

波形发生与变换

在电子应用中,往往需要产生各种波形的信号(正弦波、方波、矩形波或三角波等)作为测试信号或控制信号。例如,在电路测试中,可以通过测量、对比输入和输出信号,来判断信号处理电路的功能和特性是否达到设计要求。而作为控制信号,产生波形的各项指标直接影响电路输出的性能。同时,为了将采集到的信号用于控制、驱动负载或输入计算机,常常需要将信号进行转换,例如,将电流信号转换成电压信号、将正弦波信号转换成频率相同的方波驱动信号等等。

波形发生器(也称信号发生器)可用于产生周期性或按某一函数规律的变化的时域信号。目前市场上很多成熟的波形发生器都是通过微控制器来实现信号的发生,由于波形发生电路能够更好地促进读者对振荡、滤波等知识点的学习,因此本章将主要介绍如何通过模拟电路来实现波形发生与信号转换的功能。

3.1 一个简单的方波发生器电路

如图 3-1 所示为一个方波发生器的原理图。其中, $T_1 与 T_2$ 是两只 NPN 型的晶体管。 $R_1 与 R_2$ 分别为 $T_1 与 T_2$ 的集电极电阻, $R_3 与 R_4$ 则为 $T_1 与 T_2$ 的基极偏流电阻, T_1 的 集电极经 C_1 耦合到 T_2 的基极, T_2 的集电极经 C_2 耦合到 T_1 的基极。

接通电源后, T_1 与 T_2 两管都趋向于导通, 但发展是不平衡的, 设 T_1 的集电极电流 i_{C1}



增长较快,则 R_1 两端的压降会减小,经过 C_1 引起 u_{b2} 下降。经 T_2 的反向放大使 u_{c2} 上升。又经过 C_2 的耦合使 u_{b1} 上升,经 T_1 后使得 u_{c1} 进一步减 小,形成了正反馈。这种正反馈使得 T_1 饱和导通、 T_2 完全截止。但这种状态并不会持久,因为此后电 容 C_2 要被充电而 C_1 要被放电。当 C_1 逐渐放完电 时, T_2 的发射结由反向偏置转为正向偏置,于是 T_2 的集电极电流 i_{C2} 开始上升,这会引起与之前相反 的正反馈,即这种正反馈使得 T_1 完全截止、 T_2 饱 和导通。就这样,通过正反馈与放大使得电路产生 振荡,表现形式即为矩形波。

3.2 使用放大电路构成正弦波振荡器

由 3.1 节中简单的例子可以看出,使用模拟电路产生周期性的信号,需要振荡电路的参 与。这与第 2 章的放大电路正好相反,在放大电路中应尽量避免放大器的振荡,即要求稳定 地放大,这也是放大电路增加负反馈的原因。事实上,不合适的负反馈也能让放大电路产生 振荡现象,因此能从原理上判定放大电路是否会发生振荡是非常有必要的,这对设计与调试 放大以及振荡电路有很大帮助。

3.2.1 闭环与反馈

无论为放大电路增加正反馈还是负反馈,都构成了信号传输的闭环,即输出信号也作为 了输入的一部分。而自动控制理论经常被应用于闭环控制系统的稳定性,因此可借助控制 领域的稳定性理论去分析放大电路的稳定性。图 3-2(a)对典型控制系统中的一些术语进行 了定义,其中矩形框中G代表向前通道的传递函数,矩形框中的H则表示反馈通道的传递 函数。这里的函数可以为一个常数,如图 3-2(b)所示;也可以为一个复杂的数学函数,如 图 3-2(c)所示;圆形框为信号的叠加,圆形框的输入箭头标有"+"或"-"号,代表信号的相 加或相减,也可依次来区分控制系统为正反馈还是负反馈。



图 3-2 控制系统的术语定义

实际中的控制系统往往比较复杂,如图 3-3(a)所示为一个多环路的反馈系统,这个图形 看起来非常复杂,但是反馈框图是可以合并的,简化后的反馈框图如图 3-3(b)所示,一个无 论多复杂的框图都可以基于图 3-3(b)的反馈框图去分析系统的稳定性。

