

基于调制宽带转换器的

模拟信息转换技术



调制宽带转换器(Modulated Wideband Converter, MWC)是以色列理工学院 Yonina C. Eldar 及其研究小组专门针对多频带信号的获取而提出的全新系统。该系统专门针对多频带信号进行设计,能够极大地降低多频带信号所需的最低采样速率,同时由于系统中包含多个通道,所以该方法能够进一步减小每通道 ADC 器件的采样压力,同时利用合理的重构算法能够以极高的概率对待测多频带信号的频谱信息进行重构。近些年来, MWC 系统被应用在许多领域,同时,学者们也不断对 MWC 系统进行探索与改进。

本章主要内容包括如下几个方面:介绍基于 MWC 的模拟信息转换技术的原理,通过仿真实验验证该技术的性能;设计 MWC 物理系统;给出了 MWC 系统感知矩阵校准方法,并基于上述搭建的系统平台及感知矩阵校准方法,进行了硬件系统实验验证,实验证明所设计的 MWC 系统及相应信号重构方法能够有效地降低多频带信号的采样速率,同时保证准确找到多频带信号频谱所在位置及各频带宽度。

3.1 MWC 基本原理

3.1.1 多频带信号模型

基于 MWC 的欠采样方法主要针对多频带信号。那么,什么样的模拟信号才能称为多频带信号呢?

设 $x(t)$ 是幅值,为实数,且非无限能量的连续信号,则可由式(3-1)求其傅里叶变换:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (3-1)$$

定义:实信号 $x(t)$ 包含于多频带模型 \mathcal{M} ,且 $x(t)$ 满足如下条件。

(1) $x(t)$ 频谱范围有限,其频率范围为 $\mathcal{F} = [-1/2T, +1/2T]$,信号 $x(t)$ 的奈奎斯特频率为 $f_{\text{Nyq}} = \frac{1}{T}$,即当 $f \notin \mathcal{F}$ 时, $X(f) = 0$ 。

- (2) $X(f)$ 是分段连续的,其值位于 N 个独立的频率带内。
- (3) 每个频率带的带宽不超过 B 。

满足上述条件时,称 $x(t)$ 为多频带信号。在多频带模型 \mathcal{M} 中,由于 $X(f)$ 的共轭对称性,所以其频带数量一定是偶数。图 3-1 为多频带信号频谱示意图,此时频带数 $N=4$ 。

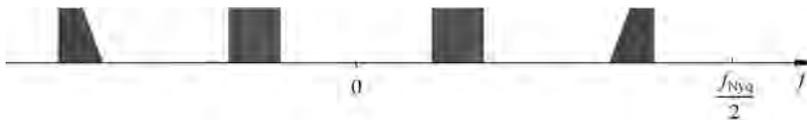


图 3-1 多频带信号频谱示意图

3.1.2 MWC 系统概述

MWC 中包含多个通道,且每通道结构相同,均由混频器、低通滤波器、低速采样器件构成。MWC 系统结构如图 3-2 所示。其中, $x(t)$ 表示多频带信号, m 表示通道数, $p_i(t)$ 表示混频信号, $h(t)$ 表示低通滤波器,其带宽为 $1/2T_s$, T_s 表示 ADC 采样间隔, $y_i[n]$ 表示第 i 通道采样得到的序列,其中 $i=1,2,\dots,m$ 。

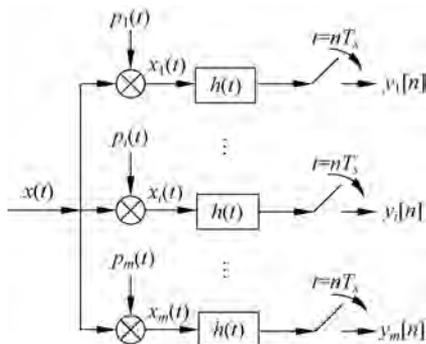


图 3-2 MWC 系统结构

混频信号 $p_i(t)$ 时域波形如图 3-3 所示。

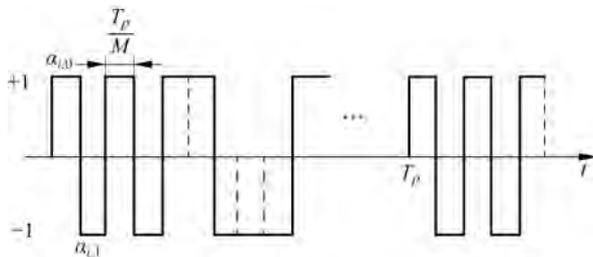


图 3-3 混频信号 $p_i(t)$ 时域波形

MWC 系统的前端就是要将输入信号频谱进行搬移, 所以需要将输入信号在每个通道具有相同周期性的混频信号相乘。MWC 系统采用的混频信号 $p_i(t)$ 是周期为 T_p 的周期序列, 其幅值随机选取两种状态, 即 $+1$ 或 -1 , 且每一个周期可以分为 M 等份, 则有式(3-2):

$$p_i(t) = \alpha_{ik}, \quad k \frac{T_p}{M} \leq t \leq (k+1) \frac{T_p}{M}, \quad 0 \leq k \leq M-1 \quad (3-2)$$

其中, $\alpha_{ik} \in \{+1, -1\}$, $p_i(t+nT_p) = p_i(t)$, $n \in \mathbb{Z}$ 。

事实上, 混频信号还有多种选择, 但必须是周期信号, 近些年来许多学者针对不同混频信号对系统重构性能的影响做了较深入研究, 在此就不详细介绍了。

信号同时进入各通道, 与各通道相应的混频信号 $p_i(t)$ 相乘, 时域的乘积意味着频域的卷积。由于 $p_i(t)$ 的频谱范围很广, 通过卷积就对 $x(t)$ 进行了调制, 实现频谱扩展, 也就将 $x(t)$ 的信息扩展到整个频谱, 频谱上的每个位置都含有 $x(t)$ 的所有信息, 并且, 由于 $p_i(t)$ 的参与, 相当于对 $x(t)$ 进行了信号加权, 频谱上每一点处的信息都有了独特的标识。

然后, 混频后的信号经过截止频率为 $1/2T_s$ 的模拟低通滤波器, 滤掉高频部分, 留下低频部分。最后则可利用低速 ADC 器件对滤波器输出信号进行采样, 其采样速率为低通滤波器截止频率的 2 倍, 从而获得采样输出序列 $y_i[n]$ 。

3.1.3 MWC 频域分析

下面为了在系统设计时进行合理的参数选择, 并研究系统的稳定性及唯一性问题, 必须对系统进行理论分析。

给出下面的定义:

$$f_p = 1/T_p, \quad \mathcal{F}_p = [-f_p/2, f_p/2] \quad (3-3)$$

$$f_s = 1/T_s, \quad \mathcal{F}_s = [-f_s/2, f_s/2] \quad (3-4)$$

第 i 个通道的混频信号 $p_i(t)$ 的傅里叶级数为

$$p_i(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} c_{il} e^{j\frac{2\pi}{T_p}lt} \quad (3-5)$$

其中, 系数 c_{il} 可由式(3-6)求得

$$c_{il} = \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} p_i(t) e^{-j\frac{2\pi}{T_p}lt} dt \quad (3-6)$$

则相乘后信号 $\tilde{x}_i(t) = x(t)p_i(t)$ 的傅里叶变换为

$$\begin{aligned} \tilde{X}_i(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{x}_i(t) e^{-j2\pi ft} dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \left(\sum_{l=-\infty}^{\infty} c_{il} e^{j\frac{2\pi}{T_p}lt} \right) e^{-j2\pi ft} dt \\ &= \sum_{l=-\infty}^{\infty} c_{il} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi(f-\frac{l}{T_p})t} dt \end{aligned}$$

$$= \sum_{l=-\infty}^{\infty} c_{il} X(f - lf_p) \quad (3-7)$$

如式(3-7)所示,多频带信号同周期信号在时域经乘法器作用后,输出信号的频谱是输入多频带信号的频谱以 f_p 进行整数倍移位后的加权组合,权重是周期序列 $p_i(t)$ 的傅里叶级数系数。此时,从频域看,在输出信号的低频段内就包含了待测多频带信号的频谱信息。

由于,当 $f \notin \mathcal{F} = [-f_{\text{Nyq}}/2, +f_{\text{Nyq}}/2]$ 时, $X(f) = 0$ 。因此:

$$\begin{aligned} \tilde{X}_i(f) &= \sum_{l=-\infty}^{\infty} c_{il} X(f - lf_p) \\ &= \sum_{l=-L_0}^{L_0} c_{il} X(f - lf_p) \end{aligned} \quad (3-8)$$

其中, L_0 是使式(3-7)包含 $X(f)$ 在 \mathcal{F} 内的所有非零项的最小正整数,即

$$-\frac{f_s}{2} + (L_0 + 1)f_p \geq \frac{f_{\text{Nyq}}}{2} \Rightarrow L_0 = \left\lceil \frac{f_{\text{Nyq}} + f_s}{2f_p} \right\rceil - 1 \quad (3-9)$$

若滤波器频响 $H(f)$ 为理想矩形模式,滤波器的频率响应如图 3-4 所示。

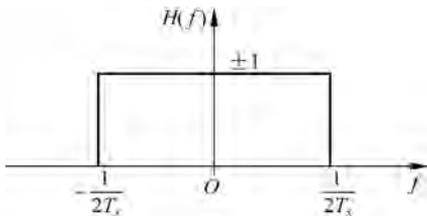


图 3-4 滤波器的频率响应

则混频后的信号经过低通滤波器后仅留下了 \mathcal{F}_s 内的频谱,该频谱内就包含了待测多频带信号的相应信息,此时就可以以低通滤波器截止频率的 2 倍作为采样速率来对滤波器输出信号进行采样,得到采样值 $y_i[n]$,此时再从频域上来分析采样后信号同待测多频带信号的关系, $y_i[n]$ 的 DTFT 变换如式(3-10)所示。

$$\begin{aligned} Y_i(e^{j2\pi f T_s}) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} y_i[n] e^{-j2\pi f n T_s} \\ &= \sum_{l=-L_0}^{+L_0} c_{il} X(f - lf_p), \quad f \in \mathcal{F}_s \end{aligned} \quad (3-10)$$

从上述表达中可以看出,采样后信号同样包含了待测多频带信号的频谱信息。这样,便将采样值的 DTFT 变换与 $X(f)$ 建立了联系。式(3-10)的结论同压缩感知理论是相吻合的,该式也是进行信号重构的关键。图 3-5 为信号经过混频和滤波后的频域示意图。

为了便于理解后续信号重构过程,将式(3-10)写成矩阵形式,如式(3-11)所

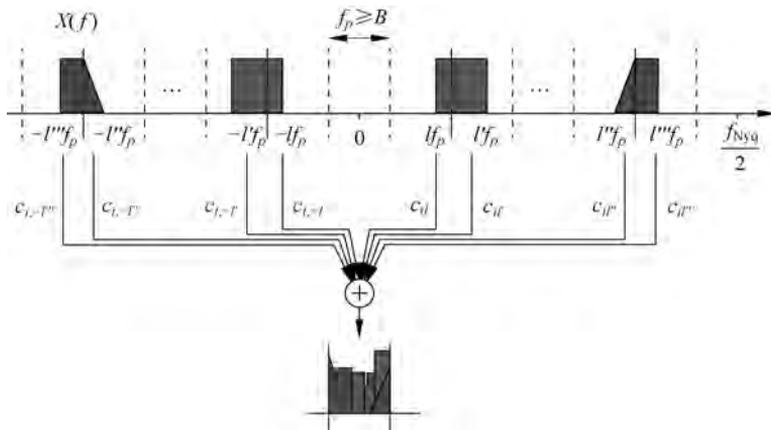


图 3-5 信号经过混频和滤波后的频域示意图

示,其中 $\mathbf{y}(f)$ 是长度 m 的向量,第 i 个元素为 $y_i(f) = Y_i(e^{j2\pi f T_s})$:

$$\mathbf{y}(f) = \mathbf{A}\mathbf{z}(f) \quad (3-11)$$

其中, $\mathbf{z}(f) = [z_1(f), \dots, z_L(f)]^T$, $L = 2L_0 + 1$, 且

$$z_i(f) = X(f + (i - L_0 - 1)f_p), \quad 1 \leq i \leq L, \quad f \in \mathcal{F}_s \quad (3-12)$$

矩阵 \mathbf{A} 为 $m \times L$ 的系数矩阵

$$\mathbf{A}_{il} = c_{i,-l} = c_{il}^* \quad (3-13)$$

其中, $|\cdot|^*$ 表示共轭运算。

因为 $p_i(t)$ 的傅里叶级数系数 c_{il} 的计算表达式如下:

$$\begin{aligned} c_{il} &= \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} p_i(t) e^{-j\frac{2\pi}{T_p} l t} dt \\ &= \frac{1}{T_p} \int_0^{\frac{T_p}{M}} \sum_{k=0}^{M-1} \alpha_{ik} e^{-j\frac{2\pi}{T_p} l (t+k\frac{T_p}{M})} dt \\ &= \frac{1}{T_p} \sum_{k=0}^{M-1} \alpha_{ik} e^{-j\frac{2\pi}{M} l k} \int_0^{\frac{T_p}{M}} e^{-j\frac{2\pi}{T_p} l t} dt \end{aligned} \quad (3-14)$$

计算积分得

$$d_l = \frac{1}{T_p} \int_0^{\frac{T_p}{M}} e^{-j\frac{2\pi}{T_p} l t} dt = \begin{cases} \frac{1}{M} & l = 0 \\ \frac{1 - \theta^l}{2j\pi l} & l \neq 0 \end{cases} \quad (3-15)$$

其中, $\theta = e^{-j2\pi/M}$, 所以有

$$c_{il} = d_l \sum_{k=0}^{M-1} \alpha_{ik} \theta^{lk} \quad (3-16)$$

令 $\bar{\mathbf{F}}$ 为 $M \times M$ 的离散傅里叶变换阵, 且 $\bar{\mathbf{F}}$ 的第 i 列为

$$\bar{\mathbf{F}}_i = [\theta^{0 \cdot i}, \theta^{1 \cdot i}, \dots, \theta^{(M-1) \cdot i}]^T, \quad 0 \leq i \leq M-1 \quad (3-17)$$

令 $\mathbf{F} = [\bar{\mathbf{F}}_{L_0}, \dots, \bar{\mathbf{F}}_{-L_0}]$ 为 $M \times L$ 的矩阵, 当 $M=L$ 时, \mathbf{F} 唯一。因此式(3-11)可以写成:

$$\mathbf{y}(f) = \mathbf{SFDz}(f) \quad (3-18)$$

其中 \mathbf{S} 是 $m \times M$ 的矩阵, 且 $\mathbf{S}_{i,k} = \alpha_{ik}$ 。 $\mathbf{D} = \text{diag}(d_{L_0}, \dots, d_{-L_0})$ 为 $L \times L$ 的对角阵。

因此式(3-18)的具体形式如下, 这样就可以直接对系统采集的观测值进行运算。

$$\underbrace{\begin{bmatrix} Y_1(e^{j2\pi f T_s}) \\ Y_2(e^{j2\pi f T_s}) \\ \vdots \\ Y_m(e^{j2\pi f T_s}) \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}(f)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha_{1,0} & \cdots & \alpha_{1,M-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{m,0} & \cdots & \alpha_{m,M-1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}} \underbrace{\begin{bmatrix} | & \cdots & | & \cdots & | \\ \bar{\mathbf{F}}_{L_0} & \cdots & \bar{\mathbf{F}}_0 & \cdots & \bar{\mathbf{F}}_{-L_0} \\ | & \cdots & | & \cdots & | \end{bmatrix}}_{\mathbf{F}} \quad (3-19)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} d_{L_0} & & & \\ & \ddots & & \\ & & & d_{-L_0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{D}} \underbrace{\begin{bmatrix} X(f - L_0 f_p) \\ \vdots \\ X(f) \\ \vdots \\ X(f + L_0 f_p) \end{bmatrix}}_{\mathbf{z}(f)}$$

在 MWC 系统中, 可以通过扩展的方式来减少系统通道数, 其具体原理如下。令 $f_s = qf_p$, 其中 $q = 2q' + 1$ 。第 i 通道, 对于 $f \in \mathcal{F}_p$ 有

$$\begin{aligned} y_i(f + kf_p) &= \sum_{l=-\infty}^{\infty} c_{il} X(f + kf_p - lf_p) \\ &= \sum_{l=-L'_0-k}^{+L'_0-k} c_{i,(l+k)} X(f - lf_p) \\ &= \sum_{l=-L_0}^{+L_0} c_{i,(l+k)} X(f - lf_p) \end{aligned} \quad (3-20)$$

其中, $-q' \leq k \leq q'$ 。式(3-20)中, 第一个等式中 $l \in [-L_0, L_0]$, L_0 同式(3-9)中的定义相同; 第二个等式表示变量替换, 其中 L'_0 与 L_0 满足式(3-21):

$$\begin{aligned} L'_0 - k &\geq \left\lceil \frac{f_{\text{Nyq}} + qf_p}{2f_p} \right\rceil - 1 - q' \\ &= \frac{f_{\text{Nyq}} + (2q' + 1)f_p}{2f_p} - 1 - q' \\ &= L_0 (f_s = f_p) \end{aligned} \quad (3-21)$$

