第3章 电路分析方法

3.1 两类约束与电路方程

3.1.1 两类约束

电路由元件按一定方式连接而成，任何集总参数电路的电流和电压都必须满足涉及元件性质和电路连接方式的两类约束。

（1）元件性质的约束：元件 VCR 给出每条支路的电压与电流间的线性约束关系（如欧姆定律 $U=RI$），这类约束与电路的连接方式无关。

（2）电路连接方式的约束：KCL、KVL 分别给出具有一定电路连接方式的支路电流、支路电压间的线性约束关系，这类约束与元件性质无关。

基尔霍夫电流定律：在电路中任意节点上，任意时刻流入节点的电流之和等于流出节点的电流之和。

基尔霍夫电压定律：在任意闭合回路中，各元件上的电压降的代数和等于电动势的代数和，即从一点出发绕回路一周回到该点时，各段电压的代数和恒等于零。

任何集总参数电路的电压和电流都必须同时满足这两类约束关系。因此电路分析的基本方法：根据电路的结构和参数，列出反映这两类约束关系的 KCL、KVL 和 VCR 方程（称为电路方程），然后求解电路方程就能得到各电压和电流的解。

3.1.2 电路方程

对于具有 b 条支路、n 个节点的连通电路的电路方程具有如下特点：

（1）b 条支路的 VCR 方程彼此独立；

（2）任意 $n-1$ 个节点的 KCL 方程彼此独立，独立节点数 $=n-1$；

（3）任意 $b-n+1$ 个回路的 KVL 方程彼此独立，独立回路数 $=$ 网孔数 $=b-n+1$；

（4）独立的电路方程数共计 $b+(n-1)+(b-n+1)=2b$，$2b$ 方程是最原始的电路方程，是分析电路的基本依据；

（5）独立电源的 VCR 方程直接给出了本支路的电压或电流，同时减少约束方程和求解变量。

例 3.1 如图 3.1.1 所示电路中，$u_S=0.05\cos t$（V），求各支路的电压和电流。

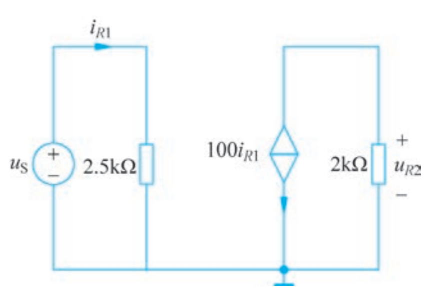


图 3.1.1 例 3.1 电路

解： 电路具有 4 条支路、2 个独立节点、2 个网孔，可列出 4 个 VCR 方程、2 个 KCL 方程和 2 个 KVL 方程。

4 个 VCR 方程：

$$u_S=0.05\cos t$$

$$u_{R1}=2.5i_{R1}$$

$$i_{CCCS}=100i_{R1}$$

$$u_{R2}=2i_{R2}$$

2 个 KCL 方程：

$$i_U + i_{R1} = 0$$
$$i_{\mathrm{CCCS}} + i_{R2} = 0$$

2 个 KVL 方程：

$$u_{R1} - u_S = 0$$
$$u_{R2} - u_{\mathrm{CCCS}} = 0$$

通过上面的方程得到

$$u_{R1} = 0.05\cos t\,(\mathrm{V})$$
$$i_{R1} = \frac{0.05\cos t}{2.5} = 0.02\cos t\,(\mathrm{mA})$$
$$i_U = -0.02\cos t\,(\mathrm{mA})$$
$$i_{\mathrm{CCCS}} = 100 \times 0.02\cos t = 2\cos t\,(\mathrm{mA})$$
$$i_{R2} = -2\cos t\,(\mathrm{mA})$$
$$u_{\mathrm{CCCS}} = u_{R2} = 2 \times (-2\cos t) = -4\cos t\,(\mathrm{V})$$

例 3.2 如图 3.1.2 所示电路中，开关在 $t=0$ 时闭合，已知电容的初始电压 $u_C(0)=1\mathrm{V}$，求 $t \geqslant 0$ 时各支路的电压和电流。

解： 电路闭合后具有 3 条支路、2 个独立节点、1 个网孔，可列出 3 个 VCR 方程、2 个 KCL 方程和 1 个 KVL 方程。

3 个 VCR 方程：

$$U_S = 2\mathrm{V}$$
$$u_R = 200 \times 10^3 i_R$$
$$i_C = 5 \times 10^{-6} \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

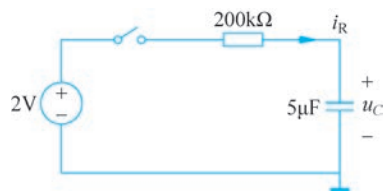


图 3.1.2 例 3.2 电路

2 个 KCL 方程：

$$i_U + i_R = 0$$
$$-i_R + i_C = 0$$

1 个 KVL 方程：

$$u_R + u_C - U_S = 0$$

环路 KVL 方程：

$$200 \times 10^3 \times 5 \times 10^{-6} \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C = 2$$
$$u_C(0) = 1$$

一阶非齐次线性微分方程解由两部分构成，$u_C = u_{Ch} + u_{Cp}$，其中对应一阶齐次线性微分方程的通解 u_{Ch}：

$$u_{Ch} = K e^{st}, \quad t \geqslant 0 \tag{3.1.1}$$

式中：s 为特征方程的特征根；K 为待定常数，特征方程 $s+1=0$，特征根 $s=-1$。

$u_{Ch}=K\mathrm{e}^{st}$，$t\geqslant 0$；对应一阶非齐次线性微分方程的一个特解 u_{Cp}，特解一般形式与激励相同，设 $u_{Cp}=C$，代入一阶非齐次线性微分方程得到 $u_{Cp}=2$，得到

$$u_C=u_{Ch}+u_{Cp}=K\mathrm{e}^{-t}+2,\quad t\geqslant 0 \tag{3.1.2}$$

由初始电压 $u_C(0)=1$，求解待定常数 K，令 $t=0$，有

$$u_C(0)=K+2=1\rightarrow K=-1\rightarrow u_C=2-\mathrm{e}^{-t}(\mathrm{V}),\quad t\geqslant 0 \tag{3.1.3}$$

求出电容两端电压后，可以解得

电阻两端电压为

$$u_R=U_S-u_C=\mathrm{e}^{-t}(\mathrm{V}),\quad t\geqslant 0 \tag{3.1.4}$$

各部分流过的电流为

$$i_C=5\times10^{-6}\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}=5\times10^{-6}\mathrm{e}^{-t}(\mathrm{A})=5\mathrm{e}^{-t}(\mu\mathrm{A}),\quad t\geqslant 0 \tag{3.1.5}$$

$$i_R=i_C=5\mathrm{e}^{-t}(\mu\mathrm{A}),\quad t\geqslant 0 \tag{3.1.6}$$

$$i_U=-i_R=-5\mathrm{e}^{-t}(\mu\mathrm{A}),\quad t\geqslant 0 \tag{3.1.7}$$

3.2 一阶电路的三要素法

3.2.1 一阶 RC 电路

图 3.2.1(a)是一个简单的电源-电阻-电容电路，对顶部节点列写 KCL 方程：

$$i(t)=\frac{u_C}{R}+C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \tag{3.2.1}$$

式(3.2.1)可重写为

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+\frac{u_C}{RC}=\frac{i(t)}{C} \tag{3.2.2}$$

要求出 $u_C(t)$，必须求解一个非齐次线性一阶常微分方程。利用求齐次解和特解的方法来求解这个方程。令 $u_{Ch}(t)$是与非齐次方程(3.2.2)相关的齐次方程

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+\frac{u_C}{RC}=0 \tag{3.2.3}$$

的任意解，令原来非齐次方程中的驱动函数(这里是 $i(t)$)为 0，就可以得到相应的齐次方程。再令 $u_{Cp}(t)$为式(3.2.2)的任意解，最后将两个解相加得到

$$u_C(t)=u_{Ch}(t)+u_{Cp}(t) \tag{3.2.4}$$

就是式(3.2.2)的一般解或全解。$u_{Ch}(t)$称为齐次解，$u_{Cp}(t)$称为特解。就电路响应而言，齐次解也可称为电路的自由响应，因为它仅取决于电路的内部储能性质，与外部输入无关。特解也可称为强制响应或强制解，因为它是由电路的外部输入决定的。

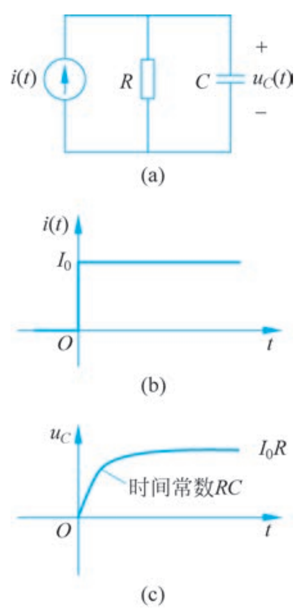


图 3.2.1 电容充电的暂态过程

为了使问题更明确，假定电流源是一个阶跃函数，

$$i(t)=I_0,\quad t>0 \tag{3.2.5}$$

如图3.2.1(b)所示。进一步假定在阶跃电流加上之前，电容电压为0。从数学角度看，这就是初始条件。

$$u_C=0,\quad t<0 \tag{3.2.6}$$

求解齐次解和特解的方法分三步进行：

第一步求解齐次解 $u_{Ch}(t)$，齐次方程为

$$\frac{\mathrm{d}u_{Ch}}{\mathrm{d}t}+\frac{u_{Ch}}{RC}=0 \tag{3.2.7}$$

假定解的形式为

$$u_{Ch}=A\mathrm{e}^{st} \tag{3.2.8}$$

将式(3.2.8)代入式(3.2.7)，得到

$$As\mathrm{e}^{st}+\frac{A\mathrm{e}^{st}}{RC}=0 \tag{3.2.9}$$

从这个方程无法确定 A 的值，但舍弃 $A=0$ 这一特殊情况，得到

$$s\mathrm{e}^{st}+\frac{\mathrm{e}^{st}}{RC}=0 \tag{3.2.10}$$

对于有限的 s 和 t，e^{st} 永远不会为0，因此这一因式可以被消去，从而有

$$s=-\frac{1}{RC} \tag{3.2.11}$$

式(3.2.10)是系统的特征方程，$s=-1/RC$ 是这个特征方程的根。现在知道齐次解具有这样的形式：

$$u_{Ch}=A\mathrm{e}^{-t/RC} \tag{3.2.12}$$

乘积 RC 具有时间的量纲，称为电路的时间常数。

第二步求出一个特解，也就是求满足原微分方程的任意一个解 u_{Cp}。它不必满足初始条件，即要求的是满足方程：

$$I_0=\frac{u_{Cp}}{R}+C\frac{\mathrm{d}u_{Cp}}{\mathrm{d}t} \tag{3.2.13}$$

的任意一个解。

因为 I_0 在 $t>0$ 时是一个常数，因此一个可以接受的特解也是一个常数，即

$$u_{Cp}=K \tag{3.2.14}$$

为了证明这一点，将式(3.2.14)代入式(3.2.13)，有

$$I_0=\frac{K}{R}+0 \tag{3.2.15}$$

$$K=I_0R \tag{3.2.16}$$

因为式(3.2.15)可以求出 K，所以确信关于特解形式，即式(3.2.13)的猜想是正确的。因此特解为

$$u_{Cp}=I_0R \tag{3.2.17}$$

第三步求全解。全解就是齐次解与特解之和

$$u_C = A\mathrm{e}^{-t/RC} + I_0 R \tag{3.2.18}$$

余下的唯一未知常数就是 A，可以利用初始条件来确定它。式(3.2.6)适用于 $t<0$，而式(3.2.18)适用于 $t>0$。因为电容电压的瞬时跳变需要一个无穷大的脉冲电流，因此对于有限的电流，电容电压必须是连续的。该电路不能提供无穷大的电流，因此可以合理地假定 u_C 是连续的，从而令正时间段的解和负时间段的解在 $t=0$ 时刻是相等的。

$$0 = A + I_0 R \tag{3.2.19}$$

因此，有

$$A = -I_0 R \tag{3.2.20}$$

$t>0$ 时的全解为

$$u_C = -I_0 R\mathrm{e}^{-t/RC} + I_0 R \tag{3.2.21}$$

或

$$u_C = I_0 R(1 - \mathrm{e}^{-t/RC}) \tag{3.2.22}$$

画出它的图形如图 3.2.1(c)所示。

此处做一些注释有助于加深理解：①注意到电容电压在 $t=0$ 时从 0 开始经过很长的时间 t 后到达它的终值 I_0R。从 0 到 I_0R 的增长过程有一个时间常数 RC。电容电压的终值 I_0R 表明电流源发出的所有电流都流过电阻，电容看起来就像开路一样。

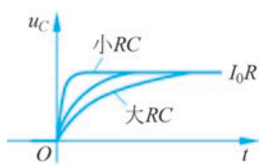


图 3.2.2　时间常数 RC 的意义

② 电容电压的初值为 0，表明在 $t=0$ 时刻电流源发出的所有电流都必须从电容流过，而电阻上没有电流，因此电容在 $t=0$ 时刻看起来就像瞬时短路。

③ 现在可以看出时间常数 RC 的物理意义。如图 3.2.2 所示，它是一个表征暂态性质的因子，决定了过渡过程结束的速度。

电容现在已经充好电了，假定电流源被突然置零，如图 3.2.3(a)所示。为方便起见，图中对时间轴重新定义，使得电流源在 $t=0$ 时刻被关断。现在用来分析 RC 关断或放电暂态过程的电路只含有一个电阻和一个电容，如图 3.2.3(c)所示。实验开始时电容上的电压用初始条件描述为

$$u_C = I_0 R, \quad t < 0 \tag{3.2.23}$$

这种情况下的 RC 放电与含有一个电阻和一个电容，并且电容电压初值 $u_{C(0)} = I_0 R$ 的电路是一样的。

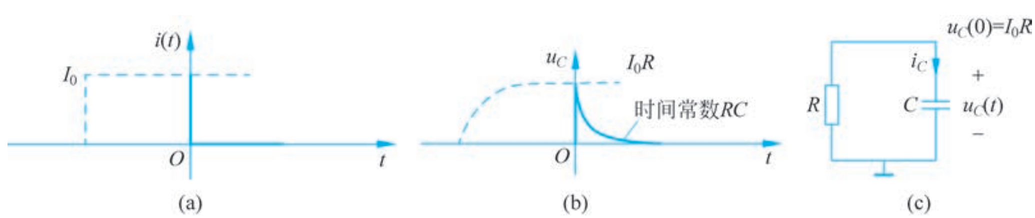


图 3.2.3　电容放电的暂态过程

因为驱动电流为0，所以 $t>0$ 时的微分方程为

$$0=\frac{u_C}{R}+\frac{C\,\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}$$

与前面一样，齐次解为

$$u_{CH}=A\mathrm{e}^{-t/RC} \tag{3.2.24}$$

但是，现在的特解为0，因为没有强制输入，因此式(3.2.24)就是全解。换言之

$$u_C=u_{CH}=A\mathrm{e}^{-t/RC} \tag{3.2.25}$$

令式(3.2.23)和式(3.2.24)在 $t=0$ 时刻相等，得到

$$I_0R=A \tag{3.2.26}$$

因此，当 $t>0$ 时，电容电压的波形为

$$u_C=I_0R\mathrm{e}^{-t/RC} \tag{3.2.27}$$

解的示意图如图3.2.3(b)所示。

一般而言，由一个电阻和一个电容组成的电路，若电容电压初值为 $u_C(0)$，则在 $t>0$ 时电容电压波形为

$$u_C=u_C(0)\mathrm{e}^{-t/RC} \tag{3.2.28}$$

3.2.2 指数的性质

因为在简单的 RC 和 RL 的暂态问题的解中衰减指数会经常出现，因此在这里对这些函数的某些性质加以讨论会有助于画出它们的图形。

指数函数的一般形式为

$$x=A\mathrm{e}^{-t/\tau} \tag{3.2.29}$$

指数的起始斜率为

$$\left.\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right|_{t=0}=\frac{-A}{\tau} \tag{3.2.30}$$

