

5.1 概论

信息融合理论的一个重要研究内容是多传感器检测融合。就是将来自多个不同传感器的观测数据或判决结果进行综合,从而形成一个关于同一环境或事件的更完全、更准确的判决;多传感器检测融合系统由融合中心及多部传感器构成,融合系统的融合方式则可分为集中式和分布式两种方式。在集中式融合方式下,各个传感器将其观测数据直接传输到融合中心,融合中心根据所有传感器的观测数据进行假设检验,从而形成最终的判决。在分布式融合方式下,各个传感器首先基于自己的观测进行判决,然后将判决结果传输到融合中心;融合中心根据所有传感器的判决进行假设检验,并形成系统最终的判决。集中式检测融合问题本质上是一个经典的假设检验问题。因此,检测融合理论的主要研究内容是分布式多传感器检测融合。

分布式检测融合理论的开创性工作是由 Tenney 和 Sandell^[1] 于 1981 年发表的。他们研究了由融合中心及两个传感器构成的检测融合系统,并在融合规则固定的条件下,给出了使系统检测性能达到最优的传感器判决规则。所得研究结果的重要意义在于,它指出了在多传感器检测系统中,为了提高系统性能需要对各个传感器的判决规则进行联合最优化。这一结果是在多传感器条件下对经典检测理论的一个重要推广。

将融合规则的设计方法纳入经典假设检验理论框架的重要工作是由 Chair 和 Vashney^[2] 完成的。在传感器判决规则固定的条件下,文献[2]将各部传感器的判决视为融合中心的观测量,并将融合规则视为一般的假设检验判决规则。这样,采用经典假设检验理论立即可以得出,最优融合规则为似然比判决规则。

在文献[1-2]的基础上,Reibman 和 Nolte^[3] 提出了一种全局最优化检测融合系统的设计方法,即联合设计融合规则及各个传感器的判决规则,从而使融合系统的检测性能达到最优。全局最优化方法是检测融合理论的一个核心研究内容。采用全局最优化方法设计融合系统,可有效提高融合系统的检测能力^[4-8]。

采用检测融合方法的主要目的,就是通过对多个传感器检测结果的融合,获得任意单个传感器所无法达到的检测性能。因此,融合系统检测性能优于单个传感器检测性能的充分必要条件就成为检测融合理论关注的一个主要问题。关于这一充分必要条件,文献[9]给出了一个简单的结论。而对这一简单结论的重要推广则由文献[10-11]给出。根据文献[10-12],在 N 个传感器融合系统中,如果至少存在两个传感器观测质量较好,则融合系统的检测性能就可明显优于单个传感器。相反,如果存在一个传感器其观测质量远远优于其他传感器,则相对于该传感器,融合系统的检测性能不会得到明显提高。实际上,这一规律指出了融合方法最有可能表现其优越性的一种应用环境,即对观测质量相近的传感器进行融合。

文献[10-12]所得结论对于检测融合系统的设计具有重要指导意义。在融合系统设计过程中,经常需要采用异质传感器构造融合系统,从而有效利用不同类型传感器的观测互补性。但是,不同类型的传感器通常具有不同的作用域。而在其共同作用域内,其观测质量可能会有较大差异。因此,在采用异质传感器构造检测融合系统时,首先需要对其在共同作用域内的观测质量进行分析,并据此选择相应的检测手段或检测设备进行融合^[12]。

在实际应用中,提高融合系统检测能力的一个有效途径是采用软决策融合方法。在分布式检测融合系统中,各个传感器的输出可以是一个明确的判决结果(即硬决策),也可以是一个带有判决可信度信息的软决策。文献[9]表明,软决策融合系统的检测性能可明显优于硬决策融合系统。软决策融合问题本质上是一个量化检测融合问题^[13-14]。文献[13-14]采用最大距离准则对传感器量化规则进行优化,并得出了一种次优的传感器量化规则。文献[15]则较好地解决了这一问题,给出了分布式量化检测融合系统中各个传感器的最优量化规则。根据文献[12,15-16],在信噪比很低的条件下,通过采用量化检测融合方法,可大幅度提高对微弱信号的检测能力。

在一定条件下,多传感器检测系统中各个传感器的观测量可以认为是相互独立的。传感器观测量的独立性假设可以大大简化系统性能优化问题的复杂度。可以证明,在传感器观测独立的条件下,最优传感器判决规则为似然比判决规则,而在传感器观测相关的条件下,最优传感器判决规则就无法简化为简单的似然比门限判决。

由于相关条件下检测融合问题的复杂性,检测融合算法经常采用的一个假设是各个传感器观测独立。假设各个传感器观测独立的主要依据是:①在多传感器检测系统中,当各个传感器之间的间距较大时,传感器观测量的独立性假设近似成立;②即使各个传感器的观测量是相关的,在弱相关条件下采用独立观测模型对系统性能进行优化,同样可以获得明显优于单个传感器的检测性能。事实上,这种传感器观测量的独立性假设在模式识别领域的分类器融合中已被广为采用,并已证明可有效提高融合系统的分类性能。文献[12]关于检测融合系统的研究结果也同样表明了弱相关条件下采用这一独立性假设的有效性。

在各个传感器观测相关性不容忽略的条件下,文献[17]给出了一种次优的系统性能优化方法,即限定各个传感器均采用似然比门限判决,并在此基础上对融合规则及传感器判决门限进行联合最优化。根据文献[17-18],在传感器观测相关的条件下,采用该融合算法可获得明显优于单个传感器的检测性能。

实际上,融合系统的性能优化问题是和融合系统的配置结构紧密相关的。分布式检测融合系统可以采用多种不同的系统配置结构,如并行结构、串行结构、树形结构、网络结构以及带反馈的融合结构等^[7,8,19,20]。在分布式融合系统的设计过程中,除了上面列举的各种系统配置结构,任何其他合理的系统配置结构都是可以接受的。关键在于,该系统结构是否有利于提高融合系统的检测性能,以及是否便于对系统性能进行优化及分析。本章研究的系统配置结构包括目前最为常用的三种结构,即并行结构、串行结构及树形结构,并针对不同的配置结构,给出相应的最优及次优检测融合算法。

5.2 并行结构融合系统的最优分布式检测融合算法

在并行结构融合系统中,各个传感器对同一目标或现象进行独立观测和判决,并将判决结果直接传送至融合中心。融合中心对各个传感器的判决进行融合,并给出系统的最终判决。本节研究并行结构融合系统的系统性能优化问题,以及融合规则和传感器判决规则的优化准则,使融合系统最终判决的 Bayes 风险达到最小。

5.2.1 系统描述

假设分布式并行检测融合系统由融合中心及 N 个传感器构成,如图 5-2-1 所示。用 H_0 表示零假设,用 H_1 表示备选假设。第 k 个传感器根据其观测 y_k 独立进行判决,并将判决结果 u_k 送至融合中心。 $u_k=0$ 表示传感器 k 判决 H_0 为真, $u_k=1$ 表示该传感器判决 H_1 为真。融合中心对各部传感器的判决 $\mathbf{u}=(u_1, u_2, \dots, u_N)$ 进行融合,并给出系统的最终判决 u_0 , $u_0=0$ 或 1 。

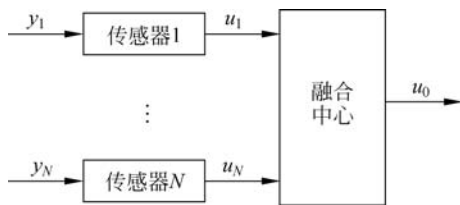


图 5-2-1 分布式检测融合系统

记第 k 个传感器观测测量 y_k 的条件概率密度函数为 $f_{Y_k}(y_k | H_j)$, $j=0,1$ 。记第 k 个传感器的检测及虚警概率为 P_{Dk} 、 P_{Fk} 。融合系统的检测及虚警概率分别记为 P_D^f, P_F^f 。

给定先验概率 $P_0=P(H_0)$ 、 $P_1=P(H_1)$,并用 C_{ij} 表示当 H_j 为真,而判断为 H_i 时所需付出的代价,则融合系统的 Bayes 风险可以表示为

$$R_B = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 C_{ij} P_j P(u_0 = i | H_j) \quad (5-2-1)$$

由于 $P(u_0 = i | H_1) = (P_D^f)^i (1 - P_D^f)^{1-i}$, $P(u_0 = i | H_0) = (P_F^f)^i (1 - P_F^f)^{1-i}$, 对式(5-2-1)进行简单整理可得

$$R_B = C_F P_F^f - C_D P_D^f + C \quad (5-2-2)$$

式中

$$\begin{cases} C_F = P_0(C_{10} - C_{00}) \\ C_D = P_1(C_{01} - C_{11}) \\ C = C_{01}P_1 + C_{00}P_0 \end{cases} \quad (5-2-3)$$

在实际应用中,做出一个错误判决通常比做出正确判决要付出较多的代价。因此,本章假设 $C_{10} > C_{00}, C_{01} > C_{11}$, 这意味着 $C_F > 0, C_D > 0$ 。由于 $P_D^f = P(u_0 = 1 | H_1), P_F^f = P(u_0 = 1 | H_0)$, 容易证明

$$P_D^f = \sum_u P(u_0 = 1 | u) P(u | H_1) \quad (5-2-4)$$

$$P_F^f = \sum_u P(u_0 = 1 | u) P(u | H_0) \quad (5-2-5)$$

将式(5-2-4)、式(5-2-5)代入式(5-2-2),则融合系统的 Bayes 风险可进一步表示为

$$R_B = C + \sum_u P(u_0 = 1 | u) [C_F P(u | H_0) - C_D P(u | H_1)] \quad (5-2-6)$$

显然,融合系统的 Bayes 风险是由融合中心及各个传感器的判决规则共同决定的。记第 i 个传感器的判决规则为 $\gamma_i, u_i = \gamma_i(y_i), i = 1, \dots, N$; 记融合中心的判决规则(即融合规则)为 $\gamma_0, u_0 = \gamma_0(u)$, 则最优分布式检测系统的优化目标就是寻求一个系统判决规则 $\gamma = \{\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_N\}$, 使得融合系统的 Bayes 风险 $R_B(\gamma)$ 取得最小值。由于融合规则 γ_0 可由条件概率 $P(u_0 = 1 | u, \gamma_0)$ 完全描述, 传感器判决规则 γ_i 可由条件概率 $P(u_i = 1 | y_i, \gamma_i)$ 完全描述, 因此在便于理论推导的情况下, 本章直接采用条件概率 $P(u_0 = 1 | u, \gamma_0)$ 或 $P(u_i = 1 | y_i, \gamma_i)$ 给出融合规则及传感器判决规则。采用条件概率形式给出的判决规则, 称为随机化判决规则。

5.2.2 最优分布式检测的必要条件

融合系统检测性能的优化问题涉及融合中心及各个传感器判决规则的联合最优化, 即全局最优化问题。这一全局最优化问题可以分两步解决。首先, 假设各个传感器的判决规则已经确定, 可以求出融合中心的最优融合规则。其次, 假设融合中心的最优融合规则已经确定, 可以求出各个传感器的最优判决规则。联合求解融合中心及各个传感器的最优判决规则, 就可获得使系统 Bayes 风险达到最小的最优系统判决规则。

定理 5.2.1 假设各个传感器的判决规则已经确定, 则使系统 Bayes 风险达到最小的最优融合规则为

$$\Lambda(u) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} T \quad (5-2-7)$$

式中, $\Lambda(u)$ 为融合中心观测量的似然比, 即 $\Lambda(u) = P(u | H_1) / P(u | H_0), T = C_F / C_D$ 为判决门限。

证明 根据式(5-2-6), 为了使融合系统的 Bayes 风险取得最小值, 条件概率 $P(u_0 = 1 | u)$ 应该满足

$$P(u_0 = 1 | u) = \begin{cases} 1, & C_F P(u | H_0) - C_D P(u | H_1) < 0 \\ 0, & C_F P(u | H_0) - C_D P(u | H_1) \geq 0 \end{cases}$$

显然, 该式等价于

$$u_0 = \begin{cases} 1, & C_F P(u | H_0) - C_D P(u | H_1) < 0 \\ 0, & C_F P(u | H_0) - C_D P(u | H_1) \geq 0 \end{cases}$$

根据上式,立即可得式(5-2-7)的最优融合规则。 ■

定理 5.2.2 假设融合规则已经确定,则使系统 Bayes 风险达到最小的各个传感器的最优判决规则为

$$\begin{aligned} f_{Y_k}(y_k | H_1) \sum_{\tilde{\mathbf{u}}_k} C_D A(\tilde{\mathbf{u}}_k) P(\tilde{\mathbf{u}}_k | y_k, H_1) &\stackrel{H_1}{\geq} \\ f_{Y_k}(y_k | H_0) \sum_{\tilde{\mathbf{u}}_k} C_F A(\tilde{\mathbf{u}}_k) P(\tilde{\mathbf{u}}_k | y_k, H_0) &\stackrel{H_0}{\leq} \end{aligned} \quad (5-2-8)$$

式中 $\tilde{\mathbf{u}}_k = (u_1, \dots, u_{k-1}, u_{k+1}, \dots, u_N)$, $A(\tilde{\mathbf{u}}_k) = P(u_0 = 1 | \tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = 1) - P(u_0 = 1 | \tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = 0)$, $k = 1, 2, \dots, N$ 。

证明 考虑第 k 个传感器的最优判决规则,记 $\tilde{\mathbf{u}}_k = (u_1, \dots, u_{k-1}, u_{k+1}, \dots, u_N)$,则根据式(5-2-4)可得

$$\begin{aligned} P_D^f = \sum_{\tilde{\mathbf{u}}_k} \{ &P(u_0 = 1 | \tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = 0) P(\tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = 0 | H_1) + \\ &P(u_0 = 1 | \tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = 1) P(\tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = 1 | H_1) \} \end{aligned} \quad (5-2-9)$$

由于

$$P(\tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = 0 | H_1) = P(\tilde{\mathbf{u}}_k | H_1) - P(\tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = 1 | H_1)$$

对式(5-2-9)进行简单整理可得

$$\begin{aligned} P_D^f = \sum_{\tilde{\mathbf{u}}_k} &P(u_0 = 1 | \tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = 0) P(\tilde{\mathbf{u}}_k | H_1) + \\ &\sum_{\tilde{\mathbf{u}}_k} A(\tilde{\mathbf{u}}_k) P(\tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = 1 | H_1) \end{aligned} \quad (5-2-10)$$

式中

$$A(\tilde{\mathbf{u}}_k) = P(u_0 = 1 | \tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = 1) - P(u_0 = 1 | \tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = 0)$$

同样,根据式(5-2-5),融合系统的虚警概率可以表示为

$$\begin{aligned} P_F^f = \sum_{\tilde{\mathbf{u}}_k} &P(u_0 = 1 | \tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = 0) P(\tilde{\mathbf{u}}_k | H_0) + \\ &\sum_{\tilde{\mathbf{u}}_k} A(\tilde{\mathbf{u}}_k) P(\tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = 1 | H_0) \end{aligned} \quad (5-2-11)$$

将式(5-2-10)、式(5-2-11)代入式(5-2-2),可得

$$\begin{aligned} R_B = C_k + C_F \sum_{\tilde{\mathbf{u}}_k} &A(\tilde{\mathbf{u}}_k) P(\tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = 1 | H_0) - \\ &C_D \sum_{\tilde{\mathbf{u}}_k} A(\tilde{\mathbf{u}}_k) P(\tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = 1 | H_1) \end{aligned} \quad (5-2-12)$$

式中 $C_k = C + \sum_{\tilde{\mathbf{u}}_k} P(u_0 = 1 | \tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = 0) \{C_F P(\tilde{\mathbf{u}}_k | H_0) - C_D P(\tilde{\mathbf{u}}_k | H_1)\}$ 。

由于各个传感器独立进行检测和判决,容易证明

$$P(\tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = i | H_j) = \int_{y_k} P(\tilde{\mathbf{u}}_k | y_k, H_j) P(u_k = i | y_k) f_{Y_k}(y_k | H_j) dy_k, \quad i, j = 0, 1 \quad (5-2-13)$$

将上式代入式(5-2-12)并进行简单整理,可得

$$R_B = C_k + \int_{y_k} P(u_k = 1 | y_k) \{ C_F \sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k) P(\tilde{u}_k | y_k, H_0) f_{Y_k}(y_k | H_0) - C_D \sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k) P(\tilde{u}_k | y_k, H_1) f_{Y_k}(y_k | H_1) \} dy_k$$

由于 C_k 的取值和第 k 个传感器的判决规则无关,故为了使系统 Bayes 风险取得最小值,根据上式可知条件概率 $P(u_k = 1 | y_k)$, 对于 $k=1, 2, \dots, N$ 必须满足

$$P(u_k = 1 | y_k) = \begin{cases} 1, & C_F \sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k) P(\tilde{u}_k | y_k, H_0) f_{Y_k}(y_k | H_0) \\ & < C_D \sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k) P(\tilde{u}_k | y_k, H_1) f_{Y_k}(y_k | H_1) \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