第三个等式中,当 $f \notin f_s$ 时, $X(f - lf_p) = 0$ 。

式(3-20)相当于完成对采样后的信号进行 q 选 1 的抽取,实现将每个通道的采样值扩展为 q 个通道,如式(3-22)所示。

$$\begin{pmatrix} y_i(f - q'f_p) \\ \vdots \\ y_i(f) \\ \vdots \\ y_i(f + q'f_p) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} c_{i,L_0-q'} & & \cdots & & c_{i,-L_0-q'} \\ & \ddots & & & \vdots \\ & & c_{i,L_0} & \cdots & c_{i,-L_0} \\ & & \vdots & & \vdots \\ c_{i,L_0+q'} & & \cdots & & c_{i,-L_0+q'} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} | \\ \mathbf{z}(f) \\ | \end{pmatrix}, \quad f \in \mathcal{F}_p \quad (3-22)$$

利用软件方法进行通道数的扩展,在硬件要求降低的情况下,通过提高采样率,使每通道的采样数增多,然后再进行信号抽取,将通道数增大 q 倍,即可重构出原始信号。在此,将上文中所涉及的参数进行总结,MWC 采样系统符号参数意义对照表如表 3-1 所示,在下文中,符号意义相同,就不再一一给出。

表 3-1 MWC 采样系统符号参数意义对照表

| 符 号 | 意 义 |
|------------------|-------------------------------|
| f_{Nyq} | 奈奎斯特频率 |
| N | 原信号的频带个数(包括负频带) |
| B | 原信号单个频带的带宽 |
| m | 系统采样通道数 |
| T_p | 混合信号, $p_i(t)$ 的周期 |
| f_p | f_p 为 T_p 的倒数,频谱搬移的单位频移距离 |
| T_s | 低速 ADC 的采样时间间隔,与低通滤波器的截止频率相关 |
| f_s | f_s 为 T_s 的倒数,低速采样的采样速率 |
| M | $p_i(t)$ 的一个周期内的 ± 1 的个数 |
| α_{ik} | $p_i(t)$ 在第 k 个时间间隔上所取的值 |
| q | 扩展因数 |
| L | $L = f_{\text{Nyq}}/f_p$ |

3.1.4 信号重构

1. 观测向量模型

系统对信号采样完毕后,需对信号进行重构,而重构的关键是找到原始信号的支撑集,即非零元素所在的位置。一般来说,对信号的观测不是只有一次,而是随时间推移不断进行,信号的观测值虽然不同,但由于是对同一个信号观测而得,因此重构出的支撑集理论上是完全一致的。根据观测数目的不同,可以归结为三种模型。

1) 单一测量向量模型

单一测量向量 (Single Measurement Vector, SMV) 模型, 即经典压缩感知模型, 在此重新列出式(3-23):

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (3-23)$$

2) 多重测量向量模型

多重测量向量 (Multiple Measurement Vectors, MMV) 模型, 其数学模型如下:

$$\mathbf{V} = \mathbf{A}\mathbf{U} \quad (3-24)$$

MMV 模型的求解实际上可以视为求取一系列的 SMV 问题, 其恢复的是矩阵中非零行所在的位置, 即联合支撑集 $\text{supp}(\mathbf{U}) = \bigcup_i \text{supp}(\mathbf{x}_i)$, 可以用下文介绍的同步正交匹配追踪的 (SOMP) 方法来恢复。

3) 无限测量向量模型

无限测量向量 (Infinite Measurement Vectors, IMV) 模型模拟对实际信号的观测, 其观测次数为无限次, 其数学模型如下:

$$\mathbf{y}(\lambda) = \mathbf{A}\mathbf{x}(\lambda) \quad \lambda \in \Lambda \quad (3-25)$$

假设 $\mathbf{x}(\Lambda)$ 联合 K 稀疏, 则 $\mathbf{x}(\Lambda)$ 中非零行的位置总数小于等于 K , 即可以表示为 $|\text{supp}(\mathbf{x}(\Lambda))| \leq K$ 。

2. 对连续模拟信号观测值的降维处理

实际信号一般均是 IMV 模型, 这给信号观测后的后续处理带来了较大的困难。这是由于观测次数无限多, 理论上重构时就需要无限多次迭代。然而是对同一信号进行观测, 因此每次的观测值之间有着某种联系, 它们之间存在着一定的相关性, 那么对每个观测值都迭代一次就产生了浪费。既然有相关性, 那么能否找出其中的联系, 然后经过处理得到一组没有相关性却仍包含着所有有用信息的观测值呢? CTF (Continuous to Finite) 就是将原始信号的无限多组观测值转换为有限个较少的观测值的模块, 即将 IMV 模型转化为 MMV 模型。对于 IMV 模型, 有

$$\mathbf{y}(\lambda) = \mathbf{A}\mathbf{x}(\lambda), \quad \lambda \in \Lambda \quad (3-26)$$

$\mathbf{x}(\lambda)$ 为联合 K 稀疏的。若 $\mathbf{Q} = \int_{\lambda \in \Lambda} \mathbf{y}(\lambda) \mathbf{y}^H(\lambda) d\lambda$ 存在, 则对于每个 \mathbf{v} 满足 $\mathbf{Q} = \mathbf{V}\mathbf{V}^H$ 都和 $\mathbf{y}(\lambda)$ 有相同的列空间, 并且两矩阵的秩相同, 这样就可以用 \mathbf{V} 表示 $\mathbf{y}(\lambda)$, 将 IMV 模型转化为 MMV 模型。由于 \mathbf{Q} 是半正定的, 因此分解式 $\mathbf{Q} = \mathbf{V}\mathbf{V}^H$ 总存在。由于 \mathbf{V} 是任意求得的, 不妨指定一个特殊的求法。用 \mathbf{Q} 的特征向量乘以相对应的特征值的平方根作为列, 这样得到的新的矩阵 \mathbf{V} 的每一列是相互正交的, 此时 \mathbf{U} 和 $\mathbf{x}(\lambda)$ 具有相同的支撑集。因此可以通过对 \mathbf{V} 进行迭代去求解 $\mathbf{x}(\lambda)$ 的支撑集 \mathbf{I} , 这样就使得观测向量由无限维降到有限维。

利用上述结论, 先将 IMV 转化为 MMV, 用并行重构算法对系统进行测试。定义 $\text{supp}(\mathbf{U}_0)$ 为 \mathbf{U}_0 中所有非零元素下标的集合, 即重构信号的支持集。图 3-6

为连续-有限模块重构过程框图。



图 3-6 连续-有限模块重构过程框图

3. 信号重构算法

正交匹配追踪算法是现在最常用的贪婪算法,但是由于 MWC 系统属于多重测量向量模型,所以利用同步正交匹配追踪(Simultaneous Orthogonal Matching Pursuit, SOMP)算法从有限维矩阵 \mathbf{V} 中重建联合支持集 \mathbf{I} 。下面简要介绍在 MWC 系统如何使用 SOMP 算法,具体步骤如下。

输入: 观测矩阵 $\mathbf{A}_{M \times n}$, 矩阵 $\mathbf{V}_{M \times d}$, 频带数 N 。

输出: 联合支撑集 \mathbf{I} 。

初始化: 残差 $\mathbf{r}_0 = \mathbf{V}$, 索引集 $\Delta_0 = \emptyset$, 迭代次数 $t = 1$ 。

循环执行以下步骤 1~步骤 4:

步骤 1: 找出残差 \mathbf{r} 和观测矩阵经内积变换后所得矩阵所对应的最大非零行的下标 λ , 即 $\lambda_t = \text{supp} \sum_{i=1}^d |\langle \mathbf{A}^T, \mathbf{r}_{t-1} \rangle|$;

步骤 2: 更新支撑集 $\Delta_t = \Delta_{t-1} \cup \{\lambda_t\}$, 保留找到的观测矩阵中所对应的列 $\mathbf{A}_t = \mathbf{A}_{\Delta_t}$;

步骤 3: 更新残差 $\mathbf{r}_t = \mathbf{V} - \mathbf{A}_t * \mathbf{A}_t^+ \cdot \mathbf{V}$, $t = t + 1$; 其中, \mathbf{A}_t^+ 表示 \mathbf{A}_t 的伪逆矩阵;

步骤 4: 判断是否满足 $t > N$, 若满足, 停止迭代; 若不满足, 执行步骤 1。

SOMP 算法是利用残差与观测矩阵进行内积, 按行求取出所有数据绝对值最大的位置构成新的观测索引集, 再用最小二乘法解出最优解, 在实际矩阵运算时, 伪逆运算等价于最小二乘法。正交匹配追踪算法流程如图 3-7 所示。

3.1.5 仿真实验

为了验证 MWC 系统的可行性, 采用仿真工具对这一系统进行仿真实验。仿真过程按照 MWC 的原理框图进行, 首先生成多频带信号和混频信号, 然后依次进行混频、低通滤波和低速采样, 得到低速采样序列, 再利用相应算法重构出待测多频带信号的频谱信息。

1. 被测多频带信号的产生

采用 sinc 脉冲调制信号模型进行实验, 针对无噪环境中的多频带信号进行仿真。信号模型如式(3-27)所示。

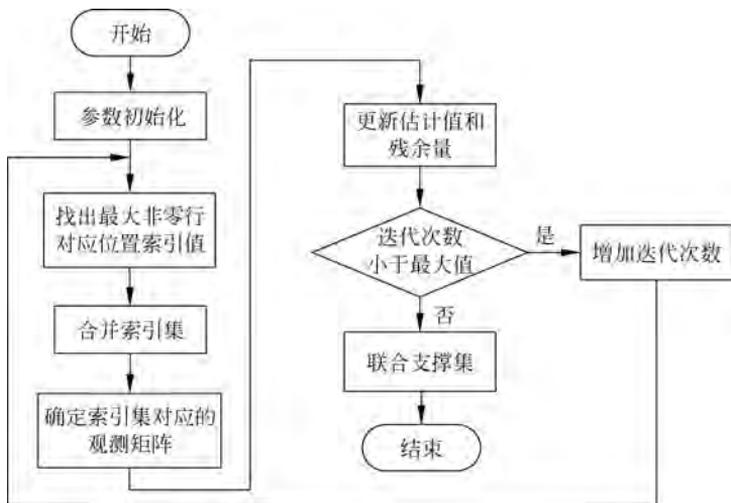


图 3-7 正交匹配追踪算法流程

$$x(t) = \sum_{i=1}^{N/2} \sqrt{E_i B} \operatorname{sinc}(B(t - \tau_i)) \cos(2\pi f_i(t - \tau_i)) \quad (3-27)$$

其中, $\operatorname{sinc}(x) = \sin(\pi x)/(\pi x)$, 为抽样函数。用该函数的平移叠加来模拟信号是因为它的频谱是矩形, 能够满足频谱是带状的要求。

原始信号 $x(t)$ 由该函数的平移叠加构成, 其频带数 $N=4$, 且每两个频带是关于频带的中心频率对称的。 B 为原始信号各频带的最大带宽, 实验设置 $B=20\text{kHz}$, E_i 为每个频带的能量, $E=[1 \ 1]$, τ_i 为时间偏移量, $\tau=[0.6 \ 0.4]$ 毫秒。整个信号的带宽为 12.5MHz , f_{Nyq} 为奈奎斯特频率, $f_{\text{Nyq}}=25\text{MHz}$ 。对于每个频带, 载频 f_i 均匀分布在 $[-f_{\text{Nyq}}/2, f_{\text{Nyq}}/2]$, 由于每个频带都有宽度, 为了不使频谱出现在 $[-f_{\text{Nyq}}/2, f_{\text{Nyq}}/2]$ 之外, 实验限定载频 f_i 的区间为 $[-f_{\text{Nyq}}/2+B, f_{\text{Nyq}}/2-B]$ 。生成 $x(t)$ 时的采样速率为 25MS/s , 时间为 1ms , 即产生的信号包含 $25\ 000$ 个点。图 3-8 是原始信号的时域波形, 图 3-9 为原始信号的频谱。

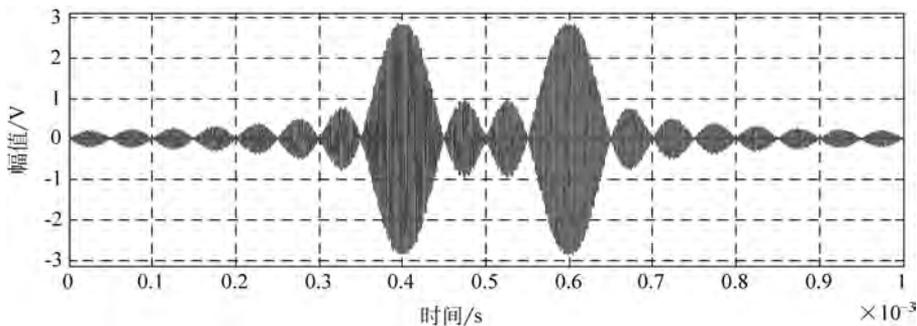


图 3-8 原始信号的时域波形

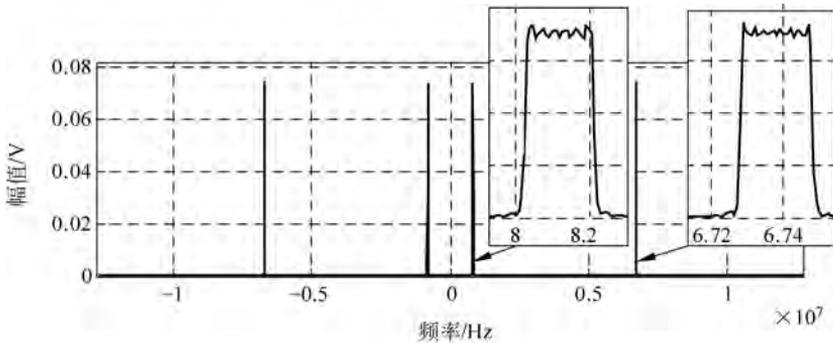


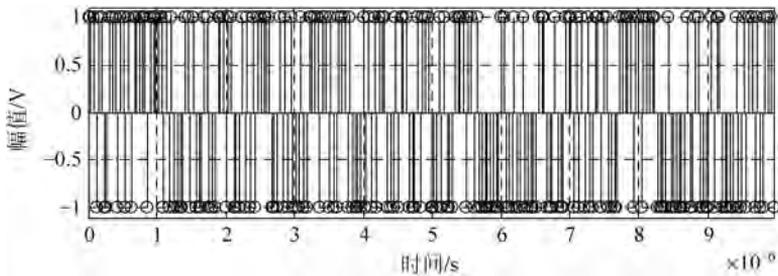
图 3-9 原始信号的频谱

针对不同情况共进行两组实验,分别为 $f_s = f_p$ 与 $f_s = qf_p$ (f_s 为单通道采样速率, f_p 为支路混频频率)。重构信号的支持集与原信号支撑集相同即可认为重构成功。

2. 非扩展 MWC 系统的仿真

1) 周期序列生成

仿真生成一个 m 行 M 列、值为 ± 1 的单周期伪随机序列,再进行扩展,得到点数与原始信号相同的周期序列,以保证二者相乘时能够点与点对应。其中 m 表示通道数,这里取 $m=20$ 。 M 表示混频函数单周期内 ± 1 的个数,取 $M=255$ 。图 3-10 是单通道混频函数 $p_i(t)$ 一个周期的波形,图 3-11 为单通道混频函数 $p_i(t)$ 的频谱。

图 3-10 单通道混频函数 $p_i(t)$ 一个周期的波形

2) 多频带信号与周期序列混频

混频即将 $p_i(t)$ 与 $x(t)$ 点对点相乘。图 3-12 是混频后信号的时域波形,图 3-13 为混频后信号的频谱。可以看出,混频后成功地实现了频谱的搬移。

3) 低通滤波

混频后的信号经过低通滤波保留了基带内的频谱,即 $f \in [-f_s/2, +f_s/2]$ 。仿真中使用理想低通滤波器,图 3-14 为滤波后信号的时域波形,图 3-15 为滤波后信号的频谱。可以看出,在使用理想低通滤波器时,低通滤波后仅留下了基带内的

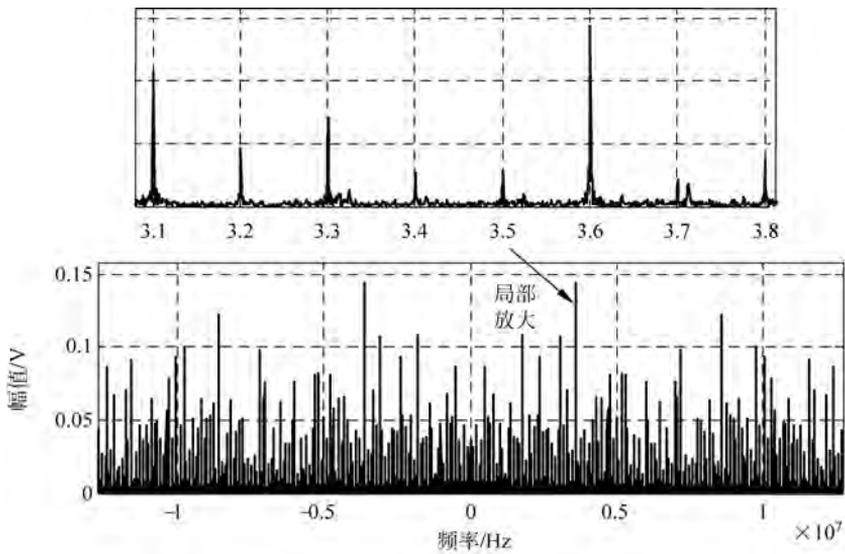


图 3-11 单通道混频函数 $p_i(t)$ 的频谱

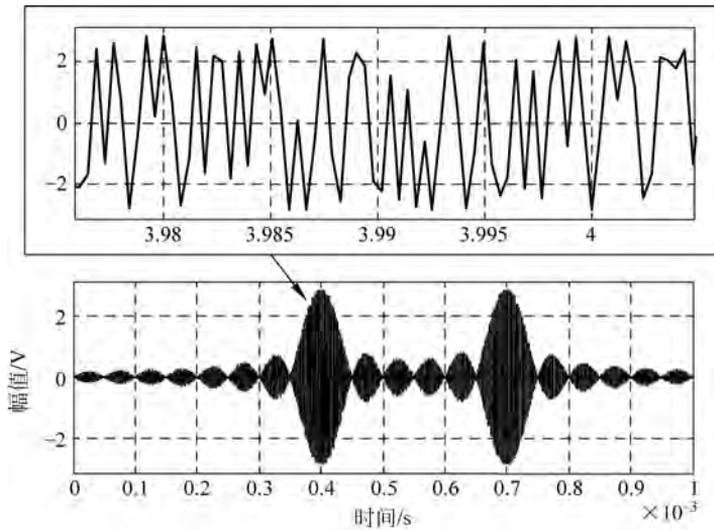


图 3-12 混频后信号的时域波形

频谱,并且滤波前后频谱的幅值没有改变。

4) 低速采样

各通道滤波后的信号经过同步低速采样,这里设置的单通道低速采样速率为 0.1MS/s ,系统总的采样速率为 $mf_s = 20 \times 0.1 = 2\text{MHz}$,为奈奎斯特频率的 8% 。低速采样后的信号时域波形如图 3-16 所示,低速采样后的信号频谱如图 3-17 所示。