因此，以曲线的起始斜率向时间轴作直线，与时间轴相交于 $t=\tau$，与 A 的值无关，如图3.2.4(a)所示。

此外，注意到当 $t=\tau$ 时，式(3.2.29)中函数变为

$$x(t=\tau)=\frac{A}{\mathrm{e}} \tag{3.2.31}$$

换言之，函数达到它初始值的 $1/\mathrm{e}$，而与 A 的值无关。图3.2.4(b)中在指数曲线上描述出了这一点。

因为 $\mathrm{e}^{-5}=0.0067$，一般假定在 t 大于5个时间常数时，即

$$t>5\tau \tag{3.2.32}$$

函数基本上已经为0，也就是说假定暂态过程已经结束。

在后面将会看到时间常数 τ 的这些性质对于大致估计指数增长或衰减的持续时间是非常有用的。

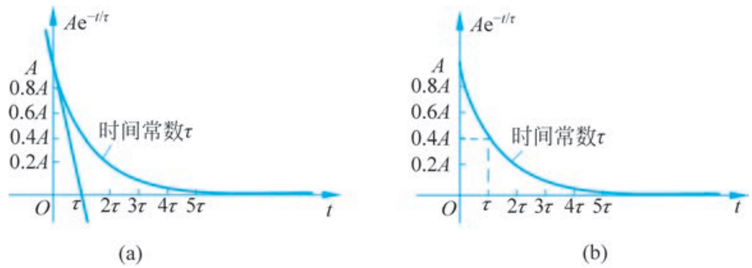


图 3.2.4　指数的性质

3.3　叠加定理及其应用

3.3.1　叠加定理

电路中 m 个独立电压源和 n 个独立电流源共同作用所产生的任一支路电压或电流，等于每个独立电源单独作用所产生的相应支路电压或电流分量的代数和，其中所有支路电压或电流分量取相同参考方向。

$$y=\sum_{i=1}^{m+n} y_i=\sum_{i=1}^{m+n} K_i x_i \tag{3.3.1}$$

$$y_i=y\Big|_{\bigcap\limits_{j\neq i} x_j=0}=K_i x_i \quad (i,j=1,2,\cdots,m+n) \tag{3.3.2}$$

$$\begin{aligned} &y=u \text{ 或 } i \\ &x_i=u_{\mathrm{S}i} \text{ 或 } i_{\mathrm{S}i} \end{aligned} \tag{3.3.3}$$

某个独立电源单独作用时，相当于电路中其他独立电源置零，即独立电压源短路，独立电流源开路，受控电源既不属于单独作用范畴也不属于置零范畴。

3.3.2　叠加定理的应用

要求电路中若干独立电源共同作用所产生的任一支路电压或电流，只需要计算各个独立电源单独作用所产生的相应支路电压或电流分量，再叠加各个分量就可以了。

例 3.3　如图 3.3.1 所示电路中，$u_S=0.01\cos t$（V），求电压 u_O。

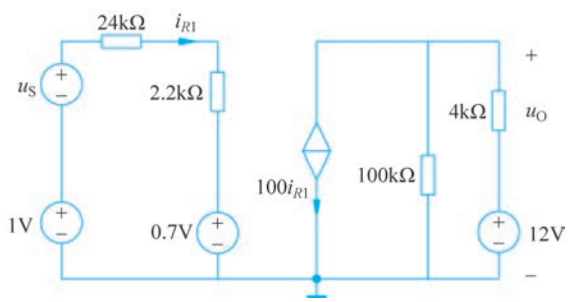


图 3.3.1　例 3.3 电路

解：所有直流电源作用时(图 3.3.2)，有

$$I_{R1}=\frac{1-0.7}{24+2.2}\approx 0.0115(\mathrm{mA})$$

$$U_{O}=\frac{100}{4+100}\times 12-100\times 0.0115\times\frac{4\times 100}{4+100}=11.5-11.5\times 3.85\approx 7.08(\mathrm{V})$$

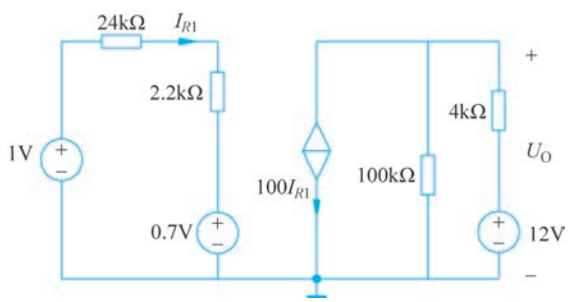


图 3.3.2　例 3.3(a)图解

交流电源单独作用时(图 3.3.3)，有

$$i_{R1}=\frac{0.01\cos t}{24+2.2}\approx 0.0004\cos t(\mathrm{mA})$$

$$u_{O}=-100\times 0.0004\cos t\times\frac{4\times 100}{4+100}=-0.04\cos t\times 3.85\approx -0.15\cos t(\mathrm{V})$$

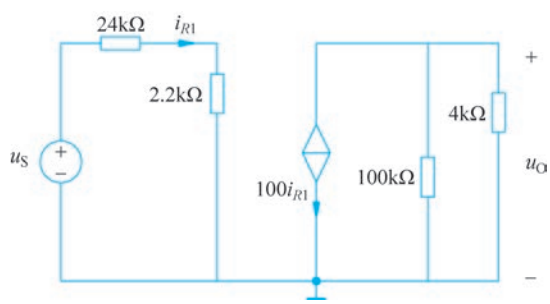


图 3.3.3　例 3.3(b)图解

叠加后的输出电压为

$$u_{O}=U_{O}+u_{O}=7.08-0.15\cos t(\mathrm{V})$$

3.4　网络等效与戴维南定理和诺顿定理的应用

3.4.1　网络等效

单口网络是只具有一个外接端口的电路。只有两个端钮与其他电路相连接的网络称为二端网络。当强调二端网络的端口特性而不关心网络内部的情况时，二端网络称为单口网络，简称单口。有源单口含有独立电源，一般用 N 表示。无源单口不含独立电源，一般用 N_0 表示。

外电路指单口连接的电路其他部分,单口的外特性由端口 VCR 确定。

如果两个单口的端口 VCR 相同,单口网络可以称为对外等效。两个等效的单口对外电路具有相同的作用,但它们的内部结构参数可以完全不同。单口电路如图 3.4.1 所示。

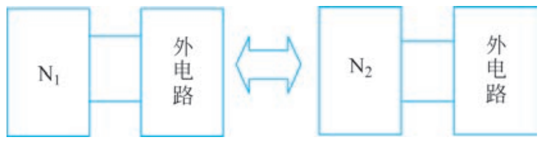


图 3.4.1 单口电路

单口等效电路是可以反映端口 VCR 的最简电路。

例 3.4 如图 3.4.2 所示的两个单口网络是否等效?

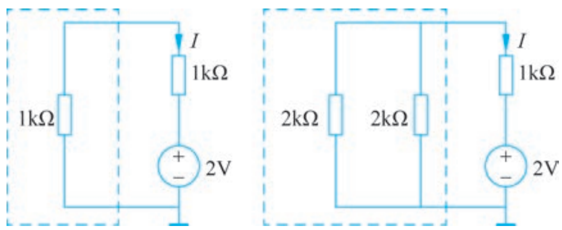


图 3.4.2 例 3.4 电路

解: 两个单口的端口 VCR 都是 $U=I$,等效。

(1) 两个单口对外电路的作用都是 $I=-1\text{mA}$;

(2) 两个单口的内部一个为一个 1kΩ 电阻,另一个为两个 2kΩ 电阻并联。

例 3.5 如图 3.4.3 所示的两个单口网络是否等效?

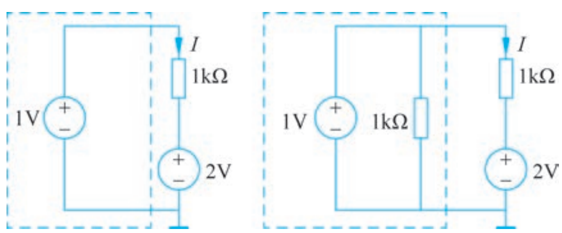


图 3.4.3 例 3.5 电路

解: 两个单口的端口 VCR 都是 $U=1\text{V}$,等效。

(1) 两个单口对外电路的作用都是 $I=-1\text{mA}$;

(2) 两个单口的内部一个为 1V 电压源,另一个为 1V 电压源与 1kΩ 电阻并联。单口等效电路为 1V 电压源。

3.4.2 戴维南定理和诺顿定理

1. 戴维南定理

任一有源电阻单口 N 的端口特性等效为电压源电阻串联,此电路称为戴维南等效电

路，如图 3.4.4 所示。其中，电压源 u_{OC} 是 N 的端口开路电压。电阻 R_o 是 N 内全部独立电源置零所对应无源电阻单口 N_0 的等效电阻，称为戴维南等效电阻。

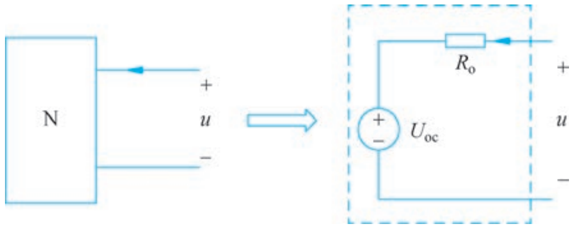


图 3.4.4　戴维南等效电路

戴维南等效电路的端口 VCR 为

$$u=u_{oc}+R_o i \tag{3.4.1}$$

戴维南定理的意义：

(1) 明确了任一有源电阻单口等效为电压源电阻串联；

(2) 提供了化简有源电阻单口的方法。

2. 诺顿定理

任一有源电阻单口 N 的端口特性等效为电流源电阻并联称为诺顿等效电路，如图 3.4.5 所示。其中，电流源 i_{sc} 是 N 的端口短路电流，电阻 R_o 是 N 内全部独立电源置零所对应无源电阻单口 N_0 的等效电阻，称为诺顿等效电阻，也可称为戴维南等效电阻。

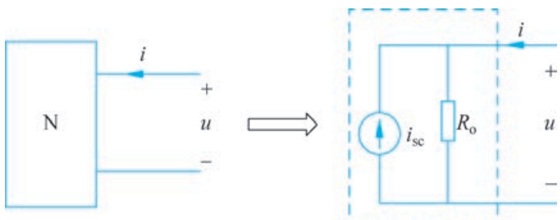


图 3.4.5　诺顿等效电路

诺顿等效电路的端口 VCR 为

$$i=-i_{sc}+u/R_o \tag{3.4.2}$$

诺顿定理的意义：

(1) 明确了任一有源电阻单口等效为电流源电阻并联；

(2) 提供了化简有源电阻单口的方法。

3. 戴维南定理和诺顿定理的等效

1) 戴维南/诺顿等效电路的等效变换

若一个有源电阻单口 N 既能等效为戴维南等效电路又能等效为诺顿等效电路，则端口 VCR 相同。

戴维南等效电路的端口 VCR：$u=u_{oc}+R_o i$

诺顿等效电路的端口 VCR：$i=-i_{sc}+u/R_o$

$$u = u_{oc} + R_o i \xrightarrow{R_o \neq 0} i = -\frac{u_{oc}}{R_o} + \frac{1}{R_o}u = -i_{sc} + \frac{1}{R_o}u \tag{3.4.3}$$

式中：$i_{sc} = \frac{u_{oc}}{R_o}$。

只要戴维南等效电路的电阻不为零(不是电压源支路)，可等效变换为诺顿等效电路。

$$i = -i_{sc} + \frac{1}{R_o}u \xrightarrow{R_o \neq \infty} u = R_o i_{sc} + R_o i = u_{oc} + R_o i \tag{3.4.4}$$

式中：$u_{oc} = R_o i_{sc}$。

只要诺顿等效电路的电阻不为无穷大(不是电流源支路)，可等效变换为戴维南等效电路。

2) 戴维南/诺顿等效电路的等效变换时

(1) R_o 取值相同，但连接方式不同。

(2) u_{oc} 的方向与 i_{sc} 的方向相反。

戴维南/诺顿等效电阻 R_o 的另一种求法：

$$i_{sc} = \frac{u_{oc}}{R_o} \quad 或 \quad u_{oc} = R_o i_{sc} \to R_o = \frac{u_{oc}}{i_{sc}}$$

不必将有源电阻单口 N 内全部独立电源置零得到对应无源电阻单口 N_0 后求等效电阻，而是直接在 N 中分别求 u_{oc}、i_{sc} 后，两者之比即为 R_o。

3.4.3 戴维南定理和诺顿定理的应用

戴维南定理和诺顿定理主要用于求电阻电路中某一条支路或单一动态元件动态电路动态支路的电压或电流，待求支路之外的电阻电路作为有源电阻单口的戴维南等效电路和诺顿等效电路。

(1) 求有源电阻单口的戴维南等效电路和诺顿等效电路的两个步骤。

首先求 N 的端口开路电压 u_{oc} 或端口短路电流 i_{sc}，然后求 N 的戴维南/诺顿等效电阻。

求等效电阻 R_o 有两种方法：一是外接电源法，在 N 所对应 N_0(N 内全部独立电源置零)端口加电流源求端口电压或端口加电压源求端口电流；二是同时求 N 的 u_{oc}、i_{sc} 后，两者之比即为 R_o。

例 3.6 求如图 3.4.6 所示有源电阻单口的戴维南等效电路和诺顿等效电路。

解： 求 N 的端口开路电压 U_{oc} 时($I=0$，图 3.4.7)，有

$$U_{oc} = \frac{18}{12+6} \times 12 - \frac{6 \times 12}{6+12} \times 2 = 12 - 8 = 4(\text{V})$$

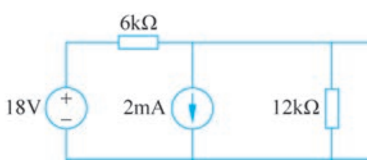


图 3.4.6　例 3.6 电路

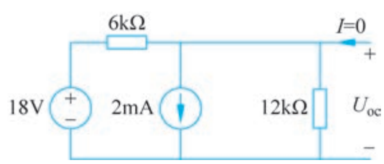


图 3.4.7　例 3.6 图解(1)

求 N 的端口短路电流 I_{sc} 时($U=0$,图 3.4.8),有

$$I_{sc}=\frac{18}{6}-2=3-2=1(\mathrm{mA})$$

求戴维南等效电阻和诺顿等效电阻 R_o 时有两种方法:一是外接电源法(图 3.4.9),N 所对应 N_0(N 内 18V 电压源和 2mA 电流源置零)端口加电流源 I 求端口电压 U。

$$R_o=\frac{U}{I}=\frac{6\times 12}{6+12}=4(\mathrm{k\Omega})$$

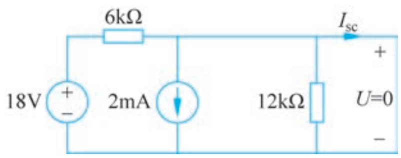


图 3.4.8　例 3.6 图解(2)

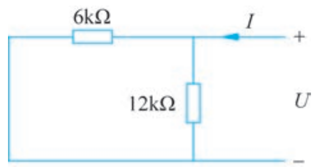


图 3.4.9　例 3.6 图解(3)

二是 N 的 U_{oc}、I_{sc} 两者之比(图 3.4.10):

$$R_o=\frac{U_{oc}}{I_{sc}}=\frac{4}{1}=4(\mathrm{k\Omega})$$

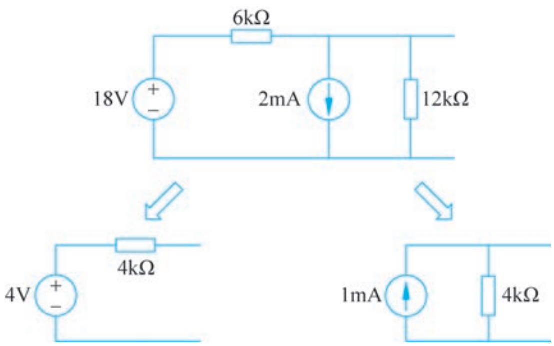


图 3.4.10　例 3.6 图解(4)

