第 3 章
教学课件

第3章

时间序列预测

第 3 章
例题解答

企业管理的一个基本方面就是为未来制定规划。一个企业要取得长远的成功,它的管理决策部门必须能够较为准确地预测未来动态并以此为依据制定合理的策略。例如,要制订某种产品下月的生产计划,管理者必须对该产品下月的销量、原材料成本等做出正确的预测。然而,这是一件非常困难的事情,因为没有人能够准确地预测未来。但是,根据历史销售数据的变化规律和趋势,选择合适的统计预测方法可以对未来的销量做出较好的预测。

利用数据查询和分类汇总分析的一些方法,可以从历史销售数据中,汇总过去每一段时间的销量。将历史销量按月(年、季度、周、日等时间段)排列,构成月(年、季度、周、日等时间段)销量时间序列。通过对这些时间序列的分析,则可以确定销量的一般水平,以及是否存在上升或下降的趋势,是否存在季节性的波动等信息。

在了解时间序列的相关概念及组成,并且获得时间序列的相关信息后,本章主要介绍 4 种类型的时间序列的建模预测方法,包括围绕一个水平上下波动的时间序列,有线性趋势的时间序列,非线性趋势的时间序列,既存在趋势又存在季节性波动的时间序列。

观看视频

3.1 时间序列预测概述

时间序列是一个变量在一定时间段内的不同时间点上观测值的集合。这些观测值按时间顺序排列,时间点之间的间隔相等,可以是年、季度、月、周、日或其他时间段。常见的时间序列有按年、季度、月、周、日、时段统计的商品销量、销售额或库存量,按年统计的一个省市或国家的生产总值、人口出生率等。

预测方法可分为定性方法和定量方法。定性方法是基于专家判断的预测方法,在此不做讨论。定量方法包括时间序列外推预测法和因果预测法。时间序列外推预测法认为,一个时间序列在过去观测值中表现出来的变化规律或趋势将会延续到未来。因此,这种方法致力于找出时间序列观测值中的变化规律与趋势,然后通过对这些规律或趋势的外推来确定未来的预测值。而时间序列因果预测法则注重于寻找时间序列因变量观测值与自变量观测值之间的函数依赖关系,然后利用这种函数关系和自变量的预计值来确定因变量的预测值。

3.1.1　时间序列的成分

时间序列通常包括 4 种成分：趋势成分、季节成分、循环成分和不规则成分。

1. 趋势成分

趋势成分显示了一个时间序列在较长时期的变化趋势。通过观察，可以看出这种趋势是上升的还是下降的，是线性的还是非线性的。例如，一个国家的国内生产总值、居民收入水平和社会商品零售总额等都呈现出逐渐增长的趋势。

2. 季节成分

季节成分反映了时间序列在一年中有规律的变化，它是由一年中的特殊季节或节假日引起的，每年重复出现。这种成分在许多工商业时间序列中存在。例如，烟花爆竹的销售额在春节期间非常高；电的需求量在冬季增大，春季减少，夏季增大，秋季又减少。我们所指的季节并非一定是自然的春夏秋冬四季，它可以是一年中的 12 个月或其他的时间段。对于集中在一年中某段时间内销售的商品来说，如烟花爆竹，也许季节性的差异可以用两个季节来描述：一是春节那个月的高峰期；二是一年中其他的月份。季节成分也可以用来描述任何持续时间小于一年的、有规律的、重复的变化。例如，每天的交通流量数据显示一天内的“季节”变化：上、下班时刻出现高峰，中午和傍晚出现中等流量，午夜至清晨出现小流量。

3. 循环成分

循环成分反映了时间序列在超过一年的时间段内有规律的变化，即时间序列在数年的时间内呈现规律的变化。循环变动通常是由经济状况的变动引起的，波峰出现在经济扩张期，波谷出现在经济收缩期。包含循环成分的时间序列由于跨越较长的时间段，而且循环的长度是变化的，因此难以预测，此处不讨论。

4. 不规则成分

不规则成分指的是不能归因于上述 3 种成分的时间序列的变化。这种成分是由那些影响时间序列短期的、不可预期的或不重复出现的随机因素引起的，是不可预测的。大多数预测方法通过平均或平滑来消除不规则成分。商业领域内所有的时间序列都包含不规则成分，因而呈现随机起伏的形态。

3.1.2　时间序列预测的步骤

时间序列预测分为 4 个步骤。分析时间序列包含的成分，确定时间序列的类型；选择适合此类时间序列的预测方法，在 Excel 工作表中建立预测模型；评价模型的准确性，确定最优模型参数；在最优模型参数的基础上计算预测值。

(1) 确定时间序列的类型。

时间序列的类型由它所包含的成分决定。如前文所述，所有的时间序列都包含不规则成分，而循环成分由于其复杂性本书不做讨论，因此需要确定的只有趋势成分和季节成分。

① 趋势成分。

可以根据时间序列观测值，绘制时间序列观测值随时间变化的曲线图。通过在曲线图中加入趋势线来判断时间序列是否存在趋势成分，以及这种成分是线性的还是非线性的。图 3-1～图 3-3 显示了几种可能趋势的图形。

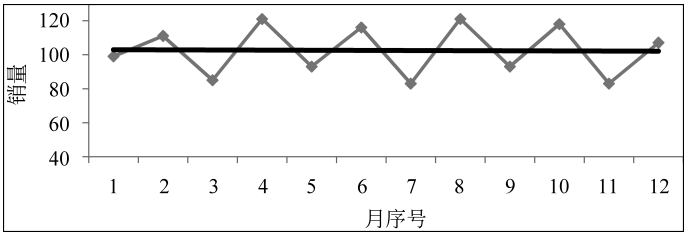

图 3-1　没有趋势的时间序列

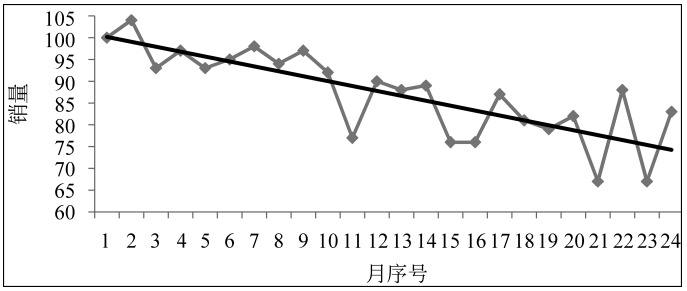

图 3-2　线性趋势的时间序列

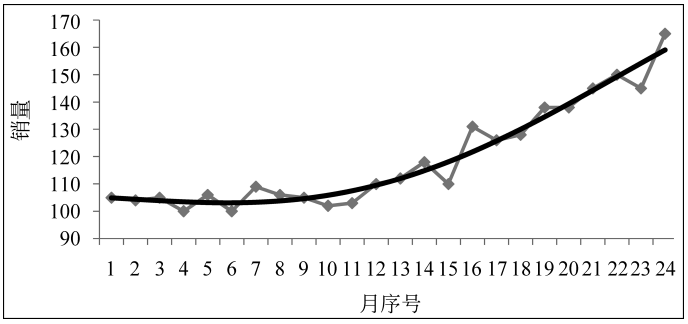

图 3-3　非线性趋势的时间序列

② 季节成分。

要确定季节成分,至少需要两年的数据,而且时间序列观测值的时间间隔必须小于一年,如季度、月、周或天。为了观察季节成分,可以把两年的数据以两条曲线的方式绘制在以一年为时间轴的图中。图 3-4 所示的销售额时间序列明显存在季节成分,即销售额在夏季增加,冬季减少。

