第3课

艺术与科学研究

李政道教授曾经说过:"艺术和科学是一个硬币的两面。"艺术大师吴冠中先生指出:"科学揭示宇宙的奥秘,艺术揭示情感的奥秘。"正是在追求真理与意义的征途上科学和艺术携手而行。科学家普遍认为美与简洁性、对称性和逻辑清晰性相关,许多艺术大师对于艺术表现的随机性、无限性、简单性与复杂性也有深刻的理解。本课将通过对艺术与数学关系的深入研究,特别是对分形、迭代与递归算法的研究,揭示自然美学与数字美学之间的联系,并通过可视化展示艺术之美。

- 3.1 创造性和真理性
- 3.2 艺术与科学体验
- 3.3 简洁性和逻辑美
- 3.4 对称、比例与韵律
- 3.5 数字美学与编程
- 3.6 无穷、迭代与复杂性
- 3.7 分形数学与植物学
- 3.8 随机性的艺术
- 3.9 大脑科学与艺术 讨论与实践

练习及思考

- • •
-
- • •
- . . .

3.1 创造性和真理性

艺术与科学是两个不同的概念,也是两个不同的事物,或者说是人类所从事的两大创造性工作。艺术创造形象,激发情感;科学研究自然,寻找自然发展的规律。艺术和科学都是人类的创造性劳动和成果,也是人类具备的独特能力。科学是逻辑思维的体现,是人类改造、探寻自然发展规律的行为;艺术则是形象思维的表现,是人类创造形象、激发情感的最高形式。李政道说过:"艺术和科学的共同基础都是人类的创造力,它们追求的目标都是真理的普遍性。"他认为:艺术是用创新的手法唤起每个人的意识或潜意识中深藏着的情感。而科学则是对自然界现象进行研究,这种研究结果通常被称为自然定律。定律的阐述越简单、应用越广泛,科学就越深刻。对自然现象的抽象和总结属于科学智慧的结晶,这和艺术家的创造是一样的。同样,诺贝尔物理学奖获得者杨振宁认为:物理学的描述使自然界复杂的现象具有非常准确的感受,物理学的美是庄重感、神秘感以及第一次看见宇宙力量的恐惧感;而崇高美、精神美和灵魂美是终极的美。他用一句话概括美与物理学的关系:"自然界现象的结构是非常之美的,非常之妙的,而物理学这些年的研究使我们对这种美有了认识。"2000年,美国著名物理学家、哈佛大学量子力学教授艾瑞克·海勒展示了一幅电子云发射形成的轨迹照片(图 3-1)。从中心发射的电子云形成了一幅美妙的分枝图案,不仅生动诠释了物理世界的美学,也从侧面为杨振宁的观点提供了注解。

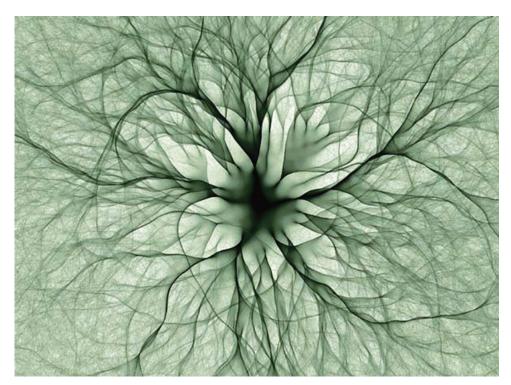


图 3-1 电子云发射形成的轨迹照片

艺术先于科学产生。从发生学的角度看,艺术早在人类从事造物并进行美化时就已产生了,其历史已有数万年乃至几十万年的时间;而科学,尤其是自然科学的诞生,只是近代的产物,在两个世纪以前,科学的胚胎才开始在自然哲学母体中形成;在17世纪以前的西方,形而上学、神学和哲学统治整个知识世界。科学界一般以1543年哥白尼提出日心说、出版《天体运行论》为自然科

学开始出现标志。17世纪自然科学的对象、方法等发生重大变革,欧洲一些国家先后成立科学院,牛顿提出万有引力定律和力学三大定律,成为当时科学发展的高峰。荷兰绘画大师伦勃朗的画作《杜普教授的解剖课》(图 3-2)生动地反映了当时人们对科学(如绘画中的尸体解剖)持有的恐惧、疑惑和好奇的心理。19世纪是科学发展的黄金时代,科学受到前所未有的尊崇和信任。20世纪科学技术的革命,更是掀开了人类发展进步的新纪元。科技革命不仅极大地改变了人类的生活环境、状态、方式,而且改变了人类自身,包括思想、观念、哲学在内的精神世界。



图 3-2 伦勃朗的画作《杜普教授的解剖课》

作为不同的专业、学科和不同的存在形式及存在价值,艺术与科学有着本质的差异。美国科学 史学者乔治·萨顿在《科学的生命》一书中指出:"艺术和科学最明显的差别在于科学是逐渐进步的,而艺术则不然。只有科学活动是累积和渐进的。"福楼拜曾将科学理解为借助理性的认识,而将艺术理解为直接的认识。他还诗意地预见了科学和艺术的未来:"艺术越来越科学化,而科学越来越艺术化;二者在山麓分手,有朝一日将在山顶重逢。"列夫·托尔斯泰认为科学是理性的王国,艺术是感性的王国。在方法上,科学方法至关重要,而艺术则以结果为关键。从现代科学与艺术的发展来看,二者之间的相互借鉴和影响已经成为大的趋势,特别是在设计学和工程学领域,以用户导向为核心的设计思维越来越和科学研究方法趋近。同时,计算机科学(数学算法)对自然世界的模拟和表现也越来越接近画家绘制的图像世界。例如,计算机分形几何学对"碎片与镶嵌"图案的研究和表现几乎与埃舍尔的版画一致。软件对动态世界的捕捉、仿真与模拟(如爆炸、雨雪、声音和人类行为等)的能力已经远远超过艺术家通过传统手段的表现方法(如手绘、拍摄和舞蹈等)。反之,艺术思维的跨界性、发散性和直觉性(顿悟)对科技创新也有着无法替代的作用。图 3-3 总结了科学与艺术的差别和联系。需要强调的是,无论科学还是艺术,团队合作都已超越了个人探索,如史蒂夫·乔布斯一样的跨越科学与艺术的创新型人才也会层出不穷,而科技艺术正是二者相互连接的桥梁。