根据该条件概率,立即可得最优传感器判决规则式(5-2-8)。 ■

定理 5.2.1 及定理 5.2.2 给出了最优分布式检测的必要条件。为了使系统性能达到最优,可以根据定理 5.2.1 及定理 5.2.2 联合求解最优融合规则及各个传感器的最优判决规则。根据定理 5.2.1 及定理 5.2.2 容易看出,最优融合规则及最优传感器判决规则是耦合的。由于最优传感器判决规则不是似然比门限判决,因此求解最优系统判决规则非常困难。但是,在各个传感器观测独立的条件下,最优传感器判决规则可简化为简单的似然比门限判决。这样,为了获得最优系统判决规则,就仅需联合求解最优融合规则及各个传感器的最优判决门限。

5.2.3 传感器观测独立条件下的最优分布式检测

为了推导各个传感器观测独立条件下的最优系统判决规则,需要首先给出融合规则单调性的定义。

定义 5.2.1 给定一个融合规则,如果对于任意的 $k, 1 \leq k \leq N$, 该融合规则均满足

$$A(\tilde{u}_k) = P(u_0 = 1 | \tilde{u}_k, u_k = 1) - P(u_0 = 1 | \tilde{u}_k, u_k = 0) \geq 0$$

则称该融合规则是单调的。

假设各个传感器观测相互独立,即

$$f_{Y_1 \dots Y_N}(y_1, \dots, y_N | H_j) = \prod_{i=1}^N f_{Y_i}(y_i | H_j), \quad j = 0, 1$$

则容易证明 $P(\tilde{u}_k | y_k, H_j) = P(\tilde{u}_k | H_j)$ 。根据式(5-2-8),最优传感器判决规则就可简化为

$$C_D \sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k) P(\tilde{u}_k | H_1) f_{Y_k}(y_k | H_1) \stackrel{H_1}{\underset{H_0}{>}} C_F \sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k) P(\tilde{u}_k | H_0) f_{Y_k}(y_k | H_0) \quad (5-2-14)$$

进而,为了求解最优系统判决规则,可以合理假设 $P_{Di} \geq P_{Fi}, i = 1, \dots, N^{[7,12]}$ 。这样,在

传感器观测独立且 $P_{Di} \geq P_{Fi}$ 的条件下,立即可以证明由定理 5.2.1 给出的最优融合规则是单调的。

定理 5.2.3 最优融合规则的单调性: 假设融合系统中各个传感器的观测相互独立,且满足 $P_{Di} \geq P_{Fi}, i=1,2,\dots,N$,则由定理 5.2.1 给出的最优融合规则是单调的。

证明 根据式(5-2-7),最优融合规则可以表示为

$$\frac{P(\mathbf{u} | H_1)}{P(\mathbf{u} | H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \frac{C_F}{C_D}$$

由于各个传感器观测独立,该最优融合规则可以进一步表示为

$$\frac{P(\tilde{\mathbf{u}}_k | H_1)}{P(\tilde{\mathbf{u}}_k | H_0)} \frac{P(u_k | H_1)}{P(u_k | H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \frac{C_F}{C_D} \quad (5-2-15)$$

式中, $\tilde{\mathbf{u}}_k = (u_1, \dots, u_{k-1}, u_{k+1}, \dots, u_N)$ 。由于 $P_{Dk} \geq P_{Fk}$,容易证明

$$\frac{P(u_k = 1 | H_1)}{P(u_k = 1 | H_0)} \geq \frac{P(u_k = 0 | H_1)}{P(u_k = 0 | H_0)}$$

这样,如果

$$\frac{P(\tilde{\mathbf{u}}_k | H_1)}{P(\tilde{\mathbf{u}}_k | H_0)} \frac{P(u_k = 0 | H_1)}{P(u_k = 0 | H_0)} \geq \frac{C_F}{C_D} \quad (5-2-16)$$

则必有

$$\frac{P(\tilde{\mathbf{u}}_k | H_1)}{P(\tilde{\mathbf{u}}_k | H_0)} \frac{P(u_k = 1 | H_1)}{P(u_k = 1 | H_0)} \geq \frac{C_F}{C_D} \quad (5-2-17)$$

根据式(5-2-15)~式(5-2-17)可以看出,如果对于判决向量 $\mathbf{u} = (\tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = 0)$,融合中心的判决为 $u_0 = 1$,则对于 $\mathbf{u} = (\tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = 1)$ 其判决也必然为 $u_0 = 1$ 。因此

$$P(u_0 = 1 | \tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = 1) - P(u_0 = 1 | \tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = 0) \geq 0$$

即由定理 5.2.1 给出的最优融合规则是单调的。 ■

由于最优融合规则是单调的,为了求解最优系统判决规则就仅需考虑单调融合规则。对于任意给定的单调融合规则,融合系统的最优传感器判决规则由下面的定理给出。

定理 5.2.4 假设融合系统中各个传感器的观测相互独立,则对于任意给定的单调融合规则,使系统检测性能达到最优的传感器判决规则为

$$\Lambda_k(y_k) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} T_k, k=1,2,\dots,N$$

式中 $\Lambda_k(y_k)$ 为单个传感器观测量的似然比,即 $\Lambda_k(y_k) = f_{Y_k}(y_k | H_1) / f_{Y_k}(y_k | H_0)$

$$T_k = \frac{C_F \sum_{\tilde{\mathbf{u}}_k} A(\tilde{\mathbf{u}}_k) P(\tilde{\mathbf{u}}_k | H_0)}{C_D \sum_{\tilde{\mathbf{u}}_k} A(\tilde{\mathbf{u}}_k) P(\tilde{\mathbf{u}}_k | H_1)} \quad (5-2-18)$$

其中 $\tilde{\mathbf{u}}_k = (u_1, \dots, u_{k-1}, u_{k+1}, \dots, u_N)$, $A(\tilde{\mathbf{u}}_k) = P(u_0 = 1 | \tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = 1) - P(u_0 = 1 | \tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = 0)$ 。

证明 由于 $C_F > 0, C_D > 0, A(\tilde{\mathbf{u}}_k) \geq 0$,根据式(5-2-14),该定理立即得证。 ■

根据定理 5.2.4 可以看出,在各个传感器观测独立的条件下,最优传感器判决规则

可简化为似然比门限判决。这样,为了获得最优系统判决规则,就仅需根据定理 5.2.1 及定理 5.2.4 联合求解最优融合规则及各个传感器的最优判决门限。由于最优融合规则及最优传感器判决门限是耦合的,因此需要采用数值迭代算法进行求解。

求解最优融合规则及最优传感器判决门限的数值迭代算法可描述如下:

(1) 任意选择一个初始融合规则 $f^{(0)}$ 及一组初始传感器判决门限 $T_k^{(0)}, k=1, 2, \dots, N$, 计算 $\{f^{(0)}, T_1^{(0)}, T_2^{(0)}, \dots, T_N^{(0)}\}$ 对应的系统 Bayes 风险 $R_B^{(0)}$ 。设置循环变量 $n=1$, 设置循环终止控制量 $\zeta>0$ 。

(2) 固定 $\{T_1^{(n-1)}, T_2^{(n-1)}, \dots, T_N^{(n-1)}\}$, 根据式(5-2-7)求解融合规则 $f^{(n)}$ 。

(3) 对于第 1 个传感器, 固定 $\{f^{(n)}, T_2^{(n-1)}, \dots, T_N^{(n-1)}\}$, 并根据式(5-2-18)计算判决门限 $T_1^{(n)}$ 。同样, 对于第 k 个传感器, $k=2, 3, \dots, N$, 固定 $\{f^{(n)}, T_1^{(n)}, \dots, T_{k-1}^{(n)}, T_{k+1}^{(n-1)}, \dots, T_N^{(n-1)}\}$, 并根据式(5-2-18)计算判决门限 $T_k^{(n)}$ 。

(4) 计算 $\{f^{(n)}, T_1^{(n)}, T_2^{(n)}, \dots, T_N^{(n)}\}$ 对应的系统 Bayes 风险 $R_B^{(n)}$ 。如果 $R_B^{(n-1)} - R_B^{(n)} > \zeta$, 则令 $n=n+1$, 并转到第(2)步继续循环, 否则终止循环, 并认为 $\{f^{(n)}, T_1^{(n)}, T_2^{(n)}, \dots, T_N^{(n)}\}$ 为最优融合规则及最优传感器判决门限。

显然, 该数值迭代算法的收敛性与初始条件有关。对于任意给定的条件概率密度函数 $f_{Y_k}(y_k | H_j), k=1, 2, \dots, N, j=0, 1$, 通过选择适当的初始条件, 该迭代算法通常可迅速收敛于最优融合规则及最优传感器判决门限。

5.2.4 实例计算

例题 5.2.1 考虑两个简单的分布式检测融合系统。融合系统 1 由融合中心及两个传感器构成。融合系统 2 由融合中心及三个传感器构成。假设融合系统中各个传感器的观测量相互独立, 且服从 Gauss 分布

$$f_{Y_k}(y_k | H_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{(y_k - a_k)^2}{2}\right\} \quad (5-2-19)$$

$$f_{Y_k}(y_k | H_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{y_k^2}{2}\right\} \quad (5-2-20)$$

融合系统的性能优化准则采用最小错误概率准则, 即 $C_{00}=C_{11}=0, C_{01}=C_{10}=1$ 。最优融合规则及最优传感器判决门限采用 3.2.3 节给出的数值迭代算法进行求解。

首先考虑融合系统 1。令 $a_1=2.2, a_2=2.0$, 则融合系统的接收机工作特性(receiver operating characteristic, ROC)曲线, 即传感器的检测概率与虚警概率的关系曲线如图 5-2-2 所示; 融合系统的 Bayes 风险随先验概率 P_0 的变化关系如图 5-2-3 所示。图中, 实线代表融合系统的检测性能, 虚线则代表各个传感器采用 Bayes 判决规则时的检测性能。根据图 5-2-2 及图 5-2-3 可以看出, 融合系统的检测性能比单个传感器的检测性能有明显提高。

下面考虑融合系统 2。令 $a_1=2.2, a_2=2.0, a_3=1.8$, 则融合系统的 ROC 曲线如图 5-2-4 所示, 融合系统的 Bayes 风险随先验概率 P_0 的变化关系如图 5-2-5 所示。根据

图 5-2-4 及图 5-2-5 可以看出,随着融合系统中传感器数量的增加,系统性能的提高更加明显。

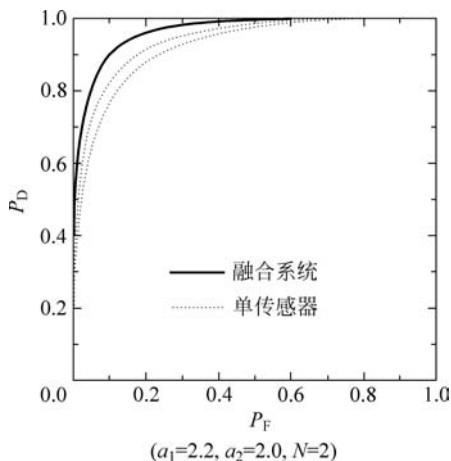


图 5-2-2 融合系统 1 的 ROC 曲线

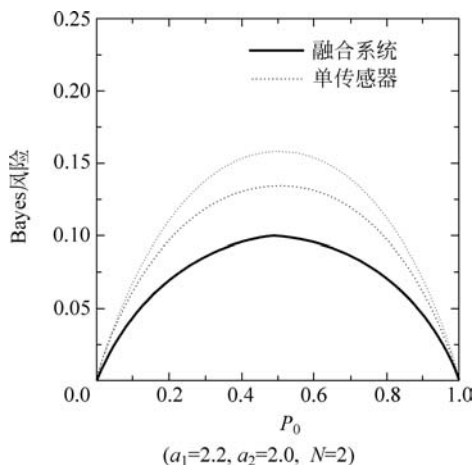


图 5-2-3 融合系统 1 的 Bayes 风险

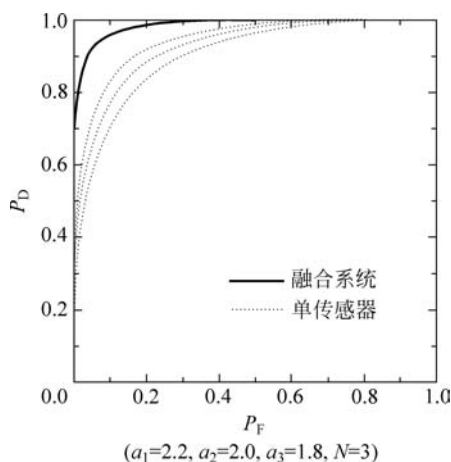


图 5-2-4 融合系统 2 的 ROC 曲线

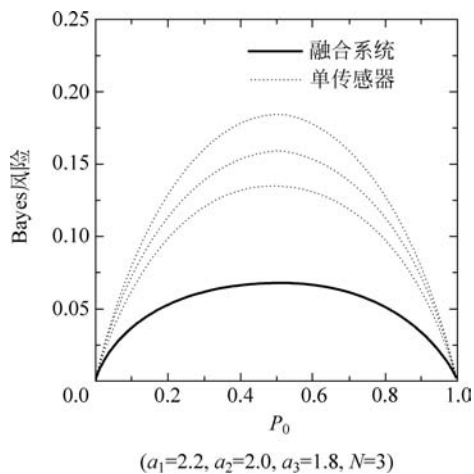


图 5-2-5 融合系统 2 的 Bayes 风险

5.3 串行结构融合系统的最优分布式检测融合算法

与并行结构相对应,融合系统可以采用的另一种配置结构为串行结构。与并行结构不同,在分布式串行融合系统中,不存在一个唯一的融合中心对各个传感器的判决进行融合。相反,融合过程是以分布式的方式由各个传感器共同完成的。融合系统的最终判决由一个指定的传感器直接给出。本节研究分布式串行检测融合系统的性能优化问题。各个传感器判决规则的优化准则为,使融合系统的 Bayes 风险取得最小值。与并行结构融合系统相似,在各个传感器观测相关的条件下,虽然可以推导出最优传感器判决规则需要满足的必要条件,但是由于不能将其简化为似然比判决规则,因此很难求解。本节

研究各个传感器观测独立条件下的最优检测问题。在各个传感器观测独立的条件下,可以证明最优传感器判决规则为似然比判决。这样,为了求解最优系统判决规则,就仅需联合求解各个传感器的最优似然比判决门限。

5.3.1 系统描述

设分布式串行检测融合系统由 N 个传感器构成(见图 5-3-1)。各个传感器按串行结构连接且对同一目标或现象进行观测。第一个传感器直接根据其观测量 y_1 进行判决,并将其判决结果 u_1 传送至第 2 个传感器。第 i 个传感器则根据其观测量 y_i 及前一个传感器的判决 u_{i-1} 进行假设检验,并将其判决结果 u_i 传送至下一个传感器, $i=2,3,\dots,N$ 。第 i 个传感器的判决过程实际上是一个对 y_i 及 u_{i-1} 进行融合的过程。最后一个传感器的判决结果 u_N 则为融合系统的最终判决。

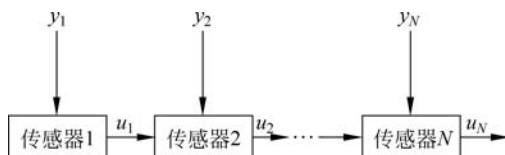


图 5-3-1 分布式串行检测融合系统

记融合系统中各个传感器的检测及虚警概率分别为 P_{Di} 、 P_{Fi} , 则融合系统的检测及虚警概率分别由 P_{DN} 、 P_{FN} 给出。给定先验概率 P_0 、 P_1 及代价权因子 C_{ij} , 容易证明融合系统的 Bayes 风险可以表示为

$$R_B = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 C_{ij} P_j P(u_N = i | H_j) = C_F P_{FN} - C_D P_{DN} + C \quad (5-3-1)$$

式中, $C_F = P_0(C_{10} - C_{00})$, $C_D = P_1(C_{01} - C_{11})$, $C = C_{01}P_1 + C_{00}P_0$ 。显然, 串行融合系统的检测性能由各个传感器的判决规则共同决定。记第 i 个传感器的判决规则为 γ_i , 则融合系统检测性能的优化目标就是寻求一个系统判决规则 $\gamma = \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_N\}$, 使得系统 Bayes 风险 $R_B(\gamma)$ 取得最小值。

5.3.2 传感器观测独立条件下最优分布式检测的必要条件

假设各个传感器的观测相互独立。为了使融合系统的检测性能达到最优, 需要联合设计各个传感器的最优判决规则。可以证明, 各个传感器的最优判决规则需要满足下述必要条件。