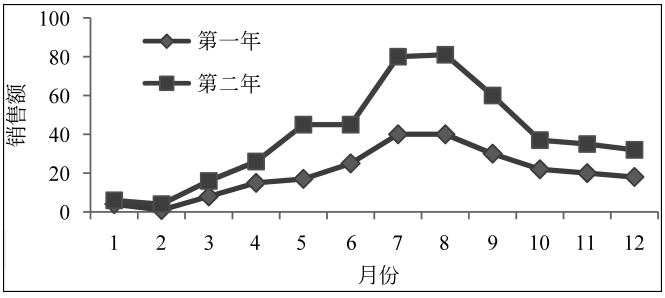

图 3-4　含有季节成分的时间序列

(2) 选择合适的方法建立预测模型。

如果一个时间序列既没有趋势成分,也没有季节成分,那么可以使用移动平均或指数平滑预测方法;如果一个时间序列含有趋势成分,则可以使用趋势预测方法;如果一个时间序列含有季节成分,则可以使用季节指数预测方法。相关方法的模型在后续章节中详细介绍。

(3) 评价模型准确性,确定最优模型参数。

许多预测模型都会用到一些参数。例如,移动平均预测模型中的移动平均跨度,指数平滑预测模型中的平滑常数,等等。选择不同的参数值会得到不同的预测值,从而影响预测的准确性。如果用 F_t 表示时刻 t 的预测值,Y_t 表示时刻 t 的观测值,那么预测模型在时刻 t 造成的预测误差是

$$e_t = Y_t - F_t \tag{3-1}$$

式(3-1)是单个预测值的误差。要得到预测模型的总体预测误差,一种可用的方法是计算均方误差(MSE)。它等于时间序列每一个时刻预测误差的二次方的均值,计算公式如下:

$$\mathrm{MSE} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} e_t^2 = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(Y_t - F_t)^2 \tag{3-2}$$

MSE 越小,模型预测越准确。因此这一步的目标是找出使 MSE 极小的模型参数。可用的方法包括规划求解法、查表法、图表法、公式法等。这些方法都将在后续章节中详细介绍。

(4) 按要求进行预测。

求出最优模型参数后,就可以在此基础上计算未来时期的预测值。

3.2　移动平均预测和指数平滑预测

移动平均模型和指数平滑模型适用于既没有趋势成分,也没有季节成分的时间序列的预测,即这两个模型适用于围绕一个水平上下波动的时间序列的预测。

3.2.1　移动平均预测

观看视频

移动平均(Moving Average)预测将时间序列中最近几个时期的观测值加以平均,以使每一个观测值所包含的随机因素在一定程度上相互抵消,从而得到时间序列观测值的稳定水平。可以把这个平均数作为下一个时期的预测值。例如,用第 1～3 个月实际销量的平均数作为第 4 个月销量的预测值,而用第 2～4 个月实际销量的平均数作为第 5 个月销量的预测值,以此类推。因此,预测值的计算公式为

$$F_{t+1} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} Y_{t-i+1} \tag{3-3}$$

式中,移动平均跨度 N 的选择应该使 MSE 尽可能小。

下面通过一个示例来说明在 Excel 工作表中,如何建立和使用移动平均预测模型。

【例 3-1】 某汽油批发商在过去 12 周内汽油的销量如表 3-1 所示。利用移动平均预测模型,并在 Excel 工作表中建立该模型预测第 13 周的汽油销量。

表 3-1　12 周内汽油的销量　　单位：L

周	销　　量	周	销　　量
1	17	7	22
2	21	8	18
3	19	9	22
4	23	10	20
5	18	11	17
6	20	12	22

【解】 使用式(3-3)和表单控件建立“移动平均预测”模型，在不同的移动平均跨度下求出每周的汽油销量预测值。

(1) 确定时间序列的类型，判断所选择的预测模型是否合适。

将表 3-1 中的数据输入 Excel 工作表的单元格 A1:B13 中，利用这些数据绘制折线图。选中“数据系列”后，右击，在弹出的快捷菜单中选择“添加趋势线”，即可得到汽油销量的线性趋势线，如图 3-5 所示。从图 3-5 中可以看出，汽油销量的趋势线几乎是水平的，也就是说，汽油销量时间序列不包含趋势成分，而是围绕一个稳定的水平上下波动。因此，可采用移动平均预测模型进行预测。

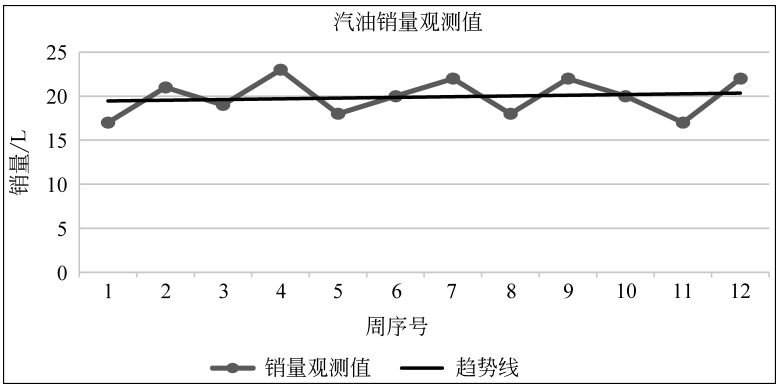

图 3-5　加入趋势线的汽油销量变化

(2) 建立移动平均预测模型，如图 3-6 所示。

在单元格 H1 中假定移动平均跨度等于 3，这意味着从第 4 周开始有预测值。因此，在单元格 C5 中输入计算平均值的公式“＝AVERAGE(B2:B4)”，并复制到单元格 C6:C13 中，得到各月汽油销量的估计测值。在单元格 D5 中输入公式“＝B5－C5”，并复制到单元格 D6:D13 中，得到每个月的预测误差。在单元格 E5 中输入公式“＝(B5－C5)^2”，并复制到单元格 E6:E13 中，得到每个月的误差二次方。最后在单元格 H2 中输入公式“＝AVERAGE(E2:E13)”，得到 MSE。

接下来需要确定使 MSE 极小的移动平均跨度。根据 Excel 公式的特性，如果计算 MSE 的公式(单元格 H2 中的公式)是以移动平均跨度(单元格 H1 中的值)为自变量，那么只需要修改单元格 H1 中的值，就可以在单元格 H2 中得到相应的 MSE。但是从上述计算

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	周	销量观测值	移动平均预测值	预测误差	误差二次方		移动平均跨度	3	
2	1	17					MSE	5.62963	
3	2	21							
4	3	19							
5	4	23	19.00	4.00	16.00				
6	5	18	21.00	-3.00	9.00		移动平均跨度=3		
7	6	20	20.00	0.00	0.00		MSE=5.63		
8	7	22	20.33	1.67	2.78				
9	8	18	20.00	-2.00	4.00				
10	9	22	20.00	2.00	4.00				
11	10	20	20.67	-0.67	0.44				
12	11	17	20.00	-3.00	9.00				
13	12	22	19.67	2.33	5.44				
14	13		19.67						

图 3-6　汽油销量时间序列移动平均预测模型

过程中可以看出，MSE 的计算与移动平均跨度（单元格 H1 中的值）没有关系。也就是说，这个模型只能计算移动平均跨度等于 3 时的 MSE，而不能得到随移动平均跨度变化的 MSE。因此需要对这个模型做一些修改，即在单元格 C5、D5、E5 中分别输入公式“＝IF（A5＜＝＄H＄1，""，AVERAGE（OFFSET（C5，－＄H＄1，－1，＄H＄1，1）））”“＝IF（C5＝""，""，B5－C5）”“＝IF(C5＝""，""，D5^2)”，并将这些公式分别复制到单元格 C2：C14、D2：D13、E2：E13 中。