常见的框图变化如图 3-4 所示。

3.2.2 反馈与稳定性

无论多复杂的反馈框图,均可以变换成如图 3-5(a)所示的表达形式。将图 3-5(a)中的







图 3-4 常见的框图变化

符号换成电子系统中的符号,即得到图 3-5(b)所示的反馈框图。实际上,其数学过程是一致的,只不过它们面向不同的系统工程师。因此由电路产生的反馈框图也是可以简化的,而且 不论多复杂的电路,均可将由电路得到的复杂反馈框图简化为如图 3-5(b)所示的简化形式。



如图 3-6 所示为将反相比例放大电路转变成反馈框图的例子,其中,A 代表**开环增益**, 在此电路中等于运算放大器本身的开环增益,β 代表反馈系统。在反相比例放大电路中,反 馈是使用两个电阻进行反馈的,即反馈系统可以为



图 3-6 将反相比例放大电路转换成反馈框图

那么在此电路中 $0 < \beta < 1$ 。当 R_f 断路时,即 $R_f = \infty$,由式(3-1)得 $\beta = 0$,此时电路为开环状态;当 R_1 断路时,即 $R_1 = \infty$,则 $\beta = 1$,此时电路为电压跟随器。同时,可以根据反馈框图 很方便地求出输出方程为

$$u_{0} = EA \tag{3-2}$$

且误差信号 E 为

$$E = u_{i} - \beta u_{o} \tag{3-3}$$

利用式(3-2)与式(3-3),可得

$$\frac{u_{o}}{A} = u_{i} - \beta u_{o} \tag{3-4}$$

通过简单的变化,即可得到输入与输出的关系

$$\frac{u_{\rm o}}{u_{\rm i}} = \frac{A}{1 + A\beta} \tag{3-5}$$

显然,当 $A\beta \gg 1$ 时, $\frac{u_{o}}{u_{i}} \approx \frac{1}{\beta}$ 。

在式(3-5)中,*A*β 是一个非常重要的参数,被称为**环路增益**。参考图 3-5(c),将输入电 压接地(对于电流则为开路)以及把环路断开,所计算的增益就是环路增益。那么当 *A*β=-1 时,式(3-5)趋向于无穷。由于实际运算放大器输出最大电压为电源电压,输出无法无限增 长,此时运算放大器内的元器件就会表现出非线性的现象,运算放大器的增益会降低,从而 开环增益 *A*β 不再等于 1。那么此放大电路可能有两种表现:

(1) 电路可以在到达最大值后稳定,这称为锁定(lockup);

(2) 电路将会在最大与最小输出电压之间来回跳动,这就是振荡。

综上所述,在设计振荡电路时,需要确保 Aβ=-1,而在设计放大电路时需要避免这个 条件,从而提高系统的稳定性。另外,在计算环路增益时,输入信号是断开(电压)或短路(电 流)的,因此输入对稳定性是没有影响的。这说明振荡器不需要输入信号,振荡器会利用反 馈将生成的输出信号作为输入。

3.2.3 正弦波振荡电路的设计

振荡的形成是由于反馈的放大电路没有找到一个稳定的状态,因此设计振荡器需要让 式(3-5)中的分母为 0。由于式(3-5)是在负反馈的条件推导出来的,因此为了满足振荡条 件,在负反馈中, $A\beta = -1 = 1 \angle 180^\circ$,其中 180°为对应的相移,需要通过电阻、电容和电感的 组合来产生;在正反馈中,由于式(3-5)中分母"+"号会变成"-"号,因此需要保证 $A\beta = 1 = 1 \angle 0^\circ$ 。

在反相比例放大电路中由于引入的为负反馈且反馈系数 β 是由两个电阻分压组成的,则 β 是恒大于 0 的,因此 $A\beta$ 也不能等于一1。这也在一定程度上体现出了引入负反馈是能提高系统的稳定性的。由于在反相比例放大电路中,电路中的基础元件只包含电阻,因此在理想情况下,此电路是不会产生振荡的。但是当反馈回路中加上电容与电感元器件后,反馈系数 β 的相位就会发生变化,就具备了产生振荡的条件。单个 RC 或 RL 电路只能产生最大的相位为 90°,由于振荡器需要产生 180°的相移,因此需要多个 RC 或 RL 来构成振荡电路。当所有 RC 或 RL 的组合相移累积到 180°,就可能发生振荡。