定理 5.3.1 假设融合系统中各个传感器的观测相互独立, 则为了使系统的 Bayes 风险达到最小, 第 1 个传感器的判决规则必须满足

$$P(u_1 = 1 | y_1) = \begin{cases} 1, & C_F A(u_N, u_1, H_0) f_{Y_1}(y_1 | H_0) \\ < C_D A(u_N, u_1, H_1) f_{Y_1}(y_1 | H_1) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (5-3-2)$$

第 k ($k=2,3,\dots,N$) 个传感器的判决规则必须满足

$$P(u_k=1 | y_k, u_{k-1}) = \begin{cases} 1, & C_F A(u_N, u_k, H_0) f_{Y_k}(y_k | H_0) P(u_{k-1} | H_0) \\ & < C_D A(u_N, u_k, H_1) f_{Y_k}(y_k | H_1) P(u_{k-1} | H_1) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (5-3-3)$$

式中, $f_{Y_k}(y_k | H_j)$ 为传感器观测量 y_k 的条件概率密度函数, 且

$$A(u_i, u_k, H_j) = P(u_i=1 | u_k=1, H_j) - P(u_i=1 | u_k=0, H_j)$$

证明 首先考虑传感器 1 的判决规则。融合系统的检测概率可以表示为

$$P_{DN} = P(u_N=1 | H_1) = P(u_N=1 | u_1=0, H_1) P(u_1=0 | H_1) + P(u_N=1 | u_1=1, H_1) P(u_1=1 | H_1)$$

由于 $P(u_1=0 | H_1) = 1 - P(u_1=1 | H_1)$, 对上式进行简单整理可得

$$P_{DN} = P(u_N=1 | u_1=0, H_1) + A(u_N, u_1, H_1) P(u_1=1 | H_1) \quad (5-3-4)$$

式中

$$A(u_i, u_k, H_j) = P(u_i=1 | u_k=1, H_j) - P(u_i=1 | u_k=0, H_j)$$

同样, 融合系统的虚警概率可以表示为

$$P_{FN} = P(u_N=1 | u_1=0, H_0) + A(u_N, u_1, H_0) P(u_1=1 | H_0) \quad (5-3-5)$$

将式(5-3-4)、式(5-3-5)代入式(5-3-1), 并注意到

$$P(u_1=1 | H_j) = \int P(u_1=1 | y_1) f_{Y_1}(y_1 | H_j) dy_1, \quad j=0,1$$

可得

$$R_B = C_1 + \int P(u_1=1 | y_1) \{C_F A(u_N, u_1, H_0) f_{Y_1}(y_1 | H_0) - C_D A(u_N, u_1, H_1) f_{Y_1}(y_1 | H_1)\} dy_1 \quad (5-3-6)$$

式中

$$C_1 = C + C_F P(u_N=1 | u_1=0, H_0) - C_D P(u_N=1 | u_1=0, H_1)$$

由于假设各个传感器的观测相互独立, 容易证明 C_1 的取值与第 1 个传感器的判决规则无关。这样, 根据式(5-3-6), 为了使融合系统的 Bayes 风险取得最小值, 传感器 1 的判决规则必须满足

$$P(u_1=1 | y_1) = \begin{cases} 1, & C_F A(u_N, u_1, H_0) f_{Y_1}(y_1 | H_0) \\ & < C_D A(u_N, u_1, H_1) f_{Y_1}(y_1 | H_1) \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

下面考虑第 k 个传感器的判决规则, $k=2, 3, \dots, N$ 。与式(5-3-4)及式(5-3-5)相似, 融合系统的检测及虚警概率可以表示为

$$P_{DN} = P(u_N=1 | u_k=0, H_1) + A(u_N, u_k, H_1) P(u_k=1 | H_1) \quad (5-3-7)$$

$$P_{FN} = P(u_N=1 | u_k=0, H_0) + A(u_N, u_k, H_0) P(u_k=1 | H_0) \quad (5-3-8)$$

由于各个传感器的观测相互独立, 易知

$$P(u_k=1 | H_j) = \sum_{u_{k-1}} \int P(u_k=1 | y_k, u_{k-1}) f_{Y_k}(y_k | H_j) P(u_{k-1} | H_j) dy_k \quad (5-3-9)$$

将式(5-3-7)、式(5-3-8)代入式(5-3-1),并利用式(5-3-9),经简单整理可得

$$R_B = C_k + \sum_{u_{k-1}} \int P(u_k = 1 | y_k, u_{k-1}) \{ C_F A(u_N, u_k, H_0) f_{Y_k}(y_k | H_0) P(u_{k-1} | H_0) - C_D A(u_N, u_k, H_1) f_{Y_k}(y_k | H_1) P(u_{k-1} | H_1) \} dy_k \quad (5-3-10)$$

式中

$$C_k = C + C_F P(u_N = 1 | u_k = 0, H_0) - C_D P(u_N = 1 | u_k = 0, H_1)$$

同样,由于各个传感器的观测相互独立, C_k 的取值与第 k 个传感器的判决规则无关。因此,根据式(5-3-10),为了使系统的 Bayes 风险取得最小值,传感器 k 的判决规则必须满足

$$P(u_k = 1 | y_k, u_{k-1}) = \begin{cases} 1, & C_F A(u_N, u_k, H_0) f_{Y_k}(y_k | H_0) P(u_{k-1} | H_0) \\ & < C_D A(u_N, u_k, H_1) f_{Y_k}(y_k | H_1) P(u_{k-1} | H_1) \quad k = 2, 3, \dots, N \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

为了求解最优系统判决规则,需要根据式(5-3-2)及式(5-3-3)联合求解各个传感器的最优判决规则。容易看出,给定传感器1的观测量 y_1 ,由于 $P(u_1 = 1 | y_1) = 1$ 等价于该传感器的判决为 $u_1 = 1$ (即判决 H_1 为真), $P(u_1 = 1 | y_1) = 0$ 等价于该传感器的判决为 $u_1 = 0$ (即判决 H_0 为真),因此由式(5-3-2)给出的最优判决规则立即可以表示为

$$C_D A(u_N, u_1, H_1) f_{Y_1}(y_1 | H_1) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} C_F A(u_N, u_1, H_0) f_{Y_1}(y_1 | H_0) \quad (5-3-11)$$

同样,由式(5-3-3)给出的最优判决规则可以表示为

$$C_D A(u_N, u_k, H_1) f_{Y_k}(y_k | H_1) P(u_{k-1} | H_1) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} C_F A(u_N, u_k, H_0) f_{Y_k}(y_k | H_0) P(u_{k-1} | H_0), \quad k = 2, 3, \dots, N \quad (5-3-12)$$

容易看出,由式(5-3-11)、式(5-3-12)给出的最优传感器判决规则并不能直接表示为似然比门限判决。为了将其简化为简单的似然比门限判决,必须首先确定 $A(u_N, u_k, H_j)$ 的符号。

5.3.3 传感器观测独立条件下的最优分布式检测

与并行检测融合系统的性能优化问题相似,为了求解串行融合系统的最优系统判决规则,同样可以合理假设 $P_{Dk} \geq P_{Fk}, k = 1, 2, \dots, N$ ^[8,12]。在各个传感器观测独立且 $P_{Dk} \geq P_{Fk}$ 的条件下,可以得出 $A(u_N, u_k, H_j)$ 的若干性质。根据这些性质可以证明 $A(u_N, u_k, H_j) \geq 0$,并将最优传感器判决规则简化为似然比门限判决。

引理 1 $A(u_N, u_N, H_j) = 1, j = 0, 1$ 。

证明 由于 $A(u_N, u_N, H_j) = P(u_N = 1 | u_N = 1, H_j) - P(u_N = 1 | u_N = 0, H_j)$,且 $P(u_N = 1 | u_N = 1, H_j) = 1, P(u_N = 1 | u_N = 0, H_j) = 0$,引理1立即得证。 ■

引理 2 $A(u_N, u_k, H_j) = \prod_{i=k+1}^N A(u_i, u_{i-1}, H_j), k = 1, 2, \dots, N-1$ 。

证明 首先,当 $k=N-1$ 时引理 2 自然成立。下面考虑 $k \leq N-2$ 时的情况。对于任意给定的 $i, i \geq k+2$, 易知

$$\begin{aligned} P(u_i = 1 | u_k = 1, H_j) &= P(u_i = 1 | u_{i-1} = 0, u_k = 1, H_j)P(u_{i-1} = 0 | u_k = 1, H_j) + \\ &\quad P(u_i = 1 | u_{i-1} = 1, u_k = 1, H_j)P(u_{i-1} = 1 | u_k = 1, H_j) \end{aligned} \quad (5-3-13)$$

由于各个传感器的观测相互独立,可得

$$\begin{aligned} P(u_i = 1 | u_{i-1}, u_k, H_j) &= \int P(u_i = 1 | y_i, u_{i-1}, u_k, H_j) f_{Y_i}(y_i | u_{i-1}, u_k, H_j) dy_i \\ &= \int P(u_i = 1 | y_i, u_{i-1}, H_j) f_{Y_i}(y_i | u_{i-1}, H_j) dy_i \\ &= P(u_i = 1 | u_{i-1}, H_j) \end{aligned} \quad (5-3-14)$$

又由于 $P(u_{i-1} = 0 | u_k = 1, H_j) = 1 - P(u_{i-1} = 1 | u_k = 1, H_j)$, 根据式(5-3-13)及式(5-3-14)易得

$$\begin{aligned} P(u_i = 1 | u_k = 1, H_j) &= P(u_i = 1 | u_{i-1} = 0, H_j) + A(u_i, u_{i-1}, H_j) \\ &\quad P(u_{i-1} = 1 | u_k = 1, H_j), \quad i \geq k+2 \end{aligned} \quad (5-3-15)$$

式中

$$A(u_i, u_k, H_j) = P(u_i = 1 | u_k = 1, H_j) - P(u_i = 1 | u_k = 0, H_j)$$

采用同样方法可以证明

$$\begin{aligned} P(u_i = 1 | u_k = 0, H_j) &= P(u_i = 1 | u_{i-1} = 0, H_j) + A(u_i, u_{i-1}, H_j) \\ &\quad P(u_{i-1} = 1 | u_k = 0, H_j), \quad i \geq k+2 \end{aligned} \quad (5-3-16)$$

这样,根据式(5-3-15)及式(5-3-16)可得

$$A(u_i, u_k, H_j) = A(u_i, u_{i-1}, H_j)A(u_{i-1}, u_k, H_j), \quad i \geq k+2 \quad (5-3-17)$$

由于 $N \geq k+2$, 根据式(5-3-17)易知

$$A(u_N, u_k, H_j) = A(u_N, u_{N-1}, H_j)A(u_{N-1}, u_k, H_j)$$

对上式重复使用式(5-3-17),可得

$$A(u_N, u_k, H_j) = \prod_{i=k+1}^N A(u_i, u_{i-1}, H_j), \quad k \leq N-2 \quad \blacksquare$$

引理 3 如果 $A(u_N, u_{k+1}, H_j) \geq 0$, 则 $A(u_N, u_k, H_j) \geq 0, k=1, \dots, N-1$ 。

证明 如果 $A(u_N, u_{k+1}, H_j) \geq 0$, 则根据式(5-3-12), 第 $k+1$ 个传感器的最优判决规则可以表示为

$$\frac{f_{Y_{k+1}}(y_{k+1} | H_1)P(u_k | H_1)}{f_{Y_{k+1}}(y_{k+1} | H_0)P(u_k | H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \frac{C_F A(u_N, u_{k+1}, H_0)}{C_D A(u_N, u_{k+1}, H_1)} \quad (5-3-18)$$

由于 $P_{Dk} \geq P_{Fk}$, 易知

$$\frac{f_{Y_{k+1}}(y_{k+1} | H_1)P(u_k = 1 | H_1)}{f_{Y_{k+1}}(y_{k+1} | H_0)P(u_k = 1 | H_0)} \geq \frac{f_{Y_{k+1}}(y_{k+1} | H_1)P(u_k = 0 | H_1)}{f_{Y_{k+1}}(y_{k+1} | H_0)P(u_k = 0 | H_0)} \quad (5-3-19)$$

根据式(5-3-18)及式(5-3-19)容易看出,对于任意给定的观测量 y_{k+1} , 如果在 $u_k=0$ 的条件下第 $k+1$ 个传感器的判决为 $u_{k+1}=1$, 则在 $u_k=1$ 的条件下, 其判决也必然为 $u_{k+1}=1$ 。因此

$$P(u_{k+1} = 1 | y_{k+1}, u_k = 1) \geq P(u_{k+1} = 1 | y_{k+1}, u_k = 0) \quad (5-3-20)$$

由于

$$P(u_{k+1}=1 | u_k=1, H_j) = \int P(u_{k+1}=1 | y_{k+1}, u_k=1) f_{Y_{k+1}}(y_{k+1} | H_j) dy_{k+1}$$

$$P(u_{k+1}=1 | u_k=0, H_j) = \int P(u_{k+1}=1 | y_{k+1}, u_k=0) f_{Y_{k+1}}(y_{k+1} | H_j) dy_{k+1}$$

根据式(5-3-20)易知

$$\begin{aligned} A(u_{k+1}, u_k, H_j) &= P(u_{k+1}=1 | u_k=1, H_j) \\ &\quad - P(u_{k+1}=1 | u_k=0, H_j) \geq 0 \end{aligned} \quad (5-3-21)$$

又根据引理 2 可得

$$A(u_N, u_k, H_j) = A(u_N, u_{k+1}, H_j) A(u_{k+1}, u_k, H_j)$$

因此, 如果 $A(u_N, u_{k+1}, H_j) \geq 0$, 则根据式(5-3-21), 可得 $A(u_N, u_k, H_j) \geq 0, k=1, 2, \dots, N-1$. ■

根据引理 1 及引理 3, 可以证明 $A(u_N, u_k, H_j) \geq 0$. 首先, 根据引理 1 可得 $A(u_N, u_N, H_j) > 0$. 由于 $A(u_N, u_N, H_j) \geq 0$, 根据引理 3 可得 $A(u_N, u_{N-1}, H_j) \geq 0$. 重复利用引理 3, 则最终可得 $A(u_N, u_k, H_j) \geq 0, k=1, 2, \dots, N-1$.

由于 $A(u_N, u_k, H_j) \geq 0$, 根据式(5-3-11)及式(5-3-12), 各个传感器的最优判决规则可以简化为简单的似然比门限判决.

定理 5.3.2 假设融合系统中各个传感器的观测相互独立, 则为了使系统 Bayes 风险取得最小值, 第 1 个传感器的最优判决规则为

$$\frac{f_{Y_1}(y_1 | H_1)}{f_{Y_1}(y_1 | H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{C_F A(u_N, u_1, H_0)}{C_D A(u_N, u_1, H_1)} \quad (5-3-22)$$

第 k 个传感器的最优判决规则为

$$\frac{f_{Y_k}(y_k | H_1)}{f_{Y_k}(y_k | H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{C_F A(u_N, u_k, H_0) P(u_{k-1} | H_0)}{C_D A(u_N, u_k, H_1) P(u_{k-1} | H_1)}, \quad k=2, \dots, N \quad (5-3-23)$$

式中

$$A(u_N, u_k, H_j) = P(u_N=1 | u_k=1, H_j) - P(u_N=1 | u_k=0, H_j)$$

证明 由于 $A(u_N, u_k, H_j) \geq 0, C_F > 0, C_D > 0$, 根据式(5-3-11)及式(5-3-12), 该定理立即得证。■

根据定理 5.3.2 可以看出, 在各个传感器观测独立的条件下, 最优传感器判决规则为似然比判决规则。但是需要指出的是, 传感器 1 的最优判决规则是一个普通的似然比判决规则, 即通过将其观测量的似然比与某一固定门限进行比较而得出判决结果。相反, 传感器 $k (k=2, \dots, N)$ 的最优判决规则却是具有两个门限的似然比判决。其中, 一个门限用于 $u_{k-1}=0$ 时的判决, 另一个门限用于 $u_{k-1}=1$ 时的判决。用 T_1 表示第 1 个传感器的判决门限, 则根据式(5-3-22)及引理 2 可得

$$T_1 = \frac{C_F \prod_{i=2}^N A(u_i, u_{i-1}, H_0)}{C_D \prod_{i=2}^N A(u_i, u_{i-1}, H_1)} \quad (5-3-24)$$

用 $T_{k,0}, T_{k,1}$ 分别表示第 k 个传感器在 $u_{k-1}=0$ 及 $u_{k-1}=1$ 条件下的判决门限, 则根据

引理 1、引理 2 及式(5-3-23)可得

$$T_{k,m} = \frac{C_F P(u_{k-1} = m | H_0) \prod_{i=k+1}^N A(u_i, u_{i-1}, H_0)}{C_D P(u_{k-1} = m | H_1) \prod_{i=k+1}^N A(u_i, u_{i-1}, H_1)}, \quad k=2,3,\dots,N-1, m=0,1 \quad (5-3-25)$$

及

$$T_{N,m} = \frac{C_F P(u_{N-1} = m | H_0)}{C_D P(u_{N-1} = m | H_1)}, \quad m=0,1 \quad (5-3-26)$$