科学 (science)	艺术 (art)
原理 (principles)	实践 (practice)
基本原理可重复性(fundamental recurrence)	熟练应用(skilled performance)
解释与说明(explanation)	行动 (action)
分析 (analysis)	发明 (invention)
发现 (discovery)	合成 (synthesis)
剖析 (dissection)	构建 (construction)
客观性 (objectivity)	主观性(subjectivity)
逻辑性(logicality)	精神性 (spirit)
抽象隐喻 (abstract metaphor)	图像隐喻(image metaphor)
可计算性 (computability)	象征性(symbolic)
推理性 (reasoning)	情感性 (emotion)
进步性 (progressive)	持续性 (persistence)
试验性 (experiment)	直觉性 (intuition)
实证性 (positive)	包容性 (extensiveness)
计算思维(computational thinking)	形象思维(visualize thinking)
集体性 (collective)	个人化 (individual)
科学 (science) + 艺术 (art): 一致性与联系性	
创造性(creativity): 对现实的不满足,质疑与批判,自信与可执行力	
追求与执着(pursuit & dedication):信仰,坚持,对世俗的超越	
对意义(meaning)的探索:生死、人生价值、爱、幸福、彼岸世界	
热情 (enthusiasm): 沉浸状态,忘我,互动,超越身体	
体验一致性(common experience):探索,失败,实验,成功,喜悦	
实验性(experiment):观察,敏感,探索(材料与工艺),测试,反馈,迭代	
方法相似性 (methods similarity): 借鉴,临摹,思考 (研究),顿悟,创新	
美学目标(aesthetic goals):对数学,规律,自然,神学和幻想世界的憧憬	
概念想象力(concept imagination):图表,草图,表现,涂鸦,可视化	
社会性(community): 团队,朋友,辩手,分工与合作	

图 3-3 科学与艺术的差别和联系

3.2 艺术与科学体验

古希腊哲学家亚里士多德认为,艺术是对自然的模仿,意即艺术乃是人类理解自然现象的科学。艺术与科学往往有着共同的体验。"文艺复兴"时代杰出的艺术家、科学家和工程师达·芬奇即是典型,他几乎涉足科学的各个领域,如人体解剖学、植物学、流体力学等。19世纪的哲学家和博物学家亚历山大·冯·洪堡认为艺术和科学都是自然在人头脑中的反映,艺术是通过想象得出的反映,科学是通过理性能力得出的反映。美学家克罗齐说:"直觉知识与理性知识的最崇高的焕发,光辉远照的最高峰,像人们所知道的,叫作艺术与科学。艺术与科学既不同而又互相关联;它们在审美方面交会,每个科学作品同时也是艺术作品。"

从心理学上看,艺术与科学、观念与图像是相辅相成、缺一不可的要素。为了创造就必须视觉化,

不论在心里、纸上还是通过测量完成,而量化与视觉化是左脑和右脑的分工。在科学家和艺术家的心目中,艺术与科学本是一个整体,并无高下之分。艺术不仅是科学发现的图解,而且是科学发现过程中的有机部分。诚如爱因斯坦所说,书面与口头语言在他的思想机制中并不起什么作用,而起作用的是能够"自动"复制或融合的清晰图像。也就是说,观念首先要具有"图像"的特征,只有在第二个阶段,他才寻求"语言或其他类型的符号"加以表述。对于伟大的科学家来说,艺术不仅仅是图解,有时本身就是科学解释。英国皇家天文学家马丁爵士曾经指出,研究地球和星球上的生命科学是 21 世纪的主要课题之一。他多次使用荷兰画家埃舍尔的版画作品《星空》(图 3-4,左)和《另一个世界 II》(图 3-4,右)来解释宇宙的形成。他认为埃舍尔的艺术就是一种科学的再现和陈述。

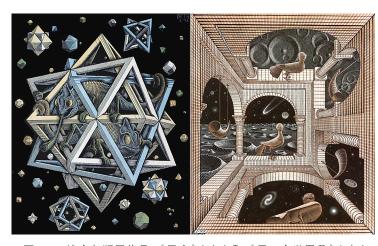


图 3-4 埃舍尔版画作品:《星空》(左)和《另一个世界Ⅱ》(右)

许多艺术家的灵感均源于科学思想的启迪。印象派受到牛顿光学和色彩学的启迪,现代造型艺术的奠基人塞尚获益于几何学的普及。另外,文学艺术也能给予科学家以启迪和灵感。科学家根兹堡曾不止一次地表示过:"我读到歌德的诗,无数的思绪便一下子冒了出来。"爱因斯坦曾坦率地承认,俄国作家陀思妥耶夫斯基的《卡拉马佐夫兄弟》等小说为他的思想提供过巨大的帮助。艺术可以用不合逻辑的、充满浪漫主义的精神和方法去讲述一切新的、充满了疑团的思想和问题,这为逻辑思维严密的科学家插上了自由联想的翅膀,成为他们触类旁通、大胆猜想和验证科学假说的关键。



图 3-5 吴冠中的作品《流光》

正如高尔基所说:"在科学和文学之间有着很多共同点,无论是科学还是文学,其中起主要作用的是观察、比较、研究,艺术家也同科学家一样,必须具有想象和推测。"著名画家吴冠中说:"科技不能等同于科学,好比'画技'不能等同'艺术'。但高明的科学家和艺术家都不应是一个匠人,而是一个去发现自然的美,一个去再现自然的美。"因此,在更高的思维层次上,科学家和艺术家是相互理解的。正如科学家钱学森的一句名言:"科学家不是工匠,科学家的知识结构中应该有艺术,因为科学里面有美学。"吴冠中还通过自己的作品诠释了对科学之美的思考。应李政道的邀请,他专门绘制了一幅水墨作品《流光》(图 3-5)来诠释自己对"简单性与复杂性"的理解。该作品挥洒自如、千变万化、动中含静、

