-Weyl 准则可得, 对于对称正定矩阵, λ_1 取最小值的条件为 $\mathbf{J}_{1N}$ 为对角矩阵且对角元素相等, 即 $\lambda_1 = \lambda_2$, 因此可得:

$$\sum_{i=1}^N (1 + \cos\theta_j) \sin\theta_j = 0 \quad (5.14)$$

为了表示方便, 设 $a_i = (1 + \cos\theta_j)$, 此时式(5.12)可以化简为

$$\operatorname{tr}(\mathbf{J}_{1N}^{-1}) \geq \sigma_m^2 \frac{2 \sum_{j=1}^N a_j}{2 \sum_{j=1}^N a_j \sum_{j=1}^N a_j^2 - \left(\sum_{j=1}^N a_j^2 \right)^2} \quad (5.15)$$

对于不等式:

$$\sum_{j=1}^N a_j^2 \geq \frac{1}{N} \left(\sum_{j=1}^N a_j \right)^2 \quad (5.16)$$

式(5.16)中等号成立的条件为

$$a_1 = a_2 = \dots = a_N = a_0 \quad (5.17)$$

因此可得:

$$\operatorname{tr}(\mathbf{J}_{1N}^{-1}) \geq \sigma_t^2 \frac{2\sigma_t^2}{2Na_0^2 - Na_0^3} \quad (5.18)$$

进一步对式(5.18)化简可得, 当 $a_0 = 4/3$ 时, 不等式右边取得最大值:

$$\text{tr}(\mathbf{J}_{\text{IN}}^{-1}) \geq \frac{27}{16N} \sigma_i^2 \quad (5.19)$$

为了满足式(5.18)成立,对于偶数个接收机,最优的构型可以表示为

$$\begin{cases} \cos \theta_j^* = 1/3, & j = 1, 2, \dots, N \\ \sin \theta_j^* = -\sin \theta_{j+1}^*, & j = 1, 2, \dots, N-1 \end{cases} \quad (5.20)$$

示例 5.1 对于一发四收 TOA 定位的最优构型如图 5.3 所示,此时 4 个接收机分为两组,组内的接收机之间与目标共线,且与目标连线以及发射机与目标连线形成的夹角为 $\theta_j = \pm \cos^{-1}(1/3) \approx \pm 70.35^\circ (j=1, 2, 3, 4)$ 。

(2) 当接收机数目 N 为奇数时,等式(5.14)无解析解,无法进一步计算。此时的构型优化目标函数可以化为

$$\text{tr}(\mathbf{J}_{\text{IN}}^{-1}) = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{2(1 + \cos \theta_i)}{\sigma_i^2}}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{[\sin \theta_i - \sin \theta_j + \sin(\theta_i - \theta_j)]^2}{2\sigma_i^4}} \quad (5.21)$$

与偶数个接收机情况类似可得, $\text{tr}(\mathbf{J}_{\text{IN}}^{-1})$ 取最小值时对应的角度值满足的条件为

$$\theta_i^* - \theta_j^* = 2\theta_0 \quad (5.22)$$

其中, $\theta_0 = \cos^{-1}(1/3)$ 。进一步计算可得,在奇数个接收机的情况下,最优定位构型对应的角度值还满足如下关系:

$$\begin{cases} \theta_1^* = \dots = \theta_{(M-1)/2}^* \\ \theta_{(M-1)/2+1}^* = \dots = \theta_M^* \end{cases} \quad (5.23)$$

由式(5.23)可得,最优构型下奇数个接收机也分为两组,且组内形成的角度值相等,但由于存在奇数个接收机,其中一组的接收机数目较另一组多出一个接收机。

示例 5.2 对于一发三收 TOA 定位的最优构型如图 5.4(a)所示,此时 3 个接收机分为两组,组内的接收机之间与目标共线,且与目标连线以及发射机与目标连线形成的夹角为 $\theta_1^* = \theta_2^* = \theta_A^* = -59.64^\circ, \theta_3^* = \theta_B^* = 81.98^\circ$ 。