由于各个传感器的判决规则为似然比判决,为了使融合系统的检测性能达到最优,仅需联合求解由式(5-3-24)~式(5-3-26)给出的 $2N-1$ 个最优传感器判决门限。由于最优传感器判决门限是耦合的,因此需要采用数值方法进行求解。根据式(5-3-24)~式(5-3-26)容易看出,由于 $P(u_i = m | H_j)$ 及 $A(u_i, u_{i-1}, H_j)$ 均可表示为传感器判决门限的函数,因此采用数值迭代算法很容易求得各个传感器的最优判决门限。

求解最优传感器判决门限的数值迭代算法可以描述如下:

(1) 任意选择一组初始判决门限 $T_1^{(0)}$ 、 $T_{k,m}^{(0)}$, $k=2,3,\dots,N, m=0,1$, 并计算相应的系统 Bayes 风险 $R_B^{(0)}$ 。设置循环变量 $n=1$, 设置循环终止控制量 $\zeta > 0$ 。

(2) 对于第 1 个传感器, 固定 $\{T_{2,m}^{(n-1)}\}_{m=0}^1, \dots, \{T_{N,m}^{(n-1)}\}_{m=0}^1$, 并根据式(5-3-24)计算判决门限 $T_1^{(n)}$ 。同样, 对于第 k 个传感器, $k=2, \dots, N-1$, 固定 $\{T_1^{(n)}\}, \{T_{2,m}^{(n)}\}_{m=0}^1, \dots, \{T_{k-1,m}^{(n)}\}_{m=0}^1, \{T_{k+1,m}^{(n-1)}\}_{m=0}^1, \dots, \{T_{N,m}^{(n-1)}\}_{m=0}^1$, 并根据式(5-3-25)计算判决门限 $T_{k,m}^{(n)}$ 。对于第 N 个传感器, 则固定 $\{T_1^{(n)}\}, \{T_{2,m}^{(n)}\}_{m=0}^1, \dots, \{T_{N-1,m}^{(n)}\}_{m=0}^1$, 并根据式(5-3-26)计算 $T_{N,m}^{(n)}, m=0,1$ 。

(3) 计算 $\{T_1^{(n)}\}, \{T_{2,m}^{(n)}\}_{m=0}^1, \dots, \{T_{N,m}^{(n)}\}_{m=0}^1$ 对应的系统 Bayes 风险 $R_B^{(n)}$ 。如果 $R_B^{(n-1)} - R_B^{(n)} > \zeta$, 则令 $n=n+1$ 并转至第(2)步继续循环, 否则终止循环并认为 $\{T_1^{(n)}\}, \{T_{2,m}^{(n)}\}_{m=0}^1, \dots, \{T_{N,m}^{(n)}\}_{m=0}^1$ 为各个传感器的最优判决门限。

同任何其他数值迭代算法一样, 上面给出的迭代算法存在以下两方面的问题。首先, 该算法不能保证收敛于最优传感器判决门限。当循环终止时, 所得的系统 Bayes 风险可能只是一个局部极小值。其次, 该算法给出的最终结果依赖于初始条件。这样, 当该算法不能收敛于最优传感器判决门限时, 可采用不同的初始条件进行尝试。

5.3.4 实例计算

例题 5.3.1 考虑一个简单的双传感器串行检测系统。传感器 1 根据其观测 y_1 独立进行判决, 并将其判决结果 u_1 传送至传感器 2。传感器 2 根据其观测 y_2 及传感器 1 的判决 u_1 进行假设检验, 并给出融合系统的最终判决 u_2 。传感器观测量的条件概率密度函数由式(5-2-19)及式(5-2-20)给出。融合系统的性能优化准则采用最小错误概率准则。各个传感器的最优判决门限采用 5.3.3 节给出的数值迭代算法进行求解。

令 $a_1=2.0, a_2=2.5$, 则融合系统的 ROC 曲线如图 5-3-2 所示。融合系统的 Bayes

风险随先验概率 P_0 的变化关系如图 5-3-3 所示。图中,实线代表融合系统的检测性能,虚线则代表各个传感器采用 Bayes 判决规则时的检测性能。根据图 5-3-2 及图 5-3-3 可以看出,融合系统的检测性能比单个传感器的检测性能有明显提高。

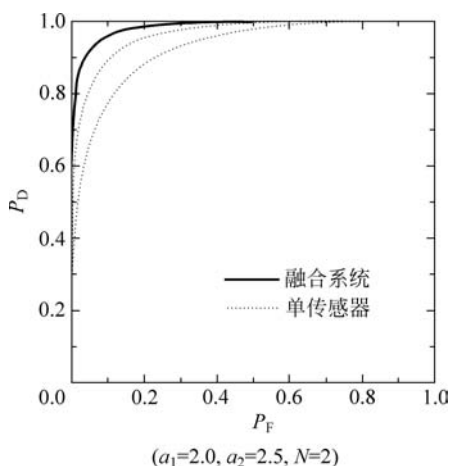


图 5-3-2 融合系统的 ROC 曲线

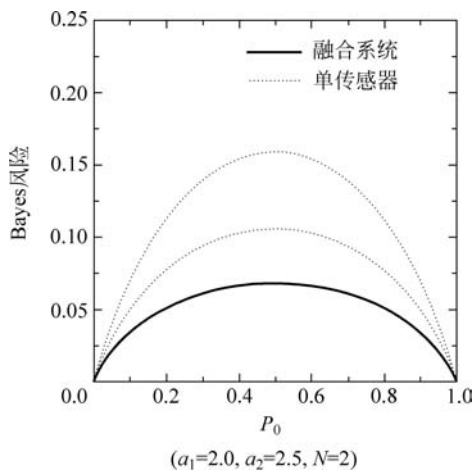


图 5-3-3 融合系统的 Bayes 风险

5.4 树形结构融合系统的最优分布式检测融合算法

并行及串行系统结构是融合系统可以采用的两种最基本的配置结构。还有一种较为复杂的系统配置结构是树形结构,树形结构是对并行及串行结构的推广。在特定条件下,树形结构可简化为简单的并行或串行结构。树形结构融合系统的基本组成单元称为结点。各结点可以是对同一目标或现象直接进行观测的传感器,也可以是仅对其前级结点的判决进行融合的局部融合器。融合系统的最终判决由唯一的根结点给出。本节研究树形结构检测融合系统的性能优化问题。各结点判决规则的优化准则为,使融合系统的 Bayes 风险取得最小值。与并行及串行结构融合系统相似,在各结点观测相关的条件下,虽然可以推导出最优结点判决规则需要满足的必要条件,但是由于不能将其简化为似然比判决规则,因此很难求解。本章研究各结点观测独立条件下的最优检测问题。在各结点观测独立的条件下,可以证明最优结点判决规则为似然比判决。这样,为了求解最优结点判决规则,就仅需联合求解各结点的最优似然比判决门限。

5.4.1 系统描述

设融合系统由 N 个结点构成,且各结点按树形结构配置(见图 5-4-1)。各结点对同一目标或现象进行观测,并独立进行判决。用 H_0 表示零假设,用 H_1 表示备选假设。融合系统的最终判决由结点 N (根结点)给出。

融合系统的树形结构可以用一有向图 $G=\langle V, E \rangle$ 描述,式中 $V=\{1, 2, \dots, N\}$ 是所有结点的集合, $E=\{\langle i, j \rangle\}$ 是所有有向边的集合。有向边 $\langle i, j \rangle$ 描述了结点 i 与结点 j 之

间的连接关系,且具有方向性。 $\langle i, j \rangle$ 表示结点 i 将其判决 u_i 传至结点 j ,并在结点 j 与其他信息进行融合。

对于任一结点 k ,如果 $\langle i, k \rangle \in E$,则称结点 i 为其直接前级结点,如果 $\langle k, j \rangle \in E$,则称结点 j 为其直接后级结点。记集合 A_k 为结点 k 的所有直接前级结点,记集合 B_k 为结点 k 的所有直接后级结点,则 A_k 的基数 $|A_k|$ 称为结点 k 的输入度, B_k 的基数 $|B_k|$ 称为结点 k 的输出度。显然,对于树形结构融合系统,输出度 $|B_k|$ 应满足 $|B_k| \leq 1$ 。输出度 $|B_k| > 1$ 的融合系统则称为网络结构融合系统。

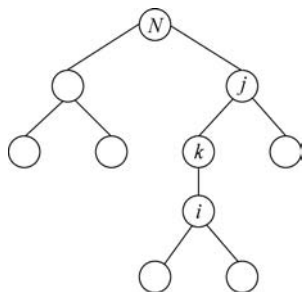


图 5-4-1 树形结构检测融合系统

输入度为 0 的结点称为叶结点,输出度为 0 的结点称为根结点,输入及输出度均不为 0 的结点称为中间结点。本章假设融合系统的最终判决由唯一的根结点 N 给出,即 $|B_N| = 0, |B_k| = 1, k \neq N$ 。

记结点 k 的观测量为 y_k ,记其所有直接前级结点判决的集合为 I_k ,即 $I_k = \{u_i, i \in A_k\}$,则结点 k 的判决规则 γ_k 可以表示为 $u_k = \gamma_k(y_k, I_k)$, $u_k = 0, 1$ 。显然,结点 k 的判决过程就是对其观测量 y_k 及 I_k 的融合过程。在以下讨论中,称 y_k 为结点 k 的直接观测量,称 I_k 为其间接观测量。 y_k, I_k 统称为结点 k 的观测量。

树形结构融合系统中各结点可以具有不同的观测结构。对于叶结点 k ,由于其输入度为 0,故 I_k 不存在,其观测量仅由直接观测 y_k 构成。同样,对于某些中间结点(包括根结点),其直接观测量可以存在,也可以不存在。这样,对于不存在直接观测量的结点 k ,其观测量仅由间接观测 I_k 构成。

为了对具有不同观测结构的结点进行统一处理,可以采用一种虚拟观测的方法。对于叶结点 k ,可为其提供一个虚拟观测 I_k , I_k 满足 $P(I_k | H_0) = P(I_k | H_1)$,且 I_k 与 y_k 相互独立。对于不存在直接观测量的结点 k ,可为其提供一个虚拟观测 y_k , y_k 的条件概率密度函数满足 $f_{Y_k}(y_k | H_0) = f_{Y_k}(y_k | H_1)$,且 y_k 与 I_k 相互独立。由于 $P(I_k | H_0) = P(I_k | H_1)$, $f_{Y_k}(y_k | H_0) = f_{Y_k}(y_k | H_1)$,虚拟观测量的引入并不要求任何附加的先验知识,也不会对系统检测性能造成任何影响。

通过引入虚拟观测量,可以采用统一的方法对各个结点的判决规则进行优化。而系统性能的优化问题,就是求解一个最优系统判决规则 $\gamma = \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_N\}$,使融合系统的 Bayes 风险取得最小值。记融合系统中各结点的检测及虚警概率分别为 P_{Di}, P_{Fi} , $i = 1, 2, \dots, N$,则融合系统的检测及虚警概率分别由 P_{DN}, P_{FN} 给出。与式(5-3-1)相似,融合系统的 Bayes 风险可以表示为

$$R_B = C_F P_{FN} - C_D P_{DN} + C \quad (5-4-1)$$

式中,常数 $C, C_F \geq 0, C_D \geq 0$ 的定义同式(5-3-1)。

5.4.2 结点观测独立条件下最优分布式检测的必要条件

对于由 N 个结点构成的树形结构融合系统,其系统性能由 N 个结点的判决规则共同决定。因此,为了使系统性能达到最优,需要联合求解各结点的最优判决规则。假设

各个结点的直接观测量相互独立,则容易证明,各结点的最优判决规则需要满足下述必要条件。

定理 5.4.1 假设各结点的直接观测量相互独立,则为了使融合系统的 Bayes 风险取得最小值,各结点的判决规则必须满足

$$P(u_k = 1 | y_k, I_k) = \begin{cases} 1, & \text{如果 } C_F A(u_N, u_k, H_0) P(I_k | H_0) f_{Y_k}(y_k | H_0) < \\ & C_D A(u_N, u_k, H_1) P(I_k | H_1) f_{Y_k}(y_k | H_1) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (5-4-2)$$

式中, $f_{Y_k}(y_k | H_j)$ 为结点观测量 y_k 的条件概率密度函数

$$A(u_N, u_k, H_j) = P(u_N = 1 | u_k = 1, H_j) - P(u_N = 1 | u_k = 0, H_j)$$

证明 对于任意给定的结点 k , 融合系统的检测概率可以表示为

$$\begin{aligned} P_{DN} &= P(u_N = 1 | H_1) \\ &= P(u_N = 1 | u_k = 0, H_1) P(u_k = 0 | H_1) + \\ &\quad P(u_N = 1 | u_k = 1, H_1) P(u_k = 1 | H_1) \\ &= P(u_N = 1 | u_k = 0, H_1) \{1 - P(u_k = 1 | H_1)\} + \\ &\quad P(u_N = 1 | u_k = 1, H_1) P(u_k = 1 | H_1) \\ &= P(u_N = 1 | u_k = 0, H_1) + A(u_N, u_k, H_1) P(u_k = 1 | H_1) \end{aligned} \quad (5-4-3)$$

式中 $A(u_i, u_k, H_j) = P(u_i = 1 | u_k = 1, H_j) - P(u_i = 1 | u_k = 0, H_j)$; 同样, 融合系统的虚警概率可以表示为

$$P_{FN} = P(u_N = 1 | u_k = 0, H_0) + A(u_N, u_k, H_0) P(u_k = 1 | H_0) \quad (5-4-4)$$

又由于各结点的直接观测量相互独立, 容易证明

$$P(u_k = 1 | H_j) = \sum_{I_k} \int P(u_k = 1 | I_k, y_k) P(I_k | H_j) f_{Y_k}(y_k | H_j) dy_k \quad (5-4-5)$$

将式(5-4-3)~式(5-4-5)代入式(5-4-1), 并经简单整理可得

$$\begin{aligned} R_B &= C_k + \sum_{I_k} \int P(u_k = 1 | y_k, I_k) \{C_F A(u_N, u_k, H_0) P(I_k | H_0) f_{Y_k}(y_k | H_0) - \\ &\quad C_D A(u_N, u_k, H_1) P(I_k | H_1) f_{Y_k}(y_k | H_1)\} dy_k \end{aligned} \quad (5-4-6)$$

式中 $C_k = C + C_F P(u_N = 1 | u_k = 0, H_0) - C_D P(u_N = 1 | u_k = 0, H_1)$ 。

记结点 k 及其所有子结点(即以结点 k 为根结点的子树)的集合为 V_k , 记其补集为 $\tilde{V}_k = V - V_k$, 则 $\tilde{V}_k$ 中所有结点直接观测量的集合可以表示为 $\tilde{Y}_k = \{y_i, i \in \tilde{V}_k\}$ 。由于各结点的直接观测量相互独立, 则有

$$\begin{aligned} P(u_N = 1 | u_k = 0, H_j) &= \int_{\tilde{Y}_k} P(u_N = 1 | \tilde{Y}_k, u_k = 0, H_j) f(\tilde{Y}_k | u_k = 0, H_j) d\tilde{Y}_k \\ &= \int_{\tilde{Y}_k} P(u_N = 1 | \tilde{Y}_k, u_k = 0) f(\tilde{Y}_k | H_j) d\tilde{Y}_k \end{aligned}$$

式中, $f(\tilde{Y}_k | H_j)$ 为 $\tilde{Y}_k$ 的条件概率密度函数。根据上式易知, C_k 的取值和结点 k 的判决规则无关。这样, 根据式(5-4-6), 为了使融合系统的 Bayes 风险取得最小值, 结点 k 的判决规则必须满足

$$P(u_k = 1 | y_k, I_k) = \begin{cases} 1, & \text{如果 } C_F A(u_N, u_k, H_0) P(I_k | H_0) f_{Y_k}(y_k | H_0) < \\ & C_D A(u_N, u_k, H_1) P(I_k | H_1) f_{Y_k}(y_k | H_1) \quad k = 1, 2, \dots, N \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

定理 5.4.1 实际上以随机化判决规则的形式给出了各个结点的最优判决规则。容易看出, 给定传感器 k 的观测量 y_k, I_k , 由于 $P(u_k = 1 | y_k, I_k) = 1$ 等价于该结点的判决为 $u_k = 1$ (即判决 H_1 为真), $P(u_k = 1 | y_k, I_k) = 0$ 等价于该结点的判决为 $u_k = 0$ (即判决 H_0 为真), 因此由式(5-4-2)给出的最优结点判决规则立即可以表示为

$$C_D A(u_N, u_k, H_1) f_{Y_k}(y_k | H_1) P(I_k | H_1) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} C_F A(u_N, u_k, H_0) f_{Y_k}(y_k | H_0) P(I_k | H_0) \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (5-4-7)$$