静中有动,以独具神韵的点、线和几种颜色充分表现了自然宇宙既混沌但又有韵律与生命之光的现象。该幅抽象画受到了李政道的赞赏,并且成为北京 1996 年 "简单性和复杂性"国际物理学学术会议的宣传海报。

3.3 简洁性和逻辑美

人们通常认为科学的本质是逻辑思维,而伟大的科学家都强调想象力是科学发现过程的有机部分。我国著名数学家陈省身指出:伟大的数学天才高斯,在求解问题 1+2+3+4+···+99 时,灵机一动,从两侧对称的两个数加起,很快算出答案 5050。数学中这种暗含的规律显示出数学的美,以一种简便的规则揭示了宇宙的奥秘。数学中的数字、符号、定理、公理、函数、对数、微积分、几何等结果、推论、公式、方程都蕴含着美。例如,常数 π 就是一个圆的周长除以它的直径。这样一种奇妙的数字关系,就像一幅美丽的图画。爱因斯坦曾经写道:"我认为广义相对论的主要意义不在于它预言了一些微弱的观测效应,而是在于它的理论基础和构造的简单性。"数学之美不仅在于其简单性和统一性,还体现在几何学的比例、对称、均衡、和谐、完整和变异性等,例如,1956 年美国物理学家利用泡箱测定的基本粒子的运动轨迹。当高能量加速器将微粒子射入泡箱液体后,电子、中子等基本粒子相互碰撞,就形成了多彩多姿的对数螺旋形飞行轨迹(图 3-6)。美国著名物理学家阿·热在其《可怕的对称》中写道:"物理学家已经发现了某些奇妙的东西——大自然在最基础的水平上是按美来设计的。"

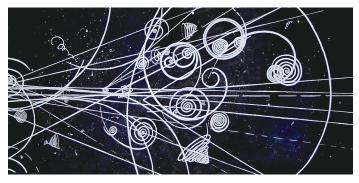


图 3-6 物理学家利用泡箱测定的基本粒子的运动轨迹

德国诗人诺瓦利说:"纯数学是一门科学,同时也是一门艺术。" 我国数学家徐利治说:"古今中外的杰出数学家和科学家都莫不高度赞赏并应用了数学科学中的美学方法。" 数学的简洁性是指数学表达形式和数学理论体系的结构简洁。简洁性和逻辑严密性是科学理论的美学价值。早在 2000 多年前,古希腊数学家欧几里得就用简洁的几何公式及演绎逻辑法,完成了举世闻名的《几何原本》,它的优美和逻辑力量堪称人类智慧的结晶。2000 多年后,大数学家希尔伯特又完美地把欧几里得几何学整理为从公理体系出发的纯演绎系统。他在 1900 年的世界数学大会上提出 23 个著名的数学问题,甚至大胆建议用数学的公理化方法去演绎全部的物理学。这些问题不仅启发了图灵等大师对数理逻辑的思考,也推动了计算机的诞生,他的眼光和洞察力使人惊叹。希尔伯特相信数学中的美蕴含在它的简洁性和逻辑系统中,因为"数学是一个不可分割的有机整体,它的生命力正是在于各个部分之间的联系"及它们的和谐。

20世纪初法国物理学家德布罗意写道:"在科学史上的每一个时代,美感一直是指导科学家从

事研究的向导。"一部 20 世纪物理学史有相当多的例子证实了德布罗意的话。生物化学家詹姆斯·沃森在他的著作《双螺旋》中谈到美如何引导他们发现 DNA 结构(图 3-7): "几乎所有人都承认,这种结构实在太美了,因而不可能不存在。" 物理学家理查德·费曼说过: "你能够根据真理的美与简单这两个特征来识别真理。" 现代物理学家海森堡声称: "美在纯科学中像在艺术中一样……是获得启示并弄清实质的最重要的源泉。" 物理学家保罗·迪拉克说道: "方程式具有美感比它与实验相一致更为重要。"

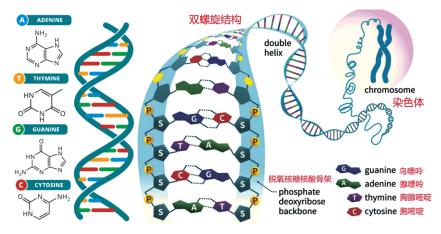


图 3-7 DNA 双螺旋结构(左)和形成染色体(右)的简图

物理学家还总结出自然界美的三个要素:简洁(完善与经济性)、和谐(对称性)和逻辑清晰(透明性)。例如,相对论关于物质与能量的关系就可以通过公式 $E=mc^2$ 来表示,这里 E 是物质的能量,m 是质量,c 是光速。相对论的公式不仅简洁、清晰,所产生的美感也代表了自然奥秘。而简洁、对称与清晰也属于艺术设计的基础语言。物理学家斯蒂芬·温伯格指出:"科学具有某种与艺术对等的东西。科学家之所以不懈地追求美与简单,是因为坚信包藏于自然中的基本规律只能是简单的。因此才会寻找那些能反映自然规律的最高的简单性。在基本粒子物理学中,我们发现,自然要比它的外在表现简单得多。"简单性的表现形式是对称原理。举例来说,中子和电子这两个基本粒子虽然从表面看性质相当不同,可二者之间却存在着深刻的对称性。

3.4 对称、比例与韵律

关于物理学中的对称观念,杨振宁曾说过:"对称概念像人类文明一样古老,生物世界与物理世界的对称结构必定给先民以深刻印象,其后对称观念就在人类各种形式的活动中表现出来。"他举出很多例子,如放射虫的骨骼、雪片、中国商代的觚、苏东坡的回文诗、大作曲家巴赫的轮唱曲等。德国动物学家和哲学家恩斯特·海克尔发现,自然界中的海洋生物,如海藻、海葵等都有漂亮的对称结构。海克尔擅长版画和插图,他画的各种海洋浮游生物,生动地体现了生物世界的美。在其1896年发表的巨著《自然的艺术形式》(Kunstformen der Nature)中就含有数百幅非常细腻的动植物的插图(图 3-8)。他的插图生动地体现出了大自然赋予生物的绝妙的对称结构。作为一个有组织的、不断运动发展的系统,自然界就像算法代码一样,同样有着复杂的形式、模式和行为。例如,DNA 就是根据一套复杂而明确的数学模式和规则来管理植物、鸟类、鱼类、昆虫和人类的生长发育的。设计师同样可以参照自然界的"模板"来设计对称结构。