例 3.7　如图 3.4.11 所示有源电阻单口中,$u_S=0.05\cos t(\mathrm{V})$,求其戴维南等效电路。

解: 如图 3.4.12 所示,求 N 的端口开路电压 u_{oc} 时,$i=0$。

$$u_{R1}=2\times\frac{5-0.05\cos t}{2+3}=2-0.02\cos t(\mathrm{V})$$

$$u_{oc}=-4\times(2-0.02\cos t-1.5)\times 2=-4+0.16\cos t(\mathrm{V})$$

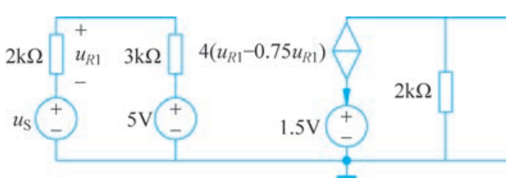


图 3.4.11　例 3.7 电路

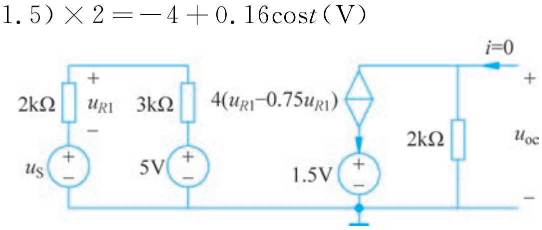


图 3.4.12　例 3.7 图解(1)

用外接电源法求戴维南等效电阻 R_o，如图 3.4.13 所示，将 u_S、5V 和 1.5V 电压源置零，在 N 所对应 N_0 端口加电流 i 求电压 u。

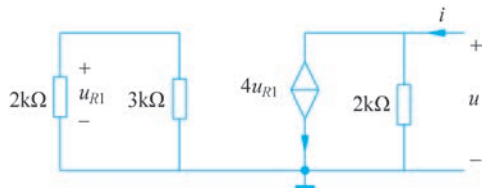


图 3.4.13　例 3.7 图解(2)

$$u_{R1}=u_{R1}+u_{r1}=0$$

$$4\left(u_{R1}-\frac{3}{4}U_{R1}\right)=0$$

$$u=2i$$

$$R_o=\frac{u}{i}=2(\mathrm{k\Omega})$$

例 3.7 最终的戴维南等效电路如图 3.4.14 所示。

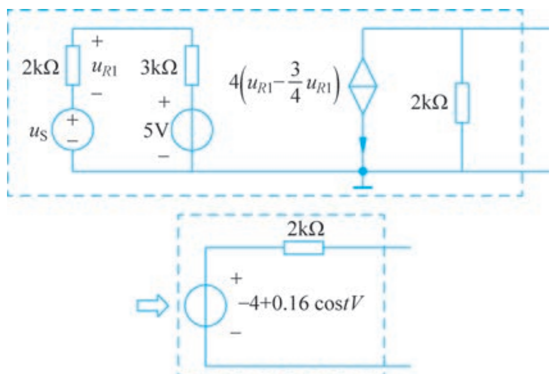


图 3.4.14　例 3.7 最终的戴维南等效电路

(2) 求电阻电路中某一条支路的电压或电流。

将待求支路之外的电阻电路作为有源电阻单口的戴维南等效电路和诺顿等效电路，再求单回路电路或单独立节点电路(电阻分压电路或电阻分流电路)的支路电压或支路电流。转化为单回路电路后，具体有如下两种形式：

① 电阻分压电路：若干电阻和一个电压源构成的单回路电路。两个电阻和一个电压源构成的电阻分压电路，如图 3.4.15 所示。

环路电流：

$$u_S=u_1+u_2=R_1i+R_2i=(R_1+R_2)i$$

$$i=\frac{1}{R_1+R_2}u_S$$

各个电阻分压：

$$u_1=R_1i=\frac{R_1}{R_1+R_2}u_S,\quad u_2=R_2i=\frac{R_2}{R_1+R_2}u_S$$

n 个电阻和一个电压源构成的电阻分压电路：

分压公式

$$u_i = \frac{R_i}{\sum_{j=1}^{n} R_j} u_S, \quad i = 1, 2, \cdots, n \tag{3.4.5}$$

② 电阻分流电路：若干电阻和一个电流源构成的单独立节点电路。两个电阻和一个电流源构成的电阻分流电路，如图 3.4.16 所示。

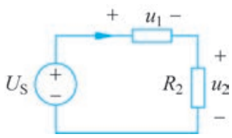


图 3.4.15 电阻分压电路

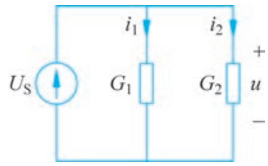


图 3.4.16 电阻分流电路

并联电阻两端电压：

$$i_S = i_1 + i_2 = G_1 u + G_2 u = (G_1 + G_2) u$$

$$u = \frac{1}{G_1 + G_2} i_S$$

各个电阻分得的电流：

$$i_1 = G_1 u = \frac{G_1}{G_1 + G_2} i_S = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i_S$$

$$i_2 = G_2 u = \frac{G_2}{G_1 + G_2} i_S = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i_S$$

n 个电阻和一个电流源构成的电阻分流电路：

分流公式

$$i_i = \frac{G_i}{\sum_{j=1}^{n} G_j} i_S, \quad i = 1, 2, \cdots, n \tag{3.4.6}$$

例 3.8 求如图 3.4.17 所示电桥电路的电流 i，如要求 $i=0$（电桥平衡），桥臂电阻间应满足什么关系？

解： 求 R_L 以外的有源电阻单口 N 的端口开路电压 u_{oc} 时 $i=0$，如图 3.4.18 所示。

$$u_{oc} = u_a - u_b = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} \right) u_S$$

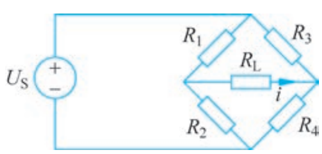


图 3.4.17 例 3.8 电路

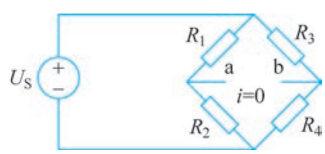


图 3.4.18 例 3.8 图解(1)

求戴维南等效电阻 R_o 时的方法——外接电源法（图 3.4.19），在 N 所对应的 N_0（N 内 u_S 置零）端口加电流源 i，求端口电压 u。

对于此例题，戴维南等效电路中（图 3.4.20）电阻 R_o 为

$$R_o=(R_1 /\!/ R_2)+(R_3 /\!/ R_4)$$

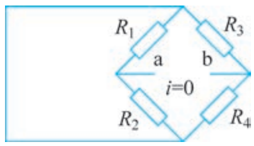


图 3.4.19　例 3.8 图解(2)

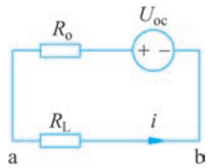


图 3.4.20　例 3.8 图解(3)

求电阻分压电路的 i：

$$i=\frac{u_{oc}}{R_o+R_L}=\frac{\left(\dfrac{R_2}{R_1+R_2}-\dfrac{R_4}{R_3+R_4}\right)u_S}{(R_1 /\!/ R_2)+(R_3 /\!/ R_4)+R_L}$$

当 $i=0$ 时，有

$$\frac{R_2}{R_1+R_2}-\frac{R_4}{R_3+R_4}=0$$

$$\frac{R_2}{R_1+R_2}=\frac{R_4}{R_3+R_4}$$

$$R_2R_3=R_1R_4$$

例 3.9　如图 3.4.21 所示电路中，$u_S=0.05\cos t\,\mathrm{V}$，求电压 u_O。

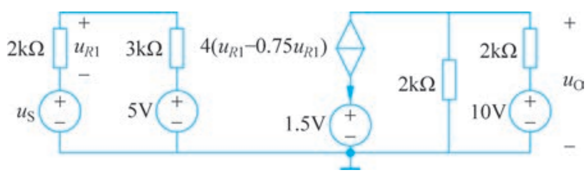


图 3.4.21　例 3.9 电路

解：求 2kΩ 电阻、10V 电压源串联以外有源电阻单口 N 的戴维南等效电路，如图 3.4.22 所示。

求 2kΩ 电阻、10V 电压源串联的电压 u_O，如图 3.4.23 所示。

$$u_O=\frac{2}{2+2}\times(-14+0.16\cos t)+10=3+0.08\cos t\,(\mathrm{V})$$

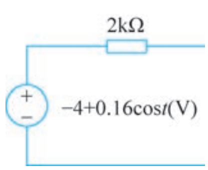


图 3.4.22　例 3.9 图解(1)

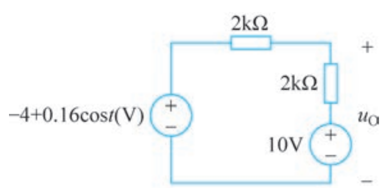


图 3.4.23　例 3.9 图解(2)

(3) 求单一动态元件动态电路动态支路的电压或电流，将待求动态支路之外的电阻电路作为有源电阻单口的戴维南等效电路和诺顿等效电路，再列单回路电路或单独立节点电路的微分方程求动态支路电压或电流。

例 3.10 如图 3.4.24 所示电路中，电容在 $t=0$ 时接入，且 $u(0)=0$，求 $t\geqslant 0$ 时电容的电压 u。

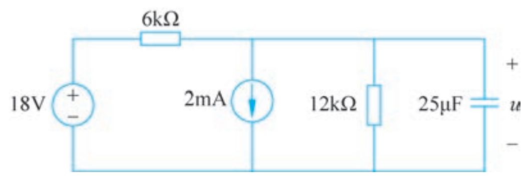


图 3.4.24 例 3.10 电路

解： 求 25μF 电容以外有源电阻单口 N 的诺顿等效电路，如图 3.4.25 所示。

求单独立节点电路的 u，如图 3.4.26 所示。

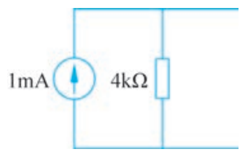


图 3.4.25 例 3.10 图解诺顿等效电路

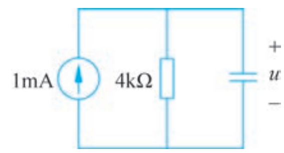


图 3.4.26 例 3.10 图解单独立节点电路

根据节点 KCL 得出以下方程：

$$25\times10^{-6}\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{4\times10^{3}}u=1\times10^{-3},\quad t\geqslant 0$$

$$u(0)=0$$

$$u=K\mathrm{e}^{-10t}+4(\mathrm{V}),\quad t\geqslant 0$$

$$u(0)=0$$

$$u=4(1-\mathrm{e}^{-10t})(\mathrm{V}),\quad t\geqslant 0$$

3.5 节点分析法

3.5.1 节点电压

示例电路如图 3.5.1 所示。

图 3.5.1 中支路数 $b=5$，支路电压为 u_1、u_2、u_3、$u_{i_{S1}}$、$u_{i_{S2}}$。独立节点数 $n-1=2$，小于支路数 $b=5$。

任意选取一个节点作为零电位点，即参考节点；选定参考节点后，其余独立节点对于参考节点的电压为节点电压，分别为 u_a、u_b。

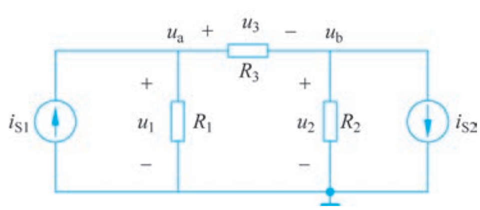


图 3.5.1 节点电压示意电路

以节点电压为变量的 KVL 方程如下：

$-u_a+(u_a-u_b)+u_b=0$——KVL 对节点电压不构成线性约束：

$$u_a+u_{i_{S1}}=0$$

$$-u_b+u_{i_{S2}}=0$$

结合 VCR 以节点电压为变量的 KCL 方程如下：

$$G_1u_a+G_3(u_a-u_b)-i_{S1}=(G_1+G_3)u_a-G_3u_b-i_{S1}=0$$

$$G_2u_b-G_3(u_a-u_b)+i_{S2}=-G_2u_a+(G_2+G_3)u_b+i_{S2}=0$$

支路电压与节点电压的关系如下：

$$u_1=u_a$$

$$u_2=u_b$$

$$u_3=u_a-u_b$$

$$u_{iS1}=-u_a$$

$$u_{iS2}=u_b$$

节点电压具有以下特性：

(1) 独立性：KVL 对节点电压不构成线性约束。

(2) 可解性：$n-1$ 个节点电压，$n-1$ 个结合 VCR 以节点电压为变量的 KCL 方程。

(3) 完备性：所有支路电压都是节点电压的线性组合。

由以上分析可以看出，节点分析法以节点电压为变量，列写 $n-1$ 个结合 VCR 的 KCL 方程，求解 $n-1$ 个节点电压，求解之后便可求出 b 个支路的电压和电流。

3.5.2 节点方程的列写

示例电路如图 3.5.2 所示。

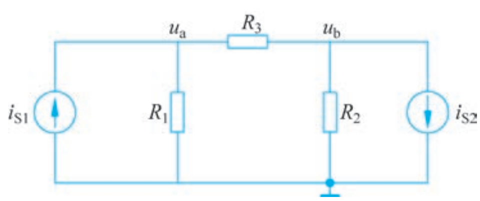


图 3.5.2 节点方程示意电路

结合 VCR 以节点电压为变量列出 KCL 方程如下：

$$G_1u_a+G_3(u_a-u_b)-i_{S1}=(G_1+G_3)u_a-G_3u_b-i_{S1}=0$$

$$G_2u_b-G_3(u_a-u_b)+i_{S2}=-G_2u_a+(G_2+G_3)u_b+i_{S2}=0$$

$$(G_1+G_3)u_a-G_3u_b=i_{S1}$$

$$-G_2u_a+(G_2+G_3)u_b=-i_{S2}$$

节点 a、b 的自电导 G_{aa}、G_{bb} 是连接节点 a、b 的各支路电导之和，即 $G_{aa}=G_1+G_3$，$G_{bb}=G_2+G_3$，有

$$(G_1+G_3)u_a-G_3u_b=i_{S1}$$

$$-G_2u_a+(G_2+G_3)u_b=-i_{S2}$$

节点间的互电导 $G_{ab}=G_{ba}$，是同时连接节点 a、b 的各支路电导之和，$G_{ab}=G_{ba}=G_3$；流入节点 a、b 的电流源之和 i_{Saa}、i_{Sbb}，$i_{Saa}=i_{S1}$，$i_{Sbb}=-i_{S2}$。

(1) 不含电压源和受控电源电阻电路的节点方程列写。对于 b 条支路、n 个节点的电路，有 $n-1$ 个节点方程：

$$\sum_{j=1}^{n-1} \pm G_{ij} u_j = i_{Sii}, \quad i = 1, 2, \cdots, n-1 \tag{3.5.1}$$

当 $j=i$ 时，G_{ij} 为节点 i 的自电导；当 $j \neq i$ 时，G_{ij} 为节点 i、j 间的互电导；i_{Sii} 为流入节点 i 的电流源之和。电导前的正、负取决于是自电导还是互电导，自电导前取正，互电导前取负。