实际上,放大电路在振荡的过程还分为两种情况。第一种是当运算放大器输出到达最 大值或最小值时,此时进入饱和状态并保存一段时间,接着回到线性区,然后输出电压再朝 着相反的电压变化。第二种情况是当输出电压到达一定值后,运算放大器输出电压变化的 方向就改变了,即整个运算放大器在振荡过程中始终处于线性状态。第一种情况会产生高 度失真的波形(准方波),而第二种情况则产生正弦波。

根据以上描述,很容易想到如图 3-7 所示的相移振荡器。假设这些 RC 相移之间是相 互独立的,则此电路的环路增益为

$$A\beta = A_1 \left(\frac{1}{j\omega RC + 1}\right)^3 = A_1 K$$
(3-6)

其中,A1为TLV2474产生的增益。



图 3-7 相移振荡器

若要求环路的相移为一180°,那么需要每一级 RC 相移为一60°,即 $\omega RC = \arctan(60^\circ)$,因此

$$\omega = \frac{\arctan(60^\circ)}{RC} \approx \frac{1.732}{RC} \tag{3-7}$$

此时 K 的幅值 $|K| \approx \left(\frac{1}{2}\right)^3$,因此如果需要产生正弦波,那么在这个频率上的运算放大

器增益 A_1 应该为8。

按照图 3-7 搭建出来的电路效果如图 3-8 所示,实际振荡频率约为 3.76kHz,而不是计算的 1.73kHz,而且使得振荡启动的增益为 27,也不是计算的 8。最主要的原因是之前假设 了各个 RC 之间是独立的,这其实与实际不符合。如图 3-9 所示的电路每级 RC 之间都通过 电压跟随器来进行缓冲,由图 3-10 可以看到,得到的结果与计算的结果非常接近了。



图 3-9 带缓冲的相移振荡器

振荡器在振荡频率点处的环路增益必须等于 1,因为需要满足 $A\beta = -1 \angle 180^\circ$,但是在 实际应用中 R_f 存在误差,因此很难保证系统的环路增益等于 1。但是为什么振荡还是发生 了呢?这是由于当环路增益大于 1 且相移为 180°时,有源元器件(运算放大器)的非线性会 将增益降低到 1。例如,运算放大器的输出电压接近与电压的任意一端时,就会出现这种非 线性。如果当环路增益小于 1,那么此振荡器会停止振荡。因此在实际应用中,为了让振荡 器的稳定,可以将最坏情况下的环路增益设计成大于 1,但需要注意的是,环路增益设置过 大又会引起正弦波的失真。

另外,前面对正弦波振荡器的讨论都是假设运算放大器不受频率的影响,事实上,不同



图 3-10 带缓冲的相移振荡器振荡波形

运算放大器的频率响应是不同的,在搭建振荡器时需选择能在此频率下正常工作的运算放 大器。

3.2.4 矩形波发生电路

在实际应用中,除了正弦波,还有矩形波(方波)、三角波、锯齿波、阶梯波,如图 3-11 所示。矩形波是其他非正弦波发生电路的基础,例如,矩形波后面加上积分电路即可形成三角波;如果改变正向积分与反向积分的时间常数,使得某一方向的时间常数趋于 0,则可获得锯齿波。因此在本节中只对矩形波的产生做详细分析,读者可自行在此基础上扩展。



图 3-11 常见的非正弦波波形

由于矩形波只有两种状态:高电平与低电平,因此运用比较器能产生较为理想的矩形 波。如图 3-12 所示为一个矩形波发生器, R_4 与 R_5 构成振荡器的反馈电路。通过 R_1 实现 对电容 C_1 的周期性充放电,即可形成周期性的矩形波。