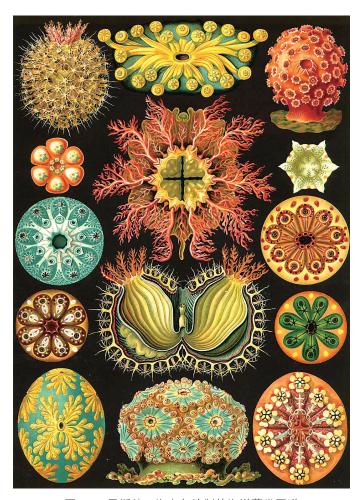


图 3-8 恩斯特·海克尔绘制的海洋藻类图谱

很多人认为美感源于直觉,但并没有探究"漂亮"背后的大自然法则。吸引力无论对于人类还是产品都非常重要,是"一见钟情"的基础。人体的最佳比例是上半身/下半身=0.618(黄金分割),在视觉上,拥有这个比例的男女会有更多的吸引力。2017年,韩国研究人员通过大数据采集并结合计算机建模,得到了一个"最完美亚洲女性面孔"的形象(图 3-9)。该面孔中眼睛的位置比例非常



图 3-9 韩国美容机构根据大数据得到的"最完美亚洲女性面孔"

接近于黄金比例,由此产生了女性"普遍美丽的面部特征"。实际上,0.618 和对称性也是古典绘画艺术的基础,历史上许多最著名的绘画(如达·芬奇、蒙德里安、葛饰北斋的画)和建筑(如古希腊建筑)都是以此为基础的(图 3-10)。

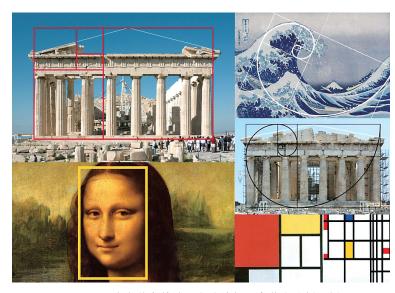


图 3-10 许多著名的绘画和建筑都具有黄金分割比例

使用比例系统辅助制造美感已经广泛应用于建筑、绘画、书法、设计和摄影领域。设计中广泛采用的网格系统(Grid System)就是利用一系列垂直和水平的参考线,将页面分割成若干个有规律的列或格子,再以这些格子为基准,控制页面元素之间的对齐和比例关系,从而搭建出一个具有高度秩序性的页面框架。在谷歌的材质设计(Material Design)中,整个页面被看作是一个网格,所有页面元素都与网格线对齐,并且这一规则贯穿于整个产品及UI设计中。掌握网格系统是从事版式设计所必须具备的基础修养之一,网格系统作为一种行之有效的版式设计法则,使所有的版面构成元素之间的协调一致成为可能(图 3-11)。

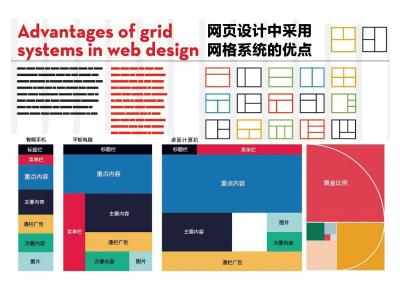


图 3-11 网格系统在版式设计和 UI 设计中有着广泛的应用

在 3D 建筑设计中,法国著名建筑师勒·柯布西耶同样注意到了比例的强大,并由此发明了一套建筑规则(图 3-12)。柯布西耶认为一个身高 6 英尺(1.83 米)的男子,其身体比例是具有美感的,如果把这些比例挪用到建筑上,建筑就自然而然"继承"了美感。例如,人的举手高是肚脐高的 2 倍。足、肚脐、头、举手的指尖就是比例的关键点。其中,肚脐是身高的黄金分割点,而指尖到头和头到肚脐的比例同样是黄金比。柯布西耶以人的肚脐高为标准,按黄金比拓展了一系列的尺寸,称为红尺;以人的举手高为标准,按黄金比拓展了一系列的尺寸,称为蓝尺。建筑设计时,设计师可以直接从红尺或蓝尺中去寻找黄金比例。

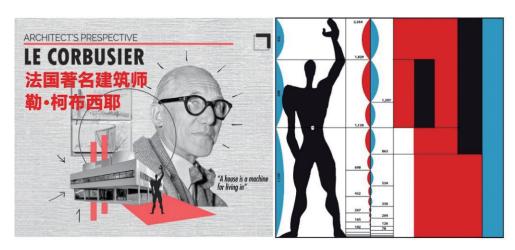


图 3-12 勒・柯布西耶(左)和他设计的模度比例尺(右)

在古希腊时代,学者毕达哥拉斯发现街边铁匠铺中打铁的声音具备某种迷人的韵律,他驻足记录下了这段声音的比例,这就是"黄金分割"的来历。同样,中国几千年的文言文和格律诗也是音乐化和韵律化的语言范例。古时候的私塾教育一般都从诵读诗书,而非认字开始,虽然少儿难懂其意,但通过朗朗上口的韵律,就逐渐地领悟了文言的美感。这种方法类似音乐创作,是具有数学特征的自相似性。英国艺术史学家、美学家 E. H. 贡布里希在《秩序感——装饰艺术的心理学研究》一书中说过:"有一种秩序感的存在,它表现在所有的设计风格中,而且,我相信它的根在人类的生物遗传之中。"同样,勒·柯布西耶在《模度》中也说道:"秩序是真正的生命之匙。对秩序的探寻,使人类与其他物种区别开来。通过秩序来统治混乱的欲望反映了人类的深层次精神追求。"对称、比例和韵律正是"数字之美"的体现。