与偶数个接收机的情况不同,奇数个接收机的情况下,理论推导只能够得到两组接收机之间的角度差值是恒定值 $2\theta_0$ 。为了进一步确定不同接收机数目 ($N = 3, 5, 7, 9, \dots$) 情况下,两组接收机角度 θ_A^* 与 θ_B^* 值的变化,本书采用差分进化(DE)优化算法^[276],通过寻优得到的结果如图 5.4(b)所示。由图可得,在 3 个接收机情况下, $\theta_A^* = -59.64^\circ$ 与 $\theta_B^* = 81.98^\circ$ 之间的角度差别最大,随着接收机数目的不断增

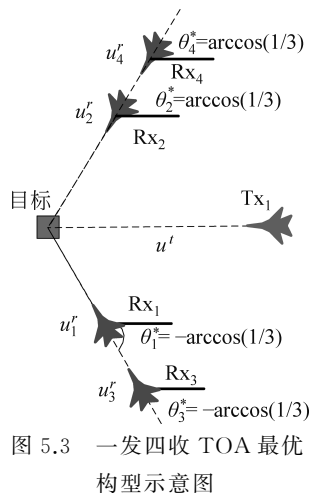


图 5.3 一发四收 TOA 最优构型示意图

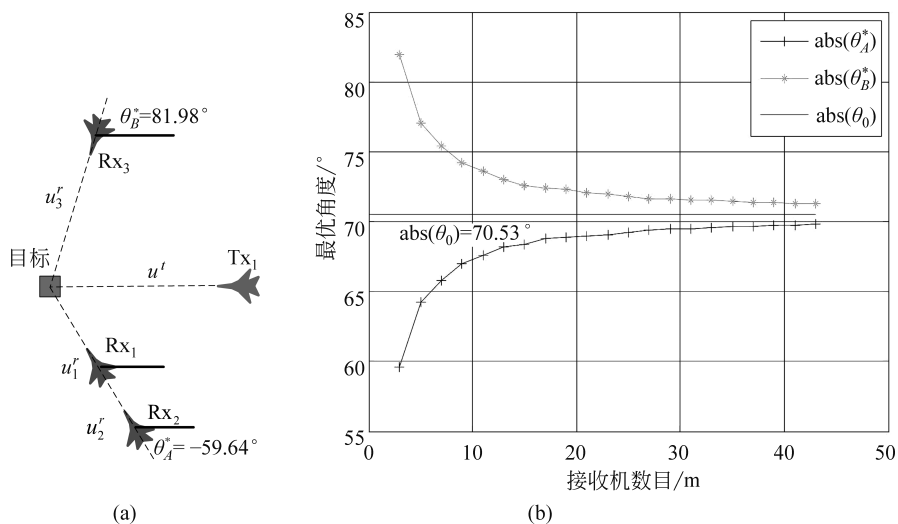


图 5.4 奇数个接收机最优构型示意图

(a) 三个传感器最优构型；(b) 随传感器数目变化最优构型角度变化

加, θ_A^* 与 θ_B^* 之间的角度值不断趋近于 θ_0 。同时注意到, 在不同接收机数目的情况下, 数目较少的一组接收机形成的夹角的绝对值 $\text{abs}(\theta_B^*)$ 大于数目较多的一组接收机 $\text{abs}(\theta_A^*)$ 。在实际运用过程中, 可以事先将不同数目接收机的情况下对应的角度值做成数据库记录下来, 避免重复在线计算。

与一发多收定位相对应的是多发一收定位, 即多个发射机与一个接收机形成定位系统。类似地, 假设接收机位于目标 0° 的方位角位置, 即式 (5.7) 中 $\mathbf{u}^t = [1, 0]^T$, 此时对应的 FIM 的表达式可以化简为

$$\mathbf{J}_{M1} = \sum_{i=1}^M \frac{1}{\sigma_i^2} \begin{bmatrix} (1 + \cos \phi_i)^2 & (1 + \cos \phi_i) \sin \phi_i \\ (1 + \cos \phi_i) \sin \phi_i & \sin^2 \phi_i \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