显然, 为了使融合系统的检测性能达到最优, 需要根据式(5-4-7)联合求解各结点的最优判决规则。但是, 由于式(5-4-7)给出的最优判决规则没有采用似然比判决规则的表达式, 因此不便采用数值方法进行求解。同串行融合系统的最优传感器判决规则一样, 为了将式(5-4-7)表示为似然比门限判决, 必须首先确定 $A(u_N, u_k, H_j)$ 的符号。

5.4.3 结点观测独立条件下的最优分布式检测

假设结点 k 共有 N_k 个后继结点, 依次记为 $j_1, j_2, \dots, j_{N_k}$, 即 $\langle k, j_1 \rangle \in E, \langle j_1, j_2 \rangle \in E, \dots, \langle j_{N_k-1}, j_{N_k} \rangle \in E$ 。由于任何一个结点 k 的最后一个后继结点均为根结点, 故有 $j_{N_k} = N, k = 1, \dots, N-1$ 。显然, 由于任一结点的输出度 $|B_k| = 1, j_1, j_2, \dots, j_{N_k}$ 给出了由结点 k 到达根结点 N 的唯一路径。记该路径为 $E_k = \{\langle j_{l-1}, j_l \rangle, l = 1, \dots, N_k\}$, 式中 $j_0 = k, j_{N_k} = N$, 则在各结点观测独立的条件下可以证明 $A(u_N, u_k, H_j)$ 的下述性质。

引理 1 $A(u_N, u_N, H_j) = 1, j = 0, 1$ 。

证明 由于 $P(u_N = 1 | u_N = 1, H_j) = 1, P(u_N = 1 | u_N = 0, H_j) = 0$, 立即可得

$$A(u_N, u_N, H_j) = P(u_N = 1 | u_N = 1, H_j) - P(u_N = 1 | u_N = 0, H_j) = 1 \quad \blacksquare$$

引理 2 $A(u_N, u_k, H_j) = \prod_{\langle p, q \rangle \in E_k} A(u_q, u_p, H_j), k = 1, 2, \dots, N-1$ 。

证明 首先, 如果 E_k 仅有一个元素, 即结点 k 的直接后继结点为根结点 N , 引理 2 自然成立。

当 E_k 包含不止一个元素时, 对于任意的 $\langle p, q \rangle \in E_k$, 则有

$$P(u_q = 1 | u_k = 1, H_j) = P(u_q = 1 | u_p = 0, u_k = 1, H_j) P(u_p = 0 | u_k = 1, H_j) + P(u_q = 1 | u_p = 1, u_k = 1, H_j) P(u_p = 1 | u_k = 1, H_j) \quad (5-4-8)$$

记 $I_{q,p} = \{u_l, l \in A_q, l \neq p\}$, 则由于各结点的观测相互独立, 容易证明

$$P(u_q = 1 | u_p, u_k, H_j) = \sum_{I_{q,p}} \int P(u_q$$

$$\begin{aligned}
&= 1 \mid y_q, I_{q,p}, u_p, u_k, H_j) f_{Y_q}(y_q \mid H_j) P(I_{q,p} \mid u_p, u_k, H_j) dy_q \\
&= \sum_{I_{q,p}} \int P(u_q = 1 \mid y_q, I_{q,p}, u_p, H_j) f_{Y_q}(y_q \mid H_j) P(I_{q,p} \mid u_p, H_j) dy_q \\
&= P(u_q = 1 \mid u_p, H_j)
\end{aligned}$$

根据上式,由式(5-4-8)可得

$$\begin{aligned}
P(u_q = 1 \mid u_k = 1, H_j) &= P(u_q = 1 \mid u_p = 0, H_j) P(u_p = 0 \mid u_k = 1, H_j) + \\
&\quad P(u_q = 1 \mid u_p = 1, H_j) P(u_p = 1 \mid u_k = 1, H_j) \\
&= P(u_q = 1 \mid u_p = 0, H_j) \{1 - P(u_p = 1 \mid u_k = 1, H_j)\} + \\
&\quad P(u_q = 1 \mid u_p = 1, H_j) P(u_p = 1 \mid u_k = 1, H_j) \\
&= P(u_q = 1 \mid u_p = 0, H_j) + \\
&\quad A(u_q, u_p, H_j) P(u_p = 1 \mid u_k = 1, H_j) \quad (5-4-9)
\end{aligned}$$

式中

$$A(u_q, u_p, H_j) = P(u_q = 1 \mid u_p = 1, H_j) - P(u_q = 1 \mid u_p = 0, H_j)$$

采用同样方法可以证明

$$\begin{aligned}
P(u_q = 1 \mid u_k = 0, H_j) &= P(u_q = 1 \mid u_p = 0, H_j) + \\
&\quad A(u_q, u_p, H_j) P(u_p = 1 \mid u_k = 0, H_j) \quad (5-4-10)
\end{aligned}$$

根据式(5-4-9)及式(5-4-10)可得

$$A(u_q, u_k, H_j) = A(u_q, u_p, H_j) A(u_p, u_k, H_j) \quad (5-4-11)$$

由于 $E_k = \{\langle j_{l-1}, j_l \rangle, l=1, 2, \dots, N_k\}$, $j_0 = k, j_{N_k} = N$, 当 $\langle p, q \rangle = \langle j_{N_k-1}, j_{N_k} \rangle$ 时, 根据式(5-4-11)可得

$$A(u_N, u_k, H_j) = A(u_{j_{N_k}}, u_{j_{N_k-1}}, H_j) A(u_{j_{N_k-1}}, u_k, H_j)$$

对上式重复使用式(5-4-11), 可得

$$A(u_N, u_k, H_j) = \prod_{l=1}^{N_k} A(u_{j_l}, u_{j_{l-1}}, H_j) = \prod_{\langle p, q \rangle \in E_k} A(u_q, u_p, H_j) \quad \blacksquare$$

引理 3 对于任意的 $\langle p, q \rangle \in E_k$, 如果 $A(u_N, u_q, H_j) \geq 0$ 则 $A(u_N, u_p, H_j) \geq 0$ 。

证明 该引理的证明方法与串行结构条件下引理 3 的证明相似, 故予以省略。 $\blacksquare$

根据引理 1 及引理 3, 容易证明 $A(u_N, u_k, H_j) \geq 0, k=1, 2, \dots, N$ 。这样, 根据式(5-4-7), 各结点的最优判决规则立即可以简化为似然比门限判决。

定理 5.4.2 假设融合系统中各结点的直接观测量相互独立, 则使系统 Bayes 风险达到最小的各结点的最优判决规则为

$$\frac{f_{Y_k}(y_k \mid H_1)}{f_{Y_k}(y_k \mid H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \frac{C_F A(u_N, u_k, H_0) P(I_k \mid H_0)}{C_D A(u_N, u_k, H_1) P(I_k \mid H_1)}, \quad k=1, 2, \dots, N \quad (5-4-12)$$

式中

$$A(u_N, u_k, H_j) = P(u_N = 1 \mid u_k = 1, H_j) - P(u_N = 1 \mid u_k = 0, H_j)$$

证明 由于 $A(u_N, u_k, H_j) \geq 0, C_F > 0, C_D > 0$, 根据式(5-4-7), 该定理立即得证。 $\blacksquare$

定理 5.4.2 表明, 在各结点观测独立的条件下, 最优结点判决规则为似然比判决规则。事实上, 该最优判决规则是在统一的结点观测结构下导出的。对于不同的结点观测

结构,该最优判决规则具有不同的表达形式。对于叶结点 k ,由于其输入度为 0,其间接观测量为虚拟观测,即 $P(I_k | H_0) = P(I_k | H_1)$,因此式(5-4-12)可以简化为

$$\frac{f_{Y_k}(y_k | H_1)}{f_{Y_k}(y_k | H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{C_F A(u_N, u_k, H_0)}{C_D A(u_N, u_k, H_1)} \quad (5-4-13)$$

根据上式立即可以看出,叶结点的最优判决规则为一普通的似然比门限判决(即具有一个固定的判决门限)。

同样,对于不存在直接观测量的结点 k ,由于其直接观测为虚拟观测,即 $f_{Y_k}(y_k | H_0) = f_{Y_k}(y_k | H_1)$,因此式(5-4-12)可以简化为

$$\frac{P(I_k | H_1)}{P(I_k | H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{C_F A(u_N, u_k, H_0)}{C_D A(u_N, u_k, H_1)} \quad (5-4-14)$$

显然,如果将 I_k 视为结点 k 的观测量,式(5-4-14)同样可视为一个具有固定门限的似然比判决。

对于同时具有直接及间接观测量的结点 k ,其最优判决规则直接由式(5-4-12)给出。容易看出,这一最优判决规则是具有多个判决门限的似然比判决。显然,由于 I_k 由 $|A_k|$ 个结点 k 的直接前级结点的判决构成,且每一前级结点的判决可以有两个不同的取值(0 或 1),因此 I_k 可以有 $2^{|A_k|}$ 个不同的取值。这样,为了求解其最优判决规则 γ_k ,就需要确定 $2^{|A_k|}$ 个最优判决门限。

对于叶结点及不具有直接观测量的结点 k ,其最优判决规则可由一个最优判决门限 T_k 确定。对于同时具有直接及间接观测量的结点 k ,其最优判决规则就需要由一组最优判决门限 $T_k(I_k)$ 确定。根据引理 2 及式(5-4-12)~式(5-4-14),当结点 k 为叶结点或不具有直接观测量时,其最优判决门限应满足

$$T_k = \frac{C_F \prod_{\langle p, q \rangle \in E_k} A(u_q, u_p, H_0)}{C_D \prod_{\langle p, q \rangle \in E_k} A(u_q, u_p, H_1)} \quad (5-4-15)$$

当结点 k 同时具有直接及间接观测量时,其最优判决门限应满足

$$T_k(I_k) = \frac{C_F P(I_k | H_0) \prod_{\langle p, q \rangle \in E_k} A(u_q, u_p, H_0)}{C_D P(I_k | H_1) \prod_{\langle p, q \rangle \in E_k} A(u_q, u_p, H_1)} \quad (5-4-16)$$

显然,为了使融合系统的检测性能达到最优,需要根据式(5-4-15)及式(5-4-16)联合求解各结点的最优判决门限。由于各结点的最优判决门限是相互耦合的,因此需要采用数值算法进行求解。下面给出一个求解最优结点判决门限的数值迭代算法。为了简化算法描述的复杂度,这里假设各结点采用统一的结点观测模型。在具体编程实现时,对于叶结点或不具有直接观测量的结点 k ,可采用式(5-4-15)对结点判决门限进行迭代。

求解最优结点判决门限的数值迭代算法可描述如下:

(1) 任意选择一组初始判决门限 $T_k^{(0)}(I_k)$, $k=1, 2, \dots, N$, 并计算相应的系统 Bayes 风险 $R_B^{(0)}$ 。设置循环变量 $n=1$, 设置循环终止控制量 $\xi > 0$ 。

(2) 对于结点 1, 固定 $\{T_2^{(n-1)}(I_2), \dots, T_N^{(n-1)}(I_N)\}$, 并根据式(5-4-16)计算判决门

限 $T_1^{(n)}(I_1)$ 。以此类推,对于结点 $k, k=2, \dots, N$, 固定 $\{T_1^{(n)}(I_1), T_2^{(n)}(I_2), \dots, T_{k-1}^{(n)}(I_{k-1}), T_{k+1}^{(n-1)}(I_{k+1}), \dots, T_N^{(n-1)}(I_N)\}$, 并根据式(5-4-16)计算判决门限 $T_k^{(n)}(I_k)$ 。

(3) 计算 $\{T_1^{(n)}(I_1), T_2^{(n)}(I_2), \dots, T_N^{(n)}(I_N)\}$ 对应的系统 Bayes 风险 $R_B^{(n)}$ 。如果 $R_B^{(n-1)} - R_B^{(n)} > \zeta$, 则令 $n = n + 1$ 并转至第(2)步继续循环, 否则终止循环并认为 $\{T_1^{(n)}(I_1), T_2^{(n)}(I_2), \dots, T_N^{(n)}(I_N)\}$ 就是各结点的最优判决门限。

5.4.4 实例计算

例题 5.4.1 考虑一个由三个传感器构成的树形结构融合系统。假设各个传感器的观测相互独立。传感器 1 及传感器 2 分别根据其观测 y_1 及 y_2 独立进行判决, 并将其判决结果 u_1, u_2 传送至传感器 3。传感器 3 根据其观测 y_3 及前级传感器的判决 u_1, u_2 进行假设检验, 并给出系统的最终判决 u_3 。融合系统中各个传感器观测量的条件概率密度函数为 Gauss 分布(见 5.2.4 节), 系统性能的优化准则采用最小错误概率准则。各个传感器的最优判决门限采用 5.4.3 节给出的数值迭代算法进行求解。

令 $a_1=1.5, a_2=1.8, a_3=2.0$, 则融合系统的 ROC 曲线如图 5-4-2 所示。融合系统的 Bayes 风险随先验概率 P_0 的变化关系如图 5-4-3 所示。图中, 实线代表融合系统的检测性能, 虚线则代表各个传感器采用 Bayes 判决规则时的检测性能。根据图 5-4-2 及图 5-4-3 可以看出, 融合系统的检测性能比单个传感器的检测性能有明显提高。

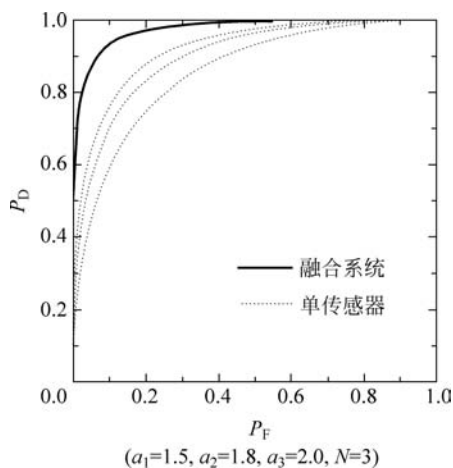


图 5-4-2 融合系统的 ROC 曲线

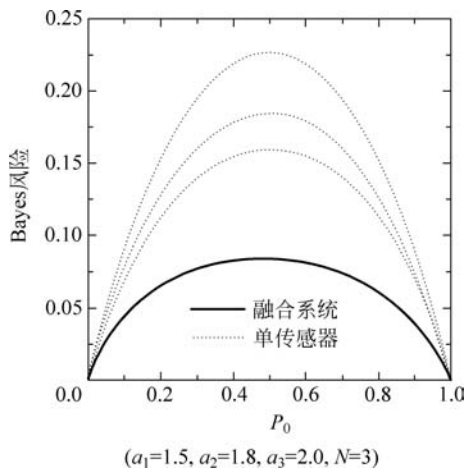


图 5-4-3 融合系统的 Bayes 风险

5.5 分布式量化检测系统

在前面几节研究的分布式检测融合系统中, 各个传感器仅向融合中心传送一位二进制判决信息。但是, 由于该判决信息仅相当于对传感器观测量的 1bit 量化, 而且不能充分反映传感器的全部观测信息, 因此限制了融合系统检测性能的进一步提高。

事实上,根据融合系统通信能力的差异,各个传感器可以向融合中心提供不同级别的观测信息。例如,当系统通信能力较差,或出于系统自身隐蔽性的要求,各个传感器可仅向融合中心提供一位二进制判决信息。相反,在系统通信能力较强且没有自身隐蔽性要求的情况下,各个传感器则可将其观测数据全部传送至融合中心。各个传感器仅向融合中心传送一位二进制判决信息的融合系统称为分布式硬决策检测融合系统。与之相对应,各个传感器向融合中心传送其全部观测信息的融合系统则称为集中式融合系统。

在多数情况下,融合系统的通信能力虽然不能保证各个传感器可将其观测信息全部传送至融合中心,但是却远大于各个传感器仅向融合中心传送一位二进制判决信息所需的通信能力。这样,为了尽可能提高融合系统的检测性能,一个合理的选择就是首先对各个传感器的观测量或检测统计量进行有限位量化,然后将该量化信息传送至融合中心进行融合。这种各个传感器均向融合中心传送有限位量化信息的融合系统称为分布式量化检测融合系统。在分布式量化检测融合系统中,各个传感器的量化位数可由融合系统的具体通信能力决定。

本章研究采用并行系统结构的分布式 Bayes 量化检测系统。由于融合系统的检测性能由融合规则及各个传感器的量化规则共同决定,因此为了使系统性能达到最优,就需要联合设计最优融合规则及各个传感器的最优量化规则。

对于采用串行及树形系统结构的分布式量化检测融合系统,同样需要对各个传感器或结点的量化规则进行联合最优化。由于基本推导方法相似,故本章予以省略。

5.5.1 系统描述

设分布式并行量化检测融合系统由融合中心及 N 个传感器构成(图 5-2-1)。各个传感器对其观测量 y_k 独立进行量化,并将量化结果 u_k 传送至融合中心。融合中心对各个传感器的量化结果进行融合,并形成系统的最终判决 u_0 。 $u_0=0$ 表示融合系统判决 H_0 为真, $u_0=1$ 表示融合系统判决 H_1 为真。