单元格 C5 中公式的含义如下：首先用 IF（）函数判断 A5（周次）是否小于或等于 H1（移动平均跨度），如果是，则 C5（预测值）为空白，即这一周没有预测值；如果不是，则 C5 应该有预测值，这个预测值仍然用 AVERAGE（）函数计算，只不过参与平均的范围是一个由 OFFSET（）函数求出的可变区域。OFFSET（）函数的功能是以指定的范围为参照系，通过给定偏移量得到新的范围。返回（求出）的范围可以为一个单元格或单元格区域。并可以指定返回的行数或列数。OFFSET（）函数需要 5 个参数，第 1 个参数是作为参照系的基准位置；第 2 个参数是相对于这个基准位置向上（用负数表示）或向下（用正数表示）偏移的行数；第 3 个参数是相对于这个基准位置向左（用负数表示）或向右（用正数表示）偏移的列数，这样就确定了返回数据区域的起始位置；第 4 个参数是要返回数据范围的行数；第 5 个参数是要返回数据范围的列数。事实上，前 3 个参数指定了要返回数据范围的起始单元格。具体到这个示例中，单元格 C5 中的 OFFSET（）函数返回的是以单元格 C5 为起点，向上偏移 3 行，再向左偏移 1 列得到的单元格 B2 开始的，3 行 1 列的一个范围（即单元格 B2：B4），即前 3 周的观测值。当单元格 H1 中的值（即移动平均跨度）变为 2 时，这个范围会变成 B3：B4，即前两周的观测值。这正是移动平均模型的预测公式所要求的观测值。

单元格 D5 和 E5 中公式的含义是：如果单元格 C5（即预测值）是空白，那么单元格 D5 和 E5 也是空白，否则单元格 D5 和 E5 分别计算预测误差和误差二次方。

这样就得到了能够随移动平均跨度变化的预测模型。

（3）确定合适的移动平均跨度。

在单元格 H1 中制作一个 2～6，以 1 为步长变化的数值调节钮，控制单元格 H1 中移动平均跨度的变化。具体方法是：在“文件”选项卡中选择“选项”，在弹出的“Excel 选项”对话框中左侧选中“自定义功能区”，在“自定义功能区”窗格中的“从下列位置选择命令”下拉列表中选择“主选项卡”，在右侧窗格中勾选“开发工具”复选框，单击“确定”按钮，即可在

Excel 的菜单栏显示“开发工具”选项卡。选中“开发工具”→“控件”→“插入”→“表单控件”→“数值调节钮(窗体控件)”,在单元格 H1 中按住鼠标左键拖曳绘制数值调节钮,右击,在弹出的快捷菜单中选择“设置控件格式”,在“设置控件格式”对话框中做如图 3-7 所示的设置。单击“确定”按钮,即可直观地看出移动平均跨度取 2～6 中任何一个整数时的 MSE。对这些 MSE 作比较,即可得出使 MSE 极小的最优移动平均跨度。

另外一个求最优移动平均跨度的方法是利用 Excel 的规划求解工具。这是一个从函数值所要达到的目标出发,反过来确定为达到这个目标自变量应取什么值的工具。规划求解的步骤是:在“文件”选项卡中选择“选项”,在弹出的“Excel 选项”对话框中左侧选择“加载项”,单击“转到”按钮,弹出如图 3-8 所示的“加载宏”对话框。

图 3-7 “设置控件格式”对话框

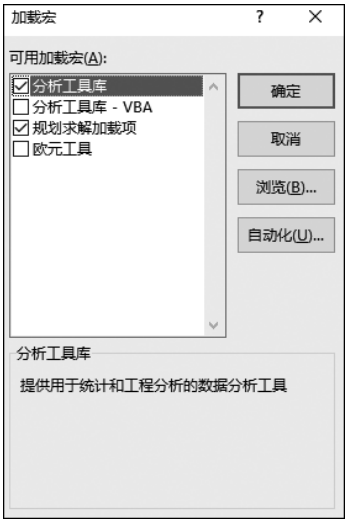

图 3-8 “加载宏”对话框

在“加载宏”对话框中勾选“规划求解加载项”复选框,单击“确定”按钮,将会在“数据”选项卡下方的“分析”组中出现“规划求解”选项。单击“规划求解”,在弹出的对话框中做如图 3-9 所示的设置,单击“求解”按钮,就会在单元格 H1 中显示出使 H2 中的 MSE 极小的整数跨度。在本例中,最优移动平均跨度是 5。

注意:“规划求解”工具不一定每次都能找到整数解。

(4) 在最优移动平均跨度的基础上,预测各周的汽油销量。

将单元格 C2:C14 中的数据作为新系列复制粘贴到如图 3-5 所示的图表中,即可在图 3-5 中添加一条预测值曲线,结果如图 3-10 所示。这条曲线中第 5 周的值突然下降,这是因为当移动平均跨度为 5 时,前 5 周没有预测值而造成的,但这并不影响观察预测值曲线。可以看出,它是一条波动较小的曲线,代表了汽油销量的平均水平。

图 3-10 还是一个可调图形,它直观地表现了不同移动平均跨度下 MSE 和预测值的变化。其中包括一个对移动平均跨度进行调节的数值调节钮,以及一个显示移动平均跨度值的文本框和其对应 MSE 的文本框。这两个文本框的值分别等于单元格 G6 和 G7,单元格 G6 中的公式是“=" 移动平均跨度 =" &H1”,单元格 G7 中的公式是“=" MSE =" &ROUND(H2,2)”。