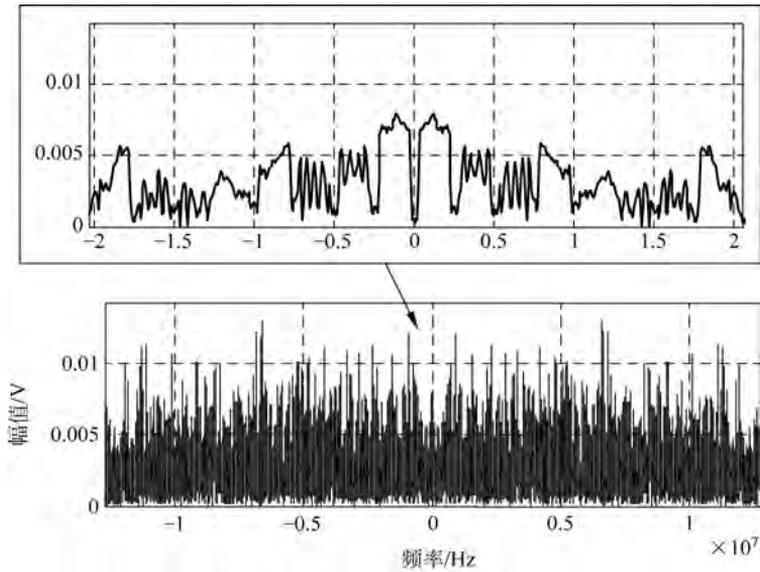


图 3-13 混频后信号的频谱

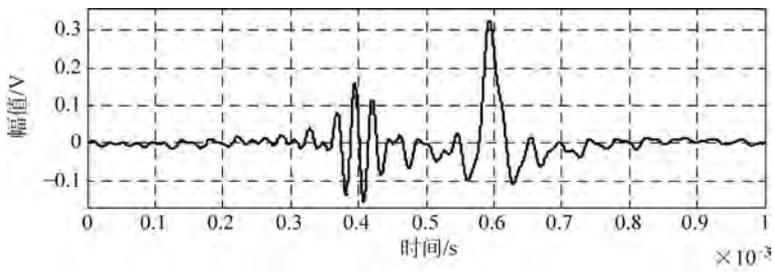


图 3-14 滤波后信号的时域波形

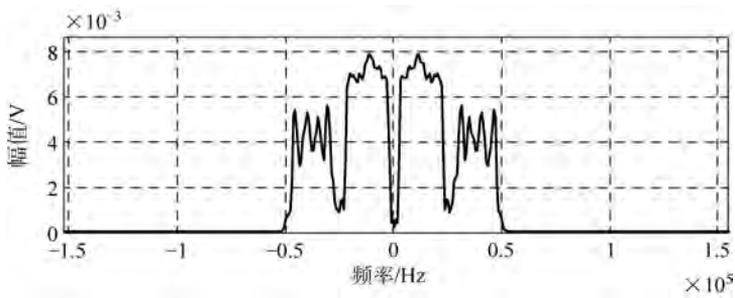


图 3-15 滤波后信号的频谱

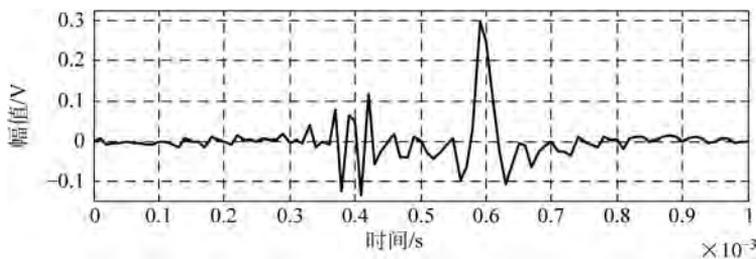


图 3-16 低速采样后的信号时域波形

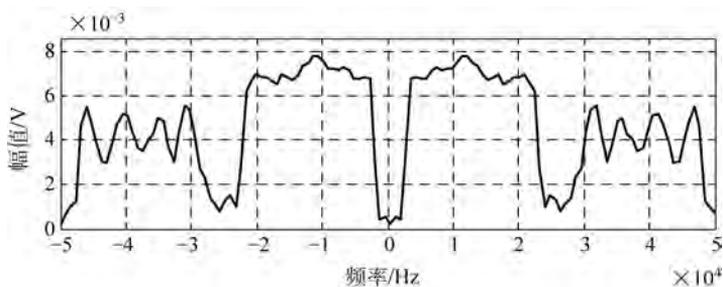


图 3-17 低速采样后的信号频谱

5) 信号重构

然后利用 CTF 模块进行信号重构。图 3-18 为原信号与重构信号的频谱对比图。从图中可以看出准确的获得了信号的频谱信息。重构信号的频谱位置同原始信号完全相同,频带宽度准确,幅值准确,重构成功。

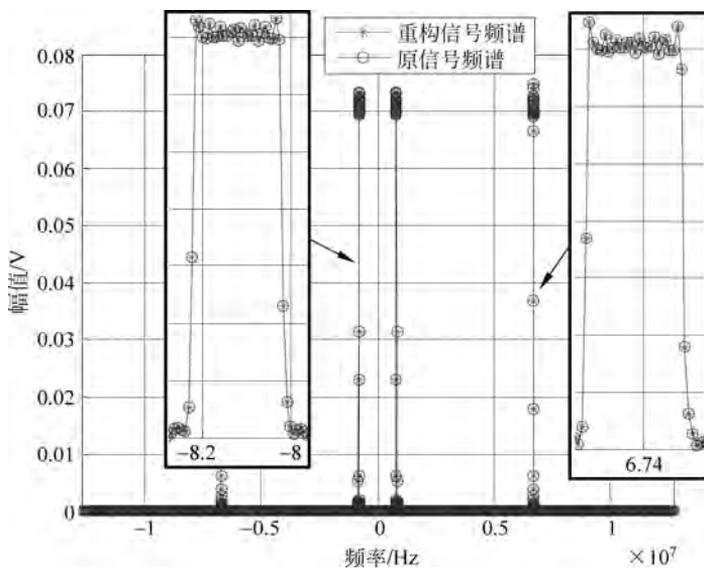


图 3-18 原信号与重构信号的频谱对比图

3. 扩展 MWC 系统的仿真

扩展的 MWC 系统通过增大单通道的采样速率来达到降低通道数的目的。仿真实验时,设定通道数为 $m=4$, 扩展因数 $q=5$, 单通道的采样速率 $f_s=5f_p=0.5\text{MS/s}$, 这样总的采样速率为 $mf_s=4\times 0.5=2\text{MHz}$ 。采样后信号波形如图 3-19 所示, 采样后信号频谱如图 3-20 所示。从图 3-20 可以看出, $f_s=qf_p$ 时采样后的频谱相当于 $f_s=f_p$ 时采样频谱的 q 个移位相加。

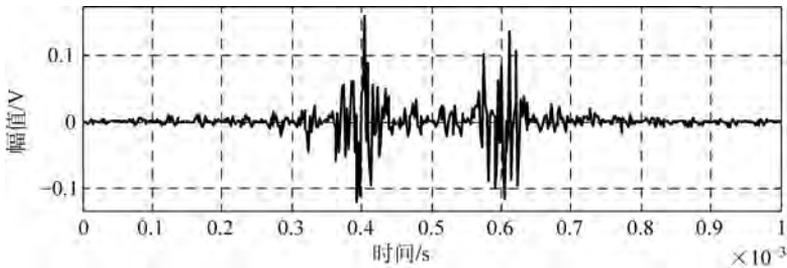


图 3-19 采样后信号波形

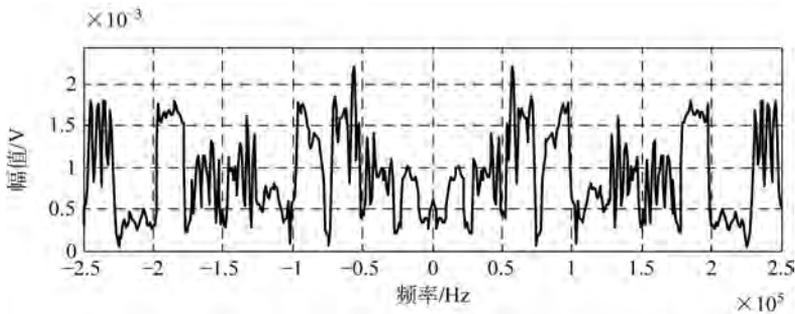


图 3-20 采样后信号频谱

但是,在通道数较少的情况下不利于信号重构,所以,需要对采样后得到的序列进行扩展。在扩展因数 $q=5$ 时,根据式(3-22)可以将采样后的序列从 4 通道扩展到 20 通道,并且每一个通道的采样速率变成了 f_p 。采用的方法是:将得到的采样序列首先进行时域调制,然后经过数字低通滤波器,如式(3-28)所示。

$$\begin{aligned}\tilde{y}_{i,k}[\tilde{n}] &= (y_i[n]e^{-j2\pi kf_p nT_s}) * h_D[n] \Big|_{n=\tilde{n}q} \\ &= (y_i[n]e^{-j\frac{2\pi}{q}kn}) * h_D[n] \Big|_{n=\tilde{n}q}\end{aligned}\quad (3-28)$$

扩展后单通道信号波形如图 3-21 所示,扩展后单通道信号频谱如图 3-22 所示。对比图 3-19 和图 3-21 可发现,由于扩展过程引入了数字 FIR 滤波器,造成了信号的延时。

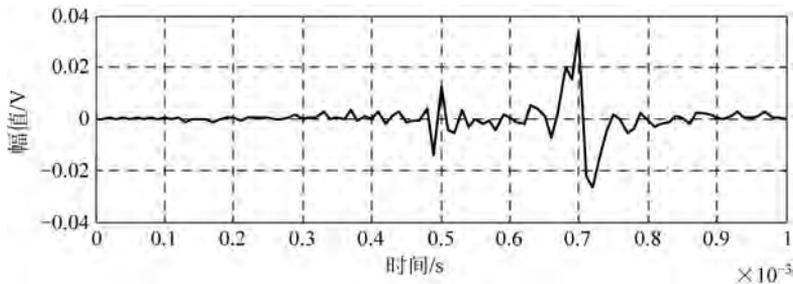


图 3-21 扩展后单通道信号波形

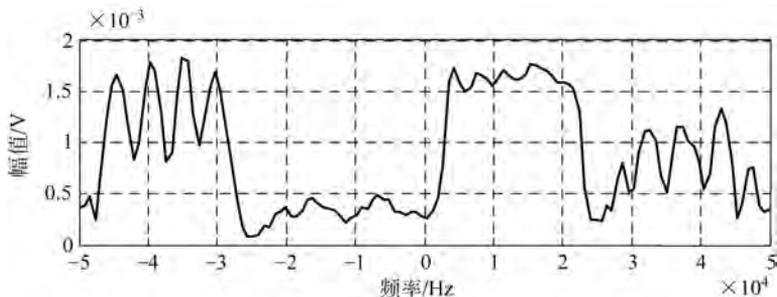


图 3-22 扩展后单通道信号频谱

将扩展后的序列利用 CTF 模块进行重构, 重构信号与原信号的频谱对比如图 3-23 所示。重构信号与原信号的载频信息完全相同, 各个频带的带宽相同, 较

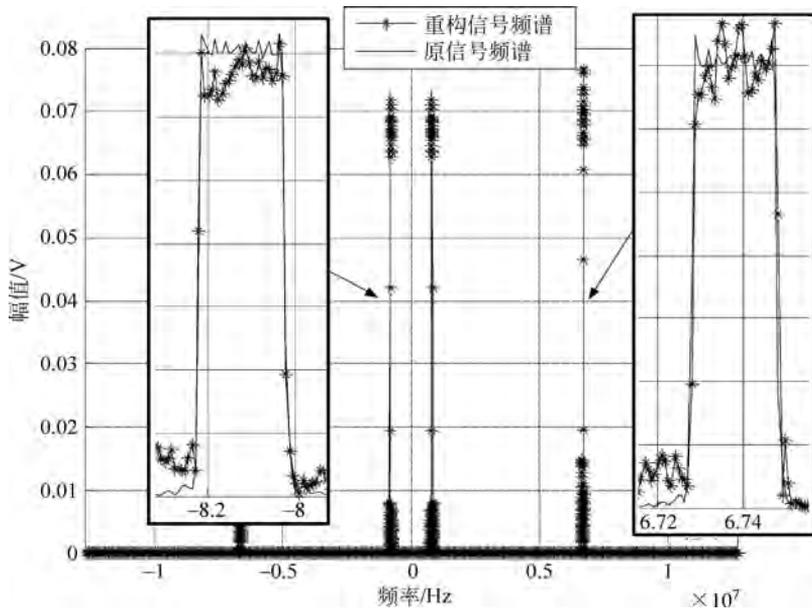


图 3-23 重构信号与原信号的频谱对比

准确地获得了原信号的频谱信息,重构成功。 $f_s = qf_p$ 情况下的重构结果没有 $f_s = f_p$ 情况下的重构结果好,是因为在 $f_s = qf_p$ 情况下对采样后的信号引入了一步数字滤波器处理,影响了重构的结果。

3.2 MWC 系统实验平台设计

本节设计并实现了 MWC 系统实验平台,该 MWC 平台主要由硬件部分和软件部分组成。首先针对系统的影响因素进行仿真分析,以确定系统设计的最优参数。其次介绍系统硬件部分的设计,包括周期序列产生模块、混频滤波模块和 PXIe 板卡互联模块。最后对软件部分的各层次关系以及程序流程进行了相应介绍。

3.2.1 需求分析

本系统拟对多频带信号完成欠奈奎斯特采样,利用所得采样数据基于相应 SOMP 算法来恢复出待测多频带信号的频带位置和频带宽度。多频带信号的指标如下。

- (1) 最大频率不超过 12.5MHz。
- (2) 频带个数为 4 个。
- (3) 各频带带宽不超过 50kHz。

通过对这样的多频带信号进行欠奈奎斯特采样实验,以验证 MWC 的理论分析、参数影响因素以及感知矩阵校准方法的正确性与可行性,并且针对实际 MWC 所存在的问题进行探究。

3.2.2 影响因素分析

待测多频带信号的最大频率不超过 12.5MHz,待测多频带信号的每频带带宽 B 小于等于 50kHz,频带个数 $N=4$,待测多频带信号幅值为 $-2\sim 2V$,混频时所使用的周期序列一个周期内值的个数 $M=255$,根据 MWC 理论计算得出分割频率 $f_p=0.1MHz$ 。待测多频带信号参数表如表 3-2 所示,并且采用文献中常用的信号的重构成功概率作为评价指标,如式(3-29)所示。

$$\text{重构概率} = \frac{\text{重构成功次数}}{\text{总的实验次数}} \quad (3-29)$$

其中,“重构成功”指的是能够正确地找到信号的支撑集,即频带的位置。

利用 MWC 系统对含噪声的被测多频带信号进行频谱信息的感知及重构,定义输入信号的信噪比为 $SNR = 20 \log_{10} (\|x\|_2 / \|w\|_2)$,其中, x 表示多频带信号, w 表示高斯白噪声, $\|\cdot\|_2$ 表示 2 范数。

表 3-2 待测多频带信号参数表

| 参 数 | 参 数 值 |
|-----------|---------|
| f_{Nyq} | 25MHz |
| f_{max} | 12.5MHz |
| N | 4 |
| B | 50kHz |
| f_p | 0.1MHz |
| M | 255 |

1. 采样通道数的影响

为了评价采样通道数对系统的影响,做如下数值仿真。原信号的频带个数 $N=4$, 单个频带的带宽 $B=20\text{kHz}$, 奈奎斯特频率 $f_{Nyq}=25\text{MHz}$, 信号幅度范围为 $-2\sim 2\text{V}$; 分割频率 $f_p=0.1\text{MHz}$, 周期序列一个周期内值的个数 $M=255$ 。令单通道的采用率 $f_s=f_p$ 。在输入信号的信噪比分别为 $\text{SNR}=5、10、15、20\text{dB}$ 时, 每种情况均进行 500 次实验, 信号重构成功概率与采样通道数的关系曲线见图 3-24。