假设第 k 个传感器向融合中心传送 m_k 位二进制量化信息,则该传感器的量化规则 γ_k 可以表示为

$$u_k = \gamma_k(y_k) = \begin{cases} 0, & y_k \in \Omega_k^{(0)} \\ 1, & y_k \in \Omega_k^{(1)} \\ \vdots & \vdots \\ M_k - 1, & y_k \in \Omega_k^{(M_k-1)} \end{cases} \quad M_k = 2^{m_k}, \quad k = 1, 2, \dots, N$$

式中, $\Omega_k^{(0)}, \Omega_k^{(1)}, \dots, \Omega_k^{(M_k-1)}$ 可以是第 k 个传感器观测空间的任一划分。记所有 N 个传感器的输出为 $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_N)$, 则融合系统的检测及虚警概率可以表示为

$$P_D^f = \sum_{\mathbf{u}} P(u_0 = 1 | \mathbf{u}) P(\mathbf{u} | H_1) \quad (5-5-1)$$

$$P_F^f = \sum_{\mathbf{u}} P(u_0 = 1 | \mathbf{u}) P(\mathbf{u} | H_0) \quad (5-5-2)$$

给定先验概率 P_0, P_1 及代价权因子 C_{ij} , 根据式(5-5-1)及式(5-5-2), 融合系统的 Bayes 风险可以表示为

$$\begin{aligned} R_B &= C_F P_F^f - C_D P_D^f + C \\ &= C + \sum_u P(u_0 = 1 | \mathbf{u}) [C_F P(\mathbf{u} | H_0) - C_D P(\mathbf{u} | H_1)] \end{aligned} \quad (5-5-3)$$

式中, 常数 C, C_F, C_D 的定义同式(5-2-3)。

融合系统的 Bayes 风险是由融合规则 $u_0 = \gamma_0(\mathbf{u})$ 及各个传感器的量化规则 $u_k = \gamma_k(y_k)$ 共同决定的。分布式量化检测融合系统的性能优化问题, 就是寻求一个最优的系统判决规则 $\gamma = \{\gamma_0, \gamma_1, \dots, \gamma_N\}$, 使得融合系统的 Bayes 风险 $R_B(\gamma)$ 取得最小值。

5.5.2 最优分布式量化检测的必要条件

为了使分布式量化检测融合系统的性能达到最优, 需要联合设计融合规则及各个传感器的量化规则。同样, 这一联合优化问题可以分两步完成。首先, 在各个传感器量化规则固定的条件下, 确定融合中心的最优融合规则。其次, 在融合规则固定的条件下, 确定各个传感器的最优量化规则。联合求解融合中心的最优融合规则及各个传感器的最优量化规则, 就可获得使系统 Bayes 风险达到最小的最优系统判决规则。

首先考虑在各个传感器量化规则固定条件下的最优融合规则。根据式(5-5-3)容易证明, 该最优融合规则为似然比门限判决。

定理 5.5.1 假设各个传感器的量化规则已经确定, 则使系统 Bayes 风险达到最小的最优融合规则为

$$\Delta(\mathbf{u}) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} T \quad (5-5-4)$$

式中 $\Delta(\mathbf{u})$ 为融合中心观测量的似然比, 即 $\Delta(\mathbf{u}) = P(\mathbf{u} | H_1) / P(\mathbf{u} | H_0)$, $T = C_F / C_D$ 为判决门限。

证明 与定理 5.2.1 的证明方法相同, 故予以省略。 ■

在融合规则固定的条件下, 各个传感器的最优量化规则由下面的定理给出。

定理 5.5.2 假设融合规则固定, 且传感器 k 向融合中心传送 m_k 位二进制量化信息, 则使系统 Bayes 风险达到最小的各个传感器的最优量化规则可以表示为

$$u_k = \begin{cases} 0, & C_k^0(y_k) = C_k(y_k) \\ 1, & C_k^1(y_k) = C_k(y_k) \\ \vdots & \vdots \\ M_k - 1, & C_k^{M_k-1}(y_k) = C_k(y_k) \end{cases} \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (5-5-5)$$

式中, $M_k = 2^{m_k}$, 而

$$\begin{aligned} C_k^m(y_k) &= \sum_{\tilde{\mathbf{u}}_k} P(u_0 = 1 | \tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = m) \{C_F P(\tilde{\mathbf{u}}_k | y_k, H_0) \times \\ &\quad f_{Y_k}(y_k | H_0) - C_D P(\tilde{\mathbf{u}}_k | y_k, H_1) f_{Y_k}(y_k | H_1)\} \end{aligned}$$

$$C_k(y_k) = \min \{C_k^0(y_k), C_k^1(y_k), \dots, C_k^{M_k-1}(y_k)\}$$

$$\tilde{\mathbf{u}}_k = (u_1, \dots, u_{k-1}, u_{k+1}, \dots, u_N)$$

证明 根据式(5-5-3),融合系统的 Bayes 风险可以表示为

$$\begin{aligned} R_B &= C + \sum_{\mathbf{u}} P(u_0 = 1 | \mathbf{u}) [C_F P(\mathbf{u} | H_0) - C_D P(\mathbf{u} | H_1)] \\ &= C + \sum_{m=0}^{M_k-1} \sum_{\tilde{\mathbf{u}}_k} P(u_0 = 1 | \tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = m) [C_F P(\tilde{\mathbf{u}}_k, u_k \\ &= m | H_0) - C_D P(\tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = m | H_1)] \end{aligned} \quad (5-5-6)$$

式中, $M_k = 2^{m_k}$, $\tilde{\mathbf{u}}_k = (u_1, \dots, u_{k-1}, u_{k+1}, \dots, u_N)$ 。又由于各个传感器对其观测量 y_k 独立进行量化,容易证明

$$P(\tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = m | H_j) = \int_{y_k} P(u_k = m | y_k) P(\tilde{\mathbf{u}}_k | y_k, H_j) f_{Y_k}(y_k | H_j) dy_k \quad (5-5-7)$$

将式(5-5-7)代入式(5-5-6),经简单整理可得

$$\begin{aligned} R_B &= C + \sum_{m=0}^{M_k-1} \sum_{\tilde{\mathbf{u}}_k} P(u_0 = 1 | \tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = m) \times \\ &\quad \int_{y_k} P(u_k = m | y_k) [C_F P(\tilde{\mathbf{u}}_k | y_k, H_0) f_{Y_k}(y_k | H_0) - \\ &\quad C_D P(\tilde{\mathbf{u}}_k | y_k, H_1) f_{Y_k}(y_k | H_1)] dy_k \\ &= C + \int_{y_k} \sum_{m=0}^{M_k-1} P(u_k = m | y_k) \sum_{\tilde{\mathbf{u}}_k} P(u_0 = 1 | \tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = m) \times \\ &\quad [C_F P(\tilde{\mathbf{u}}_k | y_k, H_0) f_{Y_k}(y_k | H_0) - C_D P(\tilde{\mathbf{u}}_k | y_k, H_1) f_{Y_k}(y_k | H_1)] dy_k \\ &= C + \int_{y_k} \sum_{m=0}^{M_k-1} P(u_k = m | y_k) C_k^m(y_k) dy_k \end{aligned} \quad (5-5-8)$$

式中

$$\begin{aligned} C_k^m(y_k) &= \sum_{\tilde{\mathbf{u}}_k} P(u_0 = 1 | \tilde{\mathbf{u}}_k, u_k = m) \{C_F P(\tilde{\mathbf{u}}_k | y_k, H_0) f_{Y_k}(y_k | H_0) - \\ &\quad C_D P(\tilde{\mathbf{u}}_k | y_k, H_1) f_{Y_k}(y_k | H_1)\} \end{aligned}$$

显然,由于 C 为常数,为了使式(5-5-8)取得最小值,条件概率 $P(u_k = m | y_k)$ 应该满足

$$P(u_k = m | y_k) = \begin{cases} 1, & C_k^m(y_k) = \min \{C_k^0(y_k), C_k^1(y_k), \dots, C_k^{M_k-1}(y_k)\} \\ 0, & C_k^m(y_k) \neq \min \{C_k^0(y_k), C_k^1(y_k), \dots, C_k^{M_k-1}(y_k)\} \\ & m = 0, 1, \dots, M_k - 1 \end{cases}$$

记 $C_k(y_k) = \min \{C_k^0(y_k), C_k^1(y_k), \dots, C_k^{M_k-1}(y_k)\}$, 则根据上式立即可得与其等价的最优量化规则为

$$u_k = \begin{cases} 0, & C_k^0(y_k) = C_k(y_k) \\ 1, & C_k^1(y_k) = C_k(y_k) \\ \vdots & \vdots \\ M_k - 1, & C_k^{M_k-1}(y_k) = C_k(y_k) \end{cases} \quad k = 1, 2, \dots, N$$

定理 5.5.1 及定理 5.5.2 给出了最优分布式量化检测的必要条件。为了使系统性能达到最优,需要根据定理 5.5.1 及定理 5.5.2 联合求解最优融合规则及各个传感器的最优量化规则。

5.5.3 传感器观测独立条件下的最优分布式量化检测

对于分布式量化检测融合系统,同样可以给出融合规则单调性的定义。

定义 5.5.1 给定融合规则,如果对于任意一个传感器 $k, 1 \leq k \leq N$, 及传感器输出 $m, l, 0 \leq l \leq m \leq M_k - 1$, 该融合规则均满足

$$P(u_0 = 1 | \tilde{u}_k, u_k = m) - P(u_0 = 1 | \tilde{u}_k, u_k = l) \geq 0$$

则称该融合规则是单调的。

在各个传感器观测独立的条件下,可以证明^[12,15,16]由定理 5.5.1 给出的最优融合规则是单调的。这样,为了使系统检测性能达到最优,就仅需考虑单调的融合规则。在融合规则单调的条件下,最优传感器量化规则就可简化为简单的似然比量化规则。

定理 5.5.3 假设融合系统中各个传感器的观测量相互独立,则对于任意给定的单调融合规则,使系统检测性能达到最优的各个传感器的量化规则可以表示为

$$u_k = \begin{cases} 0, & T_{k,0} \leq \Lambda_k(y_k) < T_{k,1} \\ 1, & T_{k,1} \leq \Lambda_k(y_k) < T_{k,2} \\ \vdots & \vdots \\ M_k - 1, & T_{k,M_k-1} \leq \Lambda_k(y_k) < T_{k,M_k} \end{cases} \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (5-5-9)$$

式中, $\Lambda_k(y_k)$ 为单个传感器观测量的似然比,即 $\Lambda_k(y_k) = f_{Y_k}(y_k | H_1) / f_{Y_k}(y_k | H_0)$, $M_k = 2^{m_k}, T_{k,0} = 0, T_{k,M_k} = \infty$,

$$T_{k,m} = \frac{C_F \sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k, m, m-1) P(\tilde{u}_k | H_0)}{C_D \sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k, m, m-1) P(\tilde{u}_k | H_1)}, \quad m = 1, 2, \dots, M_k - 1 \quad (5-5-10)$$

$$A(\tilde{u}_k, m, m-1) = P(u_0 = 1 | \tilde{u}_k, u_k = m) - P(u_0 = 1 | \tilde{u}_k, u_k = m-1)$$

$$\tilde{u}_k = (u_1, \dots, u_{k-1}, u_{k+1}, \dots, u_N)$$

证明 在各个传感器观测独立的条件下,易知

$$P(\tilde{u}_k | y_k, H_j) = P(\tilde{u}_k | H_j) \quad j = 0, 1; k = 1, 2, \dots, N$$

这样,根据定理 5.5.2,各个传感器的最优量化规则就可以表示为

$$u_k = \begin{cases} 0, & y_k \in \Omega_k^{(0)} \\ 1, & y_k \in \Omega_k^{(1)} \\ \vdots & \vdots \\ M_k - 1, & y_k \in \Omega_k^{(M_k-1)} \end{cases} \quad k=1,2,\dots,N \quad (5-5-11)$$

式中

$$\Omega_k^{(m)} = \{y_k : C_k^m(y_k) = \min \{C_k^0(y_k), C_k^1(y_k), \dots, C_k^{M_k-1}(y_k)\}\} \quad (5-5-12)$$

$$C_k^m(y_k) = \sum_{\tilde{u}_k} P(u_0 = 1 | \tilde{u}_k, u_k = m) \{C_F P(\tilde{u}_k | H_0) f_{Y_k}(y_k | H_0) - C_D P(\tilde{u}_k | H_1) f_{Y_k}(y_k | H_1)\} \quad (5-5-13)$$

容易证明,式(5-5-11)对传感器 k 观测空间的划分是一个似然比划分。首先,当 $y_k \in \Omega_k^{(m)}$ 时, $1 \leq m \leq M_k - 2$, 根据式(5-5-12)易得

$$C_k^{m-1}(y_k) \geq C_k^m(y_k) \quad (5-5-14)$$

$$C_k^m(y_k) \leq C_k^{m+1}(y_k) \quad (5-5-15)$$

将式(5-5-13)代入式(5-5-14),则有

$$\begin{aligned} & \sum_{\tilde{u}_k} P(u_0 = 1 | \tilde{u}_k, u_k = m-1) [C_F P(\tilde{u}_k | H_0) f_{Y_k}(y_k | H_0) - C_D P(\tilde{u}_k | H_1) f_{Y_k}(y_k | H_1)] \\ & \geq \sum_{\tilde{u}_k} P(u_0 = 1 | \tilde{u}_k, u_k = m) [C_F P(\tilde{u}_k | H_0) f_{Y_k}(y_k | H_0) - C_D P(\tilde{u}_k | H_1) f_{Y_k}(y_k | H_1)] \end{aligned}$$

对上式进行简单整理,可得

$$\begin{aligned} & f_{Y_k}(y_k | H_1) \sum_{\tilde{u}_k} C_D A(\tilde{u}_k, m, m-1) P(\tilde{u}_k | H_1) \\ & \geq f_{Y_k}(y_k | H_0) \sum_{\tilde{u}_k} C_F A(\tilde{u}_k, m, m-1) P(\tilde{u}_k | H_0) \end{aligned} \quad (5-5-16)$$

式中 $A(\tilde{u}_k, m, m-1) = P(u_0 = 1 | \tilde{u}_k, u_k = m) - P(u_0 = 1 | \tilde{u}_k, u_k = m-1)$ 。根据融合规则的单调性,易知 $A(\tilde{u}_k, m, m-1) \geq 0$ 。这样根据式(5-5-16)立即可得

$$\frac{f_{Y_k}(y_k | H_1)}{f_{Y_k}(y_k | H_0)} \geq \frac{C_F \sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k, m, m-1) P(\tilde{u}_k | H_0)}{C_D \sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k, m, m-1) P(\tilde{u}_k | H_1)} \quad (5-5-17)$$

同样,将式(5-5-13)代入式(5-5-15),并经简单整理,可得

$$\begin{aligned} & f_{Y_k}(y_k | H_1) \sum_{\tilde{u}_k} C_D A(\tilde{u}_k, m+1, m) P(\tilde{u}_k | H_1) \\ & \leq f_{Y_k}(y_k | H_0) \sum_{\tilde{u}_k} C_F A(\tilde{u}_k, m+1, m) P(\tilde{u}_k | H_0) \end{aligned}$$

由于融合规则是单调的,易知 $A(\tilde{u}_k, m+1, m) \geq 0$ 。故根据上式立即可得

$$\frac{f_{Y_k}(y_k | H_1)}{f_{Y_k}(y_k | H_0)} \leq \frac{C_F \sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k, m+1, m) P(\tilde{u}_k | H_0)}{C_D \sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k, m+1, m) P(\tilde{u}_k | H_1)} \quad (5-5-18)$$

这样,当 $y_k \in \Omega_k^{(m)}$ 时, $1 \leq m \leq M_k - 2$, 根据式(5-5-17)及式(5-5-18)可得

$$\frac{C_F \sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k, m, m-1) P(\tilde{u}_k | H_0)}{C_D \sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k, m, m-1) P(\tilde{u}_k | H_1)} \leq \frac{f_{Y_k}(y_k | H_1)}{f_{Y_k}(y_k | H_0)} \leq \frac{C_F \sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k, m+1, m) P(\tilde{u}_k | H_0)}{C_D \sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k, m+1, m) P(\tilde{u}_k | H_1)} \quad (5-5-19)$$

采用同样方法,当 $y_k \in \Omega_k^{(0)}$ 时,可以证明

$$\frac{f_{Y_k}(y_k | H_1)}{f_{Y_k}(y_k | H_0)} \leq \frac{C_F \sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k, 1, 0) P(\tilde{u}_k | H_0)}{C_D \sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k, 1, 0) P(\tilde{u}_k | H_1)} \quad (5-5-20)$$