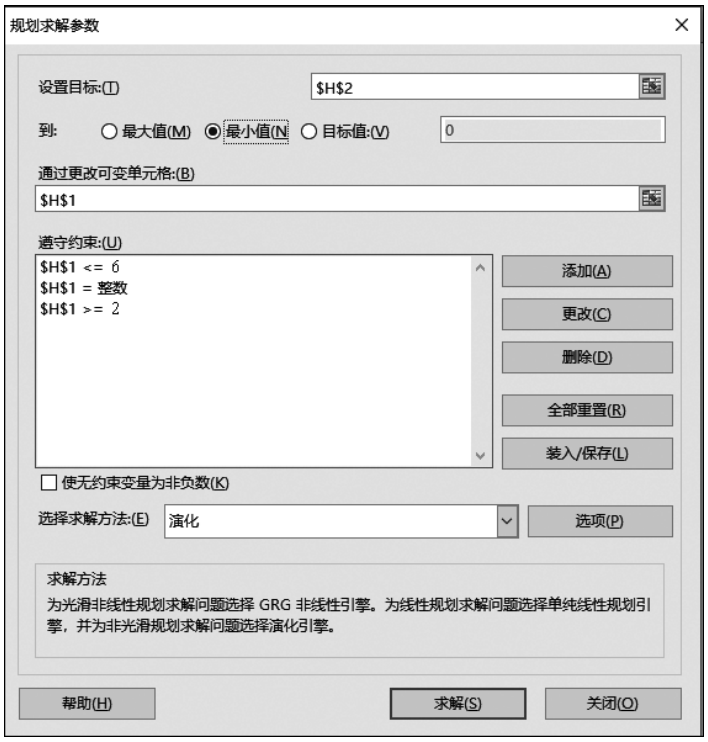

图 3-9　“规划求解参数”对话框

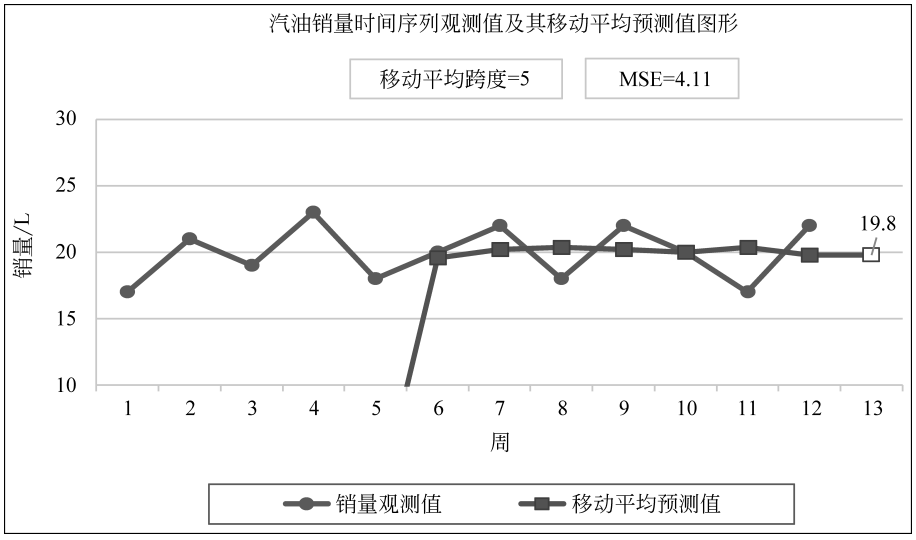

图 3-10　汽油销量时间序列观测值及其移动平均预测值

这里主要通过式(3-3)和表单控件建立“移动平均预测”模型，在不同的移动平均跨度下求出每周(包括第 13 周)的预测值。

除这种方法外，还可以利用“数据分析”中的“移动平均”宏来进行预测，但是这种方法只能得到指定移动平均跨度下的预测值。在其所生成的预测值数据的基础上不能计算出最优

移动平均跨度。

观看视频

3.2.2 指数平滑预测

在移动平均预测模型中,计算移动平均数时每个观测值都使用相同的权数,即认为时间序列在其跨度内各个时期的观测值对下一时期值的影响是相同的。而一种更合理的认识是,越近时期的观测值对下一时期值的影响越大,越远时期的观测值对下一时期值的影响越小。因此,最近时期的观测值应取最大权数,较远时期观测值的权数应依次递减,所有权数相加等于1。为移动平均预测模型中的每一个观测值加上不同的权数,得到加权移动平均(Weighted Moving Average)预测模型。

加权移动平均预测的一种特殊方法是指数平滑(Exponential Smoothing)预测法。这种方法将过去所有时期的观测值的加权移动平均数作为下一时期的预测值,计算公式如下:

$$F_{t+1}=\alpha Y_t+\alpha(1-\alpha)Y_{t-1}+\alpha(1-\alpha)^2Y_{t-2}+\cdots \tag{3-4}$$

式中,α 被称为平滑常数($0\leqslant\alpha\leqslant1$)。

容易证明,式(3-4)中的权数随着期数的前推而减小,并且权数之和等于1。

$$\alpha>\alpha(1-\alpha)>\alpha(1-\alpha)^2>\alpha(1-\alpha)^3>\cdots \tag{3-5}$$

$$\alpha+\alpha(1-\alpha)+\alpha(1-\alpha)^2+\alpha(1-\alpha)^3+\cdots=1 \tag{3-6}$$

因此,指数平滑预测法在预测时更重视近期的观测数据,而 α 决定了这种重视的程度,α 越大近期观测值对预测的影响越大,α 越小近期观测值对预测的影响越小。

式(3-4)可以变换为以下两种迭代公式:

$$F_{t+1}=\alpha Y_t+(1-\alpha)F_t \tag{3-7}$$

或

$$F_{t+1}=F_t+\alpha(Y_t-F_t) \tag{3-8}$$

这两个公式更容易实现指数平滑预测值的计算。式(3-7)说明第 $t+1$ 期的预测值等于第 t 期的观测值和预测值的加权平均值,观测值和预测值的权数分别为 α 和 $1-\alpha$。式(3-8)说明第 $t+1$ 期的预测值等于以第 t 期预测误差乘以 α 作为修正值,对第 t 期的预测值加以修正而得到的结果。如果时间序列有较大的随机波动,说明大多数预测误差是由随机因素引起的,此时应选择较小的平滑常数,这样可以减小由随机因素引起的预测误差对下期预测值的影响。反之,如果时间序列有较小的随机波动,则应选择较大的平滑常数,这样做的好处在于,当出现预测误差又允许预测迅速反映引起误差的变化时,可以迅速调整预测值。在实际模型中,平滑常数的选择应遵循使 MSE 极小的原则。

在利用式(3-7)或式(3-8)计算预测值时,有了 α、Y_t 和 F_t 就可以计算出 F_{t+1},那么 F_t 从何而来呢?是根据 Y_{t-1} 和 F_{t-1} 计算得到的,而 F_{t-1} 又是根据 Y_{t-2} 和 F_{t-2} 计算得到的,以此类推,一直到第一个时刻,即必须知道初始的预测值 F_1。在没有 F_1 的情况下,可以令 F_1 为空,$F_2=Y_1$,然后利用式(3-7)或式(3-8)依次往下计算。

下面通过一个示例说明在 Excel 工作表中,如何通过式(3-7)或式(3-8)与一维模拟运算表相结合来建立"指数平滑预测"模型,以便找到最优的平滑常数。

【例 3-2】 利用例 3-1 的数据在 Excel 工作表中建立一个指数平滑预测模型来预测第 13 周的汽油销量。

【解】

(1) 输入观测值。

在例 3-1 中，我们已经观察到汽油销量时间序列不包含趋势成分和季节成分，因此可以用指数平滑预测法进行预测。在 Excel 工作表的单元格 A1:B13 内输入 1～12 周的汽油销量，如图 3-11 所示。

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	周	销量观测值	指数平滑预测值		平滑常数α	0.3	8	平滑常数=0.3
2	1	17			MSE	6.95112013		MSE=6.95
3	2	21	17					
4	3	19	18.2		MSE极小值	6.95112013		
5	4	23	18.44		最优平滑常数	0.3		
6	5	18	19.808		第13周销量预测值	20.072101		
7	6	20	19.2656					
8	7	22	19.48592			6.95112013		
9	8	18	20.240144		0.1	8.4527403		
10	9	22	19.5681008		0.2	7.1475219		
11	10	20	20.29767056		0.3	6.95112013		
12	11	17	20.20836939		0.4	7.17462807		
13	12	22	19.24585857		0.5	7.63372803		
14	13		20.072101		0.6	8.27397961		
15					0.7	9.08316473		
16					0.8	10.0676292		

图 3-11　汽油销量时间序列指数平滑预测模型

(2) 给出任意的一个平滑常数并计算均方误差。

在单元格 F1 中输入一个任意的平滑常数(如 0.3)。在单元格 C3 中输入公式“=B2”，作为第 2 周的预测值(F_2)。在单元格 C4 中输入公式“=$F$1*B3+(1-$F$1)*C3”。

在例 3-1 中，我们计算 MSE 时，是利用其定义进行的。即先计算出每一时期的预测误差二次方，再将它们加以平均。利用 SUMXMY2()函数和 COUNT()函数计算均方误差。SUMXMY2()函数的功能是返回两数组中对应数值之差的二次方和。它需要 2 个参数，第 1 个参数是第一个数组或数值区域，第 2 个参数是第二个数组或数值区域。COUNT()函数的功能是计算某一范围内包含数字的单元格的个数。因此在单元格 F2 中输入公式“=SUMXMY2(B2:B13,C2:C13)/COUNT(C2:C13)”。

(3) 确定最优平滑常数。

利用规划求解工具计算出使 MSE 极小的平滑常数，按照图 3-12 所示进行设置，求解后在单元格中即可得到最优平滑常数。

另外一个求最优平滑常数的方法是查表法，即构造一个不同平滑常数和 MSE 的对照表，在这个表中找出 MSE 的极小值，然后找出其所对应的平滑常数。构造平滑常数和 MSE 的对照表可以利用模拟运算表功能，即在单元格 E8:F16 内将 MSE(单元格 F2)关于平滑常数(单元格 F1)做一个一维灵敏度分析。用 MIN()算出 MSE 的极小值，再利用 INDEX()函数和 MATCH()函数的组合来查表找到使 MSE 达到极小的平滑常数 α 。

MATCH()函数的功能是查找指定数值在指定范围内的位置。它需要 3 个参数，第 1 个参数是要查找的指定数值(或其所在的单元格)，第 2 个参数是指定的范围，第 3 个参数是匹配类型(0、1、-1)。如果第 3 个参数为 0 表示精确匹配，即要查找的指定数值必须出现在