建筑师对数字 0.618 特别偏爱,无论是古埃及的金字塔,还是巴黎的圣母院,或者是法国埃菲尔铁塔、印度泰姬陵、希腊雅典的巴特农神庙,都有黄金分割的足迹。同样,广泛应用于摄影、绘画及书法构图的九宫格,其核心是一个三等分近似黄金分割的简易网格系统,中间的四个焦点就是四个黄金分割点。专业摄影中采用视觉焦点构图已经成为被广泛认可的"公理"(图 3-13,上)。同样,无论是左右结构还是上下结构的字形,通过九宫格辅助线,均可以用来表示其结构特征(图 3-13,下)。清代书法家刘熙载在《艺概》中曾说过:"欲明书势,须识九宫。"这充分说明了书法艺术的精髓。据传,九宫格是唐代欧阳询发明的。唐代是楷书的鼎盛时期,注重法度,欧体又被誉为"楷书极则",由此奠定了现代汉字的基本结构。我国著名书法大师启功先生曾经有诗云:"用笔何如结字难,纵横聚散最相关。一从证得黄金律,顿觉全牛骨隙宽。"他总结的"黄金结字律"正是书法与数学智慧的结晶。



图 3-13 九宫格被广泛用于摄影构图(上)和汉字书法的构图(下)

3.5 数字美学与编程

公元前 300 年,古希腊数学家欧几里得撰写了《几何原本》,系统论述了黄金分割(图 3-14,左上)的数学原理。古希腊人提出了这样的问题:"和谐"和"美感"究竟是什么?它们是如何产生的?为什么 1:1.618 具有美感效果?毕达哥拉斯的回答是:"人是万物的尺度。"在古希腊人看来,健康的人体是最完美的,其中存在着优美、和谐的比例关系。同样,生命模式也不是混乱或随机的,即使是最复杂的生命形式也包含有序的重复模式和结构序列。例如,鸟类的运动、叶子的形状或蜗牛壳的螺旋可以通过数学模型描述。自然与数学之间的联系为几代艺术家和设计师提供了信息和启发,

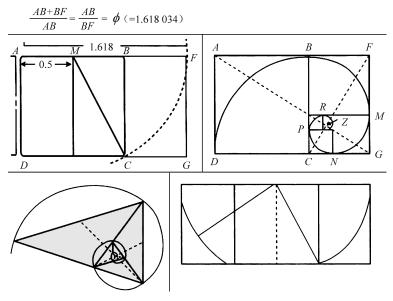


图 3-14 等差数列与黄金分割比(左上)和对数螺旋曲线(右上)

并且长期以来一直被数学家、科学家和哲学家探索。著名的斐波那契数列由 13 世纪的数学家发现: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, …。其中,相邻两个数的比值会无限接近"黄金分割比"并形成螺旋结构(图 3-14, 右上)。

自然界也为这种数学比例关系提供了绝妙的证据。通过观察向日葵的花盘可以发现:向日葵的种子并不是随便地拥挤在一起,而是按照一定的比例有序排列分布在花盘上。科学研究指出,向日葵的生长模式有着严格的数学模型,即,在受限的空间内围绕轴线不断连续添加相等单位(种子、花瓣或小枝)而不断生长。这种生长模式的单位比例为 1.618,恰恰是黄金分割比。观察发现,向日葵生长过程中,进入向日葵中心的最早的前两颗种子将圆圈分成两个部分,其比例为 1.62,这种定位被编程到具有叶序结构的每种植物物种的 DNA 中。而 1.62 是连续的斐波纳契数列结构,由此可见,数学模型早已成为大自然所遵循的规律。

在植物的成长过程中,这种数学模型决定了植物的"叶序"。该模式通常由相反方向的两个系统(种子、花瓣或细枝)组成。由于空间初始划分比率为 1.62,因此,植物生长时会始终保持这两个系统的比例,例如,向日葵花盘的种子排列(顺时针和逆时针)就是按照这种等差数列方式排列(图 3-15,上)。同样,动物的生长模式也与之类似,例如,自然界中的鹦鹉螺壳的螺旋线的比例也是斐波那契数列的数学模型(图 3-15,下)。由此可知,在大自然中,特别是在生物世界,数字美学的确是广泛存在的事实。这种现象的产生并非偶然,从生物学和进化的角度来看,数学美学对于保证生物的繁衍至关重要。例如,科学研究证明对称性与美密切相关,这是因为对称性是适应生存环境必须具备的条件之一。在对称特征(如角、触角、花瓣、尾巴、翅膀、脚踝、脚、脸或整个身体)的发展过程中,近亲交配、寄生虫以及暴露于射线、污染物或温度骤变都会影响对称性。通过对比,人们发现,相对而言对称的动物成活率更高、生殖力更强、寿命更长。同样,对称性更好的生物在性选择和遗传后代中也占有更大的优势,自然选择证明了数学美的实际价值。



图 3-15 向日葵种子排列的螺旋线(上)以及鹦鹉螺的对数螺旋曲线(下)

简洁、对称与比例也属于艺术设计的基础语言。早在"文艺复兴"时代,杰出的艺术家、科学

家和工程师达·芬奇就用作品诠释了这个思想。达·芬奇的画作《蒙娜丽莎的微笑》(图 3-16,左)中体现了黄金比例和对数螺旋。他的插图《维特鲁威人》也清晰地反映了他对标准人体比例的几何诠释(图 3-16,右)。此外,文艺复兴大师之一的丢勒(图 3-17,左)也对"数字美学"进行过深入的研究,并陆续出版了《量度艺术》《筑城原理》《人体解剖学原理》等著作,把数学与艺术联系在一起。他研究的几何结构包括螺旋线、蚌线、圆外旋轮线以及 3D 结构和多面体结构等(图 3-17,右)。他还把几何学原理应用到建筑学、工程学和绘画透视之中,成为文艺复兴时期著名的绘画大师及文艺理论家之一。