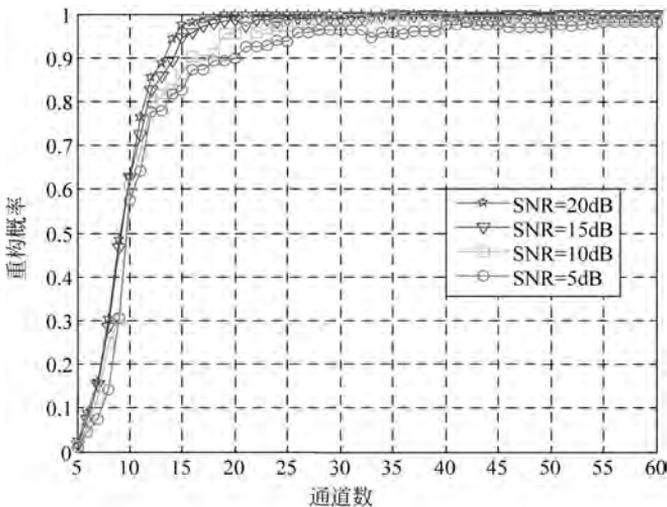


图 3-24 信号重构成功概率与采样通道数的关系曲线

从图 3-24 可知, 在相同信噪比的条件下, 采用通道数越多, 重构的成功概率越大; 在相同采样通道数的条件下, 输入信号的信噪比越大, 重构的成功概率越大。在输入信号的信噪比为 5dB, 采样通道数 $m=26$ 时, 重构的成功概率为 95%, 此时的系统采样速率为 $mf_s=26\times 0.1\text{MHz}=2.6\text{MHz}$, 为奈奎斯特频率的 10.4%。当信噪比为 10dB, 系统采样通道数 $m=19$ 时, 重构的成功概率为 95%, 此时系统总的采样速率为 $mf_s=19\times 0.1\text{MHz}=1.9\text{MHz}$, 为奈奎斯特频率的 7.6%。当输入信号的信噪比大于 10dB 时, 系统的采样通道数大于 15, 可使重构的成功概率高于 95%。综上所述, 系统的采样通道数需要满足 $m\geq 4N$ 的条件, 可使系统的重构成

功概率不小于 95%。所以,若利用 MWC 系统对频带数 $N=4$ 的多频带信号进行压缩采样并成功地重构出频谱信息,系统的通道数应满足 $m \geq 4N=16$ 。

2. 扩展因数的影响

由式(3-22)可知,为了减小实际实现过程中的硬件压力,可以通过增大单个通道采样速率的方法来减少采样通道数。下文将讨论式(3-22)中扩展因数的选取依据。为了评价扩展因数对系统的影响,系统通道数选取 $m=4$ 个,被测多频带信号单个频带的带宽 $B=20\text{kHz}$,奈奎斯特频率 $f_{\text{Nyq}}=25\text{MHz}$,信号幅度范围为 $-2\sim 2\text{V}$ (注意,此时产生的被测多频带信号各频带的时间偏移量 τ_i 设为相同, $\tau=[0.4 \ 0.4]$ 毫秒);分割频率 $f_p=0.1\text{MHz}$,周期序列一个周期内值的个数 $M=255$ 。取采样前的信号幅值最大值与被测信号的幅值最大值的比值作为相对参考电压值,令单通道的采用率 $f_s=qf_p$ 。在原信号的频带个数分别为 $N=2,4,6$ 时,相对参考电压值随扩展因数变化的曲线见图 3-25。

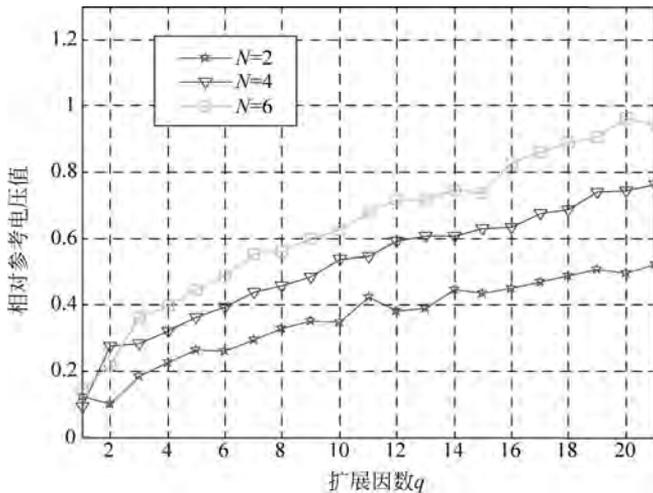


图 3-25 相对参考电压值随扩展因数变化的曲线

由图 3-25 可知,在原信号的频带个数相同的条件下,扩展因数越大,相对参考电压值越大;在相同的扩展因数的条件下,原信号的频带个数越多,相对参考电压值越大。因为在频域中,根据式(3-20), $[-f_s/2, f_s/2]$ 中包含了每个频带的 q 个移位值,因此,在很短的一个时间间隔 t 中观察多频带信号, $y_i(f)$ 的能量是每一个频带能量的 Nq 倍。因此 $|y_i(t)|$ 的幅值是每一个基本信号最大值的 \sqrt{Nq} 倍。相对参考电压值与扩展因数平方根的关系曲线如图 3-26 所示,经过分析可得,相对参考电压值与扩展因数的平方根成正比。

由图 3-26 可知,在扩展因数 $q \geq 3$ 时,相对参考电压值与扩展因数的平方根的比值基本为一个常数:当原信号的频带个数 $N=2$ 时,相对参考电压值与扩展因数的平方根的比值约为 0.116;当原信号的频带个数 $N=4$ 时,相对参考电压值与扩

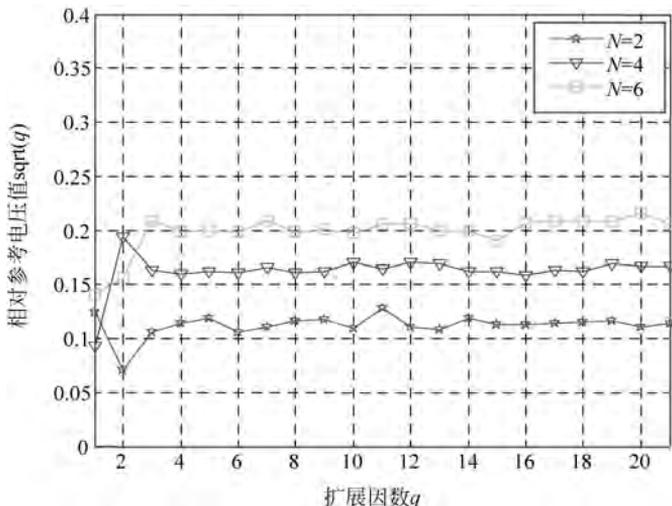


图 3-26 相对参考电压值与扩展因数平方根的关系曲线

展因数的平方根的比值约为 0.16；当原信号的频带个数 $N=6$ 时，相对参考电压值与扩展因数的平方根的比值约为 0.2。所以，若考虑多频带信号各个频带的时间偏移量相同的情况，MWC 系统的扩展因数不能过大，否则在频带个数较多时，采样前的信号幅值最大值会较大，对 ADC 器件造成影响。在多频带信号的频带数 $N=4$ ，MWC 系统的通道数 $m=4$ 时，选取扩展因数 $q=5$ ，这样扩展后的通道数变为 20，满足 3.2.1 节的分析要求。

3. 模拟低通滤波器的影响

除上述影响因素外，MWC 系统中的低通滤波器会严重影响系统性能。在 MWC 中只能选取模拟低通滤波器作为实际系统的一个物理环节，这是因为模拟低通滤波器不仅能够只保留混频后信号的低频部分，同时也可以避免模拟-数字转换时出现的频谱混叠，从而降低 ADC 器件的采样速率。但是实际的模拟低通滤波器的频率特性不能达到理想情况，其必然会存在一定宽度的过渡带、相应的通带波动等非理想情况。下面针对不同类型的模拟低通滤波器和其相应特点进行研究。模拟低通滤波器的类型主要有巴特沃斯低通滤波器、切比雪夫低通滤波器和椭圆函数低通滤波器。各类型模拟低通滤波器的优缺点如表 3-3 所示。

表 3-3 各类型模拟低通滤波器的优缺点

| 低通滤波器类型 | 优点 | 缺点 |
|-----------|------------------|-----------------------------------|
| 巴特沃斯低通滤波器 | 最大的通带幅度响应平坦度 | 衰减速度缓慢 |
| 切比雪夫低通滤波器 | 在过渡带比巴特沃斯滤波器的衰减快 | 通频带内存在幅度波动 |
| 椭圆函数低通滤波器 | 过渡带最陡峭 | 通带和阻带均存在波动，但在阶数相同的条件下有着最小的通带和阻带波动 |

如图 3-27 所示为各类型低通滤波器的频率响应比较图,其中各滤波器的参数一致。易知:在阶数相同的情况下,椭圆低通滤波器具有最窄的过渡带,换言之,当 MWC 系统对滤波器过渡带宽度要求一定时,利用椭圆低通滤波器所需的阶数最小,有利于硬件的实现。

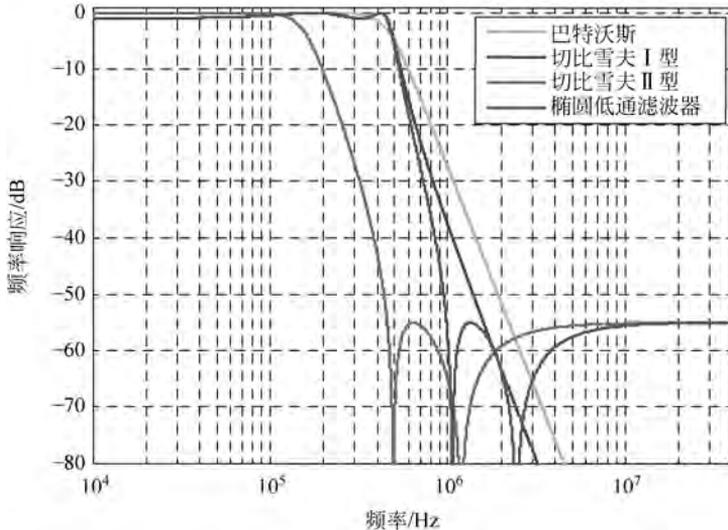


图 3-27 各类型低通滤波器的频率响应比较图

为了评价模拟低通滤波器对系统的影响,做如下数值仿真:原信号的频带个数 $N=4$,单个频带的带宽 $B=20\text{kHz}$,奈奎斯特频率 $f_{\text{Nyq}}=25\text{MHz}$;周期序列一个周期内值的个数 $M=255$,分割频率 $f_p=0.1\text{MHz}$;通道数 $m=4$,扩展因数 $q=5$,则低通滤波器的截止频率 $f_{\text{cut}}=\frac{1}{2}f_s=\frac{1}{2}qf_p=0.25\text{MHz}$,低通滤波器的通道波动为 0.1dB ,阻带衰减为 60dB 。原信号在每一个通道中与周期序列相乘,对相乘后的信号进行低通滤波,对低通滤波后的信号进行低速采样,然后对采样序列进行扩展。在相乘和采样环节均不引入非理想因素,并且,根据式(3-28)进行扩展,由式(3-28)可知,采样序列的初值必须与初始采样时刻对应,即扩展过程除引入 FIR 数字滤波器外并不引入扩展前系统延时的影响。在单通道的采样速率为 $f_s=0.5、0.65、0.8、0.95\text{MS/s}$ 时,每种情况进行 500 次实验,信号重构概率随低通滤波器过渡带宽的变化曲线如图 3-28 所示。

在单通道采样速率相同的条件下,低通滤波器的过渡带越窄,重构的成功概率越大;在低通滤波器过渡带宽相同的条件下,单通道的采样速率越大,重构的成功概率越大。在椭圆模拟低通滤波器的过渡带宽为 0.11MHz ,重构的成功概率为 97% 。那是因为低通滤波器的过渡带越宽,低通滤波后基带外附加的频谱越多,对后面的重构影响越大。低通滤波器过渡带宽对滤波后基带内的频谱的影响如图 3-29 所示。

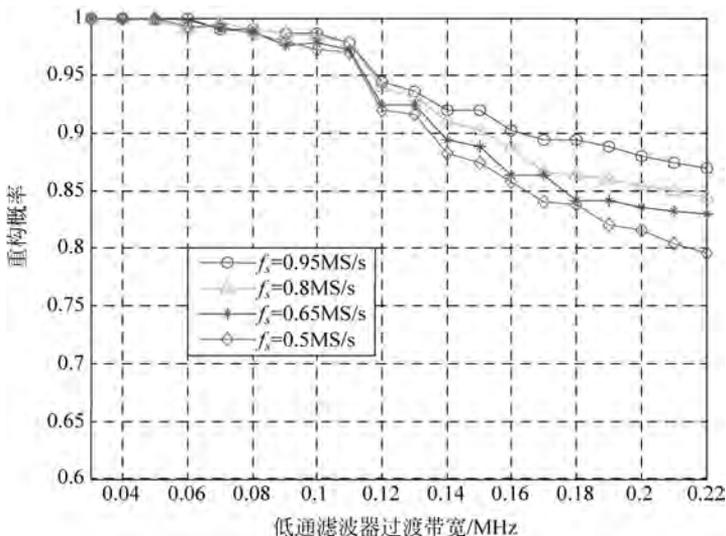


图 3-28 信号重构概率随椭圆低通滤波器过渡带宽的变化曲线

综上所述,针对上述仿真参数指标,系统所使用的模拟椭圆低通滤波器的过渡带宽要不大于 0.11MHz 就可以使重构的成功概率达到 97%,且采样时需适当增加采样速率。这是因为,模拟滤波器无法实现理想的陡然截止的过渡带效果,适当地增加采样速率可以防止频谱混叠的发生,模拟低通滤波器截止频率 f_{cut} 和采样速率 f_s 的数值关系如图 3-30 所示。

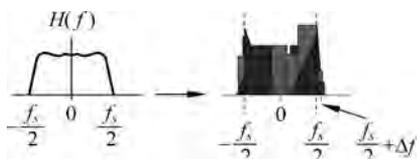


图 3-29 低通滤波器过渡带宽对滤波后基带内的频谱的影响

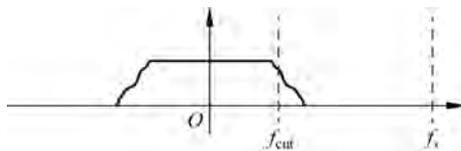


图 3-30 模拟低通滤波器截止频率 f_{cut} 和采样速率 f_s 的数值关系

前面探究了模拟低通滤波器的过渡带宽对重构概率的影响,下面探究模拟低通滤波器的通带波动和阻带衰减对重构概率的影响。仿真参数与上面相同,原信号不含有噪声。低通滤波器的过渡带宽选择 0.05MHz,单通道的采样速率为 0.8MS/s。阻带衰减对重构概率影响曲线如图 3-31 所示。

可以看出,单条曲线表示在通带波动相同的条件下,阻带衰减越大,信号的重构概率越高,在阻带衰减大于 50dB 时,可以保证 97.5% 的重构概率;多条曲线表示在阻带衰减相同的条件下,通带波动在 0~1.8dB 内对信号重构概率的影响不大。

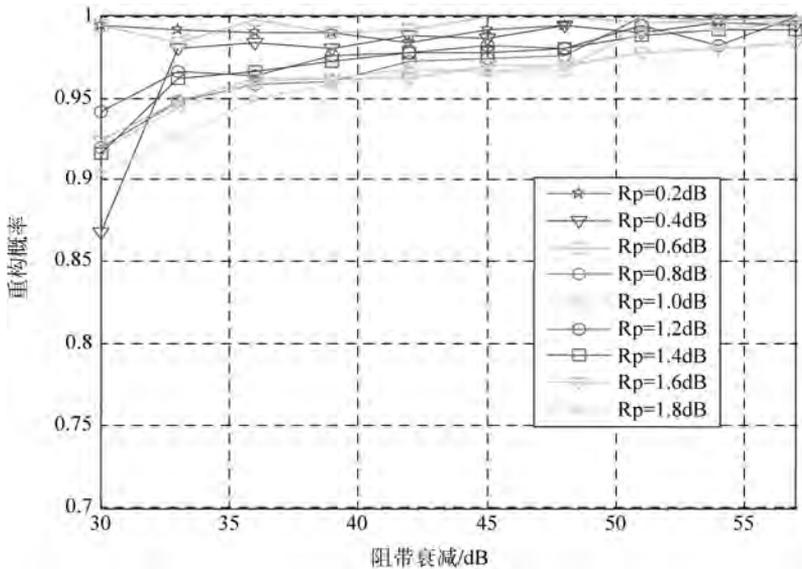


图 3-31 阻带衰减对重构概率影响曲线

上述影响因素的探究对后面硬件系统的设计提供了指导。通道数为 4 个, 扩展因数选取 $q=5$ 。由于实际系统存在噪声, 模拟低通滤波器设计时要尽量使过渡带宽不大于 0.05MHz, 通带波动在 0~1.8dB 范围内, 阻带衰减要大于 50dB。

3.2.3 硬件设计

根据上述仿真及分析结果, 确定硬件系统参数指标如表 3-4 所示。MWC 系统硬件结构如图 3-32 所示, MWC 系统实物图如图 3-33 所示。本平台的硬件部分主要包括三部分——多个 PXIe 板卡互联设计、周期序列生成模块、自研的混频滤波模块来实现数据采集、数据分析和信号重构。