例 3.11　求如图 3.5.3 所示电路中电流源的功率。

解： 设参考节点和节点电压 U_1、U_2、U_3 如图 3.5.4 所示。

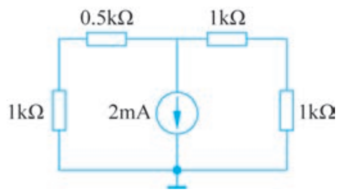


图 3.5.3　例 3.11 电路

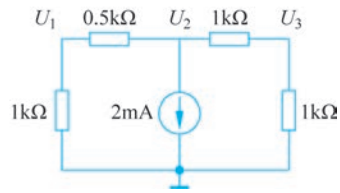


图 3.5.4　例 3.11 图解

根据节点电压列出节点 KCL 方程，得到下列方程组：

$$\begin{cases}(1+2)U_1 - 2U_2 = 3U_1 - 2U_2 = 0 \\ -2U_1 + (2+1)U_2 - U_3 = -2U_1 + 3U_2 - U_3 = -2 \\ -U_2 + (1+1)U_3 = -U_2 + 2U_3 = 0\end{cases}$$

通过方程组解得

$$\begin{cases}U_1 = -\dfrac{8}{7}\mathrm{V} \\ U_2 = -\dfrac{12}{7}\mathrm{V} \\ U_3 = -\dfrac{6}{7}\mathrm{V} \\ P = 2U_2 = 2(-12/7) = -\dfrac{24}{7}(\mathrm{mW})\end{cases}$$

(2) 含电压源、不含受控电源电阻电路的节点方程列写。

电压源只与一个节点关联时，电压源确定该节点电压，不必列写该节点的节点方程；电压源同时与两个节点关联时，电压源给出该两个节点电压的约束关系(补充方程)，列写该节点的节点方程时设待求电流流过电压源，将电压源看成待求电流的电流源；其余与不含电压源和受控电源电阻电路的节点方程列写相同。

例 3.12　求如图 3.5.5 所示电路的电流 I。

解： 设参考节点和节点电压 U_1、U_2、U_3 如图 3.5.6 所示。

节点 1 电压确定：$U_1 = 10\mathrm{V}$。

节点 2 和节点 3 的节点方程：

$$-\frac{1}{20}U_1 + \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{10}\right)U_2 - \frac{1}{10}U_3 = -\frac{1}{20} \times 10 + \frac{11}{60}U_2 - \frac{1}{10}U_3 = 0$$

$$-\frac{1}{10}U_2 + \frac{1}{10}U_3 = 2$$

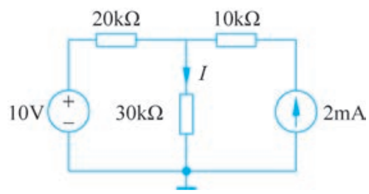


图 3.5.5　例 3.12 电路

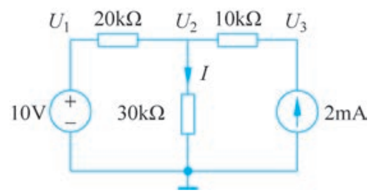


图 3.5.6　例 3.12 图解

解得

$$11U_2 - 6U_3 = 30$$

$$-U_2 + U_3 = 20$$

$$U_2 = 30\text{V}$$

$$U_3 = 50\text{V}$$

$$I = U_2/30 = 30/30 = 1(\text{mA})$$

例 3.13　求如图 3.5.7 所示电路中的电压 U。

解：设参考节点和节点电压 U_1、U_2，待求电压源电流 I 如图 3.5.8 所示。

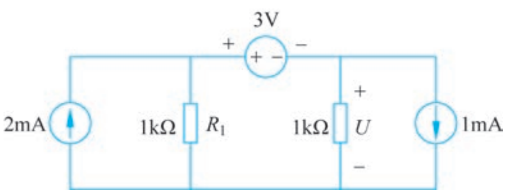


图 3.5.7　例 3.13 电路

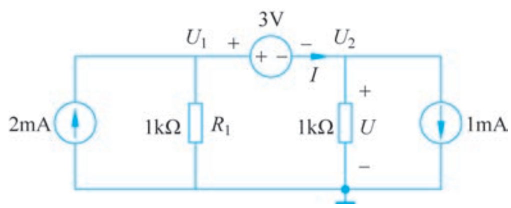


图 3.5.8　例 3.13 图解(1)

节点 1 电压与节点 2 电压的约束关系(补充方程)：$U_1 - U_2 = 3\text{V}$。

节点 1 和节点 2 的节点方程：

$$U_1 = 2 - \frac{I}{1}$$

$$U_2 = \frac{I}{1} - 1$$

$$U_1 + U_2 = 1\text{V}$$

$$U_1 - U_2 = 3\text{V}$$

$$U_1 = 2\text{V}$$

$$U_2 = -1\text{V}$$

$$I = 0$$

$$U = U_2 = -1\text{V}$$

例 3.13 的另解：

设参考节点和节点电压 U_1、U_2 如图 3.5.9 所示。

节点 1 电压确定：$U_1 = 3\text{V}$。

节点 2 的节点方程：

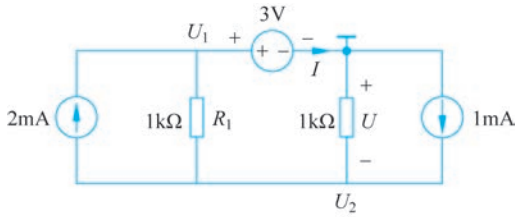


图 3.5.9　例 3.13 图解(2)

$$-U_1+(1+1)U_2=-U_1+2U_2=-3+2U_2=1-2=-1(\text{V})$$

$$U_2=1\text{V}$$

$$U=-U_2=-1\text{V}$$

(3) 含受控电源电阻电路的节点方程列写,将受控电源的控制量转换为节点电压,受控电源看成独立电源列写方程,再移项整理;其余与不含受控电源电阻电路的节点方程列写相同。

例 3.14　求如图 3.5.10 所示电路的电流 I。

设参考节点和节点电压 U_1、U_2、U_3 如图 3.5.11 所示。

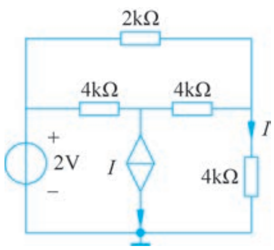


图 3.5.10　例 3.14 电路

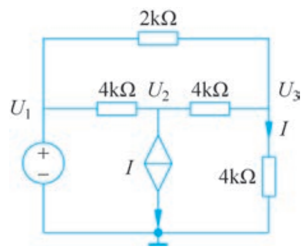


图 3.5.11　例 3.14 图解

节点 1 电压确定:$U_1=2\text{V}$。

受控电源的控制量转换为 $U_3/4$。

节点 2 和节点 3 的节点方程:

$$-\frac{1}{4}U_1+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)U_2-\frac{1}{4}U_3=-\frac{1}{4}\times 2+\frac{1}{2}U_2-\frac{1}{4}U_3=-I=-\frac{U_3}{4}$$

$$-\frac{1}{2}U_1-\frac{1}{4}U_2+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)U_3=-\frac{1}{2}\times 2-\frac{1}{4}U_2+U_3=0$$

解得

$$U_2=1\text{V}$$

$$-U_2+4U_3=4(\text{V})$$

$$U_1=2\text{V}$$

$$U_2=1\text{V}$$

$$U_3=1.25\text{V}$$

$$I=U_3/4=1.25/4=0.3125(\text{mA})$$

*3.5.3 阶跃输入的 RC 串联电路

阶跃输入的 RC 串联电路如图 3.5.12 所示。

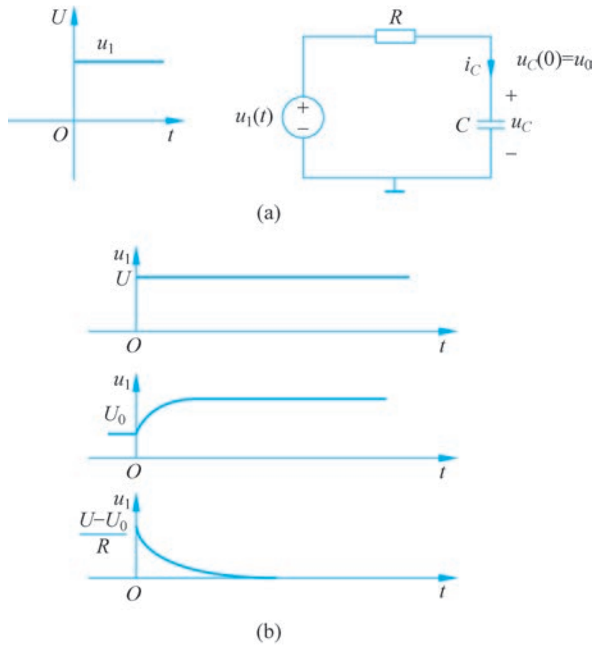


图 3.5.12 阶跃输入的 RC 串联电路

假设函数波形 u_S 是一个幅值为 U 的阶跃电压，在 $t=0$ 时加到电路上。但这一次假设电容在阶跃之前为 U_0，即电路的初始条件为

$$u_C=U_0 \tag{3.5.2}$$

利用节点法可以得出微分方程。对电压为 u_C 的节点应用 KCL 得到

$$\frac{u_C-u_1}{R}+C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}=0 \tag{3.5.3}$$

方程两边除以 C，并整理得到

$$\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}+\frac{u_C}{RC}=\frac{u_1}{RC} \tag{3.5.4}$$

齐次方程为

$$\frac{\mathrm{d}u_{Ch}}{\mathrm{d}t}+\frac{u_{Ch}}{RC}=0 \tag{3.5.5}$$

正如所期望的那样，该式和表示诺顿等效电路的式(3.2.7)是一样的，因为诺顿等效电路和戴维南等效电路是等效的。借用式(3.2.7)的齐次解，有

$$u_{Ch}=A\mathrm{e}^{-t/RC} \tag{3.5.6}$$

式中：RC 为电路的时间常数。

现在来求特解。因为输入是一个幅值为 U 的阶跃信号，特解方程满足：

$$\frac{\mathrm{d}u_{C\mathrm{p}}}{\mathrm{d}t}+\frac{u_{C\mathrm{p}}}{RC}=\frac{U}{RC} \tag{3.5.7}$$

因为电源是一个阶跃函数，在 t 很大时是一个常数，假定特解的形式为

$$u_{C\mathrm{p}}=K \tag{3.5.8}$$

式(3.5.8)代入式(3.5.7)，得到

$$\frac{K}{RC}=\frac{U}{RC} \tag{3.5.9}$$

这就说明，$K=U$。因此特解为

$$u_{C\mathrm{p}}=U \tag{3.5.10}$$

将 $u_{C\mathrm{h}}$ 和 $u_{C\mathrm{p}}$ 相加，得到全解为

$$u_C=U+A\mathrm{e}^{-t/RC} \tag{3.5.11}$$

现在可以利用初始条件来确定 A。因为电容电压在 $t=0$ 时刻必须是连续的，得到

$$u_C(t=0)=U_0 \tag{3.5.12}$$

因此，在 $t=0$ 时，由式(3.5.11)可以得出

$$A=U_0-U \tag{3.5.13}$$

$t>0$ 时电容电压全解为

$$u_C=U+(U_0-U)\mathrm{e}^{-t/RC} \tag{3.5.14}$$

式中：U 为 $t>0$ 时输入驱动电压；U_0 为电容上的初始电压。

接下来做一个快速正确性检查：将 $t=0$ 代入，得到 $u_C(0)=U_0$；将 $t=\infty$ 代入，得到 $u_C(\infty)=U$。两个边界条件都是期望的，电容电压的初值都是 U_0，而经过很长一段时间后，电源电压必然全部加到电容两端。

对式(3.5.14)中各项进行重新整理，可以得到下面的等效形式：

$$u_C=U_0\mathrm{e}^{-t/RC}+U(1-\mathrm{e}^{-t/RC}) \tag{3.5.15}$$

流过电容的电流为

$$i_C=C\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}=\frac{U-U_0}{R}\mathrm{e}^{-t/RC} \tag{3.5.16}$$

i_C 的表达式也符合期望，因为当 t 很大时，i_C 肯定为零；而在 $t=0$ 时电容就像是一个电压为 U_0 的电压源，因此 $t=0$ 时的电流必然为 $(U-U_0)/R$。

这些波形如图 3.5.12(b)所示。

如果期望求电阻电压 u_R，可以应用 KVL 很容易地得到：

$$u_R=u_1-u_C \tag{3.5.17}$$

其中，取电阻的输入端作为 u_R 的正参考方向。

或者取电流和电阻的乘积也可以得到电阻电压为

$$u_R=i_CR \tag{3.5.18}$$

式(3.5.14)是在假定初始条件(U_0)和输入(阶跃 U)都不为零的情况下得到的。

将 $U_0=0$ 代入式(3.5.14)得到

$$u_C=U_0\mathrm{e}^{-t/RC} \tag{3.5.19}$$

将 U_0 代入式(3.5.14)得到

$$u_C = U - U e^{-t/RC} \tag{3.5.20}$$

全响应就是两者之和，将式(3.5.19)和式(3.5.20)的右边相加，并与式(3.5.14)的右边相比较，即可证明这一点。

*3.5.4 方波输入的串联 RC 信号

研究图 3.2.3(a)和图 3.2.3(b)中的波形表明，电容的存在改变了输入方波的形状。当一个方波脉冲加入到 RC 电路上时，会得到不是方波的脉冲，它缓慢上升又缓慢下降。电容使得电路可以做一定的波形整形。这个概念可以通过方波驱动的实验来进一步建立。

在该实验中，用图 3.5.13 所示的戴维南等效电路。电源可以是一个标准的实验室方波发生器。输入方波在图 3.5.13 中用 1 加以标注。根据驱动方波的周期和网络的时间常数 RC 的关系，可以得到几种截然不同的 $u_C(t)$ 的波形。这些波形都是在前面得到的解的各种变化。

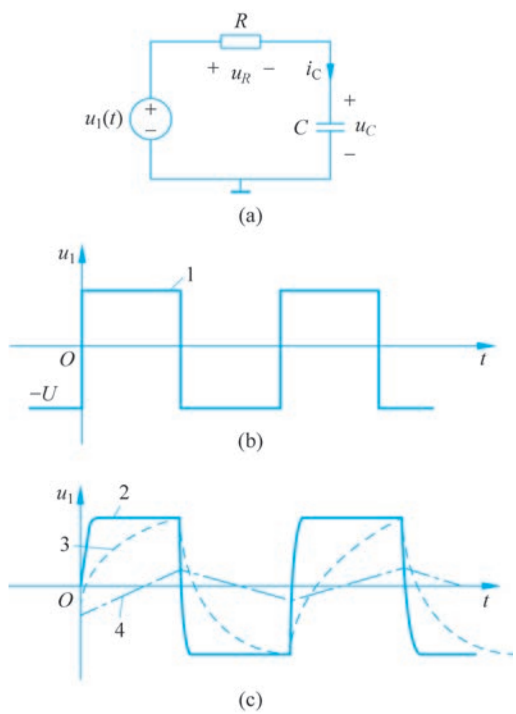


图 3.5.13 对方波的响应

当电路时间常数与方波周期相比非常短时，指数函数衰减的速度相对要快一点，如图 3.5.13 中波形 2 所示。电容波形除了在拐角处有一些小小的圆角外，与输入波形非常相似。

若时间常数占脉冲长度的相当大部分，则解的波形如图 3.5.13 中波形 3 所示。注意图形表明暂态过程仍然是几乎快要结束了，因此要适用这个解，RC 的乘积有一个上限。与上面指出的一样，假定简单的暂态过程在时间大于 5 倍时间常数后就结束了，RC 的乘积必须小于脉冲长度的 1/5，或方波周期的 1/10，才能适用这个解。