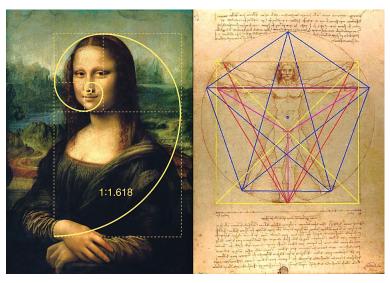


图 3-16 达・芬奇画作:《蒙娜丽莎的微笑》(左)和《维特鲁威人》(右)

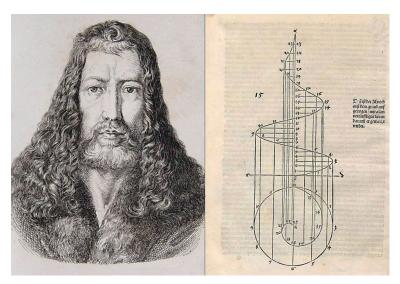


图 3-17 丢勒 (左) 对螺旋的黄金比例的研究 (右)

计算机为创造具有"数字美学"的图形提供了强大的工具。计算机是根据"规则和程序"的 编程指令来绘制图形的,大多数编程语言都包含一组生成简单几何形状(圆形、正方形、线条或其 他形状)的指令并能在屏幕上绘制和定位这些形状。在编程环境中,这些简单的几何形式是最基本的视觉单元,基于此可以生成大量复杂的视觉图形。虽然这些几何形式很简单,但在程序中经过组合并重复数百甚至数千次时,便可以创建出视觉上极为复杂的全新形状。算法艺术家玛瑞斯·沃兹的作品就是基于代码和数学过程的计算机插画的典范,这些图像多数是由专门编辑图形的软件(如Processing 系统)生成的。他的插画作品《桥梁的猜想》(图 3-18,右)就是一幅计算机几何图形动画的静帧图像,表现了设想中的桥梁和道路的复杂结构。同样,1999年,麻省理工学院媒体实验室的艺术家和工程师约翰·前田设计了一个名为"用数字设计"(Design By Numbers,DBN)的编程语言和环境,并作为他负责的"美学和计算"研究项目的成果,为设计师和艺术家提供了一种通过数字进行创意编码的方法(图 3-18,左)。

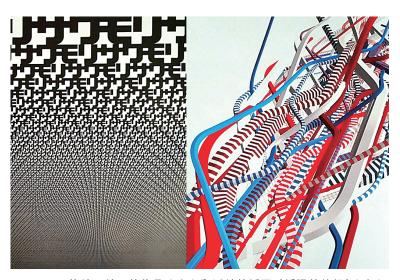


图 3-18 约翰・前田的作品(左)和沃兹的插画《桥梁的猜想》(右)

约翰·前田的设计目标是建立一个通过代码进行设计的实用工具,同时将代码编程引入视觉文化领域。该语言简洁清晰,使用 100×100 像素的屏幕网格作为可视化"单元"的画布,构建了一组有限的编程规则和计算指令,并可以实现漂亮的计算机图案。虽然"用数字设计"的编程语言现已不再使用,但该项目仍旧具有广泛的影响力,它的编程原则和基本思想已体现在 Processing 语言中。该编程语言由麻省理工学院媒体实验室美学与运算小组的两位艺术家卡赛·瑞斯和本·弗芮创建,而他们两人都是约翰·前田的学生。Processing 语言继承了 DBN 的原创理念,即为艺术家和设计师创建一个功能强大的编程设计工具。

3.6 无穷、迭代与复杂性

如果说,达·芬奇代表了 500 多年前科学和艺术结合的顶峰,那么在现代艺术领域中,能够巧妙地结合绘画和数学、哲理和形象、左脑和右脑的代表人物当属荷兰版画家埃舍尔。人们称埃舍尔为艺术家中的"数学家",他的作品充满深刻的理性思维以及对自然界次序和美的高度概括。数学家和物理学家对他的作品表现出极大的兴趣。与依靠感觉来创作的艺术家不同,埃舍尔的作品更像是通过计算机完成的作品,严谨、清晰而充满悖论。他的木刻表现手法严谨细致,如同数学逻辑,同时又生动活泼,充满了艺术想象力。埃舍尔通过规则的平面分割和镶嵌,表达了关于循环、迭代、

无穷与秩序的观念,展示自然界与数字世界的复杂性,在"自然法则"与"艺术"之间构建起了一座桥梁。1956年,埃舍尔创作了平面镶嵌作品《越来越小》(图 3-19,左),这是分形几何学(Fractal Geometry)在计算机介入之前由画家手绘的美丽图案。他的另一幅作品《天使与魔鬼》(图 3-19,右)同样表达了这个极限变幻的数学公式的概念。



图 3-19 埃舍尔版画作品:《越来越小》(左)和《天使与魔鬼》(右)

《越来越小》作品中的每个聚点都由三个红褐色的蜥蜴头部、三个白色的蜥蜴尾部以及两个黑色的蜥蜴头部和尾部汇聚而成,并且从外向内逐渐无限地缩小,到中心处则达到数学上的无穷小。而黑色的蜥蜴还同时通过头尾相接的方式构成一圈圈的美丽的花环。1969年,埃舍尔完成了木刻《蛇》(图 3-20,上)。这是他的最后一幅作品,除了生动细致的蛇的刻画外,更让人惊叹的是埃舍尔在该画中表现的数学空间变化,在缠绕和缩小的环的映衬下,空间既向边界也向中心延



图 3-20 埃舍尔版画作品:《蛇》(上)以及《圆限制1》(左下)和《圆限制3》(右下)

伸,并且无穷无尽。埃舍尔同样风格的版画还有《圆限制 1》(1958,图 3-20,左下)和《圆限制 3》(图 3-20,右下)。埃舍尔对无穷图案和对称图形的研究和创作对于科学家有特殊的意义。他的许多平面分割镶嵌绘画作品都同时满足旋转和镜像对称两种数学运算法则。这使许多数学家大为惊奇。因为按照分形几何学定义,这些图形都属于分形图案。分形是大自然中普遍存在的一种非线性现象,具有自身无限缩微和无限复制的特点。分形理论是 20 世纪末科学前沿领域的一个非常重要的概念,具有极强的概括力和解释力。在这一点上,埃舍尔和数学家不谋而合。