表 3-4 硬件系统参数指标

| 参 数 | 参 数 值 |
|-------------------|------------------|
| 通道数 m | 4 |
| 奈奎斯特频率 f_{Nyq} | 25MHz |
| 单通道采样速率 f_s | 0.8MS/s |
| 滤波器截止频率 f_{cut} | 0.25MHz |
| 周期信号 $p_i(t)$ | 单周期内值的个数 $M=255$ |

1. PXIe 板卡互联设计

本实验平台中采用了 PXIe 板卡来实现系统中信号采集、保存等功能。近些年来, NI 公司针对自动测试应用领域所提出的 PXI Express 系统具有模块化仪器集成、高数据吞吐量、灵活的软件定义的仪器系统等技术优势。PXI Express 仪器均

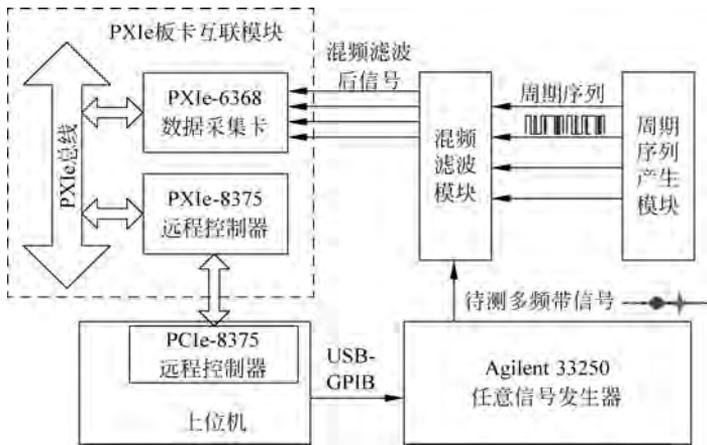


图 3-32 MWC 系统硬件结构



图 3-33 MWC 系统实物图

具有一条能实现从仪器到主机 PC 的高性能信息传输的数据总线，在主机 PC 通过 LabVIEW 等软件编程即可控制相应的硬件模块。在所实现的 MWC 实验平台中，利用一个机箱以及两个板卡就能够实现上位机对于系统信号采集、保存和触发的控制，同时 PXIe 板卡间具有良好的同步性，系统整体具有相当好的可靠性。针对 MWC，当待采集信号特性改变时，可以灵活地调整或增加系统板卡来实现特性要求，同时也可以用上位机灵活地改变系统采样速率等，实现对于硬件系统的自由调整，有利于保证高效性和易维护性。

在本 MWC 平台中,需要多路具有不相关性的 m 序列,所以需要调整每通道 m 序列生成结构中各寄存器的初始值 a_0, a_1, \dots, a_{n-1} , 保证各路 m 序列寄存器具有不同的初始值。这里选用 8 级的 m 序列发生器,其周期为 255。查表 3-5 即可确定各反馈系数值,FPGA 生成 m 序列电路结构图如图 3-36 所示。

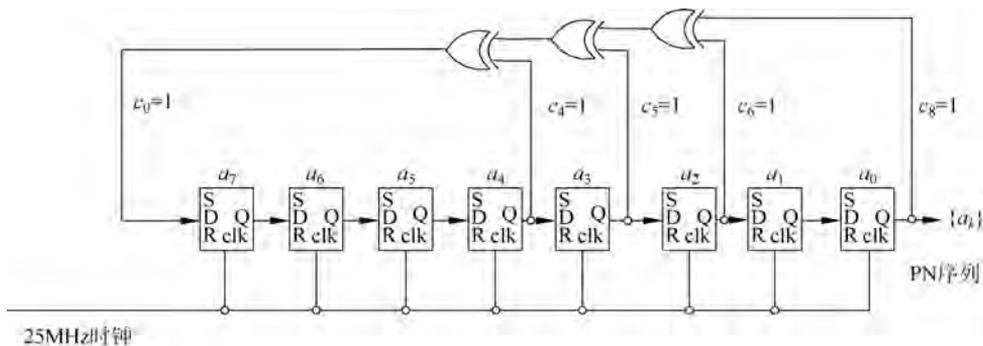


图 3-36 FPGA 生成 m 序列电路结构图

本 MWC 实验平台采用基于 Altera 公司的 Cyclone II 系列 EP2C8Q208 的 FPGA 开发板来生成 m 序列,其晶振为 50MHz,利用输出管脚的差分值作为输出信号。FPGA 输出的信号幅值范围是 0~3.3V,造成伪随机序列的幅值就只有正的,而实际进行信号调制时,伪随机序列的电压必须有正、负两种变化。故需要对 FPGA 输出信号的幅值和偏置进行调整,使其高低电平调整为 -1V 和 +1V。减法电路以运算放大器为核心构成,在所设计的实际系统选取 TI 公司具有较高增益的运放 OPA847,减法电路原理图如图 3-37 所示,其输出电压 V_{out} 满足式(3-30):

$$V_{out} = \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right) V_{in} - \frac{R_4}{R_3} V_{ref} \quad (3-30)$$

计算后可得,电阻 $R_1 = 200k\Omega, R_2 = 130k\Omega, R_3 = 510k\Omega, R_4 = 100k\Omega$,此时参考电压选取为 $V_{ref} = 5V$ 。

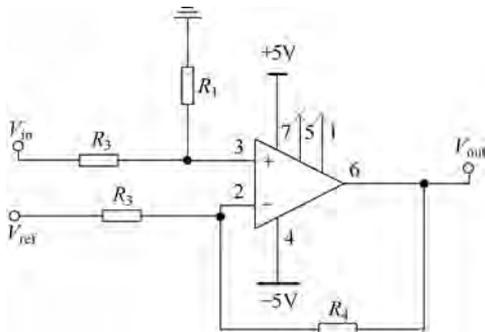


图 3-37 减法电路原理图

3. 混频滤波模块设计

根据上述 MWC 系统的分析以及待采集多频带信号的特性,设计了包含信号混频、滤波、幅值调整等功能的混频滤波模块。在本模块中,包含四路通道,每路通道分别由模拟乘法电路、低通滤波电路、放大电路构成,图 3-38 为混频滤波模块结构示意图,图 3-39 为混频滤波模块实物图。

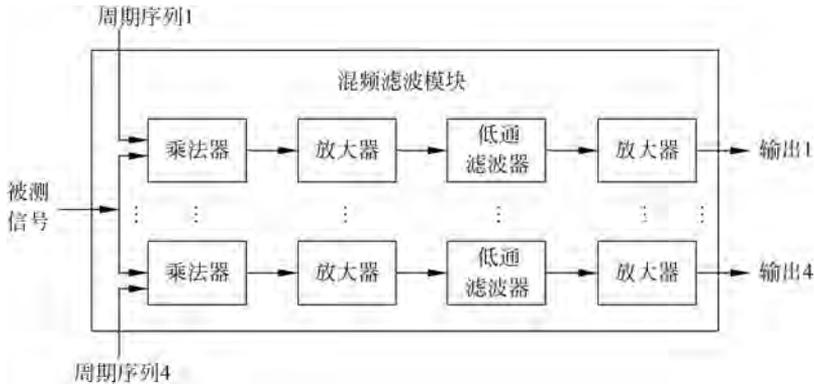


图 3-38 混频滤波模块结构示意图

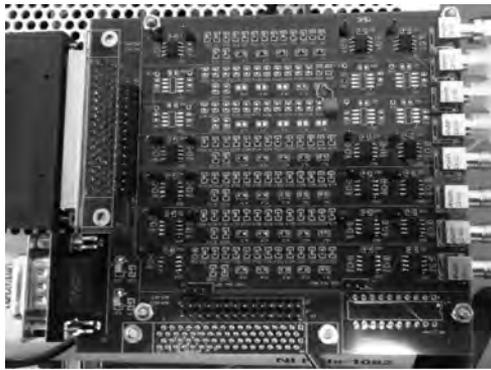


图 3-39 混频滤波模块实物图

1) 模拟乘法电路

乘法器是 MWC 系统一个非常重要的模拟器件,在乘法器的选择中本节主要关注乘法器的带宽特性,只有保证足够的带宽才能使得多频带信号和周期序列相乘后信号的幅值不会因为信号频率不同而产生不同的衰减。经对比后,本系统选取的乘法器型号为 AD835,该芯片是 Analog Devices 公司(ADI)生产的高速四象限模拟乘法器芯片,带宽可达 250MHz,同时其外围电路非常简单,易于模块设计。

AD835 模拟乘法器电路图如图 3-40 所示。由乘法器典型电路图可知,分别在管脚 1 与管脚 8 输入信号,则其输入端与输出端之间的传输函数为

$$W = \frac{(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2)}{U} + Z \quad (3-31)$$

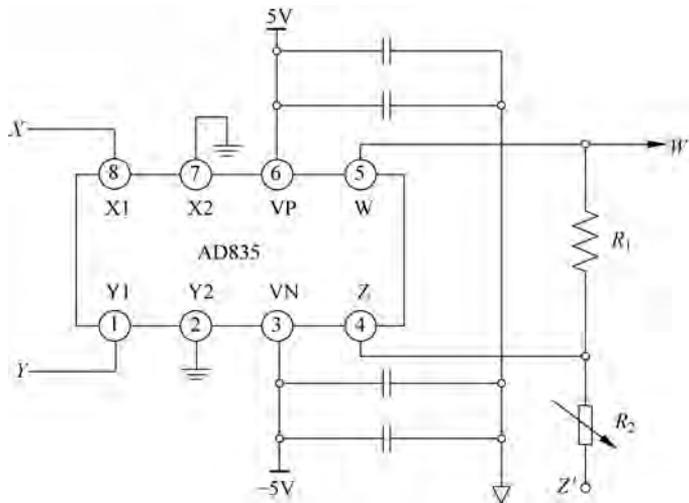


图 3-40 AD835 模拟乘法器电路图

其中,所有变量单位均为电压,此时令 $X = X_1 - X_2, Y = Y_1 - Y_2$,若当 $U = 1, Z = 0$ 时,乘法器的输出就可以简化为

$$W = XY \quad (3-32)$$

但是在实际芯片使用过程中,式(3-31)中的 U 值一般为 $1.05V$,所以通过在管脚 4 与管脚 5 中加入电阻的方式来调整该值,当 $R_1 = (1-k)R, R_2 = kR$ 时,式(3-31)可以重新写为

$$W = \frac{XY}{U} + kW + (1-k)Z' \quad (3-33)$$

整理后可得

$$W = \frac{XY}{(1-k)U} + Z' \quad (3-34)$$

所以此时系统的真实的管脚 4 输入值为 $U' = (1-k)U$,这样就可以通过调整 k 值来使得系统的输出满足式(3-32)。

2) 模拟低通滤波电路

MWC 系统中另一个非常重要环节就是低通滤波器。在 MWC 中只能选取模拟低通滤波器作为实际系统的一个物理环节,而不能利用数字方法代替,这是因为模拟低通滤波器不仅能够只保留混频后信号的低频部分,同时也可以避免模拟-数字转换时出现的频谱混叠,从而降低 ADC 器件的采样速率。

本节中采用无源滤波器的方式来实现较高截止频率的低通滤波器。常见的无源滤波器类型主要有巴特沃斯低通滤波器、切比雪夫低通滤波器和椭圆函数低通

滤波器。在上文的分析中可以看出, 巴特沃斯低通滤波器其通带幅度响应最为平坦但衰减速度缓慢, 而在阶数相同的情况下, 椭圆低通滤波器具有最窄的过渡带, 换言之, 当 MWC 系统对滤波器过渡带宽度要求一定时, 利用椭圆低通滤波器所需的阶数最小, 有利于硬件的实现。

本节所用的模拟低通滤波器为采用电感、电容无源器件搭建的十阶椭圆模拟低通滤波器, 设计的低通滤波器的各项参数为: 截止频率为 0.25MHz, 过渡带宽为 0.05MHz, 通带波动为 1.8dB, 阻带衰减为 55dB。无源元件搭建的十阶椭圆模拟低通滤波器电路图如图 3-41 所示, 在设计过程中, 将电感值调整为常见标称值, 对于非标称值的电容, 采用两个电容并联的方式加以实现, 其中各无源元件参数值如表 3-6 所示。

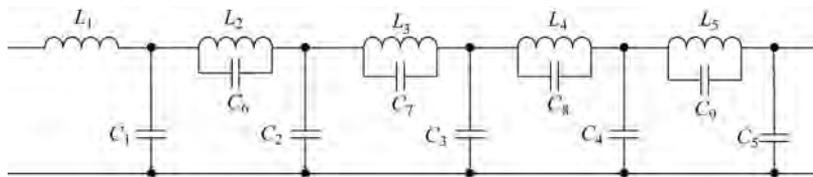


图 3-41 无源元件搭建的十阶椭圆模拟低通滤波器电路图

表 3-6 各无源元件参数值

| 器件标号 | 参数值 | 说明 |
|----------------------|-----------------|----------------------------------|
| L_1 | $47\mu\text{H}$ | |
| L_2, L_3, L_4, L_5 | $22\mu\text{H}$ | |
| C_1 | 8.6nF | $3.9\text{nF}, 4.7\text{nF}$ 并联 |
| C_2 | 6.8nF | |
| C_3, C_6 | 10nF | |
| C_4, C_5 | 15.6nF | $10\text{nF}, 5.6\text{nF}$ 并联 |
| C_7 | 9nF | $6.8\text{nF}, 2.2\text{nF}$ 并联 |
| C_8 | 6.9nF | $4.7\text{nF}, 2.2\text{nF}$ 并联 |
| C_9 | 3.5nF | $3.3\text{nF}, 0.22\text{nF}$ 并联 |

由于实际电感、电容存在寄生电阻和 PCB 布线等因素, 实际测得的十阶椭圆低通滤波器的幅频响应如图 3-42 所示, 通带波动为 3dB, 过渡带宽为 103kHz, 阻带衰减为 40dB。利用此时的低通滤波器进行 3.3.3 节中的仿真实验, 重构概率可达 95%, 说明此低通滤波器性能满足系统要求。

3.2.4 软件设计

本平台的软件部分利用 NI 公司的 LabVIEW 编写, 该软件主要完成以下几方面内容: 控制采样模块采样速率, 采样数据存储, 信号重构, 相应波形显示, 利用正弦信号进行感知矩阵校准等。软件层次关系图如图 3-43 所示。软件界面如图 3-44 所示。

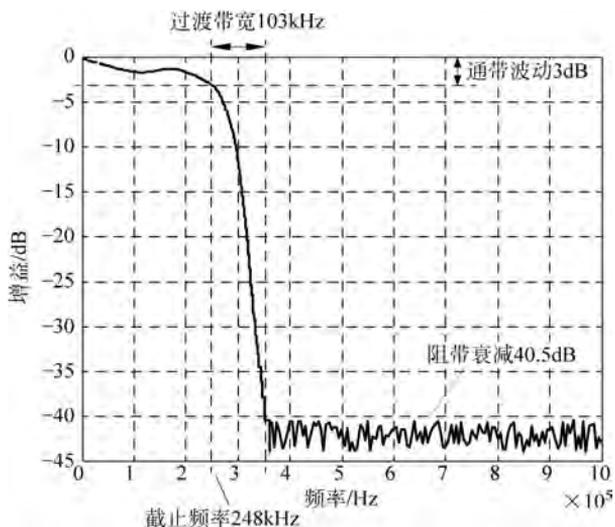


图 3-42 实际测得的十阶椭圆低通滤波器的幅频响应

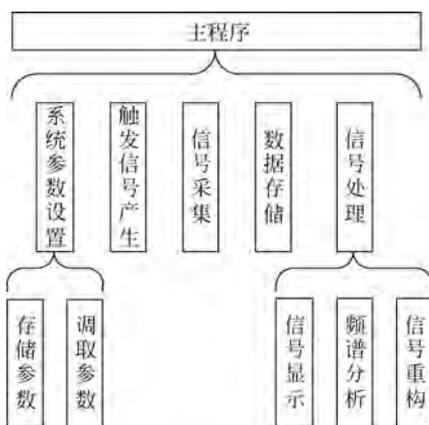


图 3-43 软件层次关系图

系统 LabVIEW 平台的设置及工作流程如下。

(1) 运行软件,调用已设定好的系统参数,或根据需求重新设定参数,并将所设定参数保存为后续使用。

(2) 判定是否有请求产生。若存在,则判定请求类型,根据相应的请求类型调用不同的处理单元;若不存在,则继续等待。

(3) 当系统采集请求来临时,系统读取设定采样信息,调用 PXIe 采集板卡进行调理模块输出数据低速采样。

(4) 在获取低速采样序列后,相应数值通过 PXIe 控制器存储到上位机中。当重构请求来临时,调用信号重构模块进行重构。

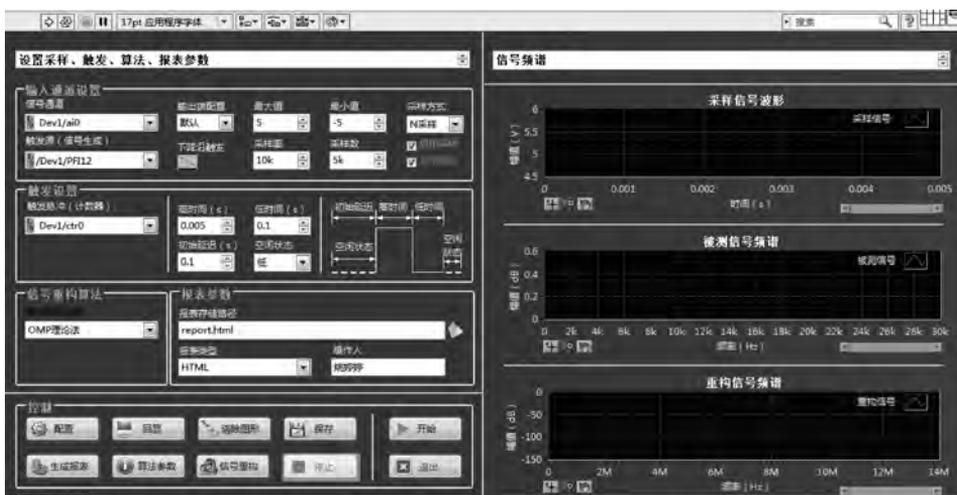


图 3-44 软件界面

3.3 系统感知矩阵的校准方法

在上述分析过程中,仅仅考虑了 MWC 系统中各器件均为理想的情况,在理想情况下,MWC 系统的重构概率可以达到 100%。但是在实际搭建的 MWC 硬件系统中,各器件均不可能同其理想情况一致,例如模拟乘法器的非线性特性、低通滤波器的非理想特性、不同通道中各器件的差异性等。通过 3.2.2 节中影响因素的探究,为 3.2.3 节中的硬件系统设计提供了指导,但是由于器件工艺等因素会使得实际系统各部分硬件同设计的指标存在差异,进而使得系统获取信号的频谱信息失败。究其原因,是在实际系统中,各元件的非理想特性导致系统的传递函数发生改变,也就是感知矩阵发生较大改变。在实际系统中,通过参数计算出的感知矩阵同实际系统的感知矩阵有着很大差异,所以无法实现信号重构。本节首先分析了实际 MWC 系统中可能存在的非理想特性及其对系统的影响,然后提出了一种基于正弦信号的感知矩阵校准方法,来实现通过实际 MWC 系统获取信号的频谱信息。