图 3-12　平滑常数规划求解参数对话框

指定范围内，此时 MATCH()函数返回的是指定数值在指定范围内的序号；如果第 3 个参数为 1 表示要查找的指定数值可能不在指定范围内，同时指定范围内的数字是递增序列，此时 MATCH()函数返回的是小于或等于指定数值的最大值在指定范围内的序号；如果第 3 个参数为－1 表示要查找的指定数值可能不在指定范围内，同时指定范围内的数字是递减序列，此时 MATCH()函数返回的是大于或等于指定数值的最小值在指定范围内的序号。

在单元格 F4 中输入公式“＝MIN(F9:F16)”，求出 MSE 极小值。在单元格 F5 中输入公式“＝INDEX(E9:E16,MATCH(F4,F9:F16,0))”。其中的 MATCH()函数找出单元格 F4 中的 MSE 极小值(6.9511201)在单元格 F9:F16 中的序号，这个序号等于 3，然后 INDEX()函数再在单元格 E9:E16 内找出序号等于 MATCH()函数计算结果所对应的单元格的值 0.3，即 MSE 极小值所对应的平滑常数。如果想提高平滑常数的精度，可将模拟运算表自变量值的间隔变小，例如，从 0.27 到 0.34 间隔为 0.01，单元格 F5 中的最优平滑常数将变为 0.28。

(4) 预测第 13 周的汽油销量。

在单元格 A14 中输入 13，同时将单元格 F1 中开始设置的数值更改为 0.3，否则预测值将产生一定的误差，再将单元格 C13 中的公式复制到单元格 C14，求出第 13 周的汽油销量预测值。也可以用单元格 F5 中的最优平滑常数在单元格 F6 中输入第 13 周的预测公式。

利用单元格 A2:C14 中的数据可以绘制汽油销量观测值曲线和指数平滑预测值曲线。在其中添加一个对平滑常数进行调节的微调项，以及显示平滑常数值和 MSE 值的文本框，得到如图 3-13 所示的可调图形。这里的微调项有一点特殊，它控制的是一个小数。而

Excel 提供的微调项只能控制在 0～30000 中变化的整数，所以在制作时利用间接控制的技术，即用微调项控制单元格 G1 中的数字在 1～8，以 1 为步长变化，再在单元格 F1 中输入公式“＝G1/10”，这样单元格 F1 中的数字就在 0.1～0.8，以 0.1 为步长变化。

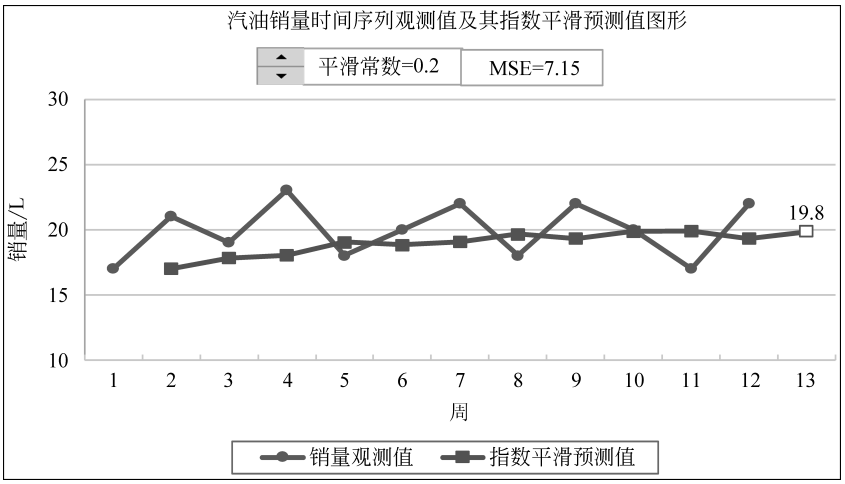

图 3-13　汽油销量时间序列观测值及其指数平滑预测值

3.3　趋势预测

观看视频

3.3.1　线性趋势预测

对于含有线性趋势成分的时间序列，预测变量随时间的推移递增或递减，可以将预测变量在每一个时期的值 Y_i 和其对应时期 X_i 之间的线性依赖关系表示为

$$Y_i = a + b X_i + \varepsilon_i \tag{3-9}$$

式中，ε 表示随机因素。由于其不可预测，因此线性趋势方程可表示为

$$F_i = a + b X_i \tag{3-10}$$

只要能确定截距 a 和斜率 b，对于每一个 X_i，就能求出其对应的预测值 F_i。截距 a 和斜率 b 的确定仍应遵循使 MSE 极小的原则。

【例 3-3】 某航空公司 10 年间的年总收入数据如表 3-2 所示，试建立线性趋势预测模型并预测第 11 年的年总收入。

表 3-2　某航空公司 10 年间的年总收入数据

年　序　号	总收入(万元)	年　序　号	总收入(万元)
1	2428	6	4264
2	2951	7	4738
3	3533	8	4920
4	3618	9	5318
5	3616	10	6715

【解】

(1) 用 4 种不同的方法建立该线性趋势预测模型。

方法一：利用添加趋势线的方法预测。

将总收入数据输入 Excel 工作表的单元格 A1:B11 中，然后利用这些数据绘制出总收入数据变化折线图，并在图中添加一条趋势线，结果如图 3-14 所示。

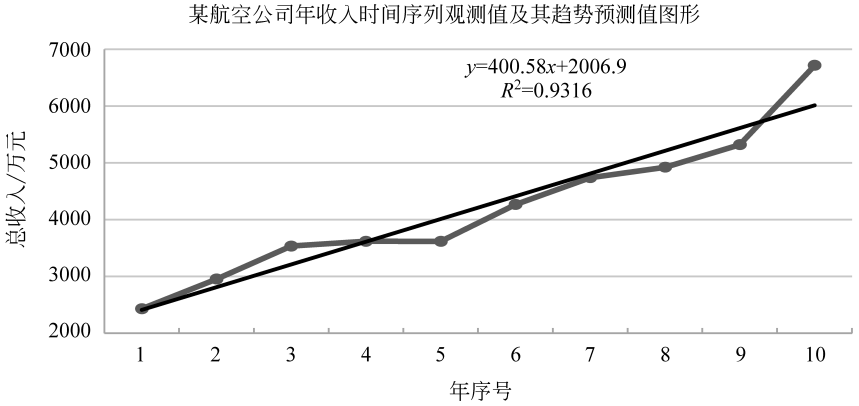

图 3-14　某航空公司年收入时间序列观测值及其趋势线

从图 3-14 中可以看出，总收入数据呈线性递增的趋势。图中的公式是年总收入的线性趋势方程。R^2 近似等于 0.93，说明该趋势方程较好地表示了总收入数据和时间之间的线性依赖关系，因此可以用线性趋势方程进行预测。一般情况下，如果 R^2 大于 0.9，则用线性趋势来做预测；如果 R^2 小于 0.9，则线性预测结果仅供参考；如果 R^2 小于 0.5，就需要寻找其他非线性模型进行预测。

从线性趋势图上可以看出参数 a、b 和 R^2 的值，可以用 $a+b\times$A12 的值计算第 11 周的年总收入预测值。

方法二：利用线性趋势方程做预测。

在单元格 A12 中输入序号“11”，在单元格 I2 中输入公式“=INTERCEPT(B2:B11,A2:A11)”，算出线性趋势预测模型的参数 a(截距)；在单元格 I3 中输入公式“=SLOPE(B2:B11,A2:A11)”，算出线性趋势预测模型的参数 b(斜率)。在单元格 C2 中输入公式“=$I$2+$I$3*A2”，并复制到单元格 C3:C12 内，即可求出第 11 年的总收入预测值，如图 3-15 中的单元格 C12 所示。

此外，获得线性趋势预测模型的参数 a 和 b，还可以使用 Excel 的内建函数 LINEST()，该函数可以同时获得参数 a 和 b。LINEST()函数是一个数组函数，它的输出为一系列回归分析结果，包括回归系数的值、标准误差、判定系数等一系列统计量(详见 Excel 的帮助文件)。通常只用 LINEST()函数计算回归系数，在此情况下，它的参数设置与 INTERCEPT()和 SLOPE()函数相同。具体方法如下。