当电路的时间常数远大于方波周期时，得到的波形如图 3.5.13 中波形 4 所示。这种情况下，暂态过程显然没有结束。实际上，只看到指数函数的第一部分。波形看起来像一个三角波，即输入波形的积分。这一点可以从描述电路的微分方程中看出。应用 KVL 可得

$$u_1 = i_C R + u_C \tag{3.5.21}$$

利用电容的电压-电流关系得到微分方程：

$$u_1 = RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C \tag{3.5.22}$$

显然，根据式(3.5.22)或图 3.5.13，当电路的时间常数变大时，电容电压 u_C 必然变小。对于波形 4，时间常数 RC 足够大，$u_C \ll u_1$，因此这种情况下，式(3.5.21)可近似写为

$$u_1 \approx i_C R \tag{3.5.23}$$

从物理意义上讲，电流现在仅取决于驱动电压和电阻，因为电容电压几乎为 0。假定 u_C 可以忽略，对于式(3.5.22)两边积分，得到

$$u_C \approx \frac{1}{RC}\int u_1 \mathrm{d}t + K \tag{3.5.24}$$

式中：积分常数 $K=0$。因此 RC 很大时，电容的电压就近似是输入电压的积分。这是一条非常有用的信号处理性质。

非常容易求得图 3.5.13(a)所示电路中电阻的电压(因为可以由电容的电压求出电流)：

$$u_R = i_C R = RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \tag{3.5.25}$$

以充电时间段为例，假定暂态过程已经结束，由式(3.2.22)得

$$u_C = U(1-\mathrm{e}^{-t/RC}) \tag{3.5.26}$$

因此

$$u_R = U\mathrm{e}^{-t/RC} \tag{3.5.27}$$

若输入信号 u_1 的平均值为 0，即如果 u_1 在 $-U/2 \sim +U/2$ 之间变化，则图 3.5.8 中的波形几乎不发生变化。更明确地说，u_C 的平均值也是 0。若暂态过程结束，如图 3.5.14 中的波形 2、3 所示，则偏移量将为 $-U/2$ 和 $+U/2$。

3.6 正弦稳态电路的相量模型

3.6.1 正弦信号激励下的动态电路

例 3.15 如图 3.6.1 所示电路中 $i_S = 5\cos(10t+45°)$(mA)，开关在 $t=0$ 时闭合，已知 $u_C(0)=0$，求 t 足够大时的 u_C、u_R、u_S、i_C 和 i_R。

解：根据节点的 KCL 可得

$$0.3\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + 4u_C = 5\cos(10t+45°), \quad t \geqslant 0$$

$$u_C(0) = 0$$

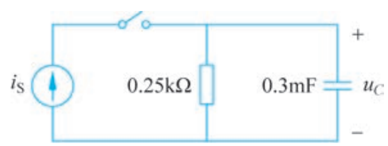


图 3.6.1 正弦激励动态电路

求解微分方程可得

$$u_C=u_{Ch}+u_{Cp}=K\mathrm{e}^{-\frac{40t}{3}}+u_{Cp}(\mathrm{V}),\quad t\geqslant 0$$

$$u_C(0)=0$$

设 $u_{Cp}=U_{Cm}\cos(10t+\varphi_u)\rightarrow$

$$-10\times 0.3U_{Cm}\sin(10t+\varphi_u)+4U_{Cm}\cos(10t+\varphi_u)=5\cos(10t+45^\circ)$$

$$-\frac{3}{\sqrt{3^2+4^2}}U_{Cm}\sin(10t+\varphi_u)+\frac{4}{\sqrt{3^2+4^2}}U_{Cm}\cos(10t+\varphi_u)=\frac{5}{\sqrt{3^2+4^2}}\cos(10t+45^\circ)$$

由于 $\varphi=\arctan\frac{3}{4}=36.9^\circ$，因此可得

$$-U_{Cm}\sin(10t+\varphi_u)\sin 36.9^\circ+U_{Cm}\cos(10t+\varphi_u)\cos 36.9^\circ$$

$$=U_{Cm}\cos(10t+\varphi_u+36.9^\circ)=\cos(10t+45^\circ)$$

$$U_{Cm}=1,\varphi_u=45^\circ-36.9^\circ=8.1^\circ$$

则

$$u_{Cp}=\cos(10t+8.1^\circ)$$

$$u_C=K\mathrm{e}^{-\frac{40t}{3}}+\cos(10t+8.1^\circ)(\mathrm{V}),\quad t\geqslant 0,\quad u_C(0)=0$$

$$u_C=\cos(10t+8.1^\circ)-0.99\mathrm{e}^{-\frac{40t}{3}}(\mathrm{V}),\quad t\geqslant 0$$

t 足够大时，有

$$u_C=\cos(10t+8.1^\circ)(\mathrm{V})$$

$$u_R=u_S=\cos(10t+8.1^\circ)(\mathrm{V})$$

$$i_C=0.3\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\cos(10t+8.1^\circ)=-3\sin(10t+8.1^\circ)=3\cos(10t+98.1^\circ)(\mathrm{mA})$$

$$i_R=\frac{\cos(10t+8.1^\circ)}{0.25}=4\cos(10t+8.1^\circ)(\mathrm{mA})$$

3.6.2 正弦稳态电路

正弦稳态电路是正弦信号激励下处于稳态响应（t 足够大时的响应）的动态电路。正弦稳态电路中所有支路电压、电流都是与信号同频率的正弦量。

3.6.3 正弦量的相量表示

1. 正弦量的（振幅）相量，欧拉公式

$$\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t+\varphi)}=\cos(\omega t+\varphi)+\mathrm{j}\sin(\omega t+\varphi)\tag{3.6.1}$$

$$\cos(\omega t+\varphi)=\mathrm{Re}[\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t+\varphi)}]\quad \sin(\omega t+\varphi)=\mathrm{Im}[\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t+\varphi)}]\tag{3.6.2}$$

$$\begin{aligned}u&=U_\mathrm{m}\cos(\omega t+\varphi_u)=\mathrm{Re}[U_\mathrm{m}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t+\varphi_u)}]=\mathrm{Re}[\dot{U}_\mathrm{m}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}]\\ i&=I_\mathrm{m}\cos(\omega t+\varphi_i)=\mathrm{Re}[I_\mathrm{m}\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t+\varphi_i)}]=\mathrm{Re}[\dot{I}_\mathrm{m}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}]\end{aligned}\tag{3.6.3}$$

相量图如图 3.6.2 所示。

电压相量为

$$\dot{U}_m = U_m e^{j\varphi_u} = U_m \angle \varphi_u$$

电流相量为

$$\dot{I}_m = I_m e^{j\varphi_i} = I_m \angle \varphi_i$$

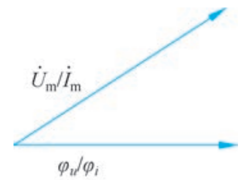


图 3.6.2　相量图

2. 正弦量的有效值和有效值相量

比较通过同一电阻的正弦电流在一个周期所消耗的能量与直流电流在同一时期所消耗的能量。正弦量的有效值为均方根值，从所消耗的能量角度而言两个电流相当，即 $W_i = W_I$。

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)\mathrm{d}t} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_m^2 \cos(\omega t+\varphi_i)^2 \mathrm{d}t} \\ &= \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_m^2 \frac{1}{2}[1+\cos(2\omega t+2\varphi_i)]\mathrm{d}t} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} I_m = 0.707 I_m \end{aligned} \tag{3.6.4}$$

正弦量的有效值相量：

$$\begin{cases} u = U_m\cos(\omega t+\varphi_u) = \sqrt{2}U\cos(\omega t+\varphi_u) = \mathrm{Re}[\sqrt{2}U e^{j(\omega t+\varphi_u)}] = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}[\dot{U}e^{j\omega t}] \\ i = I_m\cos(\omega t+\varphi_i) = \sqrt{2}I\cos(\omega t+\varphi_i) = \mathrm{Re}[\sqrt{2}I e^{j(\omega t+\varphi_i)}] = \sqrt{2}\,\mathrm{Re}[\dot{I}e^{j\omega t}] \end{cases} \tag{3.6.5}$$

电压的有效值相量为

$$\dot{U} = U e^{j\varphi_u} = U\angle\varphi_u$$

电流的有效值相量为

$$\dot{I} = I e^{j\varphi_i} = I\angle\varphi_i$$

$$\dot{U} = \frac{1}{\sqrt{2}}\dot{U}_m,\quad \dot{I} = \frac{1}{\sqrt{2}}\dot{I}_m$$

正弦量到相量，相量及角频率到正弦量的转换如下：

$$i = 5\cos(314t+60^\circ)(\mathrm{mA}) \rightarrow \dot{I}_m = 5\angle 60^\circ(\mathrm{mA}) \tag{3.6.6}$$

$$\dot{U} = -5\angle -30^\circ = 5\angle 150^\circ(\mathrm{V}),\quad \omega = 2\pi(\mathrm{rad/s})$$

$$u = 5\sqrt{2}\cos(2\pi t+150^\circ)(\mathrm{V})$$

3.6.4　正弦量的相量计算

正弦量和相量具有以下三种性质：

(1) 唯一。设分别对应的相量为 $i_1 \leftrightarrow \dot{I}_1, i_2 \leftrightarrow \dot{I}_2$。若 $i_1 = i_2$，则 $\dot{I}_1 = \dot{I}_2$。

(2) 线性。设 $i_1 \leftrightarrow \dot{I}_1, \cdots, i_n \leftrightarrow \dot{I}_n$，则有 $\alpha_1 i_1 + \cdots + \alpha_n i_n \leftrightarrow \alpha_1\dot{I}_1 + \cdots + \alpha_n\dot{I}_n$。

(3) 微分。设 $i\leftrightarrow\dot{I}$，则有 $\frac{di}{dt}\leftrightarrow j\omega\dot{I}$，…，$\frac{d^n i}{dt^n}\leftrightarrow(j\omega)^n\dot{I}$

$$\frac{di}{dt}=\frac{d}{dt}\mathrm{Re}[\dot{I}e^{j\omega t}]=\mathrm{Re}\left[\frac{d}{dt}\dot{I}e^{j\omega t}\right]=\mathrm{Re}[j\omega\dot{I}e^{j\omega t}]\leftrightarrow j\omega\dot{I} \tag{3.6.7}$$

例 3.16 已知 $i_1=\sin(2t-30°)(\mathrm{mA})$，$i_2=\cos(2t+45°)(\mathrm{mA})$，试求 $\frac{di_1}{dt}+2i_2$。

解： 先将电流 i_1、i_2 用相量表示出来，如图 3.6.3 所示。

$$i_1=\sin(2t-30°)=\cos(2t-120°)\leftrightarrow\dot{I}_{1m}=1\angle-120°$$

$$i_2=\cos(2t+45°)\leftrightarrow\dot{I}_{2m}=1\angle45°$$

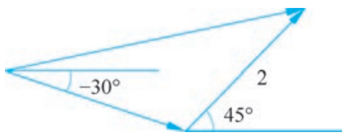


图 3.6.3　例 3.16 相量图

$$\begin{aligned}j2\dot{I}_{1m}+2\dot{I}_{2m}&=2\angle90°\times1\angle-120°+2\times1\angle45°\\&=2\angle-30°+2\angle45°\\&=(1.732-j1)+(1.414+j1.414)\\&=3.146+j0.414=3.17\angle7.5°\end{aligned}$$

$$\frac{di_1}{dt}+2i_2=3.17\cos(2t+7.5°)(\mathrm{mA})$$

3.6.5 正弦稳态电路的相量模型

1. 电阻的相量模型

正弦稳态电路中任一电阻，关联参考方向下电压相量与电流相量间满足 VCR 方程 $\dot{U}=R\dot{I}$ 或 $\dot{U}_m=R\dot{I}_m$。

$$\begin{aligned}u&=\sqrt{2}U\cos(\omega t+\varphi_u)=\sqrt{2}\mathrm{Re}[\dot{U}e^{j\omega t}]\\&=Ri=R\sqrt{2}I\cos(\omega t+\varphi_i)=R\sqrt{2}\mathrm{Re}[\dot{I}e^{j\omega t}]=\sqrt{2}\mathrm{Re}[R\dot{I}e^{j\omega t}]\end{aligned} \tag{3.6.8}$$

$$\dot{U}=R\dot{I}$$

$$\dot{U}=U\angle\varphi_u=R\dot{I}=RI\angle\varphi_i \tag{3.6.9}$$

有效值或振幅满足 $U=RI$ 或 $U_m=RI_m$，电压相位与电流相位同相，$\varphi_u=\varphi_i$，如图 3.6.4 所示。

2. 电感的相量模型

正弦稳态电路中任一电感，关联参考方向下电压相量与电流相量间满足 VCR 方程 $\dot{U}=j\omega L\dot{I}$ 或 $\dot{U}_m=j\omega L\dot{I}_m$。

$$\begin{aligned}u&=\sqrt{2}U\cos(\omega t+\varphi_u)=\sqrt{2}\mathrm{Re}[\dot{U}e^{j\omega t}]=L\frac{di}{dt}=L\frac{d}{dt}\sqrt{2}I\cos(\omega t+\varphi_i)\\&=L\frac{d}{dt}\sqrt{2}\mathrm{Re}[\dot{I}e^{j\omega t}]=\sqrt{2}\mathrm{Re}[j\omega L\dot{I}e^{j\omega t}]\end{aligned} \tag{3.6.10}$$

则 $\dot{U}=j\omega L\dot{I}$

$$\dot{U}=U\angle\varphi_u=\mathrm{j}\omega L\dot{I}=\omega L\angle 90^\circ I\angle\varphi_i=\omega LI\angle(\varphi_i+90^\circ) \tag{3.6.11}$$

有效值或振幅满足 $U=\omega LI$ 或 $U_{\mathrm{m}}=\omega LI_{\mathrm{m}}$，电压相位超前于电流相位 90°，$\varphi_u=\varphi_i+90^\circ$，如图 3.6.5 所示。

图 3.6.4　相量图

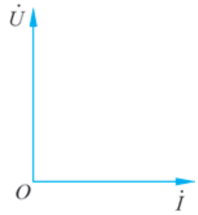


图 3.6.5　相量图

3. 电容的相量模型

正弦稳态电路中任一电容，关联参考方向下电压相量与电流相量间满足 VCR 方程 $\dot{U}=\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}\dot{I}$ 或 $\dot{U}_{\mathrm{m}}=\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}\dot{I}_{\mathrm{m}}$。

$$\begin{aligned} i&=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\varphi_i)=\sqrt{2}\,\mathrm{Re}[\dot{I}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}]=C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}=C\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sqrt{2}U\cos(\omega t+\varphi_i)\\ &=C\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sqrt{2}\,\mathrm{Re}[\dot{U}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}]=\sqrt{2}\,\mathrm{Re}[\mathrm{j}\omega C\dot{U}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}] \end{aligned} \tag{3.6.12}$$

则 $\dot{I}=\mathrm{j}\omega C\dot{U}$

$$\dot{U}=U\angle\varphi_u=\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}\dot{I}=\frac{1}{\omega C}\angle-90^\circ I\angle\varphi_i=\frac{1}{\omega C}I\angle(\varphi_i-90^\circ) \tag{3.6.13}$$

有效值或振幅满足 $U=\frac{I}{\omega C}$ 或 $U_{\mathrm{m}}=\frac{1}{\omega C}I_{\mathrm{m}}$，电压相位滞后于电流相位 90°，$\varphi_u=\varphi_i-90^\circ$，如图 3.6.6 所示。

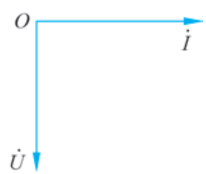


图 3.6.6　相量图

4. 阻抗/导纳——欧姆定律的相量形式

阻抗相量形式：

$$Z=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\frac{U}{I}\angle(\varphi_u-\varphi_i)=|Z|\angle\varphi_z=R+\mathrm{j}X \tag{3.6.14}$$

导纳相量形式：

$$Y=\frac{\dot{I}}{\dot{U}}=\frac{I}{U}\angle(\varphi_i-\varphi_u)=|Y|\angle\varphi_y=G+\mathrm{j}B \tag{3.6.15}$$

欧姆定律的相量形式：

$$\dot{U}=Z\dot{I}\quad 或\quad \dot{U}_{\mathrm{m}}=Z\dot{I}_{\mathrm{m}} \tag{3.6.16}$$

$$\dot{I}=Y\dot{U}\quad 或\quad \dot{I}_{\mathrm{m}}=Y\dot{U}_{\mathrm{m}} \tag{3.6.17}$$