3.3.1 实际 MWC 系统存在的问题

理论上来说,针对某一 MWC 系统,其感知矩阵是已知的,相应感知矩阵的系数是由混频信号 $p_i(t)$ 的傅里叶系数构成的,如式(3-35)所示。

$$(\mathbf{A}_{\text{Theory}})_{i,l} = c_{il} = \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} p_i(t) e^{-j\frac{2\pi}{T_p}lt} dt \quad (3-35)$$

由于混频序列是分段常数函数,其值在 $[-1, 1]$ 变化,所以理论情况下感知矩

阵可以根据式(3-19)求得 $\mathbf{A}_{\text{Theory}} = \mathbf{SFD}$ 。在 3.2.2 节的探究中,若通道数 $m=4$, 扩展因数 $q=5$,首先对被测信号与周期序列进行理想相乘;其次,对乘法后进行低通滤波,所使用的低通滤波器为椭圆低通滤波器,其通带波动为 1.8dB,截止频率为 0.25MHz,过渡带宽为 0.5MHz,阻带衰减为 40dB;再次,对低通滤波后进行低速采样,采样速率为 0.8MS/s;最后,对采样后信号进行扩展,扩展为 $m \times q=20$ 通道,扩展时不考虑系统延时对采样值的影响,根据式(3-19)计算感知矩阵 $\mathbf{A}_{\text{Theory}}$,利用感知矩阵 $\mathbf{A}_{\text{Theory}}$ 和扩展后的采样值进行重构,重构概率在 96%。

但是在实际系统中,多个模拟器件的物理特点以及非理想特性影响着系统的混频和采样过程,非理想特性指的是与理想仿真系统相比硬件系统中不相符的一些特性等,如运放带宽有限,乘法器具有一定的非线性,低通滤波器的非理想特性、相位噪声和抖动等。这些非理想特性就会使得系统的传递函数发生改变,即导致理论计算的感知矩阵不再能够精确地描述实际系统的传递函数。影响系统传递函数的因素主要有以下几点。

(1) 模拟乘法器的非线性特性。模拟乘法器的作用是利用正弦载波来对窄带信号进行调制,但是 MWC 系统中,通过对混频信号 $p_i(t)$ 进行分解可知,该信号可以看成是由相当多的正弦波组合而成。模拟乘法器对于这些不同频率、不同幅值的正弦信号其输出信号不能够保证相同的增益和相位,即在实际 MWC 系统的混频过程中引入了非线性因素,同时模拟乘法器受其带宽的制约,其能通过的正弦波频率也会受一定的限制。

(2) 模拟滤波器具有非理想响应。与理想的低通滤波器矩形相比,实际模拟滤波器的非理想特性主要存在以下几个方面。第一,滤波器的通带不是平坦的,即存在通带波动与衰减;第二,通带与阻带之间无法实现突变,即存在一定的过渡带;第三,阻带增益不是严格为零,即可能存在阻带衰减不够的频率范围。在 3.2.2 节的探究中,针对低通滤波器的各非理想因素进行了分析,并给出了硬件设计时的参数,但是,由于电感、电容存在一定的寄生电阻和连接线的长短等因素会对低通滤波器的特性造成影响,使得实际系统的低通滤波器的幅频响应和设计的参数存在偏差。

(3) 放大器和衰减器的带宽及非线性特性。在设计实际系统中,往往会利用放大器和衰减器来限制系统信号的动态范围,防止信号的饱和或者超调。但是这些元件都会产生非线性频率响应,同时带宽的制约也会使得系统信号出现微小失真。

(4) 信号信噪比的影响。在实际的 MWC 系统中,在信号的采集、传递的过程中必然引入相应的噪声。

(5) 各通道的所用元件的差异性。在 MWC 系统中,往往会采用多个通道,虽然在每个通道中会选相同型号和参数的元件,但是不同通道中的各个元件必然存在一定的差异,这就会导致系统不同通道间存在增益不相同等问题。

(6) 其他因素。例如由于系统元件、导线以及时钟等的变化,导致系统存在相位噪声和抖动;周期序列与采样结果的匹配程度;正负幅值的对称度等。

3.3.2 系统感知矩阵校准方法

从理论分析及重构算法介绍可以看出,当获得系统的低频采样序列后,需利用系统的感知矩阵来进行待测多频带信号的重构。更准确地说,MWC 系中采样序列的离散傅里叶变换 $\mathbf{y}(f)$ 与待测多频带信号的频谱 $\mathbf{z}(f)$ 间满足 $\mathbf{y}(f) = \mathbf{A}\mathbf{z}(f)$, 其中 \mathbf{A} 为感知矩阵,所以若重构过程中所采用的感知矩阵同实际系统的感知矩阵不同时,就会使得重构结果不准确。

尽管在上述设计的 MWC 系统中,考虑到元件非理想因素对于系统的影响,采用了较大带宽的四象限乘法器、具有极窄过渡带的模拟低通滤波器,但是实际硬件系统中仍然存在着上小节中分析的各种非理想因素,这些因素均会使得硬件系统真实的感知矩阵同理论方法计算出的感知矩阵有很大的不同,导致理论计算的感知矩阵无法真实反映系统的实际情况,以致多频带信号重构失败。所以针对实际的 MWC 系统,是否存在一种实验方法能够获取出真实系统感知矩阵,使其更加符合实际 MWC 系统的特性。

为了成功地进行信号重构,设计一种能够精确估计系统感知矩阵的方法至关重要。在下文所提出的估计方法中,能够准确地估计出感知矩阵各元素,同时需要很少的先验信息,只需知道混频函数周期 T_p ,无须了解实际系统的其他元件特性。

1. 非扩展 MWC 系统的校准方法

1) 数学原理

对于简单系统,可以通过测量系统的脉冲响应来获取系统的传递函数。但是,MWC 系统是非线性、非时不变的,即不可能通过简单的测量系统的脉冲响应而得到系统的传递函数。所以本节提出了一种感知矩阵校准方法,以一簇正弦信号作为输入信号,以获得系统在不同分割频带内的响应,从而计算出实际系统的感知矩阵 \mathbf{A} 。

若 MWC 的参数满足以下条件。

$$(1) f_s \geq f_p \geq B.$$

$$(2) \text{序列 } p_i(t) \text{ 一个周期内的值的个数 } M \geq M_{\min} = 2 \left\lceil \frac{f_{\text{Nyq}}}{2f_p} + \frac{1}{2} \right\rceil - 1.$$

$$(3) m \geq 4N.$$

(4) 感知矩阵 \mathbf{A} 的任意 $2N$ 列线性无关。

通过 MWC 相应定理可知,当 $f \in [-f_p/2, f_p/2]$ 时, $\mathbf{z}(f)$ 的非零元素不超过 N 个。若输入信号为正弦信号,即 $N=2$ (包括负频率),则 $\mathbf{z}(f)$ 中可以只存在两个正负对称的非零元素,非零元素在 $\mathbf{z}(f)$ 的正半部分位置为 l ,且 $\mathbf{z}_l(f)$ 已知,输入正弦信号时的频谱分量如图 3-45 所示。

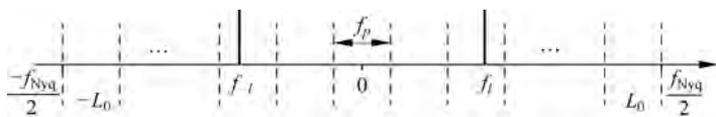


图 3-45 输入正弦信号时的频谱分量

首先对不含扩展因数的基本系统进行分析,假设 MWC 系统有 m 个通道,并且满足 $f_s = f_p$,以实际 MWC 系统的第 i 个通道为例,对系统输入以下正弦信号:

$$x_l(t) = \beta_0 \sin(2\pi(lf_p + f_0)t + \varphi_0), \quad l \in [0, 1, \dots, L_0] \quad (3-36)$$

即 $\mathbf{z}(f)$ 在位置为 l 处存在一个非零分量。对于幅值 β_0 和相位 φ_0 可以自己设定,但初始频率 f_0 必须满足 $0 < f_0 < f_p/2$ 。对式(3-36)进行 DTFT 变换可得

$$X_l(f) = a\delta(f - lf_p - f_0) + a^* \delta(f + lf_p + f_0) \quad (3-37)$$

其中 $a = \frac{\beta_0}{2j} e^{j\varphi_0}$, 当 $f \in [-f_p/2, f_p/2]$ 时,可得式(3-38):

$$(\mathbf{z}_l(f))_k = \begin{cases} a\delta(f - f_0 + lf_p), & k = l \\ a\delta(f - f_0 + lf_p), & k = -l \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (3-38)$$

那么经 ADC 采样后的输出序列可以表示为

$$y_i(f) = (\hat{\mathbf{A}}\mathbf{z})_i = \hat{c}_{i,l}^* \cdot a^* \delta(f + f_0) + \hat{c}_{i,l} \cdot a\delta(f - f_0) \quad (3-39)$$

变换到时域后可如式(3-40)所示:

$$y_i[n] = (\hat{\mathbf{A}}\mathbf{z})_i[n] = 2|a\hat{c}_{i,l}| \sin(2\pi f_0 n T_s + \varphi_{i,l}) \quad (3-40)$$

实际中,输出信号是包含噪声的正弦信号,所以需要正弦估计算法来获得精确的 $\hat{c}_{i,l}$ 。

将输出信号用式(3-41)表示:

$$y = \hat{\beta} \sin(\omega t + \hat{\varphi}) \quad (3-41)$$

其中: $\hat{\beta}$ 为信号幅值; $\hat{\varphi}$ 为信号的相位, $\omega = 2\pi(f_p l + f_0)$ 为信号的角频率。则由式(3-39)可知

$$\hat{c}_{i,l} \cdot a = \frac{\hat{\beta}}{2j} e^{j\hat{\varphi}} \Rightarrow \hat{c}_{i,l} = \frac{\hat{\beta}}{2aj} e^{j\hat{\varphi}} \quad (3-42)$$

2) 线性矩阵优化算法

由于相位 $\hat{\varphi}$ 对 y 的关系是非线性的,将式(3-41)转变成:

$$y = b \sin \omega t + d \cos \omega t \quad (3-43)$$

式中: $b = \hat{\beta} \cos \hat{\varphi}$; $d = \hat{\beta} \sin \hat{\varphi}$ 。

所以对于相位和幅值的求解就可以替换为对参数 b 、 d 的求解。分别在 $t_n (n=1, 2, \dots, r)$ 时低速采集输出信号,其中 r 表示采样点数,获取序列 $y_n = y(t_n)$ 后,就可基于式(3-43)采用相应算法求解 b 、 d 。

但是实际 MWC 中输出信号不可避免地具有噪声,所以实际采集的输出信号可由式(3-44)表示

$$y_n = y(t_n) + e(t_n) \quad (3-44)$$

其中 $e(t_n)$ 即为噪声。则此时首先需解决的问题就是如何从输出信号中拟合出有效信号。本节利用最小二乘拟合法方法来实现上述问题的求取,其中式(3-45)为误差目标函数

$$\Delta = \sum_{n=1}^r [y_n - (b \sin \omega t_n + d \cos \omega t_n)]^2 \quad (3-45)$$

该算法的目的就是求取出当 b 、 d 为何值时,式(3-45)设定的误差达到最小值。已知,当式(3-45)中 b 、 d 的一阶偏导方程为零时,该误差存在极值,即:

$$\frac{\partial \Delta}{\partial b} = 2 \sum_{n=1}^r [y_n - (b \sin \omega t_n + d \cos \omega t_n)] \sin \omega t_n = 0 \quad (3-46)$$

$$\frac{\partial \Delta}{\partial d} = 2 \sum_{n=1}^r [y_n - (b \sin \omega t_n + d \cos \omega t_n)] \cos \omega t_n = 0 \quad (3-47)$$

解式(3-46)、式(3-47),可以得到 b 、 d 的值为:

$$\begin{bmatrix} b \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \mathbf{S}^{-1} \mathbf{U} \quad (3-48)$$

式中, $s_{11} = \sum_{n=1}^r \sin^2 \omega t_n$, $s_{12} = \sum_{n=1}^r \sin \omega t_n \cos \omega t_n$, $s_{22} = \sum_{n=1}^r \cos^2 \omega t_n$, $u_1 = \sum_{n=1}^r y_n \sin \omega t_n$,

$$u_2 = \sum_{n=1}^r y_n \cos \omega t_n。$$

显然,只有当矩阵 $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix}$ 可逆时,才能求得参数 $[b \ d]^T$ 。一般来说,

当采样点数足够多时,该矩阵就能够保证具有可逆性。

通过上述方法求取出 b 、 d 后,就可以利用下述两方程求出信号的幅值与相位信息。

$$\hat{\beta} = \sqrt{b^2 + d^2} \quad (3-49)$$

$$\hat{\phi} = \tan^{-1}(d/b) \quad (3-50)$$

利用求出的信号幅值和相位,通过式(3-42)求得 $\hat{c}_{i,l}$ 。由于周期序列 $p_i(t)$ 为实数,所以其相应的傅里叶变换系数满足 $\hat{c}_{i,-l} = \hat{c}_{i,l}^*$ 。系统感知矩阵校准原理示意图如图 3-46 所示。

在对上述校准过程进行 $L_0 + 1$ 次循环后,就能够获得完整的感知矩阵 $\hat{\mathbf{A}}$ 。

上述优化算法将非线性方程的求解转换为线性方程的求解,极大减小了算法所需的运行时间。

2. 扩展 MWC 系统的校准方法

下面针对包含扩展因数的情况进行分析,此时扩展后的通道数为 $m \times q$ 。对于

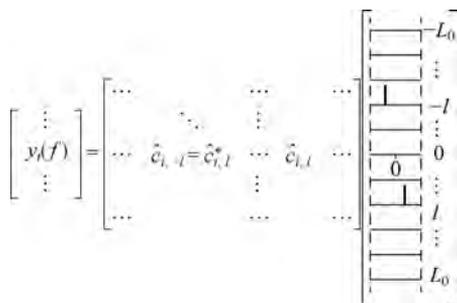


图 3-46 系统感知矩阵校准原理示意图

每一个通道,扩展因数将宽度为 f_s 频谱等分为 q 份,每份宽度为 $f_p = f_s/q$ 。每一个频带都被调制到基带,并且以速率 f_p 进行重新采样。对于 m 个物理通道中的每一个通道,扩展后由式(3-22)可得 q 个等式。因此,扩展前矩阵 \mathbf{A} 中的第 i 个行都可以扩展为 q 行,它们均由初始值的循环移位得到,所以扩展后可得到 $m \times q$ 行。

对于宽度为 f_p 的正、负分量,一旦通过扩展方法将它们调制到基带后,包括复数信号的实部与虚部。为了求解传递函数系数,不能够利用常规的正弦估计方法,这是由于每一个扩展后的通道不一定包含正弦信号。定义一个新的下标来表示所有的频谱带,即 $k \in [-q', \dots, 0, \dots, q']$ 。校准过程仍然包含 $L_0 + 1$ 个迭代,其每次迭代的输入信号仍如式(3-36)所示。当 $k=0$ 时,得到了基带信号。该部分只包含了一个实数正弦信号,因此可以利用上述步骤中相同的方法来求取矩阵系数 $\hat{c}_{i,\pm l}$ 。当 $k>0$ 时,利用 $\pm k$ 部分采样值分量的线性组合来获得实数信号,这样就重新构造出了实数信号,从而可以估计相应的矩阵系数 $\hat{c}_{i,\pm k,\pm l}$ 。对于每一个 l 都重复上述过程,就能够校准扩展矩阵 $\hat{\mathbf{A}}_{mq \times L}$ 的所有系数,从而得到系统完整的传递函数。