当电容 C_1 两端电压小于 R_4 两端电压,则比较器输出高电平,此时电容 C_1 会被充电; 若电容 C_1 两端电压大于 R_4 两端电压,则比较器输出低电平,此时电容 C_1 会被放电。显然 电容充放电的一个周期为方波的周期。 电容充电的最高电压为

$$u_{\rm Cmax} = \frac{R_4}{R_4 + R_5} (u_{\rm Omax} - V_{\rm REF}) \quad (3-8)$$

其中, u_{Cmax} 为充电的最高电压; u_{Omax} 为比 较器输出的最高电压; V_{REF} 为单电源下的 偏置电压。

电容放电的最低电压为

$$u_{\rm Cmin} = \frac{R_4}{R_4 + R_5} (V_{\rm REF} - u_{\rm Omin}) \quad (3-9)$$

其中, u_{Cmin} 为充电的最低电压; u_{Omin} 为比 较器输出的最小电压。



由以上分析可知,调整电路中的 R_4 与 R_5 就可以改变电容 C_1 充放电的最高与最低电压,从而改变电路的振荡频率。

3.3 正弦波转换为方波

要将正弦波转换成方波非常容易,使信号通过过零比较器即可。图 3-13 为一个有迟滞的 过零比较器。由于实际电路中可能存在着噪声,迟滞比较器可以消除由噪声引起输出振荡。



图 3-13 正弦波转方波电路

3.4 滤波器

3.4.1 傅里叶级数

在介绍滤波器之前,有必要先了解傅里叶级数,其公式如下

$$f_{\rm T}(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{+\infty} a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \sin(k\omega_0 t)$$
(3-10)

上式表明,任何周期信号都能够由不同频率的正弦波与余弦波叠加而成。其中, $\frac{a_0}{2}$ 为此波形的直流分量; $a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \sin(k\omega_0 t)$ 可以理解为这个波形的 k 次谐波, k = 1 的波形也被称为基波。

首先,可以从实际波形的叠加效果去理解傅里叶级数。图 3-14(a)和图 3-14(b)为累加

不同谐波的波形图,显然方波的基波为正弦波。同时也可以看出,随着谐波次数增加,波形 越来越接近标准的方波。若谐波趋近于无穷,则可以得到一个标准的正弦波。因此,从傅里 叶级数的角度看,任何周期波形的基础波形都为正弦波。由式(3-10)也可以看出,如果需要 通过方波得到正弦波,则需要过滤掉基波以外的高次谐波,即滤波。



图 3-14 不同频率正弦波的叠加组合

3.4.2 滤波器简介

滤波器是一种使某些频率或频带上的电信号通过,并同时阻止其他信号的装置。例如, 正弦波滤波器的一种实现方式为:将方波中的高次谐波过滤掉,只留下基波。实际上,滤波 器根据过滤效果可以分为低通滤波器、高通滤波器、带通滤波器、带阻滤波器以及全通滤波 器。低通滤波器只允许低于设定频率 f_p 的谐波通过,高于频率 f_p 的谐波会被衰减;高通 滤波器则与低通滤波器正好相反,高于频率 f_p 的信号能够通过,而低于频率 f_p 的谐波将 会被衰减;设定低截止频率 f_{p1} 、高截止频率 f_{p2} ,在 (f_{p1}, f_{p2}) 频率范围内的谐波能够通 过,其他谐波都会被衰减即为带通滤波器;而带阻滤波器则刚好相反,在 (f_{p1}, f_{p2}) 频率范 围内的谐波会被衰减,其他谐波能通过;全通滤波器并不会对指定频率的谐波进行衰减,只 是会对信号中的每一个谐波都加上一个线性的相移。

低通滤波器、高通滤波器、带通滤波器、带阻滤波器的理想状态如图 3-15 所示。图中 |A|表示滤波器在不同频率下对于输入信号的放大倍数,即输出电压与输入电压之比; |A_p|为所有频率下的最高放大倍数。因此滤波器对于某个频率的衰减,可认为在此频率下 滤波器的放大倍数非常小(|A|→0)。