(1) 电阻的阻抗/导纳。

$$
\begin{aligned}
Z &= \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = R \\
Y &= \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = G
\end{aligned}
\tag{3.6.18}
$$

电阻的阻抗/导纳只有实部,即电阻/电导。

(2) 电感的阻抗/导纳。

$$
\begin{aligned}
Z &= \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \mathrm{j}\omega L = \mathrm{j}X \rightarrow X = \omega L \\
Y &= \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{1}{\mathrm{j}\omega L} = -\mathrm{j}\frac{1}{\omega L} = \mathrm{j}B
\end{aligned}
\tag{3.6.19}
$$

则

$$B = -\frac{1}{\omega L}$$

电感的阻抗/导纳只有虚部,即电抗/电纳,一般称感抗/感纳。

感抗/感纳不仅与电感 L 相关,而且与角频率 ω 相关。

(3) 电容的阻抗/导纳。

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{1}{\mathrm{j}\omega C} = -\mathrm{j}\frac{1}{\omega C} = \mathrm{j}X$$

则

$$
\begin{aligned}
X &= -\frac{1}{\omega C} \\
Y &= \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \mathrm{j}\omega C = \mathrm{j}B \\
B &= \omega C
\end{aligned}
\tag{3.6.20}
$$

电容的阻抗/导纳只有虚部,即电抗/电纳,一般称容抗/容纳。

容抗/容纳不仅与电容 C 相关,而且与角频率 ω 相关。

例 3.17 如图 3.6.7 所示电路中,已知交流电流表 A_1、A_2 的读数均为 10mA,求交流电流表 A 的读数。

解: 设并联支路电压 $\dot{U}=U\angle 0°$,可得

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{R} = \frac{U}{R}\angle 0° = 10\angle 0°(\mathrm{A})$$

$$\dot{I}_2 = \mathrm{j}\omega C\dot{U} = \omega CU\angle 90° = 10\angle 90°(\mathrm{A})$$

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 10\angle 0° + 10\angle 90° = 10 + \mathrm{j}10 = 14.14\angle 45°(\mathrm{A})$$

交流电流表 A 的读数为 14.14mA,图解如图 3.6.8 所示。

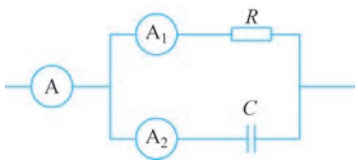


图 3.6.7　例 3.17 电路

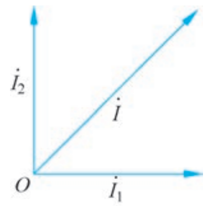


图 3.6.8　例 3.17 图解

5．独立电源的相量模型

正弦稳态电路中任一相同角频率的独立电源，VCR 方程用电压相量或电流相量表示。

（1）独立电压源。VCR 方程：$\dot{U}=\dot{U}_S$ 或 $\dot{U}_m=\dot{U}_{Sm}$，可得

$$\begin{aligned} u &=\sqrt{2}U\cos(\omega t+\varphi_u)=\sqrt{2}\,\mathrm{Re}[\dot{U}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}] \\ &=u_S=\sqrt{2}U_S\cos(\omega t+\varphi_{uS})=\sqrt{2}\,\mathrm{Re}[\dot{U}_S\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}] \end{aligned} \tag{3.6.21}$$

故有

$$\dot{U}=\dot{U}_S$$

（2）独立电流源。VCR 方程：$\dot{I}=\dot{I}_S$ 或 $\dot{I}_m=\dot{I}_{Sm}$，可得

$$\begin{aligned} i &=\sqrt{2}I\cos(\omega t+\varphi_i)=\sqrt{2}\,\mathrm{Re}[\dot{I}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}] \\ &=i_S=\sqrt{2}I_S\cos(\omega t+\varphi_{iS})=\sqrt{2}\,\mathrm{Re}[\dot{I}_S\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}] \end{aligned} \tag{3.6.22}$$

故有

$$\dot{I}=\dot{I}_S$$

6．受控电源的相量模型

正弦稳态电路中任一受控电源，关联参考方向下电压相量与电流相量间满足：

（1）VCVS。VCR 方程：$\dot{I}_1=0, \dot{U}_2=\mu\dot{U}_1$ 或 $\dot{I}_{m1}=0, \dot{U}_{m2}=\mu\dot{U}_{m1}$，可得

$$i_1=\sqrt{2}I_1\cos(\omega t+\varphi_{i1})=\sqrt{2}\,\mathrm{Re}[\dot{I}_1\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}]=0 \tag{3.6.23a}$$

则

$$\dot{I}_1=0$$

$$\begin{aligned} u_2 &=\sqrt{2}U_2\cos(\omega t+\varphi_{u2})=\sqrt{2}\,\mathrm{Re}[\dot{U}_2\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}] \\ &=\mu u_1=\mu\sqrt{2}U_1\cos(\omega t+\varphi_{u1})=\sqrt{2}\,\mathrm{Re}[\mu\dot{U}_1\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}] \end{aligned} \tag{3.6.23b}$$

则
$$\dot{U}_2=\mu\dot{U}_1$$

（2）CCVS。VCR 方程：$\dot{U}_1=0, \dot{U}_2=r\dot{I}_1$ 或 $\dot{U}_{m1}=0, \dot{U}_{m2}=r\dot{I}_{m1}$，可得

$$u_1=\sqrt{2}U_1\cos(\omega t+\varphi_{u1})=\sqrt{2}\,\mathrm{Re}[\dot{U}_1\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}]=0 \tag{3.6.24a}$$

则 $$\dot{U}_1=0$$

$$\begin{aligned} u_2 &= \sqrt{2}U_2\cos(\omega t+\varphi_{u2})=\sqrt{2}\,\mathrm{Re}[\dot{U}_2\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}] \\ &= ri_1=r\sqrt{2}I_1\cos(\omega t+\varphi_{i1})=\sqrt{2}\,\mathrm{Re}[r\dot{I}_1\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}] \end{aligned} \tag{3.6.24b}$$

则 $$\dot{U}_2=r\dot{I}_1$$

(3) VCCS。VCR 方程：$\dot{I}_1=0, \dot{I}_2=g\dot{U}_1$ 或 $\dot{I}_{\mathrm{m}1}=0, \dot{I}_{\mathrm{m}2}=g\dot{U}_{\mathrm{m}1}$，可得

$$i_1=\sqrt{2}I_1\cos(\omega t+\varphi_{i1})=\sqrt{2}\,\mathrm{Re}[\dot{I}_1\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}]=0 \tag{3.6.25a}$$

则 $$\dot{I}_1=0$$

$$\begin{aligned} i_2 &= \sqrt{2}I_2\cos(\omega t+\varphi_{i2})=\sqrt{2}\,\mathrm{Re}[\dot{I}_2\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}] \\ &= gu_1=g\sqrt{2}U_1\cos(\omega t+\varphi_{u1})=\sqrt{2}\,\mathrm{Re}[g\dot{U}_1\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}] \end{aligned} \tag{3.6.25b}$$

则 $$\dot{I}_2=g\dot{U}_1$$

(4) CCCS。VCR 方程：$\dot{U}_1=0, \dot{I}_2=\beta\dot{I}_1$ 或 $\dot{U}_{\mathrm{m}1}=0, \dot{I}_{\mathrm{m}2}=\beta\dot{I}_{\mathrm{m}1}$，可得

$$u_1=\sqrt{2}U_1\cos(\omega t+\varphi_{u1})=\sqrt{2}\,\mathrm{Re}[\dot{U}_1\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}]=0 \tag{3.6.26a}$$

则 $$\dot{U}_1=0$$

$$\begin{aligned} i_2 &= \sqrt{2}I_2\cos(\omega t+\varphi_{i2})=\sqrt{2}\,\mathrm{Re}[\dot{I}_2\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}] \\ &= \beta i_1=\beta\sqrt{2}I_1\cos(\omega t+\varphi_{\mathrm{i}1})=\sqrt{2}\,\mathrm{Re}[\beta\dot{I}_1\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}] \end{aligned} \tag{3.6.26b}$$

则 $$\dot{I}_2=\beta\dot{I}_1$$

7. 基尔霍夫定律的相量形式

1) KCL 的相量形式

正弦稳态电路中流出任一节点的全部支路电流相量的代数和等于零。

KCL 方程：$\sum\limits_{k=1}^{n}\pm\dot{I}_k=0$ 或 $\sum\limits_{k=1}^{n}\pm\dot{I}_{\mathrm{m}k}=0$，可得

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{n}\pm i_k &= \sum_{k=1}^{n}\pm\sqrt{2}I_k\cos(\omega t+\varphi_{ik})=\sum_{k=1}^{n}\pm\sqrt{2}\,\mathrm{Re}[\dot{I}_k\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}] \\ &= \sqrt{2}\,\mathrm{Re}\Big[\sum_{k=1}^{n}\pm\dot{I}_k\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\Big]=0 \end{aligned}$$

$$\sum_{k=1}^{n}\pm\dot{I}_k=0$$

2) KVL 的相量形式

正弦稳态电路中沿任一回路的全部支路电压相量的代数和等于零。

KVL 方程：$\sum\limits_{k=1}^{m}\pm\dot{U}_k=0$ 或 $\sum\limits_{k=1}^{m}\pm\dot{U}_{mk}=0$，可得

$$\sum_{k=1}^{m} \pm u_k = \sum_{k=1}^{m} \pm \sqrt{2} U_k \cos(\omega t + \varphi_{uk}) = \sum_{k=1}^{m} \pm \sqrt{2} \mathrm{Re}[\dot{U}_k \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}]$$

$$= \sqrt{2} \mathrm{Re}[\sum_{k=1}^{m} \pm \dot{U}_k \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}] = 0$$

$$\sum_{k=1}^{m} \pm \dot{U}_k = 0$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{n} \pm \dot{I}_k &= \sum_{k=1}^{n} \pm I_k \angle \varphi_{ik} = 0 \\ \sum_{k=1}^{m} \pm \dot{U}_k &= \sum_{k=1}^{m} \pm U_k \angle \varphi_{uk} = 0 \end{aligned} \tag{3.6.27}$$

由此可见：

(1) 电流/电压相量满足 KCL/KVL；

(2) 电流/电压有效值或振幅不满足 KCL/KVL。

例 3.18 在正弦稳态 RLC 串联电路中，$u_S=10\sqrt{2}\cos(\omega t)$(V)，$u_L=3\sqrt{2}\sin(\omega t)$(V)，$u_C=15\sqrt{2}\cos(\omega t+180°)$(V)，求 u_R。

解： $u_S=10\sqrt{2}\cos(\omega t)$

则 $\dot{U}_S=10\angle 0°$(V)

$u_L=3\sqrt{2}\sin(\omega t)=3\sqrt{2}\cos(\omega t-90°)$

则 $\dot{U}_L=3\angle -90°$(V)

$u_C=15\sqrt{2}\sin(\omega t+180°)=15\sqrt{2}\cos(\omega t+90°)$

则 $\dot{U}_C=15\angle 90°$(V)

$$\dot{U}_R=\dot{U}_S-\dot{U}_L-\dot{U}_C=10\angle 0°-3\angle -90°-15\angle 90°$$

$$=10+\mathrm{j}3-\mathrm{j}15=10-\mathrm{j}12=15.6\angle -50°(\mathrm{V})$$

$u_R=15.6\sqrt{2}\cos(\omega t-50°)$(V)

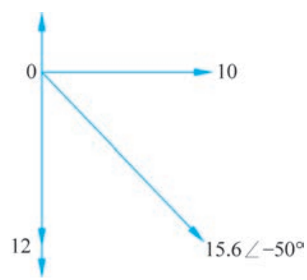


图 3.6.9 例 3.18 图解

图解如图 3.6.9 所示。

3.7 正弦稳态电路的相量分析

3.7.1 正弦稳态电路相量分析的基本方法

(1) 正弦稳态电路的相量模型。

① 电路结构不变；

② 电压和电流变为电压相量和电流相量，参考方向不变；

③ 元件参数改变，RLC 参数变为阻抗参数，电压源和电流源变为电压源相量和电流

源相量，参考方向不变。

（2）根据元件的相量模型和基尔霍夫定律的相量形式列写相量方程，求出电压相量和电流相量。

（3）由所求出的电压相量和电流相量得到相应的正弦电压和正弦电流。

例 3.19 如图 3.7.1 所示正弦稳态电路中，已知 $u_S=\sqrt{2}\cos(\omega t)$(V)，求 ω 分别为 200rad/s、1000rad/s 时的 i。

图解如图 3.7.2 所示。

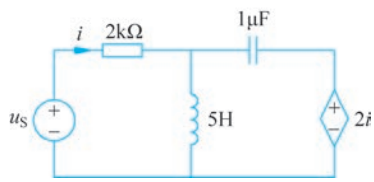


图 3.7.1 例 3.19 电路

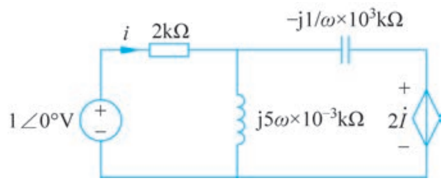


图 3.7.2 例 3.19 图解

解： 根据正弦稳态电路的相量模型，列写相量方程并求解：

$$2\dot{I}+\mathrm{j}5\omega\times10^{-3}(\dot{I}-\dot{I}_C)=1\angle0^\circ$$

$$-\mathrm{j}1/\omega\times10^{3}\dot{I}_C+2\dot{I}+\mathrm{j}5\omega\times10^{-3}(\dot{I}_C-\dot{I})=0$$

当 $\omega=200$rad/s 时，有

$$2\dot{I}+\mathrm{j}1(\dot{I}-\dot{I}_C)=1\angle0^\circ$$

$$-\mathrm{j}5\dot{I}_C+2\dot{I}+\mathrm{j}1(\dot{I}_C-\dot{I})=0$$

$$(2+\mathrm{j}1)\dot{I}-\mathrm{j}1\dot{I}_C=1$$

$$(2-\mathrm{j}1)\dot{I}-\mathrm{j}4\dot{I}_C=0$$

$$\dot{I}=\frac{4}{6+\mathrm{j}5}=\frac{4\angle0^\circ}{7.81\angle39.8^\circ}=0.51\angle-39.8^\circ(\mathrm{mA})$$

当 $\omega=1000$rad/s 时，有

$$2\dot{I}+\mathrm{j}5(\dot{I}-\dot{I}_C)=1\angle0^\circ$$

$$-\mathrm{j}1\dot{I}_C+2\dot{I}+\mathrm{j}5(\dot{I}_C-\dot{I})=0$$

$$(2+\mathrm{j}5)\dot{I}-\mathrm{j}5\dot{I}_C=1$$

$$(2-\mathrm{j}5)\dot{I}+\mathrm{j}4\dot{I}_C=0$$

$$\dot{I}=\frac{4}{18-\mathrm{j}5}=\frac{4\angle0^\circ}{18.68\angle-15.5^\circ}=0.21\angle15.5^\circ(\mathrm{mA})$$

相应的正弦量：

当 $\omega=200$rad/s 时，有

$$i=0.51\sqrt{2}\cos(200t-39.8^\circ)(\mathrm{mA})$$

当 $\omega=1000\text{rad/s}$ 时，有

$$i=0.21\sqrt{2}\cos(1000t+15.5^\circ)(\text{mA})$$

3.7.2 正弦稳态电路相量分析中叠加定理的应用

在正弦稳态电路相量分析中运用叠加定理，只需要做对应的改变即可。独立电源单独作用变为独立电源相量单独作用，电路变为电路相量模型(角频率不同阻抗参数不同)，电压/电流分量变为电压/电流相量分量。

例 3.20 如图 3.7.3 所示稳态电路中，已知 $u_{S1}=3\text{V}$，$u_{S2}=4\sqrt{2}\sin(2000t)(\text{V})$，求 i。