3. 实现过程

基于正弦信号进行 MWC 系统感知矩阵校准的系统结构图如图 3-47 所示。所提出的感知矩阵校准方法无须改变系统结构,只是将原 MWC 系统中的多频带输入信号替换为满足一定要求的频率依次递增的正弦信号,并通过相应优化算法就可准确地对感知矩阵进行校准。

具体测试步骤如下。

步骤 1: MWC 系统的信号发生单元产生频率为 $0 < f_0 < f_p/2$ 的正弦信号和 m 路混频所需的周期序列信号,正弦信号作为输入信号进入 MWC 系统信号调理板卡,同时各通道的周期序列信号输入至相应通道。

步骤 2: 正弦信号在进入信号调理板卡后,在每通道内同周期信号进行混频、滤波、放大后,对每通道信号进行低速采样。

步骤 3: 每一路采样信号均可以利用式(3-28)扩展为 q 路,为 $y_{i\pm k}[n]$,其中

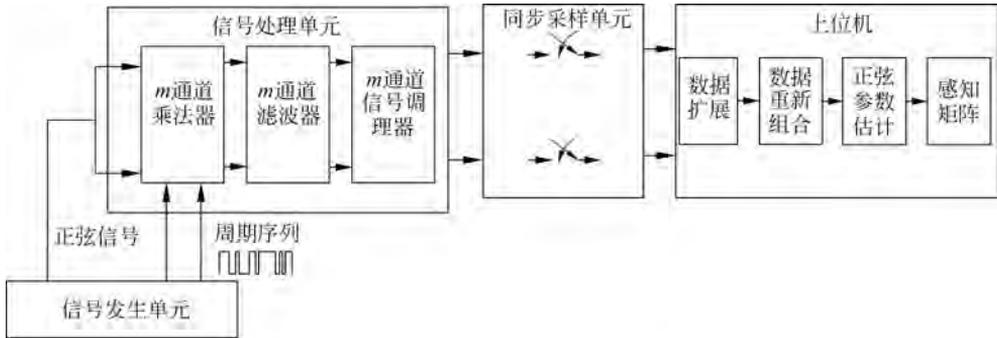


图 3-47 基于正弦信号进行 MWC 系统感知矩阵校准的系统结构图

$i = 1, 2, \dots, m, k \in [-q', \dots, 0, \dots, q']$ 。

步骤 4: 当 $k=0$ 时, 得到了基带信号。该部分只包含了一个实数正弦信号, 因此可以利用上述正弦信号参数估计方法估计出其幅值和相位, 并代入式(3-42)求取矩阵系数 $\hat{c}_{i, \pm l}$ 。

步骤 5: 当 $k > 0$ 时, 令 $y_+[n] = y_{i+k}[n] + y_{i-k}[n]$ 为重新构造的实数信号, 利用上述方法估计其正弦参数, 并代入式(3-42)以得到感知矩阵系数 $\hat{c}_{i \pm k, l}$; 取 $y_{r-}[n] = y_{i+k}[n] - y_{i-k}[n]$ 的系数为重新构造的信号, 估计其正弦参数并得到感知矩阵系数 $\hat{c}_{i+k, -l}$; 取 $y_{i-}[n] = y_{i-k}[n] - y_{i+k}[n]$ 的系数为重新构造的信号, 估计其正弦参数并得到感知矩阵系数 $\hat{c}_{i-k, -l}$ 。

步骤 6: 正弦信号的频率变为 $l \cdot f_p + f_0$, 其中 $l = 1, 2, \dots, L_0 + 1$, 每一路产生的周期序列信号不变, 重复以上步骤。得到校准后的系统感知矩阵 $\hat{\mathbf{A}}_{mq \times L}$ 。

3.3.3 仿真实验

为了验证上述感知矩阵校准方法的可行性, 将本校准方法用于仿真的理想数字系统中。系统的通道数 $m = 20$; 周期序列周期 $M = 255$, 奈奎斯特频率 $f_{Nyq} = 25\text{MHz}$, 即 $f_p = 0.1\text{MHz}$, 共生成 20 路周期信号; 根据式(3-9)计算可知 $L_0 = 127$, 即共需要输入 $L_0 + 1 = 128$ 个正弦信号, 第一个正弦信号的频率 $f_0 = 500\text{Hz}$ 。每一个正弦信号同时进入 20 个通道, 在每个通道中与 1 路周期序列进行理想相乘, 对相乘后的信号进行低通滤波, 这里使用的是理想的低通滤波器。对滤波后的信号进行低速采样, 采样速率为 $f_s = f_p = 0.1\text{MS/s}$, 对采样后的信号利用上述方法进行正弦参数估计, 并将估计的幅值和相位代入式(3-42), 得到校准的系统感知矩阵 $\hat{\mathbf{A}}$ 。在仿真的理想数字系统中, 校准的感知矩阵与通过式(3-19)计算得到的感知矩阵 $\mathbf{A}_{\text{Theory}}$ 完全相同; 并且, 对于不同的被测多频带信号能够得到 100% 的重构概率。上述实验证明本校准方法在仿真的理想数字系统中能够准确地获得感知矩阵。

将本校准方法用于仿真的非理想数字系统中,系统参数同表 3-4。各通道所使用的周期序列与第 3.2.3 节硬件产生的周期序列相同。根据式(3-9)计算可知 $L_0=127$,即共需要输入 $(L_0+1)=128$ 个正弦信号,第一个正弦信号的频率 $f_0=500\text{Hz}$ 。各个通道的低通滤波器的截止频率为 0.25MHz ,过渡带宽为 0.103MHz ,通带波动为 3dB ,阻带衰减为 40dB ;其他部分如乘法和采样在理想情况下进行,即不引入非理想因素。对每一路采样的数据进行扩展,注意,此时扩展所用的时间标识从 0 时刻开始,即考虑到系统延时对采样值的影响。然后利用线性矩阵优化方法得到校准后的感知矩阵 $\hat{\mathbf{A}}$ 。

发现校准方法得到的感知矩阵 $\hat{\mathbf{A}}$ 与根据式(3-19)和式(3-22)计算得到的感知矩阵 $\mathbf{A}_{\text{Theory}}$ 相差巨大,校准方法得到的感知矩阵和计算得到的感知矩阵对比如图 3-48 所示。

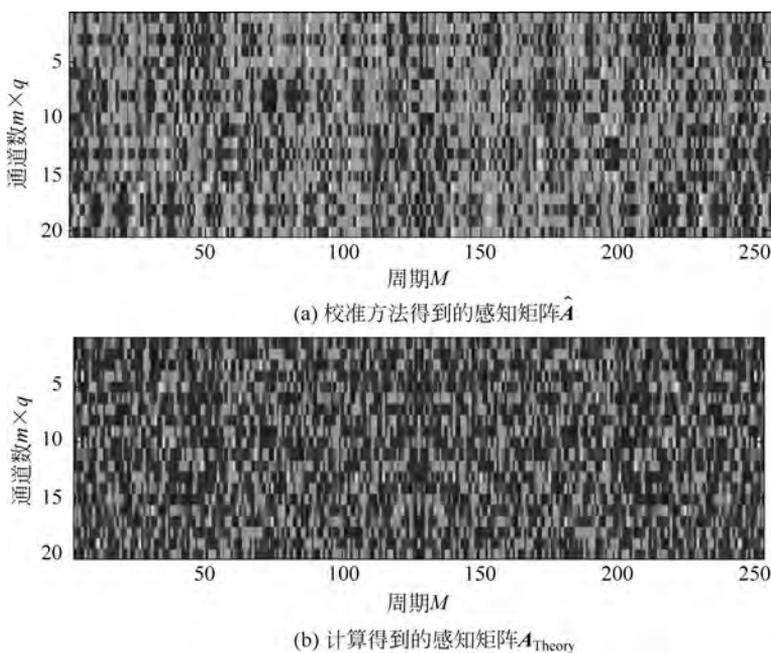


图 3-48 校准方法得到的感知矩阵和计算得到的感知矩阵对比

分别利用计算得到的感知矩阵 $\mathbf{A}_{\text{Theory}}$ 和校准的感知矩阵 $\hat{\mathbf{A}}$ 对多频带信号的频谱信息进行重构并计算重构概率。不同条件下重构概率对比曲线如图 3-49 所示,在输入信号信噪比相同的情况下,所提出感知矩阵校准方法的重构概率远高于计算得到的感知矩阵的重构概率,且随输入信号信噪比的提高,重构概率越来越高,能够达到 89% 。

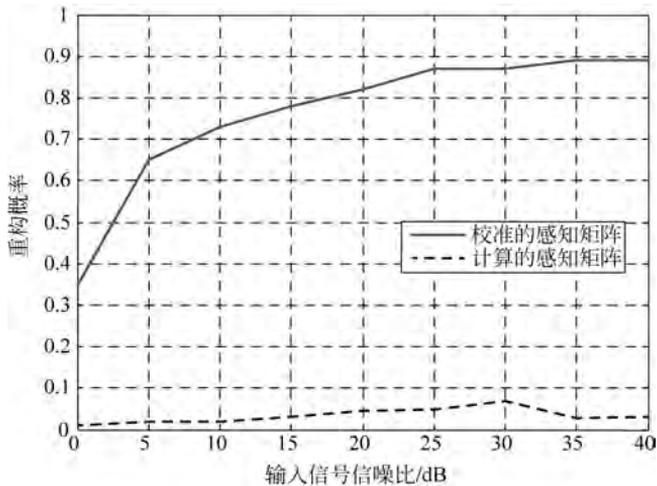


图 3-49 不同条件下重构概率对比曲线

3.4 硬件实验和分析

3.4.1 评价指标

在系统的硬件实验中以信号压缩比(Compression Ratio, CR)——系统实际采样速率同信号奈奎斯特采样速率之比,作为系统在降低采样速率上性能的评价标准,式(3-51)为其定义式。同时对比重构信号与原信号的载频和带宽作为信号重构效果的评价指标。

$$CR = \frac{mf_s}{f_{Nyq}} \times 100\% \quad (3-51)$$

式中, f_s 代表单通道低速采样时 ADC 器件的采样速率, m 是实际系统的通道数, mf_s 代表 MWC 系统的实际采样速率。 f_{Nyq} 是奈奎斯特采样速率, 当多频带信号的最大频率为 f_{max} 时, 该奈奎斯特采样速率满足 $f_{Nyq} = 2f_{max}$ 。

3.4.2 硬件实验

本小节在上述 MWC 系统实验平台上首先进行系统感知矩阵的校准实验, 然后针对被测信号为四个频带的多频带信号进行实验, 并利用校准得到的感知矩阵进行信号重构, 获取待测多频带信号的频谱信息。

MWC 系统结构及硬件实验流程如图 3-50 所示, 其中各部分结构信息也在图中给出。以常规的操作顺序为例介绍系统工作过程如下。由 Agilent33250 任意波形发生器生成待测多频带信号, 该信号连接到混频器的一个输入端, 接下来 FPGA 产生四路 m 序列, 经过电压调理电路后, 每路 m 序列均连接到相应通道混频器的另

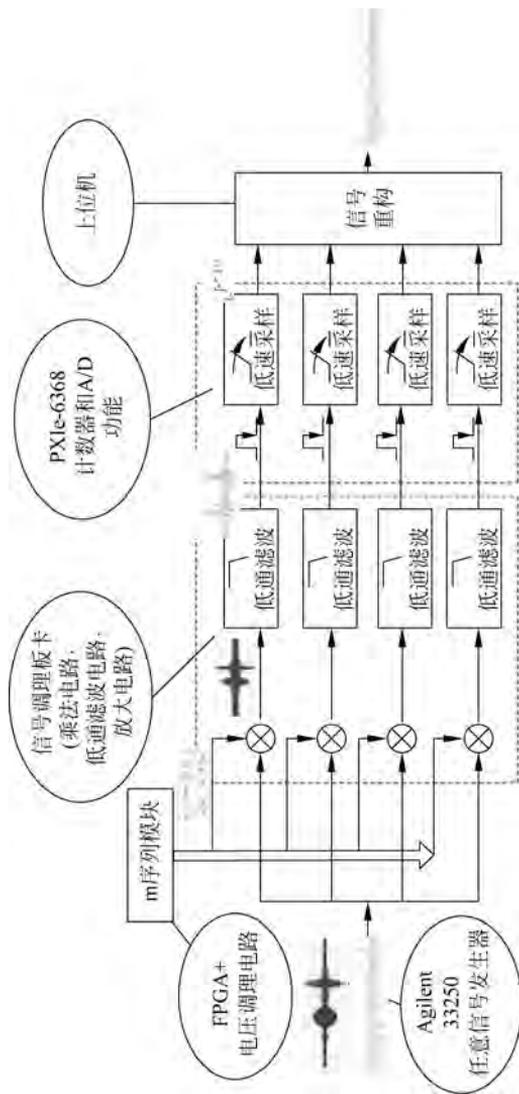


图 3-50 MWC 系统结构及硬件实验流程

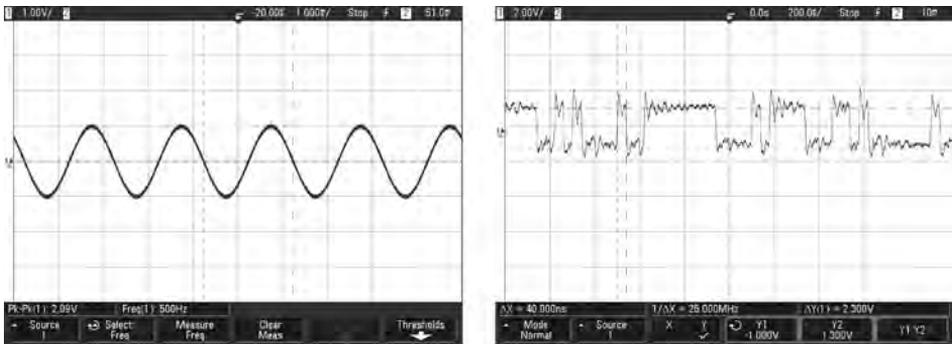
一个输入端,待测多频带信号同周期序列混频后,经所设计高阶无源低通滤波器后从调理模块输出,触发信号的下降沿触发采样模块,则 PXIe6368 即对信号进行采样,其采样速率可由上位机设定,同时上位机通过总线传输获得所采集的低频信号,此时就可以在系统软件平台中对其进行信号重构,以获取其频带位置及宽度。

MWC 系统所针对的稀疏信号为多频带信号,多频带信号由多个频带构成,每个频带内有无数个非零值。本课题硬件实验中针对最大频率小于 12.5MHz,频带个数为 4 个的多频带信号进行欠采样,待测多频带信号每频带的最大宽度小于 50kHz。

在所搭建的 MWC 实验平台中所使用的周期信号为 m 序列,该周期信号通过在 FPGA 中编写相应阶数的线性反馈移位寄存器来实现。由于 FPGA 输出的电压范围为 $0\sim 3.3\text{V}$,所以需要经过信号调理电路将产生的模拟周期序列的幅值调整为 $\pm 1\text{V}$ 。对于系统所使用的 m 序列,设定其单个值持续时间为 $1/25\text{MHz}=40\text{ns}$,即其跳变频率大于或等于系统待采集多频带信号的奈奎斯特频率,符合系统要求。同时选取其阶数 $n=8$,则通过计算可知经过 $2^8-1=255$ 个时钟周期后,所输出信号又重新回到了起点。不同通道的移位寄存器的初始值不同,从而产生的 m 序列不同。实验中对信号进行压缩采样的持续时间是 5ms。

1. MWC 系统感知矩阵校准

该实验是向系统中输入一系列频率递增的正弦信号,第一个正弦信号的频率为 500Hz,幅值为 1V,相位为 0,偏移量为 0V;从第二个正弦信号开始,仅频率依次递增 f_p ,其中 f_p 为 0.1MHz;所输入的正弦信号的个数为 $L_0+1=128$ (其中, $L_0=(f_{\text{Nyq}}/f_p-1)/2=127$)。 m 序列的跳变频率为 25MHz。正弦信号的波形与 m 序列的部分波形如图 3-51 所示。

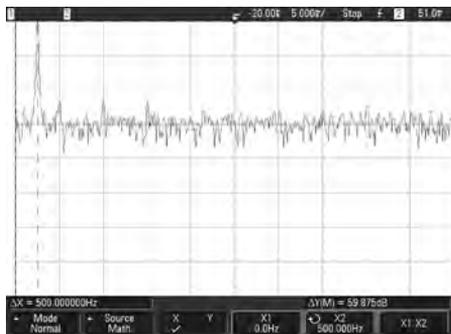


(a) 正弦信号的波形
(幅值为 $\pm 1\text{V}$, 偏置为 0V , 频率为 500Hz)

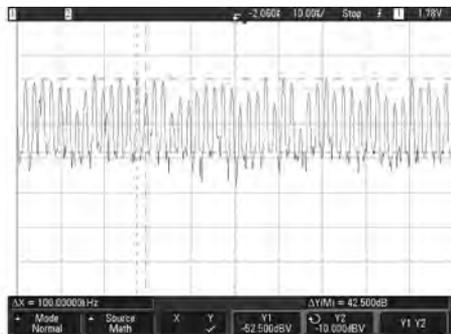
(b) m 序列的部分波形(其跳变频率
为 25MHz , 正负幅值分别为 $+1.3\text{V}$ 和 -1V)