图 3-15 理想滤波器的幅频特性

但是实际上的滤波器是不可能具有图 3-15 这 样的幅频特性曲线,在通带与阻带之间存在着过 渡带,过渡带越小越接近理想滤波器,同时也代表 滤波器的效果越好。如图 3-16 所示为一个实际的 低通滤波器的幅频特性曲线,其中,|A。|为滤波器 输入电压与输出电压之比。当信号经过滤波器衰 减为 $|A_0|/\sqrt{2} \approx 0.707 |A_{10}|$ 时的频率称为通带截



止频率 f_{p} 。从 f_{p} 到 $|A| \approx 0$ 的频段被称为过渡带。在 $|A| \approx 0$ 的频段被称为阻带。

低通滤波器 3.4.3

1. 一阶低通滤波器

如图 3-17 所示为最简单的 RC 低通滤波器,当信号频率趋于 0 的时候,电容的阻抗趋 于无穷大,此时的放大倍数为

$$A_{0} = \frac{u_{i}}{u_{o}} = 1 \tag{3-11}$$

当输入频率不为0时,有

$$A = \frac{V_{\rm IN}}{V_{\rm OUT}} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$
(3-12)

由 $\omega = 2\pi f$, $f_{\rm p} = \frac{1}{2\pi RC}$, 得

$$A = \frac{1}{1 + j\frac{f}{f_{p}}} = \frac{A_{0}}{1 + j\frac{f}{f_{p}}}$$
(3-13)

经过滤波器后,幅值会被放大(缩小),系数为

$$|A| = \frac{|A_0|}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_p}\right)^2}}$$
 (3-14)

当 $f = f_{p}$ 时,有

$$|A| = \frac{|A_0|}{\sqrt{2}} \approx 0.707 |A_{u0}|$$
 (3-15)

即RC 滤波电路的截止频率为 $f_{\rm p}$ 。

显然此 RC 滤波电路是无法直接连接负载的,为了不影响 RC 的滤波特性,通常通过电压跟随器来提高对负载的驱动能力,如图 3-18 所示。



2. 滤波器的传递函数

在分析滤波器电路时,一般通过"拉普拉斯变换"将电压与电流信息转变为复频域的信号U(s)以及I(s)。事实上,对于纯粹的正弦波 $s = j\omega$,经过拉普拉斯变换后R(s) = R、 $C(s) = \frac{1}{sC} = \frac{1}{j\omega C}$ 、 $L(s) = sL = j\omega L$ 。对于如图 3-18 所示的滤波器,输入与输出构建的传递函数为

$$A(s) = \frac{U_{o}(s)}{U_{i}(s)} = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{1 + sRC}$$
(3-16)

其中,s的指数系数为滤波器的阶数。例如式(3-16)中 s的指数为 1,因此此滤波器为一阶 滤波器。如果想要获得更高阶的低通滤波器,最简单的方式是通过串联的形式,并使用运算 放大器来实现滤波器之间的解耦,如图 3-19 所示。



图 3-19 三阶低通滤波器

构建滤波器的传递函数为

$$A(s) = \frac{1}{(1 + \alpha_1 s) (1 + \alpha_2 s) \cdots (1 + \alpha_n s)}$$
(3-17)

当所有的滤波器的截止频率 f_p 相同时,那么系统就变为了 $\alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_n = \alpha \sqrt{\sqrt{2} - 1}$ 。 显然,每个部分滤波器的截止频率要高于总滤波器的频率,且为总滤波器频率的 $1/\alpha$ 。图 3-20 显示了不同阶的低通滤波器的幅频特性曲线示意。

3. 二阶低通滤波器

从如图 3-19 所示的结构看,对于多阶滤波器需要对应多个运算放大器,因此对应成本 会稍微提高。如图 3-21 所示,使用单个运算放大器即可实现一个二阶低通滤波器。





图 3-21 二阶低通滤波器

使用拉普拉斯变换获得此滤波器的传递函数为

图 3-20 不同阶的低通滤波器的幅频响应曲线

$$A(s) = \frac{A_0}{1 + (3 - A_0)sRC + (sRC)^2}$$
(3-19)