无穷、迭代与复杂性曾经是画家们单凭手绘难以触及的境界,但对于运算速度高达每秒上亿次的计算机来说却轻而易举。现在人们可以借助 C++和 Java 编程语言轻松实现当年埃舍尔的手绘图案,而且还可以进行更多的创意,例如编程工程师弗拉基米尔·布拉托夫就曾通过反射变换将《圆限制 1》转换为 3D 双曲空间的无限分形动画(图 3-21,上)。同样,借助分形图案软件或数学图形可视化软件(如 Mathematica 4.2、AotoLisp、Apophysis 2、POV-Ray 3.6等)也能够产生类似埃舍尔的"无限缩放图案"(图 3-21,下)。计算机算法的优势在于能够无限制地执行一系列绘图指令。这意味着即使几行代码也可以迭代生成超级复杂的图形和模式。通过不断组合以及重复执行不同的子程序,计算机能够像"绘图机器"一样,生成复杂多样的"大数据"视觉效果。当程序员定义了一组通用的规则(算法)和参数后,计算机便不断反复地运行这个程序,生成最终的视觉效果。因此,计算机程序不仅可以再现埃舍尔的镶嵌与无限变形的图案,而且还可以创建各种独特且丰富的艺术表现形式,完成传统手绘或版画无法实现的复杂图形效果。

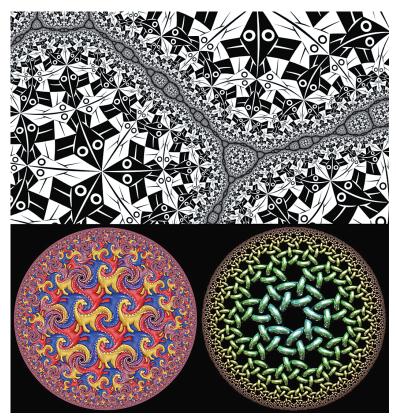


图 3-21 计算机软件重新演绎埃舍尔的版画(上),并模拟无穷圆形(下)

事实上,基于指令和规则的编程不仅是数字艺术的历史谱系之一,也是现代艺术史的重要组成部分。20世纪达达主义、激浪派、观念艺术、新趋势与欧普艺术等艺术流派都对此进行过实践探索。所有这些艺术运动都包含对概念、时间、事件和观众参与的关注以及对形式语言的探索。先锋艺术家杜尚、曼·雷、约翰·凯奇、瓦萨雷利、莫霍利·纳吉、白南准等人对视错觉、网格、随机性、拼贴美学的关注以及对电影、机械、光线、动力、录像与装置的技术实验均是早期算法艺术的基础。同样,20世纪流行的瑞士平面设计也与之有着密切的联系。

重复、迭代是许多数字设计过程的核心概念。复制和粘贴或"步进和重复"的过程在许多绘图软件工具,如 Illustrator 中很常见。这种操作可以允许不断重复和精确地再现和变换形状(如缩放、旋转和移动等),由此创建复杂的图形,如花瓣或螺旋等。虽然这种过程并不复杂,但产生了多样性的图案。因此,通过重复缩放和移动,甚至最简单的形状也可以创建如万花筒般的图案阵列。重复也是计算机编程的重要思想之一。代码可以快速准确地执行重复计算指令或对大数据进行排序,这是计算机可以执行许多任务的核心功能。通常,每种编程语言都会包含一系列循环(重复)指令或函数的不同方式:它们是代码结构和编程环境的一部分。一些计算机语言有专门用于循环(迭代)一定次数的重复指令,如 for 循环或 while 循环等,可用于通过固定次数变形和重新绘制图形。艺术家使用循环(迭代)函数,可创建具有清晰视觉结构的动态效果或图形。例如,for 循环不仅可以用于递增、缩放、移动或旋转形状,而且可以产生清晰、整洁和具有丰富视觉冲击力的图形。算法艺术家玛瑞斯·沃兹的数字插画(图 3-22)就是巧妙地利用重复、迭代、缩放、变形和色彩代码来生成的具有"数字美学"特征的经典作品。

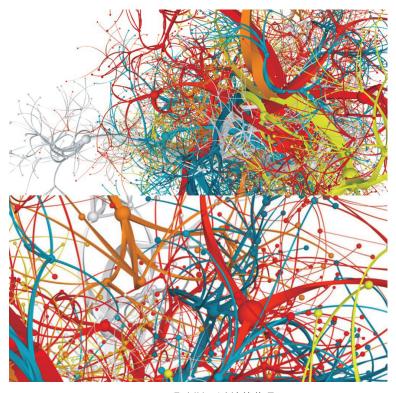


图 3-22 玛瑞斯・沃兹的作品

重复、迭代与变形是艺术设计的基本原则。几代艺术家和设计师通过广泛的创作实践(包括艺

术、音乐和设计),早已将这种规则应用于各种视觉创意。计算机则可以通过连续重复的数学计算叠加模式自动创建可重复的网格并产生视觉的次序、和谐与平衡。在编程环境中,生成数字序列是生成视觉效果的直接手段。简单的数学计算,如增加或减少变量值,就可以创建这种类型的数字序列。同样,自定义任何视觉属性,如尺寸、透明度、位置、角度、颜色或动画等可以产生更为复杂的视觉效果。埃舍尔的作品和阿拉伯及伊斯兰的传统挂毯不乏具有高度装饰性的几何镶嵌图案,这种简单几何形状的重复拼贴与变形为数字创意带来了灵感。