将式 (5.24) 与式 (5.11) 进行对比可得, 两个矩阵形式上一致, 对应的目标函数的解也一致, 依照一发多收的最优构型解可以得到多发一收的构型解, 这里不再赘述。

5.3.2 两发多收最优构型

5.3.1 节主要针对航空集群有源一发多收定位最优构型进行了分析, 本节在此基础上, 增加一个发射机, 开展两发多收最优构型分析。由式 (5.8) 可以得到两发两收情况下对应的 FIM 矩阵。

$$\mathbf{J}_{22} = \frac{1}{\sigma_t^2} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 (\cos \phi_i + \cos \theta_j)^2 & \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 (\cos \phi_i + \cos \theta_j) (\sin \phi_i + \sin \theta_j) \\ \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 (\cos \phi_i + \cos \theta_j) (\sin \phi_i + \sin \theta_j) & \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 (\sin \phi_i + \sin \theta_j)^2 \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

因此构型优化目标函数可以表示为

$$\begin{aligned} \arg \min_{\{\phi_1^*, \phi_2^*, \theta_1^*, \theta_2^*\}} \text{tr}(\mathbf{J}_{2N}^{-1}) = & \\ & \frac{\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 (\cos \phi_i + \cos \theta_j)^2 + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 (\sin \phi_i + \sin \theta_j)^2}{\left(\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 (\cos \phi_i + \cos \theta_j)^2 \right) \left(\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 (\sin \phi_i + \sin \theta_j)^2 \right) -} \\ & \left(\sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 (\cos \phi_i + \cos \theta_j)(\sin \phi_i + \sin \theta_j) \right)^2 \end{aligned} \quad (5.26)$$

在两发两收的情况下,收发的数目较少,本节通过分别求 ϕ_i 以及 θ_j 的偏导数,并使其等于 0,可以得到最优定位构型对应的角度值满足如下关系:

$$\begin{cases} \phi_1 = 0, & \phi_2 = \pi/2 \\ \theta_1 = 0, & \theta_2 = \pi/2 \end{cases} \quad (5.27)$$

此时, FIM 矩阵 $\mathbf{J}_{22} = [6, 2; 2, 6]$, 对应的最优构型如图 5.5 所示, 一个发射机与一个接收机可以看作一个小组与目标共线, 而且两条线相互垂直。

当 $N \geq 3$ 时, 两发多收定位对应的 FIM 可以表示为

$$\mathbf{J}_{2N} =$$

$$\frac{1}{\sigma_t^2} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^N (\cos \phi_i + \cos \theta_j)^2 & \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^N (\cos \phi_i + \cos \theta_j)(\sin \phi_i + \sin \theta_j) \\ \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^N (\cos \phi_i + \cos \theta_j)(\sin \phi_i + \sin \theta_j) & \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^N (\sin \phi_i + \sin \theta_j)^2 \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

随着接收机数目的增加, 无法直接得到类似式(5.28)的解析解, 因此本书采用 DE 优化算法, 分别计算出 $N=3, 4, 5, 6$ 时, 即两发三收、两发四收、两发五收以及两发六收情况下对应的最优构型, 通过寻优得到的结果如图 5.6 所示。

在两发三收中, 最优构型对应的角度值分别为: $\phi_1 = 0^\circ, \phi_2 = 107.3^\circ, \theta_1 = 354.8^\circ, \theta_2 = 112.5^\circ, \theta_3 = 53.6^\circ$ 。整体上, 该构型以接收机 3 与目标的连线为对称轴左右对称, 两个发射机、接收机分别位于坐标轴两侧, 其中, 发射机的张角略小于接收机的张角。两发五收最优构型与两发三收类似, 增加的两个接收机分别与接收机 1、接收机 2 共线。两发四收与两发六收情况类似, 两个发射机与目标连线相互垂直, 接收机数目平均分为两组与发射机共线。根据图 5.6 的分析, 可以初步得到如下结论, 在两发多收的情况下, 按照接收机数目的奇偶性可以分为两种: 接收机数目为奇数时, 以其中一个接收机与目标连线为对称轴左右对称, 两个发射机与其