同时将两个相邻单元格 H7 和 I7 选中，输入公式“=LINEST(B2:B11,A2:A11)”后按 Ctrl+Shift+Enter 组合键完成数组函数的输入。这时 H7 和 I7 两个单元格的编辑栏中都会出现相同的公式“=LINEST(B2:B11,A2:A11)”。而在单元格 H7 和 I7 中会分别得到斜率 b 和截距 a 的值 400.6 和 2006.93。注意，由于 Excel 把 LINEST()函数的输出格式设

置成 b 在前、a 在后，从左到右排列，因此必须在两个左右并列的单元格中建立此公式。

方法三：利用 Excel 的内建函数 FORECAST()计算预测值。

FORECAST()函数需要 3 个参数，第 1 个参数是一个新的时间点，第 2 个参数是一组已知的预测变量观测值，第 3 个参数是对应时间点的集合。因此在单元格 D2 中输入公式“=FORECAST(A2，$B$2：$B$11，$A$2：$A$11)”，并复制到单元格 D3：D12 内，如图 3-15 中 D 列单元格所示。实际上要求的预测值是单元格 D12 的值，但是这个方法可以求出每个月的预测值。

方法四：利用 Excel 的内建函数 TREND()计算预测值。

TREND()函数需要 3 个参数，第 1 个参数是一组已知的预测变量观测值，第 2 个参数是对应时间点的集合，第 3 个参数是一个新的时间点。因此在单元格 E2 中输入公式“=TREND($B$2：$B$11，$A$2：$A$11，A2)”，并复制到单元格 E3：E12 内，结果如图 3-15 中 E 列单元格所示。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	序号	年总收入	函数法	预测函数	趋势函数			内建函数intersept()与slope()	
2	1	2428	2407.5091	2407.50909	2407.509			截距	2006.933333
3	2	2951	2808.0848	2808.08485	2808.085			斜率	400.5757576
4	3	3533	3208.6606	3208.66061	3208.661				
5	4	3618	3609.2364	3609.23636	3609.236			内建函数linest()	
6	5	3616	4009.8121	4009.81212	4009.812			斜率	截距
7	6	4264	4410.3879	4410.38788	4410.388			400.58	2006.933333
8	7	4738	4810.9636	4810.96364	4810.964				
9	8	4920	5211.5394	5211.53939	5211.539				
10	9	5318	5612.1152	5612.11515	5612.115				
11	10	6715	6012.6909	6012.69091	6012.691				
12	11		6413.2667	6413.26667	6413.267				

图 3-15　某航空公司年收入时间序列

(2) 利用单元格 B2：C12 内的数据可以绘制线性趋势预测图形。

从图 3-15 可以看出，以上几种方法所得到的预测值大致相同。我们可以取一列(C 列、D 列或 E 列)与观测值(B 列)绘制如图 3-16 所示的线性趋势预测图，并可对最后一个预测点做必要的格式设置，使其明确地显示未来的预测值，这是添加趋势线方法所无法实现的。

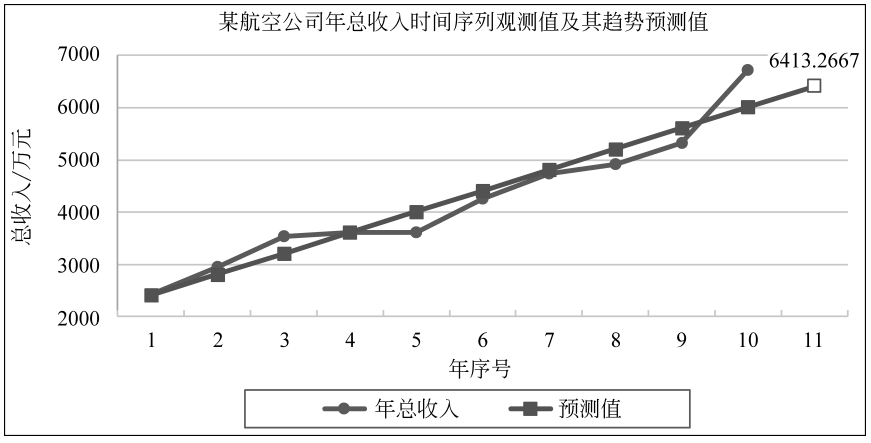

图 3-16　某航空公司年总收入时间序列观测值及其趋势预测值

对于具有线性趋势预测模型的数据,也可以用第 4 章介绍的线性回归分析方法进行预测。

观看视频

3.3.2 非线性趋势预测

前文所讨论的线性趋势预测方法是一种简单而有效的方法,但是在很多实际问题中,时间序列更多呈现出非线性的变化趋势,这时候如果坚持用线性趋势预测方法进行预测则无法取得最佳效果,必须采用非线性趋势预测方法。

简单地说,非线性趋势预测可以采用添加趋势线的方法,根据观测值的特点,趋势线可以选择指数曲线、对数曲线、幂函数曲线和多项式曲线等。如果数据与这些趋势线曲线不相符,也可以用其他函数曲线方程做趋势预测。下面通过一个示例介绍这两种方法的使用。

【例 3-4】 某食品公司以往 6 年的年销售额数据如表 3-3 所示,针对该数据表,建立时间序列趋势预测模型,并预测该公司第 7 年的年销售额。

表 3-3 某食品公司年销售额数据

年 序 号	年销售额(元)	年 序 号	年销售额(元)
1	23100	4	92000
2	57300	5	160000
3	59000	6	220000

【解】

(1) 用两种不同的方法建立非线性趋势预测模型。

方法一:利用添加趋势线的方法预测。

① 输入各年销售额,绘制趋势图。

将各年销售额输入到 Excel 工作表的单元格 A1:B7 中,然后利用这些数据绘制出年销售额变化折线图。在图中添加一条合适的趋势线,如图 3-17 所示。

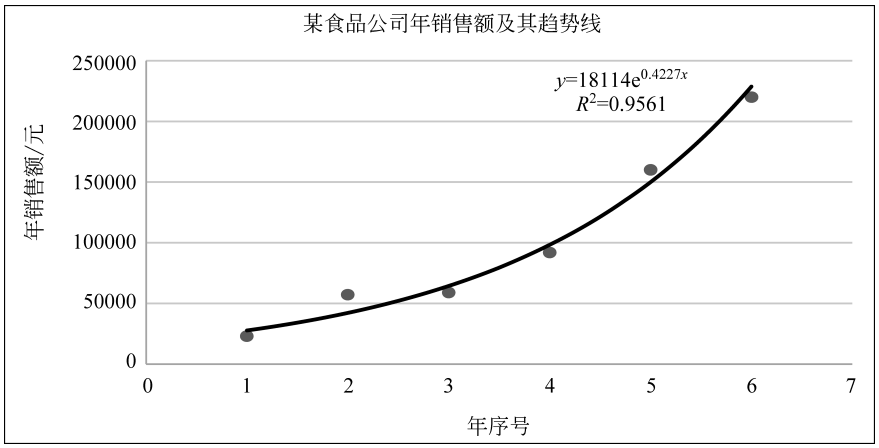

图 3-17 某食品公司年销售额及其趋势线

从图 3-17 中可以看出,年销售额呈指数递增的趋势。图中的公式是年销售额的指数趋

势方程。R^2近似等于0.96，说明该趋势方程较好地表示了年销售额数据和时间之间的依赖关系，因此可以用它来做预测。

注意，该指数趋势线是以e为底，对应的公式为

$$F_i = a\,e^{bX_i} \tag{3-11}$$

② 从指数趋势图中可以看出参数a、b和R^2的值，将参数a和b的值代入指数模型式(3-11)即可得到第7年的年销售额预测值，如图3-18中单元格C8所示。

	A	B	C	D	E	F	G
1	年序号	销售额	预测值1	预测值2			
2	1	23100	27643.348	27642.106		函数法LOGEST()	
3	2	57300	42185.861	42183.177		1.526	18113.525
4	3	59000	64378.847	64373.547			
5	4	92000	98247.04	98237.114		MSE1	82663332
6	5	160000	149932.49	149914.54		MSE2	82612286
7	6	220000	228808.43	228776.76			
8	7		349179.15	349124.28			