上式中 $A_0 = 1 + \frac{R_4}{R_3}$,只有当 $A_0 < 3$ 时,分母中的一次项系数才会大于0,电路才会稳定,而 不会产生自激振荡。

令
$$s = j\omega = j2\pi f$$
, $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$, 则式(3-19)可以变为
$$A(s) = \frac{A_0}{1 - \left(\frac{f}{f_0}\right)^2 + j(3 - A_0)\frac{f}{f_0}}$$
(3-20)

当 $f = f_0$ 时,有

$$A(s) = \frac{A_0}{j(3 - A_0)}$$
(3-21)

令 $Q = \frac{1}{3 - A_0}$,有

$$|A(s)| = Q |A_0| \tag{3-22}$$

可见, $f = f_0$ 时的电压放大倍数与通带放大倍数之比为 Q_0 。

另外,在 2.5.3 节中介绍了积分电路,将方波可以转换为三角波。事实上,这体现出积 分电路具有低通特性。但是当频率很低的时候,此电路的放大倍数趋于无穷,因此通常积分 电路需要并联一个反馈电阻。由于此电路的输入与输出反向,因此也称为反向低通滤波器。 与之前介绍的同向滤波器类似,增加阶数也可以让滤波器的过滤带变窄,衰减的斜率值加 大。如图 3-22 所示为反向低通二阶滤波电路,读者可自行分析。

4. 品质因素 Q 与滤波器分类

一般定义 Q 为滤波器的品质因素,也称滤波器的截止特性系数,其值决定于 $f = f_0$ 附近的频率特性。不同 Q 值对应二阶低通滤波器的幅频特性曲线不同,如图 3-23 所示。事实上,当 Q 越高,滤波器就越不稳定。





图 3-23 二阶滤波电路的幅频特性曲线

对于更高阶的低通滤波器,通常由一个或几个一阶或二阶低通滤波器串联而成。因此 对于低通滤波器来说,其通用传递函数可以写成如下形式

$$A(s) = \frac{A_0}{\prod_i (1 + a_i s + b_i s^2)}$$
(3-23)

其中,一阶滤波器的系数 $b_i = 0$ 。

对于低通滤波器来说,Q表示奇点的品质,并可以被定义为

$$Q = \frac{\sqrt{b_i}}{a_i} \tag{3-24}$$

不同滤波器的 Q 值不同,对一个的幅频特性也不同。根据滤波器的幅频特性,可将滤波器大致分为巴特沃斯(Butterworth)低通滤波器、切比雪夫(Chebyshev)低通滤波器和贝塞尔(Bessel)低通滤波器。对于二阶低通滤波器来说,巴特沃斯低通滤波器、切比雪夫低通滤波器与贝塞尔与低通滤波器的 Q 值分别为 0.707、1 与 0.56。如图 3-24(a)所示为 3 种类型的二阶滤波器的幅频特性。其中:

(1)巴特沃斯低通滤波器可以提供最大的平坦度,因此这种滤波器被经常用于通带内 能保存精确信号的电平,例如信号转换。 (2) 切比雪夫低通滤波器的特点是,当频率超过 f_p后,滤波器的增益会快速下降。但 是在通带内的增益不是单调变化的,会有一点波动。当此滤波器的阶数一定时,通带内的增 益的波动越大,过渡带中增益下降速度越快。切比雪夫滤波器经常被应用于将信号中的某 个频率成分分离出来,在这些应用中保持信号恒定幅度变得次要。

(3)贝塞尔低通滤波器在通带内增益的幅值没有巴特沃斯滤波器平坦,在过渡带中下降速度也没有切比雪夫的速度快。但是贝塞尔滤波器具有最佳的相频特性,如图 3-24(b) 所示。



图 3-24 三种类型的二阶滤波器的幅频与相频特性曲线

3.4.4 其他滤波器

1. 高通滤波器

高通滤波器与低通滤波器电路具有对偶性,将图 3-21 中的电阻与电容位置互换,即得 到高通滤波器,如图 3-25 所示。

因此,高通滤波器的通用传递函数为

$$A(s) = \frac{A_{\infty}}{\prod_{i} \left(1 + \frac{a_{i}}{s} + \frac{b_{i}}{s^{2}}\right)}$$