图 3-51 正弦信号的波形与 m 序列的部分波形

正弦信号的频谱与 m 序列的频谱如图 3-52 所示,从图中可以看出正弦信号仅在相应的频率位置有幅值,即仅在 500Hz 处存在较大的值,同时 m 序列频谱为等间隔的,间隔为 100kHz,即 $f_p=0.1\text{MHz}$ 。



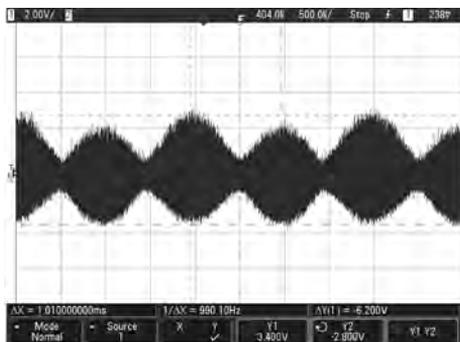
(a) 正弦信号的频谱



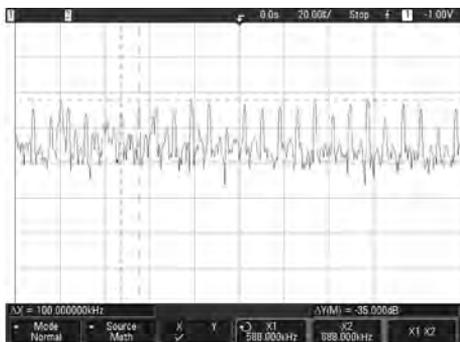
(b) m序列的频谱

图 3-52 正弦信号的频谱与 m 序列的频谱

正弦信号与 m 序列混频后波形及频谱如图 3-53 所示。从图中可以看出,混频后信号频谱相当于将正弦信号频谱以 $f_p = 0.1\text{MHz}$ 进行频谱搬移。图 3-54 为信号经低通滤波器滤波后的波形及频谱。

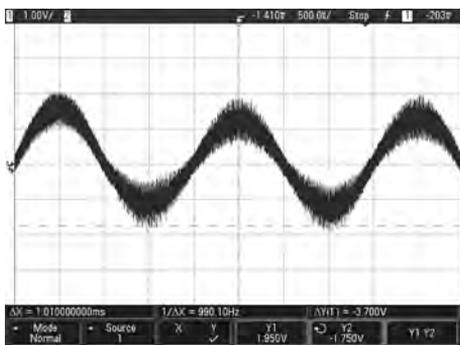


(a) 正弦信号与 m 序列混频后波形, m 序列正负幅值不对称造成了混频后的正负幅值不对称

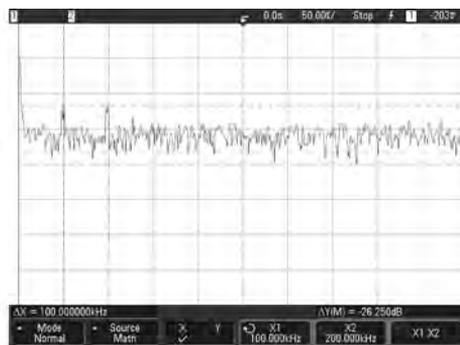


(b) 正弦信号与 m 序列混频后频谱

图 3-53 正弦信号与 m 序列混频后波形及频谱



(a) 低通滤波后信号波形



(b) 低通滤波后信号频谱

图 3-54 信号经低通滤波器滤波后的波形及频谱

图 3-55 为每通道以 0.8MS/s 的频率对滤波后信号进行低速采样后的波形及信号频谱。对每通道采样后的数据根据式(3-28)的方法扩展为 5 个数字通道,最后根据扩展 MWC 系统的校准方法得到系统的感知矩阵,校准后的感知矩阵如图 3-56 所示。

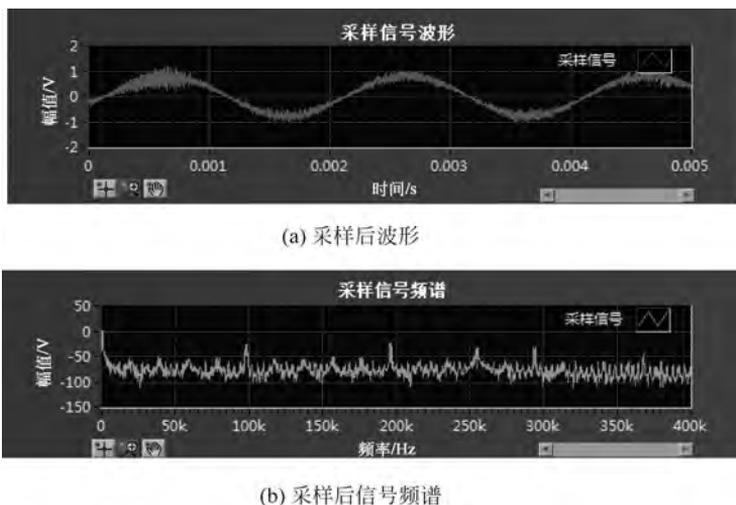


图 3-55 每通道以 0.8MS/s 的频率对滤波后信号进行低速采样后的波形及信号频谱

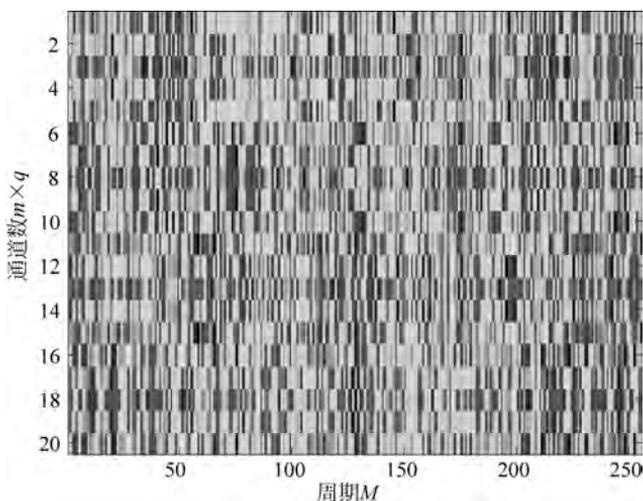


图 3-56 校准后的感知矩阵

2. 实际系统多频带信号欠采样实验

选取的待测多频带信号的频带个数为 4(双边频率),待测多频带信号最大频率 f_{\max} 为 12.5MHz,频带带宽分别为 50kHz 和 20kHz。m 序列与 3.3 节的实验相同,即系统各通道的 m 序列不变。待测多频带信号的波形如图 3-57 所示,待测

多频带信号的频谱如图 3-58 所示。从图 3-57 可以看出峰-峰值为 4V,两个频带在时间上偏差 124 μ s。从图 3-58 可以看出,多频带信号的载频为 800kHz 和 6.63MHz,频带宽度分别为 50kHz 和 20kHz。

图 3-59 为原信号和 m 序列混频、滤波后信号波形。混频后信号的峰-峰值为 6.15V,两个频带时间上偏差 124 μ s,与原信号的时间上偏差相同;低通滤波后信号的最小幅值为 -230mV,最大幅值为 610mV。



图 3-57 待测多频带信号的波形

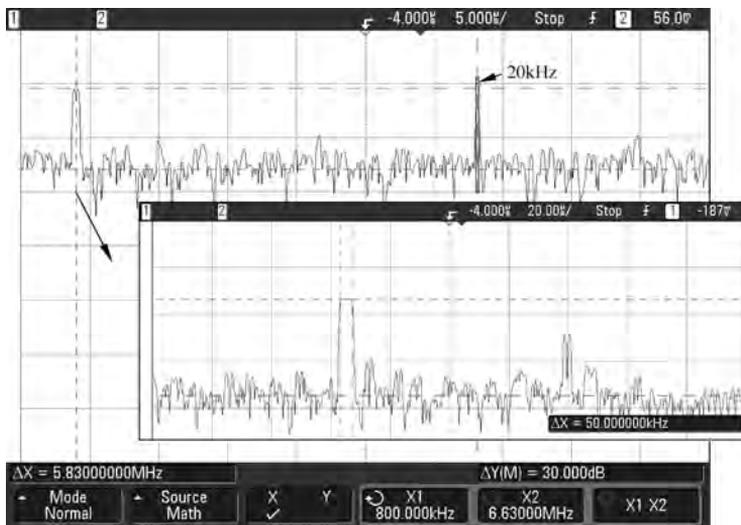
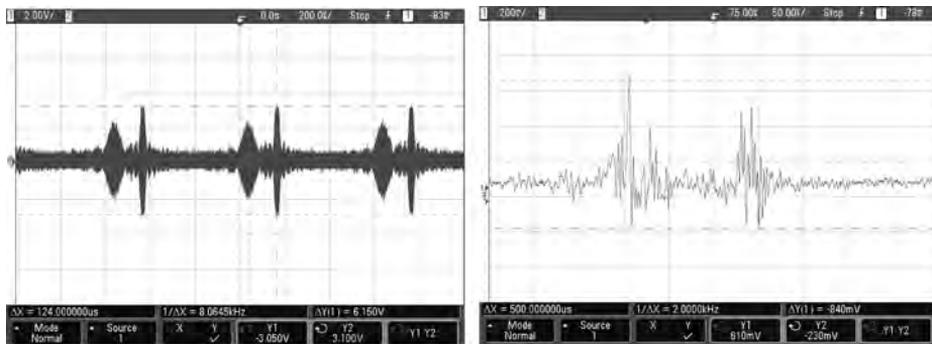


图 3-58 待测多频带信号的频谱



(a) 混频后部分波形

(b) 滤波后信号波形

图 3-59 原信号和 m 序列混频、滤波后信号波形

图 3-60 为原信号和 m 序列混频、滤波后信号频谱。可以看出,大于 330kHz 的频谱均被滤除。

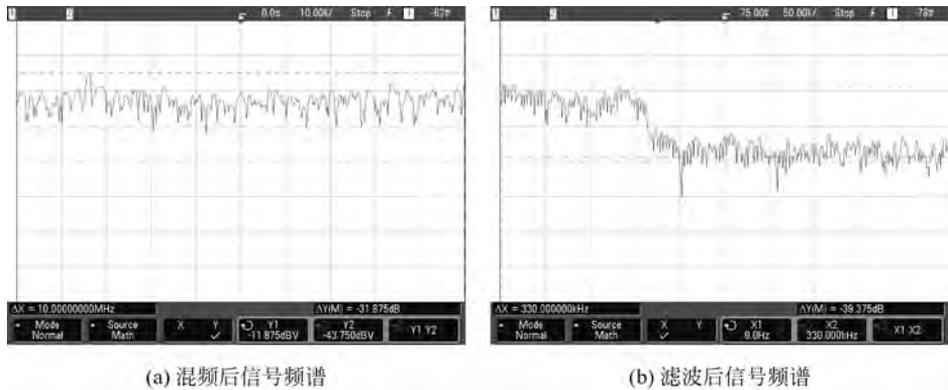


图 3-60 原信号和 m 序列混频、滤波后信号频谱

图 3-61 为每通道以 0.8MS/s 的采样速率对滤波后信号进行低速采样后的波形及信号频谱。可以发现,采样后信号的频谱在 0Hz 处存在较大的幅值,说明采样后信号存在直流偏置,在下一步扩展前要先将直流偏置去掉。

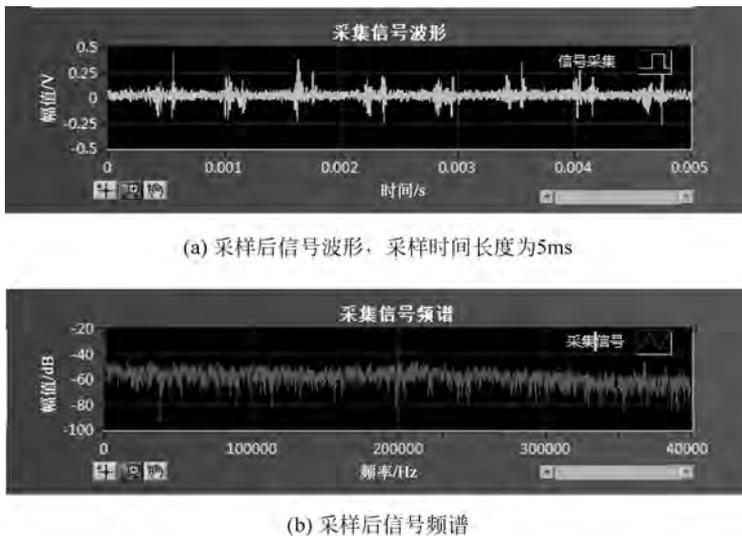


图 3-61 每通道以 0.8MS/s 的采样速率对滤波后信号进行低速采样后的波形及信号频谱

对采样后的数据根据式(3-28)进行扩展,从 4 通道扩展为 20 通道,最后利用 3.3 节实验得到的感知矩阵进行重构,重构信号与原信号的频谱对比如图 3-62 所示。

对图 3-62 的各频带分别进行局部放大,重构信号与原信号的频谱细节对比如图 3-63 所示,可以看出重构信号的频带位置准确,带宽准确。

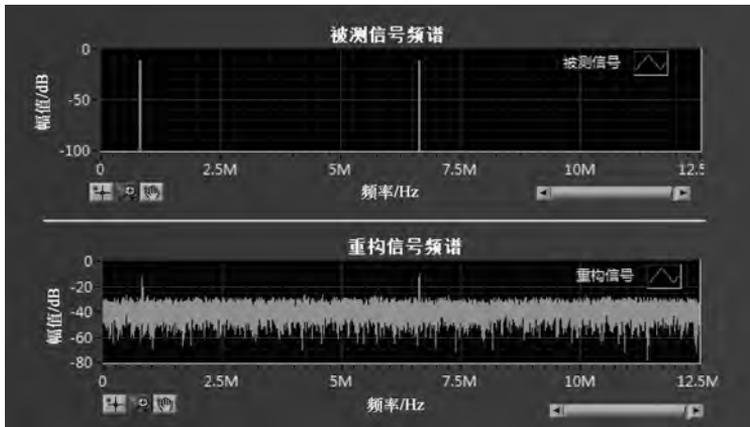
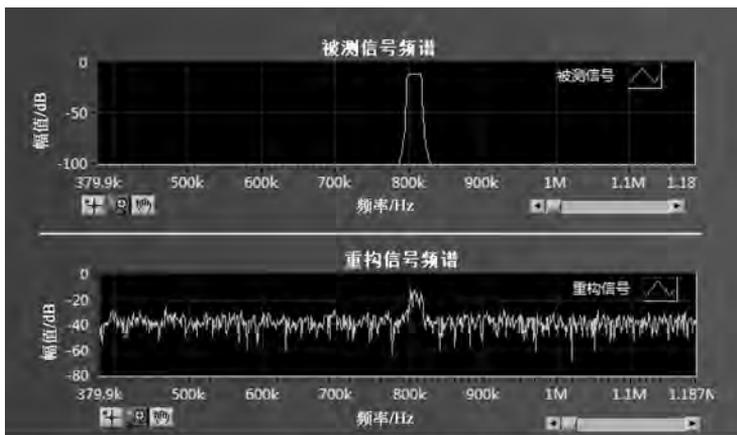
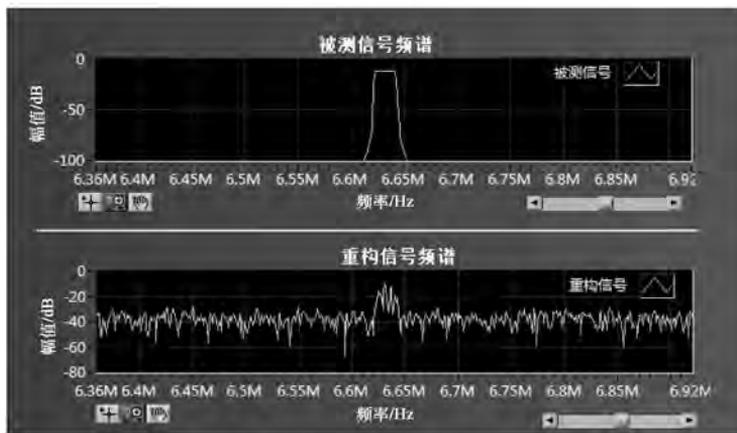


图 3-62 重构信号与原信号的频谱对比



(a) 低频位置频带细节



(b) 高频位置频带细节

图 3-63 重构信号与原信号的频谱细节对比

重构信号与原信号频谱参数比较如表 3-7 所示。经计算可知,此时四通道采样速率与信号奈奎斯特采样速率之比为 12.8%,实验结果证明,在如此低的采样速率下,该系统仍能保证重构信号的载频和带宽精确。

表 3-7 重构信号与原信号频谱参数比较

| | 频带位置 | | 频带宽度 | |
|------|----------|-----------|-----------|---------|
| | 原信号 | 808.0kHz | 6.6325MHz | 50.0kHz |
| 重构信号 | 808.0kHz | 6.6325MHz | 49.4kHz | 20.0kHz |

本章小结

本章首先介绍了 MWC 的基本原理,通过仿真验证了 MWC 系统的性能。接着仿真分析了 MWC 系统各因素的影响,设计包含硬件与软件两部分的 MWC 系统实验平台。给出了 MWC 系统感知矩阵校准方法,通过该方法可以准确地求解实际系统的感知矩阵,从而利用所获得的感知矩阵来实现信号的高概率重构。最后通过硬件实验证明所设计的 MWC 系统能够实现对最大频率小于 12.5MHz 的多频带信号的欠采样,总的采样速率仅为奈奎斯特频率的 12.8%,同时能够准确找到多频带信号频谱所在位置及频带宽度。