图3-18　某食品公司年销售额时间序列

方法二：利用Excel内建函数LOGEST()的方法预测。

LOGEST()函数是一个数组函数，该函数可以同时获得参数a和b。**LOGEST()**函数计算最符合数据的指数拟合曲线，并返回描述该曲线的数值数组。因为此函数返回数值数组，所以必须以数组公式的形式输入。此曲线的公式为

$$Y_i = bm^{X_i} + \varepsilon_i \tag{3-12}$$

式中，因变量Y_i与自变量X_i是指数函数关系；m值是各指数X_i的底；b是常量。

该函数带有4个参数，格式为LOGEST(known_y's,known_x's,const,stats)，第1个参数为满足指数回归拟合曲线$Y_i = bm^{X_i}$的一组已知的Y_i值；第2个参数为满足指数回归拟合曲线$Y_i = bm^{X_i}$的一组已知的X_i值；第3个参数为一逻辑值，是可选参数，用于指定是否将常量b强制设为1，如果const为TRUE或省略，则b将按正常计算；如果const为FALSE，则常量b将设为1，而m的值满足公式$Y_i = bm^{X_i}$；第4个参数为一逻辑值，指定是否返回附加回归统计值。在本例中具体操作如下：

同时将两个相邻单元格F3和G3选中，输入公式“=LOGEST(B2:B7,A2:A7,TRUE,FALSE)”，按Ctrl+Shift+Enter组合键完成数组函数的输入。这时单元格F3和G3的编辑栏中都会出现相同的公式“=LOGEST(B2:B7,A2:A7,TRUE,FALSE)”，而在单元格F3和G3中会分别得到参数m和b的值1.526和18113.53。注意，由于Excel把LOGEST()函数的输出格式设置成m在前、b在后，从左到右排列，因此必须在两个左右并列的单元格中建立此公式。

利用单元格F3和G3中得到的参数值，利用式(3-12)，在单元格D2中输入公式“=$G$3*$F$3^A2”，并复制到单元格D3:D8中，即可得到预测值，如图3-18中D列所示。

从图3-18中可以看出，两种预测方法得到的数据之间有一定的误差，这是因为同样是指数预测模型，但底数不一样导致的差异。通过单元格F5:F6中计算的MSE可以看出，由式(3-12)得到的预测结果比由式(3-1)得到的预测结果精度稍高一点，这是因为式(3-12)选择的是最适合的底数。

(2) 利用单元格 B2:D8 内的数据绘制如图 3-19 所示的图形,预测值 1 和预测值 2 几乎重叠。

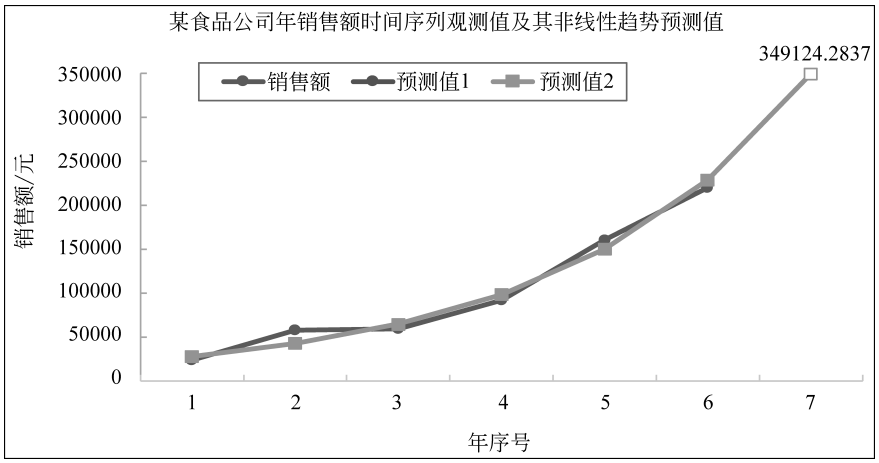

图 3-19 某食品公司年销售额时间序列观测值及其非线性趋势预测值

观看视频

3.4 季节指数预测

许多时间序列不仅含有趋势成分,还含有季节成分。例如,用电量会在夏季和冬季上升,而在春季和秋季下降,但是长期来看,它可能是增加的。因此,对于这一类型的时间序列,首先需要剔除季节影响,然后再看这个消除季节影响的时间序列是否存在长期趋势。如果存在线性趋势,那么就可以用线性趋势预测模型进行预测,然后用估计的季节影响对预测值作出调整。事实上,这是一种对时间序列进行分解的方法,一般建立在下列乘法模型的基础上:

$$Y_t = T_t \times S_t \times I_t \tag{3-13}$$

式中,T_t 表示趋势成分,S_t 表示季节成分,I_t 表示不规则成分。

由于不规则成分的不可预测性,因此预测值可表示为趋势成分和季节成分的乘积。季节指数预测法的一般步骤如下:

(1) 计算每一季(每季度、每月等)的季节指数 S_t 。

(2) 用时间序列的每一个观测值除以适当的季节指数,消除季节影响。

(3) 为消除了季节影响的时间序列建立适当的趋势模型并用这个模型进行预测。

(4) 用预测值乘季节指数,计算最终的带季节影响的预测值。

季节指数预测法是根据呈现季节变动的时间序列观测值,用求算术平均值的方法计算各月或各季的季节指数,据此达到预测目的的一种方法。

计算平均季节指数预测法的一般过程如下。

(1) 求出各年同月或同季观察值的平均数(用 A 表示)。

(2) 求历年间所有月份或季度的平均值(用 B 表示)。

(3) 计算各月或各季度的季节指数,即 $C=A/B$。

(4) 根据未来年度的全年趋势预测值,求出各月或各季度的平均趋势预测值,然后乘以相应季节指数,即得到未来年度内各月和各季度包括季节变动的预测值。

下面举例说明怎样在 Excel 工作表中建立和使用季节指数模型。

【例 3-5】 某工厂以往 4 年各季度的电视机销量如表 3-4 所示。数据具有明显的季节性波动,试用季节指数预测法预测第 5 年各个季度的电视机销量[1]。

表 3-4　以往 4 年内各季度的电视机销量

年	季　度	销量(万台)	年	季　度	销量(万台)
1	1	4.8	3	1	6
	2	4.1		2	5.6
	3	6		3	7.5
	4	6.5		4	7.8
2	1	5.8	4	1	6.3
	2	5.2		2	5.9
	3	6.8		3	8
	4	7.4		4	8.4

【解】

(1) 输入观测值并绘制电视机销量变化图。

在 Excel 工作表单元格 A1:C17 内输入电视机销量,如图 3-20 所示。图中隐藏了第 6～13 行。把每一年的数据作为一个单独的数据系列绘制在图 3-21 中。可以看出,以往 4 年的数据呈现出规律性的变化,即第一、二季度减少,第三、四季度增加。从图 3-22 中也可以看出这种规律,并且销量逐年递增。但是要判断这个时间序列存在什么样的趋势,必须等消除了季节影响之后才能得出结论。由于存在季节成分,所以可以用季节指数法进行预测。

	A	B	C	D
1	年	季度	销量	
2	1	1	4.8	
3		2	4.1	
4		3	6	
5		4	6.5	
14	4	1	6.3	
15		2	5.9	
16		3	8	
17		4	8.4	
18				

图 3-20　电视机季度销量时间序列

(2) 计算季节指数。

将每年各季度的销量平均值放置在单元格 J2:J5 中,在单元格 J2 中输入公式“=

[1] 戴维 R.安德森,等. 商务与经济统计[M]. 张建华,等译. 北京:机械工业出版社,2000:575.