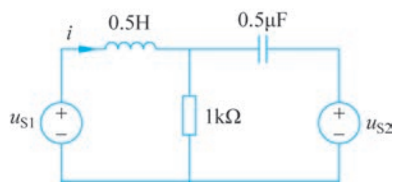


图 3.7.3 例 3.20 电路

解： 当 $u_{S1}=3\text{V}$ 单独作用时，稳态电路的相量模型(电路)如图 3.7.4 所示。

列写相量方程(时域方程)并求解：

$$i_1=3/1=3(\text{mA})$$

当 $u_{S2}=4\sqrt{2}\sin(2000t)(\text{V})$ 单独作用时，稳态电路的相量模型(电路)如图 3.7.5 所示。

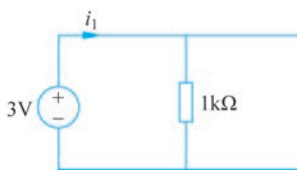


图 3.7.4 例 3.20 图解(1)

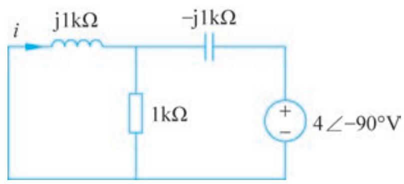


图 3.7.5 例 3.20 图解(2)

列写相量方程并求解：

$$\dot{I}_2=\frac{-1}{1+\text{j}1}\times\frac{4\angle-90^\circ}{-\text{j}1+\dfrac{\text{j}1}{1+\text{j}1}}=\frac{4\angle 90^\circ}{-\text{j}1(1+\text{j}1)+\text{j}1}=4\angle 90^\circ(\text{mA})$$

相应的正弦量：

$$i_2=4\sqrt{2}\cos(2000t+90^\circ)(\text{mA})$$

叠加：

$$i=i_1+i_2=3+4\sqrt{2}\cos(2000t+90^\circ)(\text{mA})$$

3.7.3 正弦稳态电路相量分析中戴维南定理和诺顿定理的应用

同理，在正弦稳态电路相量分析中运用戴维南定理和诺顿定理，做对应的变换即可。电路变为电路相量模型，单口模型变为单口相量模型，开路电压/短路电流变为开路电压相量/短路电流相量，等效电阻变为等效阻抗，戴维南/诺顿等效电路变为戴维南/诺顿等效相量模型。

例 3.21 如图 3.7.6 所示正弦稳态电路中，已知 $u_S=\sqrt{2}\cos(\omega t)(\text{V})$，求 ω 分别为

200rad/s、1000rad/s 时的 i。

解：2kΩ 电阻支路之外有源单口的相量模型如图 3.7.7 所示。

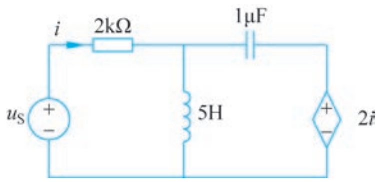


图 3.7.6　例 3.21 电路

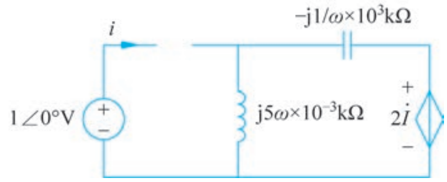


图 3.7.7　例 3.21 图解(1)

求 N 的开路电压相量 $\dot{U}_{oc}$ 时 $\dot{I}=0$，如图 3.7.8 所示。

$$\dot{U}_{oc}=1\angle 0^\circ(\mathrm{V})$$

运用外接电源法求 $\mathrm{N}\to\mathrm{N}_0$ 的等效阻抗 Z_0，加 $\dot{U}$ 求 $\dot{I}$，如图 3.7.9 所示。

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{\mathrm{j}5\omega\times 10^{-3}}+\frac{\dot{U}-2\dot{I}}{-\mathrm{j}1/\omega\times 10^{3}}$$

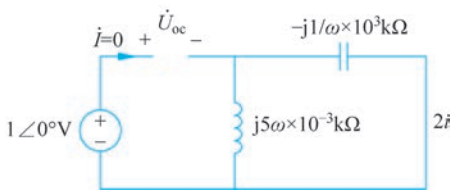


图 3.7.8　例 3.21 图解(2)

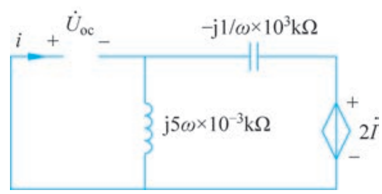


图 3.7.9　例 3.21 图解(3)

当 $\omega=200\mathrm{rad/s}$ 时，有

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{\mathrm{j}1}+\frac{\dot{U}-2\dot{I}}{-\mathrm{j}5}$$

$$Z_0=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\frac{-2+\mathrm{j}5}{4}=-0.5+\mathrm{j}1.25(\mathrm{k\Omega})$$

当 $\omega=1000\mathrm{rad/s}$ 时，有

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{\mathrm{j}5}+\frac{\dot{U}-2\dot{I}}{-\mathrm{j}1}$$

$$Z_0=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\frac{10-\mathrm{j}5}{4}=2.5-\mathrm{j}1.25(\mathrm{k\Omega})$$

单回路电路的相量模型如图 3.7.10 所示。

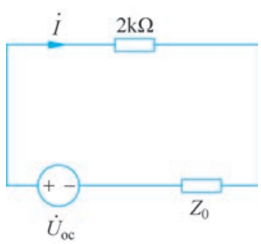


图 3.7.10　例 3.21 图解(4)

当 $\omega=200\mathrm{rad/s}$ 时，有

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}_{oc}}{2+Z_0}=\frac{1\angle 0^\circ}{2-0.5+\mathrm{j}1.25}=\frac{1\angle 0^\circ}{1.5+\mathrm{j}1.25}=\frac{1\angle 0^\circ}{1.95\angle 39.8^\circ}$$

$$=0.51\angle -39.8^\circ(\mathrm{mA})$$

当 $\omega=1000\text{rad/s}$ 时,有

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}_{oc}}{2+Z_0}=\frac{1\angle 0^\circ}{2+2.5-j1.25}=\frac{1\angle 0^\circ}{4.5-j1.25}=\frac{1\angle 0^\circ}{4.67\angle -15.5^\circ}$$
$$=0.21\angle 15.5^\circ(\text{mA})$$

相应的正弦量:

当 $\omega=200\text{rad/s}$ 时,有

$$i=0.51\sqrt{2}\cos(200t-39.8^\circ)(\text{mA})$$

当 $\omega=1000\text{rad/s}$ 时,有

$$i=0.21\sqrt{2}\cos(1000t+15.5^\circ)(\text{mA})$$

3.7.4 正弦稳态电路相量分析中的节点分析法

在正弦稳态电路相量分析中运用节点分析法,只需要做出对应的变量变换即可。电路变为电路相量模型,节点电压变为节点电压相量,自电导变为自导纳,互电导变为互导纳,电源变为电源相量,节点方程变为节点相量方程。

例 3.22 如图 3.7.11 所示正弦稳态电路中,已知 $u_S=\sqrt{2}\cos(\omega t)(\text{V})$,求 ω 分别为 200rad/s、1000rad/s 时的 i。

解: 根据正弦稳态电路的相量模型,设参考节点和节点电压相量如图 3.7.12 所示,受控电源相量的控制量转换为 $\dot{I}=(\dot{U}_1-\dot{U}_2)/2$,节点 1 和节点 3 电压相量确定:

$$\dot{U}_1=1\angle 0^\circ(\text{V}),\quad \dot{U}_3=2\dot{I}=\dot{U}_1-\dot{U}_2$$

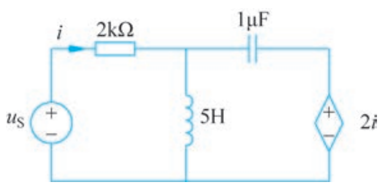


图 3.7.11 例 3.22 电路

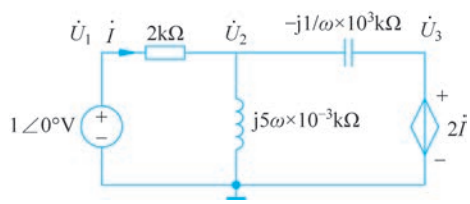


图 3.7.12 例 3.22 图解

节点 2 的节点相量方程:

$$-\frac{1}{2}\dot{U}_1+\left(\frac{1}{2}+j\left(\omega\times 10^{-3}-\frac{1}{5\omega}\times 10^{3}\right)\right)\dot{U}_2-j\omega\times 10^{-3}\dot{U}_3=0$$

$$\dot{U}_2=\frac{\frac{1}{2}+j\omega\times 10^{-3}}{\frac{1}{2}+j\left(2\omega\times 10^{-3}-\frac{1}{5\omega}\times 10^{3}\right)}$$

当 $\omega=200\text{rad/s}$ 时,有

$$\dot{U}_2=\frac{0.5+j0.2}{0.5+j(0.4-1)}=\frac{0.5+j0.2}{0.5-j0.6}=\frac{0.539\angle 21.8^\circ}{0.781\angle -50.2^\circ}=0.69\angle 72^\circ(\text{V})$$

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}_1-\dot{U}_2}{2}=\frac{1\angle 0^\circ-0.69\angle 72^\circ}{2}=\frac{1-0.213-\mathrm{j}0.656}{2}$$

$$=0.394-\mathrm{j}0.328=0.51\angle -39.8^\circ(\mathrm{mA})$$

当 $\omega=1000\mathrm{rad/s}$ 时，有

$$\dot{U}_2=\frac{0.5+\mathrm{j}1}{0.5+\mathrm{j}(2-0.2)}=\frac{0.5+\mathrm{j}1}{0.5+\mathrm{j}1.8}=\frac{1.118\angle 63.4^\circ}{1.868\angle 74.5^\circ}=0.599\angle -11.1^\circ(\mathrm{V})$$

$$\dot{I}=\frac{\dot{U}_1-\dot{U}_2}{2}=\frac{1\angle 0^\circ-0.599\angle -11.1^\circ}{2}=\frac{1-0.588-\mathrm{j}0.115}{2}$$

$$=0.206-\mathrm{j}0.058=0.21\angle -15.7^\circ(\mathrm{mA})$$

相应的正弦量：

当 $\omega=200\mathrm{rad/s}$ 时，有

$$i=0.51\sqrt{2}\cos(200t-39.8^\circ)(\mathrm{mA})$$

当 $\omega=1000\mathrm{rad/s}$ 时，有

$$i=0.21\sqrt{2}\cos(1000t+15.7^\circ)(\mathrm{mA})$$

3.8 正弦稳态电路的频率特性

3.8.1 正弦稳态电路的传递函数与频率特性

正弦稳态电路的传递函数是输出相量与输入相量的比值，是关于频率的函数。频率特性是传递函数的幅值和相位与频率的关系。幅频特性是传递函数的幅值与频率的关系，相频特性是传递函数的相位与频率的关系。

3.8.2 一阶低通特性

例 3.23 求如图 3.8.1 所示一阶 RC 正弦稳态电路的频率特性。

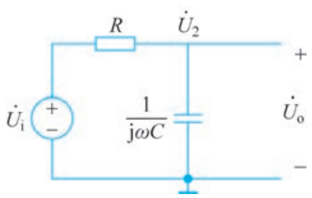


图 3.8.1 一阶低通电路

$$\dot{A}_u=\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i}=\frac{\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}}{R+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C}} \tag{3.8.1}$$

$$=\frac{1}{1+\mathrm{j}\omega RC}=\frac{1}{1+\mathrm{j}2\pi fRC}$$

设 $A_u=1, f_0=\frac{1}{2\pi RC}$，则有

$$\dot{A}_u=\frac{A_u}{1+\mathrm{j}\frac{f}{f_0}} \tag{3.8.2}$$

幅频特性：

$$|\dot{A}_u|=\frac{|A_u|}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{f_0}\right)^2}} \tag{3.8.3}$$

相频特性：

$$\varphi=0^\circ-\arctan\left(\frac{f}{f_0}\right) \tag{3.8.4}$$

1. 定性分析

当 $f \ll f_0$ 时，有

$$|\dot{A}_u| \to |A_u|=1,\quad \varphi \to 0^\circ$$

当 $f=f_0$ 时，有

$$|\dot{A}_u|=\frac{|A_u|}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}},\quad \varphi=0^\circ-\arctan 1=-45^\circ$$

当 $f \gg f_0$ 时，有

$$|\dot{A}_u| \to 0,\quad \varphi \to -90^\circ$$

一阶低通特性（一阶滞后特性）。

2. 波特图分析

横坐标 f 采用对数尺度、纵坐标采用线性尺度所构成坐标系下的幅频特性曲线和相频特性曲线称为波特图。

$$20\lg|\dot{A}_u|=20\lg|A_u|-10\lg\left[1+\left(\frac{f}{f_0}\right)^2\right]$$

$$=\begin{cases}20\lg 1-10\lg 1=0, f \ll f_0\\ 20\lg 1-10\lg 2=-3, f=f_0\\ 20\lg 1-20\lg\left(\frac{f}{f_0}\right)=-20\lg\left(\frac{f}{f_0}\right), \quad f \gg f_0\end{cases} \tag{3.8.5}$$

一阶低通幅频特性波特图如图 3.8.2 所示。

$$\varphi=0^\circ-\arctan\left(\frac{f}{f_0}\right)=\begin{cases}0^\circ, & f \ll f_0\\ 0^\circ-\arctan 1=-45^\circ, & f=f_0\\ -90^\circ, & f \gg f_0\end{cases} \tag{3.8.6}$$

一阶低通相位波特图如图 3.8.3 所示。

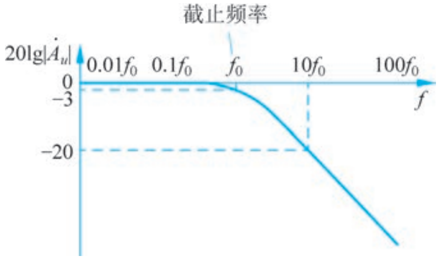


图 3.8.2 一阶低通放大倍数波特图

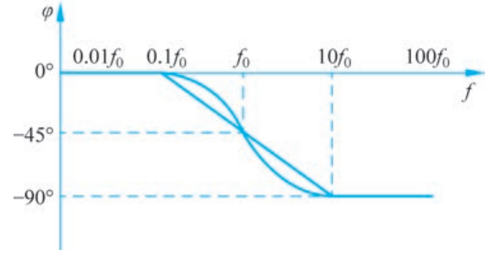


图 3.8.3 一阶低通相位波特图

3.8.3 一阶高通特性

例 3.24 求如图 3.8.4 所示图示一阶 RC 正弦稳态电路的频率特性。

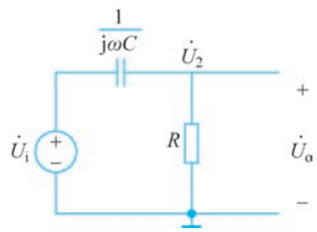


图 3.8.4 一阶高通电路

$$\dot{A}_u=\frac{\dot{U}_o}{\dot{U}_i}=\frac{R}{R+\frac{1}{j\omega C}}=\frac{1}{1+\frac{1}{j\omega RC}}=\frac{1}{1-j\frac{1}{2\pi fRC}} \tag{3.8.7}$$

设 $A_u=1, f_0=\frac{1}{2\pi RC}$，则有

$$\dot{A}_u=\frac{A_u}{1-j\frac{f_0}{f}} \tag{3.8.8}$$

幅频特性：

$$|\dot{A}_u|=\frac{|A_u|}{\sqrt{1+\left(\frac{f_0}{f}\right)^2}} \tag{3.8.9}$$

相频特性：

$$\varphi=0^\circ-\arctan\left(-\frac{f_0}{f}\right) \tag{3.8.10}$$

1．定性分析

当 $f\ll f_0$ 时，有

$$|\dot{A}_u|\to 0,\quad \varphi\to 0^\circ$$

当 $f=f_0$ 时，有

$$|\dot{A}_u|=\frac{|A_u|}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}},\quad \varphi=0^\circ-\arctan(-1)=45^\circ$$