当 $y_k \in \Omega_k^{(M_k-1)}$ 时,可以证明

$$\frac{f_{Y_k}(y_k | H_1)}{f_{Y_k}(y_k | H_0)} \geq \frac{C_F \sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k, M_k - 1, M_k - 2) P(\tilde{u}_k | H_0)}{C_D \sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k, M_k - 1, M_k - 2) P(\tilde{u}_k | H_1)} \quad (5-5-21)$$

令 $T_{k,0} = 0, T_{k,M_k} = \infty$, 而

$$T_{k,m} = \frac{C_F \sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k, m, m-1) P(\tilde{u}_k | H_0)}{C_D \sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k, m, m-1) P(\tilde{u}_k | H_1)}, \quad k = 1, 2, \dots, N, \quad 1 \leq m \leq M_k - 1$$

则根据式(5-5-19)~式(5-5-21),由式(5-5-11)给出的最优量化规则立即可以表示为

$$u_k = \begin{cases} 0, & T_{k,0} \leq \Lambda_k(y_k) < T_{k,1} \\ 1, & T_{k,1} \leq \Lambda_k(y_k) < T_{k,2} \\ \vdots & \vdots \\ M_k - 1, & T_{k,M_k-1} \leq \Lambda_k(y_k) < T_{k,M_k} \end{cases} \quad k = 1, 2, \dots, N$$

式中, $\Lambda_k(y_k) = f_{Y_k}(y_k | H_1) / f_{Y_k}(y_k | H_0)$ 。 ■

定理 5.5.3 表明,在融合规则单调且各个传感器观测独立的条件下,最优量化规则为似然比量化规则。这样,为了使量化检测融合系统的检测性能达到最优,就仅需根据定理 5.5.1 及定理 5.5.3 联合求解最优融合规则及各个传感器的最优量化门限。由于最优融合规则及最优量化门限是耦合的,因此需要采用数值方法进行求解。

求解最优融合规则及最优量化门限的数值迭代算法可以描述如下:

(1) 任意选择一个初始融合规则 $f^{(0)}$ 及各个传感器的初始量化门限 $T_{k,m}^{(0)}, k = 1, 2, \dots, N, m = 0, 1, \dots, M_k$, 且满足 $T_{k,0}^{(0)} = 0, T_{k,M_k}^{(0)} = \infty, T_{k,0}^{(0)} \leq T_{k,1}^{(0)} \leq \dots \leq T_{k,M_k}^{(0)}$ 。计算 $\{f^{(0)}, \{T_{1,m}^{(0)}\}_{m=0}^{M_1}, \{T_{2,m}^{(0)}\}_{m=0}^{M_2}, \dots, \{T_{N,m}^{(0)}\}_{m=0}^{M_N}\}$ 对应的系统 Bayes 风险 $R_B^{(0)}$ 。设置循环变量 $n=1$, 设置循环终止控制量 $\zeta > 0$ 。

(2) 固定 $\{\{T_{1,m}^{(n-1)}\}_{m=0}^{M_1}, \{T_{2,m}^{(n-1)}\}_{m=0}^{M_2}, \dots, \{T_{N,m}^{(n-1)}\}_{m=0}^{M_N}\}$, 根据式(5-5-4)求解融合规则 $f^{(n)}$ 。

(3) 对于第 1 个传感器, 固定 $\{f^{(n)}, \{T_{2,m}^{(n-1)}\}_{m=0}^{M_2}, \dots, \{T_{N,m}^{(n-1)}\}_{m=0}^{M_N}\}$, 并根据式(5-5-10)计算 $T_{1,m}^{(n)}, m=1, 2, \dots, M_1-1$ 。以此类推, 对于第 k 个传感器, $k=2, 3, \dots, N$, 固定 $\{f^{(n)}, \{T_{1,m}^{(n)}\}_{m=0}^{M_1}, \dots, \{T_{k-1,m}^{(n)}\}_{m=0}^{M_{k-1}}, \{T_{k+1,m}^{(n-1)}\}_{m=0}^{M_{k+1}}, \dots, \{T_{N,m}^{(n-1)}\}_{m=0}^{M_N}\}$, 并根据式(5-5-10)计算量化门限 $T_{k,m}^{(n)}, m=1, 2, \dots, M_k-1$ 。

(4) 计算 $\{f^{(n)}, \{T_{1,m}^{(n)}\}_{m=0}^{M_1}, \{T_{2,m}^{(n)}\}_{m=0}^{M_2}, \dots, \{T_{N,m}^{(n)}\}_{m=0}^{M_N}\}$ 对应的系统 Bayes 风险 $R_B^{(n)}$ 。如果 $R_B^{(n-1)} - R_B^{(n)} > \zeta$, 则令 $n=n+1$, 并转至第(2)步继续循环, 否则终止循环, 并认为 $\{f^{(n)}, \{T_{1,m}^{(n)}\}_{m=0}^{M_1}, \{T_{2,m}^{(n)}\}_{m=0}^{M_2}, \dots, \{T_{N,m}^{(n)}\}_{m=0}^{M_N}\}$ 为最优融合规则及各个传感器的最优量化门限。

5.5.4 实例计算

例题 5.5.1 考虑一个简单的双传感器量化检测融合系统。假设各个传感器的观测量相互独立且服从 Gauss 分布(见 5.2.4 节)。融合系统的性能优化准则采用最小错误概率准则, 最优传感器量化门限采用 5.5.3 节给出的数值迭代算法进行求解。

假设各个传感器均向融合中心传送两位二进制量化信息, 即 $m_k=2, M_k=4, k=1, 2$ 。令 $a_1=2.0, a_2=1.8$, 则最优量化检测系统的 ROC 曲线如图 5-5-1 所示。融合系统的 Bayes 风险随先验概率 P_0 的变化关系如图 5-5-2 所示。图中, 实线代表融合系统的检测性能, 虚线则代表各个传感器采用 Bayes 判决规则时的检测性能。根据图 5-5-1 及图 5-5-2 可以看出, 融合系统的检测性能比单个传感器的检测性能有明显提高。

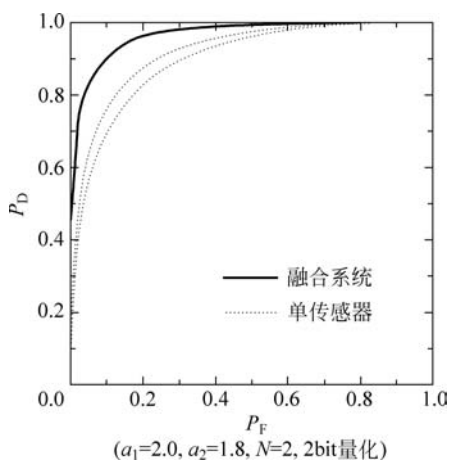


图 5-5-1 最优量化检测融合系统的 ROC 曲线

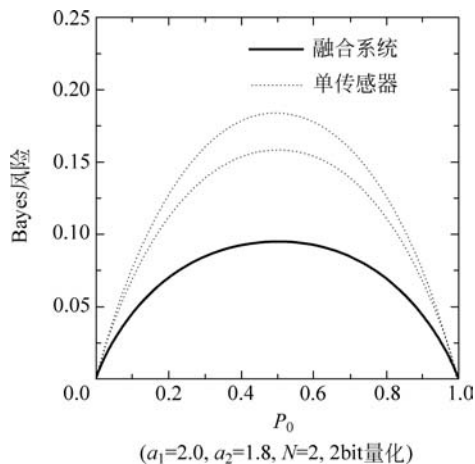
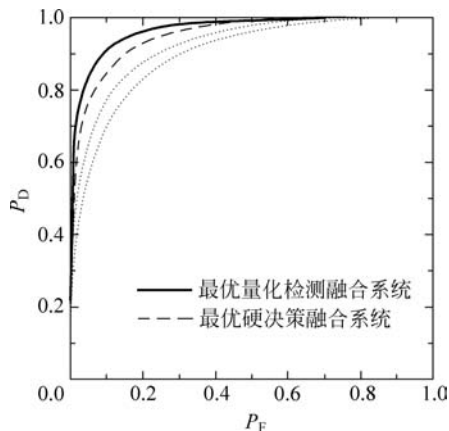


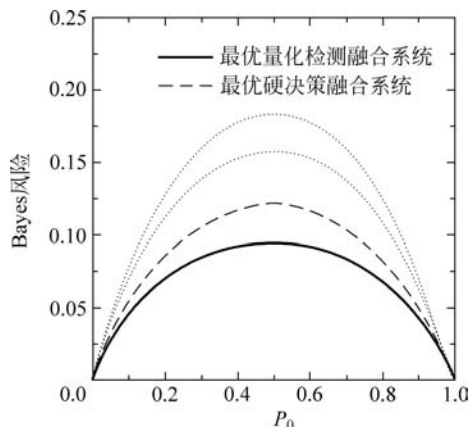
图 5-5-2 最优量化检测融合系统的 Bayes 风险

最优量化检测系统与最优硬决策检测系统的性能对比如图 5-5-3 及图 5-5-4 所示。最优量化检测系统与集中式融合系统的性能对比如图 5-5-5 及图 5-5-6 所示。由图 5-5-3~图 5-5-6 可以看出, 最优量化检测系统的性能明显优于最优硬决策检测系统, 且接近集中式融合系统的检测性能。



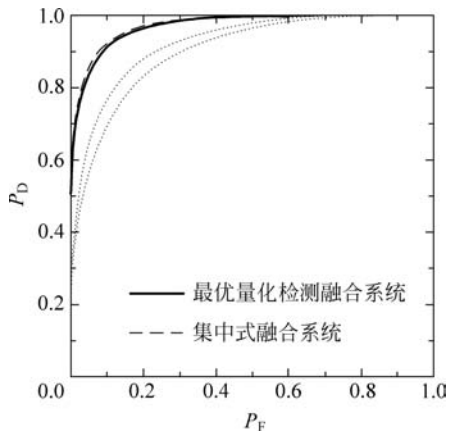
($a_1=2.0, a_2=1.8, N=2, 2\text{bit}$ 量化)

图 5-5-3 最优量化检测与硬决策融合系统的 ROC 曲线



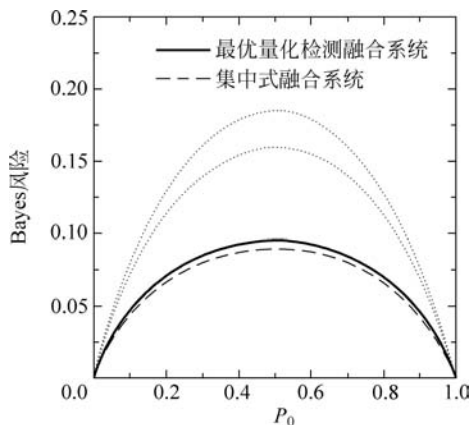
($a_1=2.0, a_2=1.8, N=2, 2\text{bit}$ 量化)

图 5-5-4 最优量化检测与硬决策融合系统的 Bayes 风险



($a_1=2.0, a_2=1.8, N=2, 2\text{bit}$ 量化)

图 5-5-5 最优量化检测与集中式融合系统的 ROC 曲线



($a_1=2.0, a_2=1.8, N=2, 2\text{bit}$ 量化)

图 5-5-6 最优量化检测与集中式融合系统的 Bayes 风险

5.6 分布式 N-P 检测融合系统

在前面几节研究的分布式检测融合系统中,系统性能的优化准则为最小风险准则。采用最小风险准则对系统性能进行优化,需要首先确定先验概率及代价权因子。但是,在许多重要应用领域,先验概率及代价权因子很难确定。在这种情况下,一个可行的选择就是采用 Neyman-Pearson (N-P) 准则。

本节研究并行结构条件下的分布式 N-P 检测融合系统。由于分布式硬决策检测系统可以视为分布式量化检测系统的一个特例,因此本节直接推导量化检测系统的最优系统判决规则。在各个传感器观测独立的条件下,前面所得关于 Bayes 检测系统的结论,

很容易推广到分布式 N-P 检测系统。在各个传感器观测相关的条件下,由于最优传感器判决规则不再是简单的似然比判决,因此本节给出一种次优的检测融合方法,即限定各个传感器均采用似然比量化规则,并对融合规则及量化门限进行联合最优化。

在串行及树形系统结构条件下, Bayes 检测融合系统的相关结论同样可以推广到 N-P 检测融合系统。由于基本推导方法相似,故这里予以省略。

5.6.1 最优分布式量化检测的必要条件

考虑由融合中心及 N 个传感器构成的分布式并行量化检测融合系统。假设传感器 k 输出 m_k 位二进制量化信息。对于分布式 N-P 检测系统而言,系统性能的优化准则为,在给定虚警概率 $P_F^f = \alpha$ 的条件下,使系统检测概率 P_D^f 取得最大值。采用拉格朗日方法,这一带有约束条件的优化问题可以描述为,在 $P_F^f = \alpha$ 的条件下使目标函数 F 取得最大值

$$F = P_D^f - \lambda(P_F^f - \alpha) \quad (5-6-1)$$

将式(5-5-1)、式(5-5-2)代入式(5-6-1),则目标函数 F 可以进一步表示为

$$F = \sum_u P(u_0 = 1 | \mathbf{u}) [P(\mathbf{u} | H_1) - \lambda P(\mathbf{u} | H_0)] + \alpha \lambda \quad (5-6-2)$$

显然,融合系统的检测性能由融合规则 γ_0 及各个传感器的量化规则 γ_k 共同决定。为了使系统检测性能达到最优,需要联合设计融合规则 γ_0 及量化规则 $\gamma_k, k = 1, 2, \dots, N$ 。

定理 5.6.1 假设融合系统中各个传感器的量化规则已经确定,则对于任意给定的虚警概率 $P_F^f = \alpha$,使系统检测概率取得最大值的最优融合规则为

$$P(u_0 = 1 | \mathbf{u}) = \begin{cases} 1, & \Lambda(\mathbf{u}) > \lambda \\ r, & \Lambda(\mathbf{u}) = \lambda \\ 0, & \Lambda(\mathbf{u}) < \lambda \end{cases} \quad (5-6-3)$$

式中 $\Lambda(\mathbf{u}) = P(\mathbf{u} | H_1) / P(\mathbf{u} | H_0)$,融合中心的判决门限 λ 及随机化因子 r 由虚警概率 α 确定

$$\sum_{\Lambda(\mathbf{u}) > \lambda} P(\mathbf{u} | H_0) + r \sum_{\Lambda(\mathbf{u}) = \lambda} P(\mathbf{u} | H_0) = \alpha \quad (5-6-4)$$

证明 根据式(5-6-2),目标函数 F 可以表示为

$$F = \sum_u P(u_0 = 1 | \mathbf{u}) \{ \Lambda(\mathbf{u}) - \lambda \} / P(\mathbf{u} | H_0) + \alpha \lambda$$

式中, $\Lambda(\mathbf{u}) = P(\mathbf{u} | H_1) / P(\mathbf{u} | H_0)$ 。由于各个传感器的量化规则已经确定,对于任意给定的虚警概率 α 及判决门限 λ ,为了使目标函数 F 取得最大值,最优融合规则应该满足

$$P(u_0 = 1 | \mathbf{u}) = \begin{cases} 1, & \Lambda(\mathbf{u}) > \lambda \\ r, & \Lambda(\mathbf{u}) = \lambda \\ 0, & \Lambda(\mathbf{u}) < \lambda \end{cases}$$

式中, r 为随机化因子, $r \in [0, 1]$ 。又根据上式及(5-5-2)易得

$$P_F^f = \sum_{\Lambda(\mathbf{u}) > \lambda} P(\mathbf{u} | H_0) + r \sum_{\Lambda(\mathbf{u}) = \lambda} P(\mathbf{u} | H_0)$$

这样,给定虚警概率 $P_F^f = \alpha$,判决门限 λ 及随机化因子 r 就必须满足式(5-6-4)。■

定理 5.6.2 假设融合规则固定,且传感器 k 向融合中心传送 m_k 位二进制量化信

息,则对于任意给定的系统虚警概率 $\alpha, 0 < \alpha < 1$, 使系统检测概率取得最大值的各个传感器的最优量化规则为

$$u_k = \begin{cases} 0, & C_k^0(y_k) = C_k(y_k) \\ 1, & C_k^1(y_k) = C_k(y_k) \\ \vdots & \vdots \\ M_k - 1, & C_k^{M_k-1}(y_k) = C_k(y_k) \end{cases} \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (5-6-5)$$