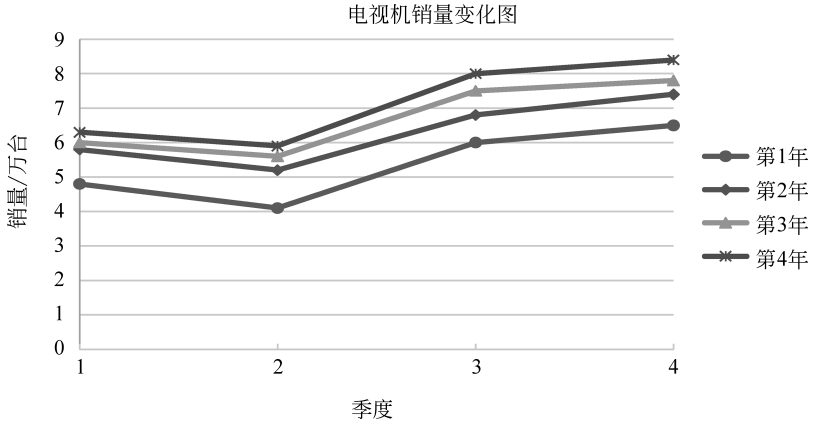

图 3-21　电视机销量的年度图形

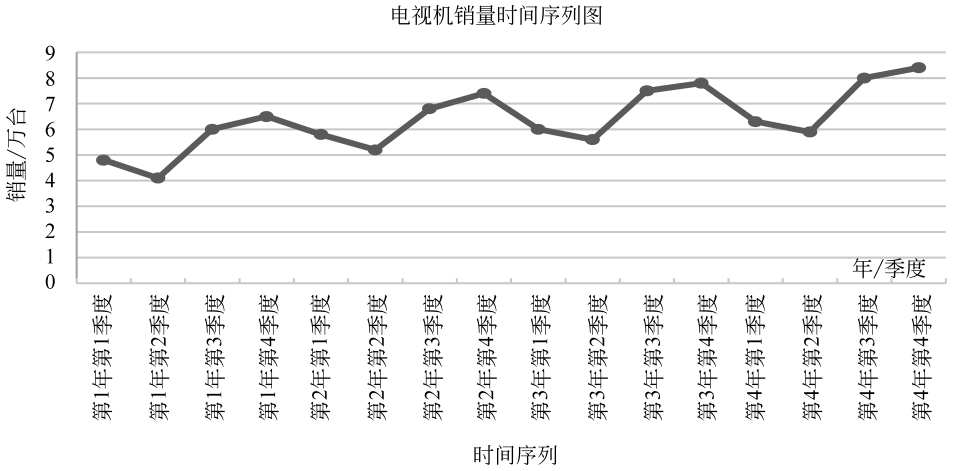

图 3-22　电视机销量时间序列图

AVERAGE(C2,C6,C10,C14)”,并复制到单元格 J3:J5 中。在单元格 K2 中输入公式“=AVERAGE(C2:C17)”,并选中单元格 K2:K5,将它们合并成一个单元格,且将数值居中显示。在单元格 L2 中输入公式“=J2/$K$2”,并复制到单元格 L3:L5 中,得到 4 个季度的季节指数,结果如图 3-23 所示。

	I	J	K	L
1	季度	各季度的平均值	所有季度的平均值	季节指数
2	1	5.73	6.38	0.90
3	2	5.20		0.81
4	3	7.08		1.11
5	4	7.53		1.18

图 3-23　电视机销量的季节指数

(3) 消除季节影响。

选中单元格 E2:E5,输入公式“=C2:C5/$L$2:$L$5”,按 Ctrl+Shift+Enter 组合键,并将公式复制到单元格 E6:E17 中,得到消除了季节影响的各个季度的趋势值。

利用单元格 C2:C17 和 E2:E17 内的数据绘制出图 3-24。从图中可以看出,消除季节

影响的销量值体现了电视机销量的稳定水平，即在一定程度上消除了电视机销量时间序列的不规则成分。

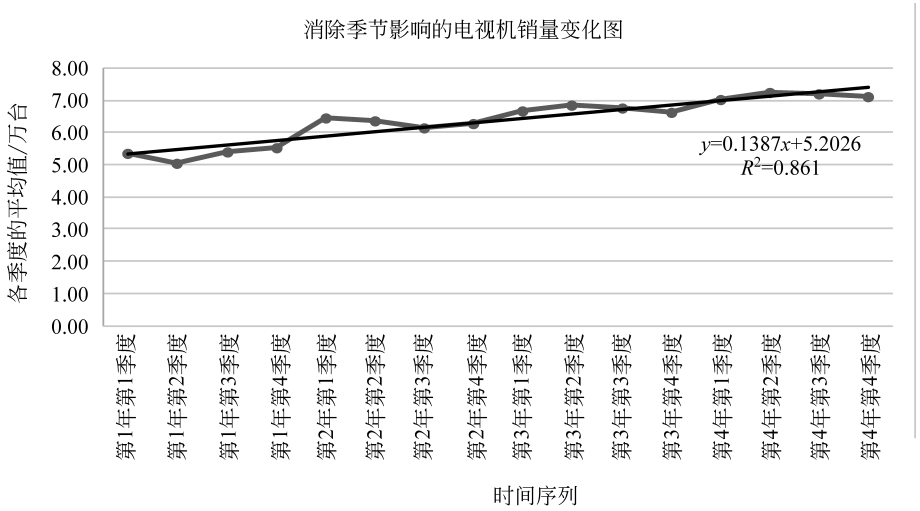

图 3-24　电视机销量时间序列及其消除季节影响的电视机销量变化图

（4）进行趋势预测。

在单元格 F2:F5 中输入公式“=FORECAST(D2:D5,$E$2:$E$17,$D$2:$D$1117)”，然后按 Ctrl+Shift+Enter 组合键，并将公式复制到单元格 F6:F21 中，其中单元格 F18:F21 中的数值即为第 5 年各季度的趋势预测值。

（5）还原季节影响。

在单元格 G2:G5 中输入公式“=F2:F5 * $L$2:$L$5”，然后按 Ctrl+Shift+Enter 组合键，并将公式复制到单元格 G6:G21 中，得到带季节成分的各季度的销量预测值，其中单元格 G18:G21 中的数值即为第 5 年各季度的带季节影响的预测值，结果如图 3-25 所示。

	A	B	C	D	E	F	G
1	年	季度	销量	序号	消除季节影响的销量	趋势预测值	带季节成分的预测值
2	1	1	4.8	1	5.35	5.34	4.79
3		2	4.1	2	5.03	5.48	4.47
4		3	6	3	5.41	5.62	6.23
5		4	6.5	4	5.51	5.76	6.79
6	2	1	5.8	5	6.46	5.90	5.29
7		2	5.2	6	6.38	6.03	4.92
8		3	6.8	7	6.13	6.17	6.84
9		4	7.4	8	6.28	6.31	7.44
10	3	1	6	9	6.69	6.45	5.79
11		2	5.6	10	6.87	6.59	5.37
12		3	7.5	11	6.76	6.73	7.46
13		4	7.8	12	6.61	6.87	8.10
14	4	1	6.3	13	7.02	7.01	6.28
15		2	5.9	14	7.24	7.14	5.82
16		3	8	15	7.22	7.28	8.07
17		4	8.4	16	7.12	7.42	8.75
18	5	1		17		7.56	6.78
19		2		18		7.70	6.27
20		3		19		7.84	8.69
21		4		20		7.98	9.41

H	I	J	K	L
	季度	各季度的平均值	所有季度的平均值	季节指数
	1	5.73	6.38	0.90
	2	5.20		0.81
	3	7.08		1.11
	4	7.53		1.18

图 3-25　电视机销量时间序列季节指数预测模型