当 $f\gg f_0$ 时，有

$$|\dot{A}_u|\to|A_u|=1,\quad \varphi\to 90^\circ$$

一阶高通特性（一阶超前特性）。

2．波特图分析

$$20\lg|\dot{A}_u|=20\lg|A_u|-10\lg\left[1+\left(\frac{f_0}{f}\right)^2\right]$$

$$=\begin{cases}20\lg1-20\lg\left(\frac{f_0}{f}\right)=20\lg\left(\frac{f}{f_0}\right), & f\ll f_0\\ 20\lg1-10\lg2=-3, & f=f_0\\ 20\lg1-10\lg1=0, & f\gg f_0\end{cases} \tag{3.8.11}$$

一阶高通幅频特性波特图如图 3.8.5 所示。

$$\varphi = 0^\circ - \arctan\left(-\frac{f_0}{f}\right) = \begin{cases} 90^\circ, & f \ll f_0 \\ 0^\circ - \arctan(-1) = 45^\circ, & f = f_0 \\ 0^\circ, & f \gg f_0 \end{cases} \tag{3.8.12}$$

一阶低通相位波特图如图 3.8.6 所示。

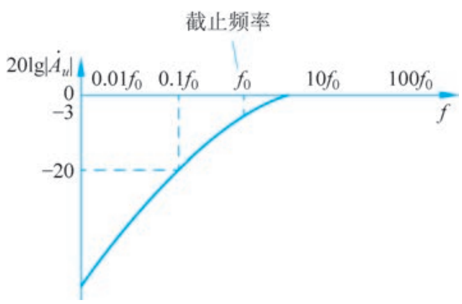


图 3.8.5　一阶高通幅频特性波特图

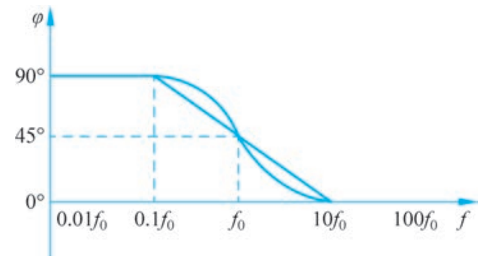


图 3.8.6　一阶低通相位波特图

3.9 仿真：戴维南等效电路和诺顿等效电路

1. 实验要求与目的

（1）求线性含源二端网络的戴维南等效电路或诺顿等效电路。

（2）掌握戴维南定理及诺顿定理。

2. 实验原理

根据戴维南定理和诺顿定理，任何一个线性含源二端网络都可以等效为一个理想电压源与一个电阻串联的实际电压源形式或一个理想电流源与一个电阻并联的实际电流源形式。这个理想电压源的值等于二端网络端口处的开路电压，这个理想电流源的值等于二端网络两端口短路时的电流。这个电阻的值是将含源端网络中的独立源全部置 0 后，两端口间的等效电阻。根据两种实际电源之间的互换规律，这个电阻实际上也等于开路电压与短路电流的比值。

3. 实验电路

含源二端线性网络如图 3.9.1 所示。

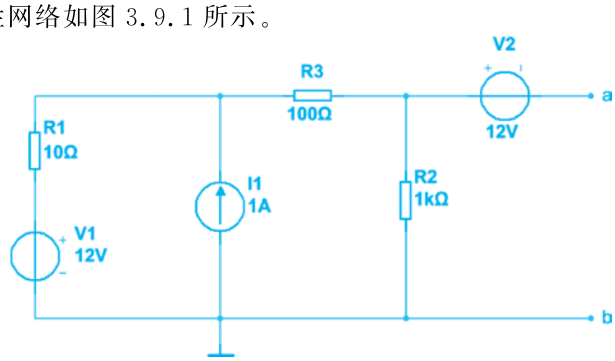


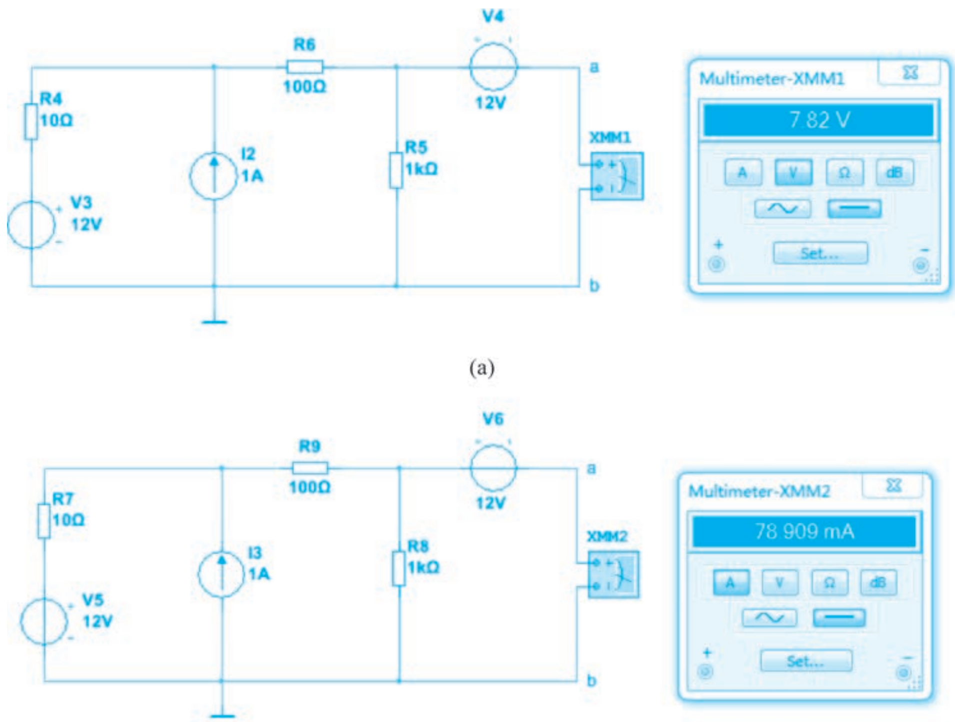
图 3.9.1　含源二端线性网络

4．实验步骤

（1）在电路窗口中编辑图 3.9.2。其中，节点 a、b 的端点通过启动 Place 菜单中的 Place junction 命令获得；a、b 文字标识在启动 Place 菜单中的 Place Text 后，在确定位置输入所需的文字即可。

（2）从仪器栏中取出万用表，并设置到直流电压挡位，连接到 a、b 两端点，测量开路电压，测得开路电压 $U_{ab}=7.820\text{V}$，如图 3.9.2(a)所示。

（3）将万用表设置到直流电流挡位，测量短路电流 I_s，测得的短路电流 $I_s=78.909\text{mA}$，如图 3.9.2(b)所示。



(a) (b)

图 3.9.2　电路窗口编辑图(1)

（4）求二端网络的等效电阻。

方法一：通过测得的开路电压和短路电流，可求得该二端网络的等效电阻。

$$R_0=\frac{U_{ab}}{I_s}=\frac{7.820}{78.909}=0.0991\text{k}\Omega=99.1\Omega$$

方法二：将二端网络中所有独立源置 0，即电压源用短路代替，电流源用开路代替，直接用万用表的欧姆挡测量 a、b 两端点之间的电阻。测得 $R_0=99.099\approx 99.1\Omega$，如图 3.9.3 所示。

（5）画出等效电路。戴维南等效电路如图 3.9.4(a)所示，诺顿等效电路如图 3.9.4(b)所示。

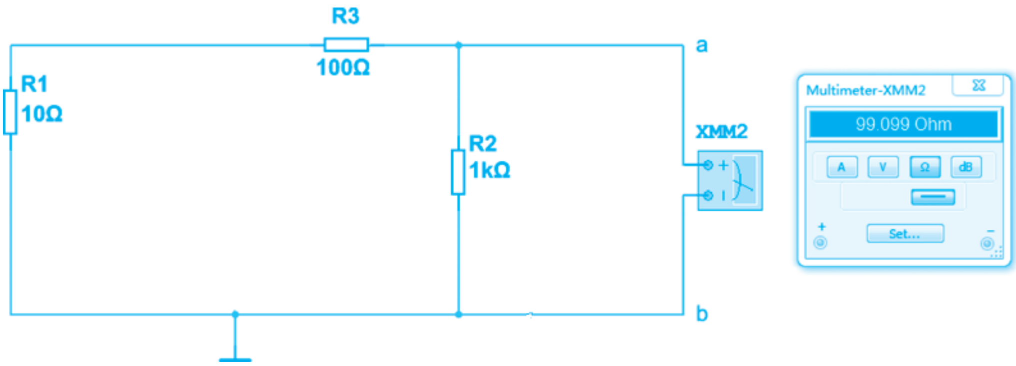
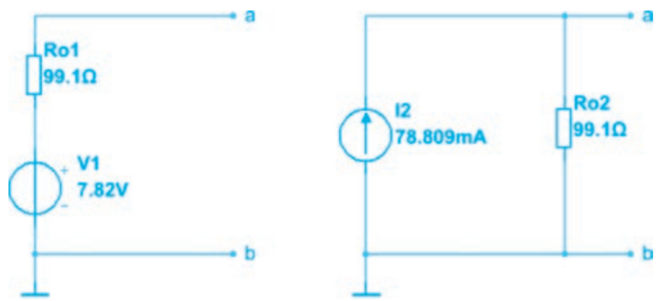


图 3.9.3　电路窗口编辑图(2)



(a)　　(b)

图 3.9.4　戴维南等效电路和诺顿等效电路

习题

3.1　电路如图 P3.1 所示,求:

(a) 图中网络可以写多少个线性独立的 KVL 方程?

(b) 图中网络可以写多少个线性独立的 KCL 方程?

(c) 写出网络的一组 KVL 和 KCL 方程。

3.2　运用叠加定理,求图 P3.2 所示电路的 U_O。

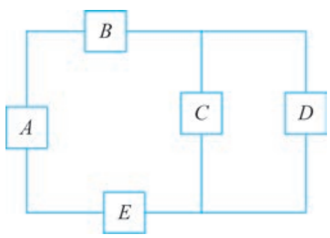


图　P3.1

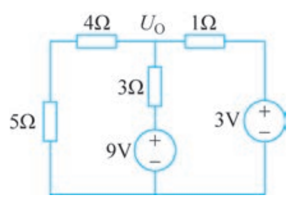


图　P3.2

3.3　运用叠加定理,求图 P3.3 所示电路的 U_O。

3.4　图 P3.4 电路中两个电路等效,即端口处有相同的 U、I 关系。求 U_T、R_T。

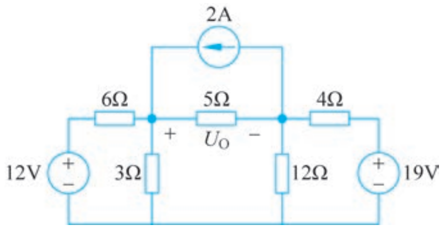


图　P3.3

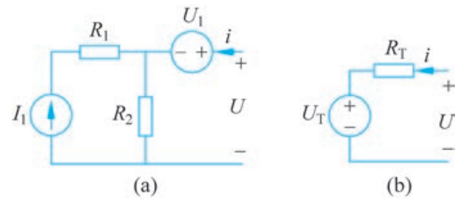


图　P3.4

3.5　求如图 P3.5 所示电路的戴维南等效电路。

3.6　求如图 P3.6 所示电路 aa′接线端对左侧网络的戴维南等效电路。

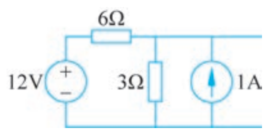


图　P3.5

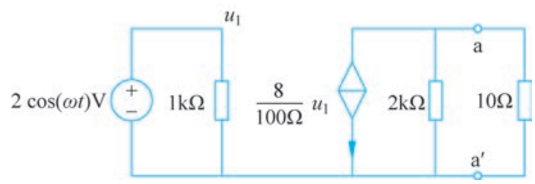


图　P3.6

3.7　求如图 P3.7 所示电路的诺顿等效电路。

3.8　求如图 P3.8 所示电路的诺顿等效电路。

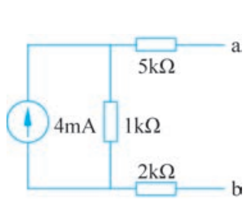


图　P3.7

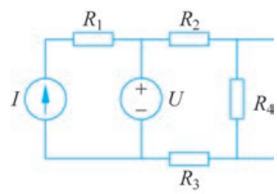


图　P3.8

3.9　求图 P3.9 所示电路 aa′接线端对左侧网络的诺顿等效电路。

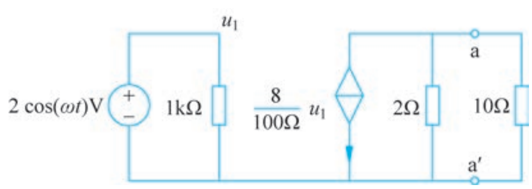


图　P3.9

3.10　求如图 P3.10 所示电路的时间常数和截止频率。其中 $R_S=1\text{k}\Omega$，$R_P=10\text{k}\Omega$，$C_S=1\mu\text{F}$。

3.11　求如图 P3.11 所示电路的时间常数和截止频率。其中 $R_S=1\text{k}\Omega$，$R_P=10\text{k}\Omega$，$C_P=3\text{pF}$。

3.12　如图 P3.12 所示电路，其中 $R_S=4.7\text{k}\Omega$，$R_P=25\text{k}\Omega$，$C_P=120\text{pF}$，求截止频率 f_H。

3.13　求图 P3.13 所示电路的截止频率和带宽。其中 $R_S=1\text{k}\Omega$，$R_P=10\text{k}\Omega$，$C_S=1\mu\text{F}$，$C_P=3\text{pF}$。

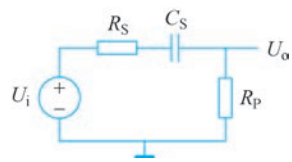


图 P3.10

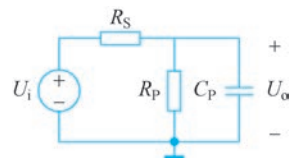


图 P3.11

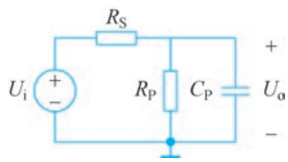


图 P3.12

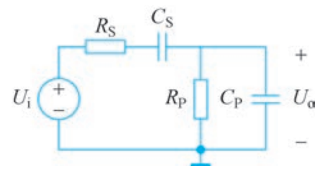


图 P3.13

3.14 如图 P3.14 所示电路，已知 $U_1=40\text{V}$，$U_2=75\text{V}$，$R_1=20\text{k}\Omega$，$R_2=60\text{k}\Omega$，$R_3=8\text{k}\Omega$，$R_4=40\text{k}\Omega$，$R_5=160\text{k}\Omega$，$C=0.25\mu\text{F}$，开关闭合 1 端为时已经很久，在 $t=0$ 时开关转向 2 端，试求在 $t\geqslant 0$ 时的电容电压 $u_C(t)$。

3.15 已知正弦电流 $i_1(t)=20\cos(\omega t-30^\circ)\text{A}$，$i_2(t)=40\cos(\omega t+60^\circ)\text{A}$，且 $i_3(t)=i_1(t)+i_2(t)$，试求 $i_3(t)$的相量。

3.16 如图 P3.16 所示电路，已知 $u_S=750\cos(5000t+30^\circ)\text{V}$，$R=90\Omega$，$L=32\text{mH}$，$C=5\mu\text{F}$，试用相量法求稳态电流 i。

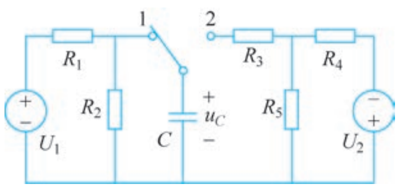


图 P3.14

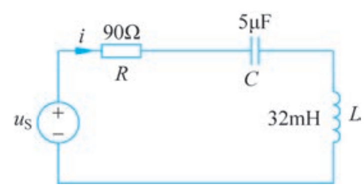


图 P3.16