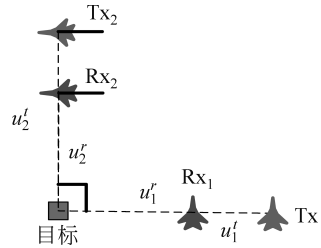


图 5.5 两发两收最优构型示意图

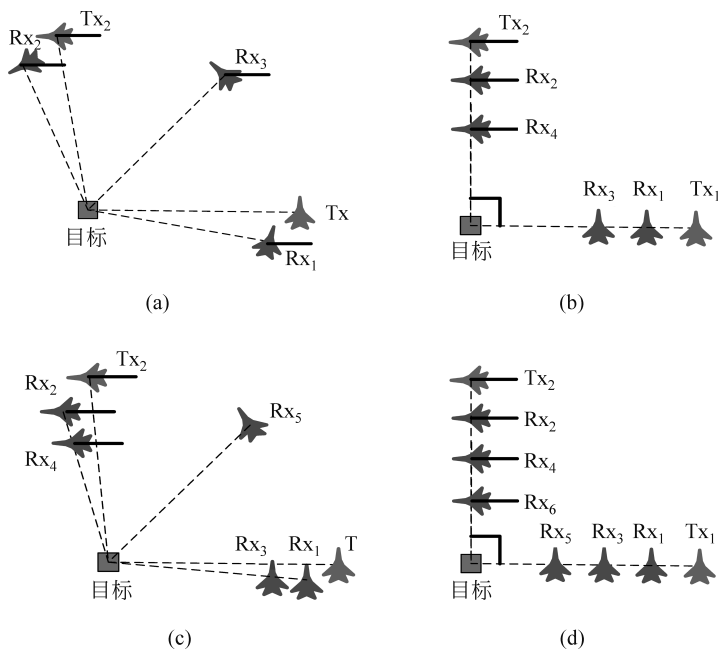


图 5.6 两发多收最优构型示意图

(a) 两发三收最优构型；(b) 两发四收最优构型；(c) 两发五收最优构型；(d) 两发六收最优构型

余的接收机分别位于坐标轴两侧,其中,发射机的张角略小于接收机的张角,但具体张角的大小随接收机数目多少产生变化;接收机数目为偶数时,两个发射机与目标连线相互垂直,偶数个接收机平均分为两组与发射机共线。

5.3.3 多发多收最优构型

对于发射机、接收机数目均为 3 个以上的情况,为了研究方便,本节引入新的运算 $\Gamma(\cdot)$,其基本定义为:对于任意给定的矢量 $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_L)$ 与 $\kappa = (\kappa_1, \kappa_2, \dots, \kappa_L)$,可得

$$\begin{cases} \Gamma(\xi) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \xi_i \\ \Gamma(\xi^2) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \xi_i^2 \\ \Gamma(\xi\kappa) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \xi_i \kappa_i \end{cases} \quad (5.29)$$

设 $a_{tx} = \cos\phi_i, b_{tx} = \sin\phi_i, a_{rx} = \cos\theta_i, b_{rx} = \sin\theta_i$,对于多发多收情况下的 FIM 矩阵 $\mathbf{J}_{MN} = [g_{xc}, h_c; h_c, g_{yc}] / \eta_c$,由此可得

$$\begin{cases} g_{xc} = MN[\Gamma(b_{tx}^2) + \Gamma(b_{rx}^2) - [\Gamma(b_{tx})]^2 - [\Gamma(b_{rx})]^2] \\ g_{yc} = MN[\Gamma(a_{tx}^2) + \Gamma(a_{rx}^2) - [\Gamma(a_{tx})]^2 - [\Gamma(a_{rx})]^2] \end{cases} \quad (5.30)$$