著名艺术史学家和理论家贡布里希在《秩序感》中说:"不管是诗歌、音乐、舞蹈、建筑、书法,还是任何一种工艺,都证明了人类喜欢节奏、秩序和事物的复杂性。" 无论是节奏、韵律,还是对称、比例,都源自现实世界的数学和物理特性。认知科学家侯世达在《哥德尔、埃舍尔、巴赫:集异璧之大成》一书中,指出了一种横跨数学、绘画、音乐,甚至人类一切领域的"怪圈"现象:自指(self-reference)以及更广义的递归(recursion)。埃舍尔的绘画《越来越小》《天使与魔鬼》《自噬其尾的龙》(图 3-23,左)就生动诠释了这种"自指"与"递归"现象。在自然语言和形式语言中,如果一个句子直接或间接提及自身,那么就是自指。如果直接或间接指向自身所属的类,那么就是递归。语言学家乔姆斯基在其生成语法理论中,将递归性视为语言的核心属性,即"有限的手段,无限地使用"。由于存在物之间具有一个从简单到复杂的等级序列(如无机物、有机物、动物、人),因此递归的运用赋予了人类语言生成各种意义不同、结构更复杂、形态丰富多样的句法的能力,从而得以表达人类心智所能存在的最复杂、最细微的思想。这种递归的算法成为计算机生成艺术(generative art)的基础。例如,基于描述植物生长的数学模型 L-System,可由计算机通过不断迭代与递归,形象地体现出自然界生命系统的复杂性。数字艺术家通过调节算法参数、选取适应度函数、研究基因型/表型映射、广泛利用集群系统、蚁群算法、遗传算法、遗传编程、自组织与涌现等方法,就能够借助计算机创造出各种媲美自然系统并具有高度复杂性的艺术形式。

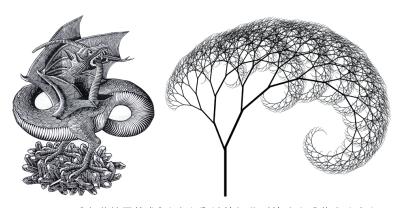


图 3-23 《自噬其尾的龙》(左)和计算机分形算法生成艺术(右)

3.7 分形数学与植物学

我们生活的世界是一个极其复杂的环境,分形现象广泛存在于自然界,从云雾、山川河流到植物果实都有"自相似"的影子(图 3-24)。而分形学就是一种描述不规则复杂现象中的秩序和结构的数学方法。"分形"这一词语本身具有"破碎""不规则"等含义。计算机的"分形算法"可以模拟大千世界的景观(图 3-25, 右),已成为计算机图形学的重要领域之一。



图 3-24 山川、河流、云雾等客观事物都有分形的特征



图 3-25 植物(左)与编程得到的分形生长模型(右)

自然界与数字世界存在着极其相似的模型。分形(递归)形状很容易在自然界特别是植物界中找到。例如,在蕨类植物中,整个植株的形状与每个分枝叶片相似,甚至每个子叶片都存在高度的"自相似"结构。将一张蕨类分形图像局部放大再进行细节上的观察,可发现更加精细的结构。再放大,还会再度出现更为细微的结构,可谓层出不穷,永无止境。这就是"自相似"结构。编程中的递归迭代公式和有机结构共享一个规则。递归是一种自我迭代并且自我重复的过程,该过程包括一个返回初始的指令,并创建一个可能是无限的循环。1968年,美国的生物学家奥斯泰德·林德梅耶提出描述植物生长的数学模型 L-System。其基本思想可解释为建立一个理想化的树木生长过程,即从一根树枝(或一粒种子)开始,发出新的芽枝,而发过芽枝的枝干又都发新芽枝……最后长出叶子。这一生长规律体现为斐波那契数列的形式:1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,…如果该序列的第n项为 F_n ,则有递推关系式:

$$F_{n+2} = F_{n+1} + F_n (n=1, 2, 3, \cdots)$$

用计算机的方程式可以描绘这个算法:

 $F \longrightarrow F[+F]F[-F]$

其中 F: 画线;

+: 左转;

- -: 右转;
- [:开始新树枝;
- 1: 结束分枝。

运算后得到的结果如图 3-26 所示。

- 0. F
- 1. F(+F)F(-F)
- 2. F(+F)F(-F)(+F(+F)F(-F))F(+F)F(-F)(-F(+F)F(-F))
- 3. F(+F)F(-F)[+F(+F)F(-F)]F(+F)F(-F)[-F(+F)F(-F)] [+F(+F)F(-F)[+F(+F)F(-F)]F(+F)F(-F)[-F)[-F]F(-F)] [+F]F(-F)F(-F)[+F)F(-F)]F(+F)F(-F)[-F]F(-F)F(-F)]]
- 4. F[s-F[r-F]]+F[s-F]F[s-F]F[s-F][-F]-F][-F][-F]]+F F[s-F][-F]+F[s-F]-F[s-F]-F]-F]-F]-F[s-F]]-F[s-F]] F[-F][+F[s-F]-F]-F[s-F]-F]-F[s-F]-F]-F]-F]-F]-F]-F [-F][+F[s-F]-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F]-F]-F[s-F]-F]-F[s-F]-F]-F[s-F]-F]-F[s-F]-F]-F[s-F]-F[s-F]-F]-F[s-F]-F[s-F]-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]-F[s-F]

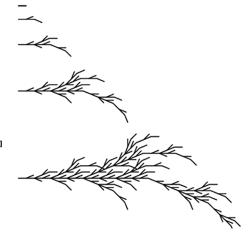


图 3-26 L-system 的植物生长模型及算法

林德梅耶的植物生长模型建立在分形数学基础之上。分形数学是自然、数学和"美"之间联系的桥梁,代表了人类对于宇宙混沌、次序、和谐、运动、碰撞和新生等哲学问题的思考和顿悟。这种分形结构可通过数学迭代公式表示为 $Z_{n+1}=Z_n^2+C$ 这个迭代公式中的变量都是复数,通过计算机反复迭代运算就可以生成一个大千世界,产生无穷无尽的美丽图案。这些局部既与整体不同,又有某种相似的地方。可以通过在代码中使用该公式来创建类似植物形状的分支结构。正如图 3-27 所展



图 3-27 植物枝干的计算机生长模式,四棵树代表了算法的不同参数