其中,A∞(频率为∞时的增益)为通带增益。

2. 带通滤波器

(3-25) u_1 R_1 R_1 R_1 R_1 R_1 R_1 R_1 R_2 R_3 -25 高通滤波器

带通滤波器最简单的方式是将低通滤波器与高 图 3-25 高通滤波器 通滤波器结合得到。设置高通滤波器的频率为 f_{p1} ,高通滤波器的频率为 f_{p2} ,则通频带为 (f_{p1}, f_{p2}) 。如图 3-26 所示为一个二阶带通滤波器。

当电路中 $C_1 = C_2 = C, R_1 = R_2 = R$ 时,电路的传递函数为

$$A(s) = A_{\rm m} \frac{sRC}{1 + (3 - A_{\rm m})sRC - (sRC)^2}$$
(3-26)

其中,A_m为同相比例放大器的系数

$$A_{\rm m} = 1 + \frac{R_{\rm f}}{R_{\rm 1}} \tag{3-27}$$

令中心频率 $f_0 = \frac{1}{2\pi RC}$,电压放大倍数为

$$A = \frac{A_{\rm m}}{3 - A_{\rm m}} \times \frac{1}{1 + j \frac{1}{3 - A_{\rm m}} \left(\frac{f}{f_{\rm 0}} - \frac{f_{\rm 0}}{f}\right)}$$
(3-28)

令上式中的分母的模为√2,即分母中的虚部为±1,可求出上限截止频率与下限截止频率。

当 $f = f_0$ 时,得出通带放大系数为

$$A = \frac{A_{\rm m}}{3 - A_{\rm m}} = QA_{\rm m} \tag{3-29}$$

如图 3-27 所示为电路的幅频特性,Q 值越大,通带的放大倍数越大,频带越窄,选频特性则越好。



3.5 方波转正弦波设计

通过前面章节的介绍,可以将方波看成多次谐波的组合,而方波转正弦波的设计可以看 成是一个低通滤波器的设计。此滤波器只保留方波中的基波,即可得到所要的正弦波。这 里采用二阶低通滤波器电路来进行滤波,如图 3-28 所示,其中 C₁=C₂=C,R₁=R₂=R。



现假设输入的方波频率为 2kHz,在构成方波 的谐波中除去基波后,频率最低的为三次谐波,即 频率为 6kHz 的谐波,因此可以设定滤波器的截止 频率 f_p 为 4kHz。

对于此电路的传递函数如式(3-30)所示。

$$\begin{cases} A(s) = \frac{A_0}{1 + (3 - A_0)sRC + (sRC)^2} \\ A_0 = 1 + \frac{R_4}{R_3} \\ Q = \frac{1}{3 - A_0} \end{cases}$$
(3-30)

这里的滤波器工作在巴特沃斯类型下。对应地,Q=0.707,可求得 $A_0 = 1.585$ 。即要 求 $R_4 = 0.586R_3$ 。本次实验选取 $R_3 = 15k\Omega$ 、 $R_4 = 8.8k\Omega$ 。因为 $f_p = 4kHz$ 在此频率下 $|A(s)| = 1/\sqrt{2}$ 。令 $\omega_p = 2\pi f_p \pm s = j\omega_p$,则有

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\left|\frac{1 - (\omega_{p}RC)^{2}}{A_{0}} + j\frac{3 - A_{0}}{A_{0}}\omega_{p}RC\right|}$$
(3-31)

即

$$\left(\frac{1 - (\omega_{\rm p} RC)^2}{A_0}\right)^2 + \left(\frac{3 - A_0}{A_0} \omega_{\rm p} RC\right)^2 = 2$$
(3-32)

解得 $RC \approx 5.6 \times 10^{-5}$,设定 $C_1 = C_2 = C = 10$ nF,可得 $R_1 = R_2 = R = 5.6$ kΩ。最终实验结果 如图 3-29 所示。