式中, $M_k = 2^{m_k}$, 而

$$C_k^m(y_k) = \sum_{\tilde{u}_k} P(u_0 = 1 | \tilde{u}_k, u_k = m) \{ P(\tilde{u}_k | y_k, H_1) f_{Y_k}(y_k | H_1) - \lambda P(\tilde{u}_k | y_k, H_0) f_{Y_k}(y_k | H_0) \}$$

$$C_k(y_k) = \max \{ C_k^0(y_k), C_k^1(y_k), \dots, C_k^{M_k-1}(y_k) \}$$

$$\tilde{u}_k = (u_1, \dots, u_{k-1}, u_{k+1}, \dots, u_N)$$

且 λ 的取值应该满足 $P_F^f = \alpha$ 。

证明 令 $\tilde{u}_k = (u_1, \dots, u_{k-1}, u_{k+1}, \dots, u_N)$, 则根据式(5-6-2)目标函数 F 可以表示为

$$F = \alpha\lambda + \sum_{m=0}^{M_k-1} \sum_{\tilde{u}_k} P(u_0 = 1 | \tilde{u}_k, u_k = m) [P(\tilde{u}_k, u_k = m | H_1) - \lambda P(\tilde{u}_k, u_k = m | H_0)] \quad (5-6-6)$$

式中 $M_k = 2^{m_k}$ 。又由于各个传感器对其观测量 y_k 独立进行量化, 容易证明

$$P(\tilde{u}_k, u_k = m | H_j) = \int_{y_k} P(u_k = m | y_k) P(\tilde{u}_k | y_k, H_j) f_{Y_k}(y_k | H_j) dy_k$$

将上式代入式(5-6-6), 并经简单整理可得

$$F = \alpha\lambda + \int_{y_k} \sum_{m=0}^{M_k-1} P(u_k = m | y_k) C_k^m(y_k) dy_k \quad (5-6-7)$$

式中

$$C_k^m(y_k) = \sum_{\tilde{u}_k} P(u_0 = 1 | \tilde{u}_k, u_k = m) \{ P(\tilde{u}_k | y_k, H_1) f_{Y_k}(y_k | H_1) - \lambda P(\tilde{u}_k | y_k, H_0) f_{Y_k}(y_k | H_0) \}$$

容易看出, 由于 $\alpha\lambda$ 的取值与量化规则 γ_k 无关, 故为了使式(5-6-7)取得最大值, 条件概率 $P(u_k = m | y_k)$ 应该满足

$$P(u_k = m | y_k) = \begin{cases} 1, & C_k^m(y_k) = \max \{ C_k^0(y_k), C_k^1(y_k), \dots, C_k^{M_k-1}(y_k) \} \\ 0, & C_k^m(y_k) \neq \max \{ C_k^0(y_k), C_k^1(y_k), \dots, C_k^{M_k-1}(y_k) \} \end{cases} \quad m = 0, 1, \dots, M_k - 1$$

记 $C_k(y_k) = \max \{ C_k^0(y_k), C_k^1(y_k), \dots, C_k^{M_k-1}(y_k) \}$, 则根据该条件概率, 立即可得与

其等价的最优量化规则式(5-6-5)。又根据式(5-6-1)可知

$$F = P_D^f - \lambda(P_F^f - \alpha)$$

这样,通过选择 λ 的取值使之满足 $P_F^f = \alpha$,则由式(5-6-5)给出的最优量化规则就可保证在 $P_F^f = \alpha$ 的条件下使检测概率 P_D^f 取得最大值。■

定理 5.6.1 及定理 5.6.2 给出了融合系统检测性能达到最优的必要条件。为了获得最优系统检测性能,需要根据定理 5.6.1 及定理 5.6.2 联合求解最优融合规则及 N 个传感器的最优量化规则。根据定理 5.6.2 可以看出,由于最优量化规则不是似然比量化规则,因此最优系统判决规则很难求解。

5.6.2 传感器观测独立条件下的最优分布式检测

在各个传感器观测独立的条件下,可以证明由定理 5.6.1 给出的最优融合规则是单调的。这样,为了使系统检测性能达到最优,就仅需考虑单调的融合规则。在融合规则单调的条件下,最优传感器量化规则就可简化为简单的似然比量化规则。

定理 5.6.3 假设融合系统中各个传感器的观测相互独立,且融合中心采用一给定的单调融合规则,则对于任意给定的虚警概率 $\alpha, 0 < \alpha < 1$,使系统检测概率达到最大的各个传感器的最优量化规则为

$$u_k = \begin{cases} 0, & T_{k,0} \leq \Lambda_k(y_k) < T_{k,1} \\ 1, & T_{k,1} \leq \Lambda_k(y_k) < T_{k,2} \\ \vdots & \vdots \\ M_k - 1, & T_{k,M_k-1} \leq \Lambda_k(y_k) < T_{k,M_k} \end{cases} \quad k = 1, 2, \dots, N$$

式中, $\Lambda_k(y_k) = f_{Y_k}(y_k | H_1) / f_{Y_k}(y_k | H_0)$, $M_k = 2^{m_k}$, $T_{k,0} = 0$, $T_{k,M_k} = \infty$,

$$T_{k,m} = \lambda \frac{\sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k, m, m-1) P(\tilde{u}_k | H_0)}{\sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k, m, m-1) P(\tilde{u}_k | H_1)}, \quad m = 1, 2, \dots, M_k - 1 \quad (5-6-8)$$

式中

$$A(\tilde{u}_k, m, m-1) = P(u_0 = 1 | \tilde{u}_k, u_k = m) - P(u_0 = 1 | \tilde{u}_k, u_k = m-1)$$

$$\tilde{u}_k = (u_1, \dots, u_{k-1}, u_{k+1}, \dots, u_N)$$

且 λ 的取值需要满足

$$P_F^f = \alpha \quad (5-6-9)$$

证明 该定理的证明与定理 5.5.3 相似,故予以省略。■

定理 5.6.3 表明,在融合规则单调且各个传感器观测独立的条件下,最优量化规则为似然比量化规则。这样,根据定理 5.6.1 及定理 5.6.3 联合求解最优融合规则及最优传感器量化门限,就可获得全局最优化系统判决规则。由于最优融合规则与最优量化门限是耦合的,因此需要采用数值迭代算法进行求解。

5.6.3 传感器观测相关条件下的次优分布式检测

根据定理 5.6.2 可以看出,在各个传感器观测相关的条件下,最优量化规则不是似然比量化规则,因此即使采用数值迭代方法也很难求解。这样,在传感器观测相关的条件下,就需要考虑一些次优的检测方法。其中,一个可行的次优检测方法是,限定传感器量化规则为似然比量化规则,并对融合规则及各个传感器的量化门限进行联合最优化。

定理 5.6.4 假设融合规则已经确定,且各个传感器向融合中心传送 m_k 位二进制量化信息。又假设各个传感器均采用似然比量化规则,即

$$u_k = \begin{cases} 0, & T_{k,0} \leq \Lambda_k(y_k) < T_{k,1} \\ 1, & T_{k,1} \leq \Lambda_k(y_k) < T_{k,2} \\ \vdots & \vdots \\ M_k - 1, & T_{k,M_k-1} \leq \Lambda_k(y_k) < T_{k,M_k} \end{cases} \quad k=1,2,\dots,N \quad (5-6-10)$$

式中, $\Lambda_k(y_k) = f_{Y_k}(y_k | H_1) / f_{Y_k}(y_k | H_0)$, $M_k = 2^{m_k}$, $T_{k,0} = 0$, $T_{k,M_k} = \infty$, 则对于任意给定的虚警概率 α , $0 < \alpha < 1$, 为了使系统检测概率达到最大,各个传感器的最优量化门限 $T_{k,m}$ 由下式给出

$$T_{k,m} = \lambda \frac{\sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k, m, m-1) P(\tilde{u}_k | T_{k,m}, H_0)}{\sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k, m, m-1) P(\tilde{u}_k | T_{k,m}, H_1)}, \quad m=1,2,\dots,M_k-1 \quad (5-6-11)$$

式中

$$A(\tilde{u}_k, m, m-1) = P(u_0 = 1 | \tilde{u}_k, u_k = m) - P(u_0 = 1 | \tilde{u}_k, u_k = m-1)$$

$$\tilde{u}_k = (u_1, \dots, u_{k-1}, u_{k+1}, \dots, u_N)$$

且 λ 的取值应满足

$$P_F^f = \alpha \quad (5-6-12)$$

证明 对于任意给定的判决向量 $\mathbf{u}$, 由于融合规则已经确定,故 $P(u_0 = 1 | \mathbf{u})$ 为常数。这样,根据式(5-6-2),目标函数 F 关于量化门限 $T_{k,m}$ 的偏导数可以表示为

$$\frac{\partial F}{\partial T_{k,m}} = \sum_{\mathbf{u}} P(u_0 = 1 | \mathbf{u}) \left[\frac{\partial P(\mathbf{u} | H_1)}{\partial T_{k,m}} - \lambda \frac{\partial P(\mathbf{u} | H_0)}{\partial T_{k,m}} \right]$$

令 $\tilde{u}_k = (u_1, \dots, u_{k-1}, u_{k+1}, \dots, u_N)$, 则上式可以进一步表示为

$$\frac{\partial F}{\partial T_{k,m}} = \sum_{i=0}^{M_k-1} \sum_{\tilde{u}_k} P(u_0 = 1 | \tilde{u}_k, u_k = i) \left[\frac{\partial P(\tilde{u}_k, u_k = i | H_1)}{\partial T_{k,m}} - \lambda \frac{\partial P(\tilde{u}_k, u_k = i | H_0)}{\partial T_{k,m}} \right] \quad (5-6-13)$$

由于各个传感器均采用似然比量化规则,容易证明

$$P(\tilde{u}_k, u_k = i | H_j) = \int_{T_{k,i}}^{T_{k,i+1}} P(\tilde{u}_k | \eta_k, H_j) f_{\Lambda_k}(\eta_k | H_j) d\eta_k$$

式中, $f_{\Lambda_k}(\eta_k | H_j)$ 为 $\Lambda_k(y_k)$ 的条件概率密度函数。根据上式易得

$$\frac{\partial P(\tilde{u}_k, u_k = i | H_j)}{\partial T_{k,m}} = \begin{cases} P(\tilde{u}_k | T_{k,m}, H_j) f_{\Lambda_k}(T_{k,m} | H_j), & i = m-1 \\ -P(\tilde{u}_k | T_{k,m}, H_j) f_{\Lambda_k}(T_{k,m} | H_j), & i = m \quad j = 0, 1 \\ 0, & i \neq m-1, m \end{cases} \quad (5-6-14)$$

将式(5-6-14)代入式(5-6-13),并进行简单整理,可得

$$\frac{\partial F}{\partial T_{k,m}} = - \sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k, m, m-1) [P(\tilde{u}_k | T_{k,m}, H_1) f_{\Lambda_k}(T_{k,m} | H_1) - \lambda P(\tilde{u}_k | T_{k,m}, H_0) f_{\Lambda_k}(T_{k,m} | H_0)] \quad (5-6-15)$$

式中

$$A(\tilde{u}_k, m, m-1) = P(u_0 = 1 | \tilde{u}_k, u_k = m) - P(u_0 = 1 | \tilde{u}_k, u_k = m-1)$$

设 $\{T_{k,1}, T_{k,2}, \dots, T_{k,M_k-1}\}_{k=1}^N$ 为给定虚警概率的条件下,使系统检测概率达到最大的最优量化门限,则应有 $\frac{\partial F}{\partial T_{k,m}} = 0, m=1, 2, \dots, M_k-1, k=1, 2, \dots, N$, 将式(5-6-15)代入上式,并经简单整理,可得

$$\frac{f_{\Lambda_k}(T_{k,m} | H_1)}{f_{\Lambda_k}(T_{k,m} | H_0)} = \lambda \frac{\sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k, m, m-1) P(\tilde{u}_k | T_{k,m}, H_0)}{\sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k, m, m-1) P(\tilde{u}_k | T_{k,m}, H_1)} \quad (5-6-16)$$

根据似然比条件概率密度的性质易知

$$T_{k,m} = \frac{f_{\Lambda_k}(T_{k,m} | H_1)}{f_{\Lambda_k}(T_{k,m} | H_0)}$$

因此,根据式(5-6-16)立即可得最优量化门限需要满足的条件为

$$T_{k,m} = \lambda \frac{\sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k, m, m-1) P(\tilde{u}_k | T_{k,m}, H_0)}{\sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k, m, m-1) P(\tilde{u}_k | T_{k,m}, H_1)} \quad \blacksquare$$

显然,在量化规则采用似然比量化规则的条件下,为了获得最优系统检测性能,需要根据定理 5.6.1 及定理 5.6.4 联合求解最优融合规则及各个传感器的最优量化门限。由于最优融合规则及最优量化门限是耦合的,因此需要采用数值迭代算法进行求解。

传感器观测相关条件下求解最优融合规则及最优量化门限的数值迭代算法可描述如下:

(1) 给定系统的虚警概率 α , 任意选择一个初始融合规则 $f^{(0)}$ 及一组初始量化门限 $T_{k,m}^{(0)}, m=0, 1, \dots, M_k, k=1, 2, \dots, N$, 且满足 $P_F^f = \alpha$ 。计算 $\{f^{(0)}, \{T_{1,m}^{(0)}\}_{m=0}^{M_1}, \dots, \{T_{N,m}^{(0)}\}_{m=0}^{M_N}\}$ 对应的系统检测概率 $P_D^{f^{(0)}}$ 。设置循环变量 $n=1$, 设置循环终止控制量 $\zeta > 0$ 。

(2) 对于第 1 个传感器, 固定 $\{f^{(n-1)}, \{T_{2,m}^{(n-1)}\}_{m=0}^{M_2}, \dots, \{T_{N,m}^{(n-1)}\}_{m=0}^{M_N}\}$, 并根据式(5-6-11)及式(5-6-12)计算 $T_{1,m}^{(n)}, m=1, 2, \dots, M_k-1$ 。同样, 对于第 k 个传感器, $k=2, \dots, N$, 固定 $\{f^{(n-1)}, \{T_{1,m}^{(n)}\}_{m=0}^{M_1}, \dots, \{T_{k-1,m}^{(n)}\}_{m=0}^{M_{k-1}}, \{T_{k+1,m}^{(n-1)}\}_{m=0}^{M_{k+1}}, \dots,$

$\{T_{N,m}^{(n-1)}\}_{m=0}^{M_N}$, 并根据式(5-6-11)及式(5-6-12)计算量化门限 $T_{k,m}^{(n)}, m=1, 2, \dots, M_k-1$ 。

(3) 固定 $\{T_{1,m}^{(n)}\}_{m=0}^{M_1}, \{T_{2,m}^{(n)}\}_{m=0}^{M_2}, \dots, \{T_{N,m}^{(n)}\}_{m=0}^{M_N}$, 根据式(5-6-3)及式(5-6-4)求解融合规则 $f^{(n)}$ 。

(4) 计算 $\{f^{(n)}, \{T_{1,m}^{(n)}\}_{m=0}^{M_1}, \dots, \{T_{N,m}^{(n)}\}_{m=0}^{M_N}\}$ 对应的系统检测概率 $P_D^{f^{(n)}}$ 。如果 $P_D^{f^{(n)}} - P_D^{f^{(n-1)}} > \zeta$, 则令 $n=n+1$, 并转至第(2)步继续循环, 否则终止循环, 并认为 $\{f^{(n)}, \{T_{1,m}^{(n)}\}_{m=0}^{M_1}, \dots, \{T_{N,m}^{(n)}\}_{m=0}^{M_N}\}$ 为最优融合规则及各个传感器的最优量化门限。

需要指出的是, 如果假设各个传感器观测量之间的相关性可以忽略, 则有

$$P(\bar{u}_k | T_k, H_j) = P(\bar{u}_k | H_j)$$

这样式(5-6-11)就可简化为

$$T_{k,m} = \lambda \frac{\sum_{\bar{u}_k} A(\bar{u}_k, m, m-1) P(\bar{u}_k | H_0)}{\sum_{\bar{u}_k} A(\bar{u}_k, m, m-1) P(\bar{u}_k | H_1)} \quad (5-6-17)$$

容易看出, 式(5-6-17)就是传感器观测独立条件下的最优量化门限值(5-6-8)。

5.6.4 分布式硬决策 N-P 检测融合系统

考虑由融合中心及 N 个传感器构成的分布式硬决策 N-P 检测融合系统。各个传感器对同一目标进行观测并独立进行判决。 $u_k=0$ 表示传感器 k 判决 H_0 为真, $u_k=1$ 表示该传感器判决 H_1 为真。融合中心对各个传感器的判决进行融合, 并给出系统的最终判决 u_0 。融合系统的性能优化准则为, 在给定虚警概率 α 的条件下, 使系统检测概率 P_D^f 取得最大值。对于这一分布式硬决策检测系统, 根据定理 5.6.1~定理 5.6.4, 立即可得其最优及次优系统判决规则。

定理 5.6.5 假设融合系统中各个传感器的观测相互独立, 且融合中心采用一给定的单调融合规则, 则对于任意给定的虚警概率 $\alpha, 0 < \alpha < 1$, 使系统检测概率取得最大值的最优传感器判决规则为

$$\Lambda_k(y_k) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} T_k$$

式中, $\Lambda_k(y_k) = f_{Y_k}(y_k | H_1) / f_{Y_k}(y_k | H_0)$,

$$T_k = \lambda \frac{\sum_{\bar{u}_k} A(\bar{u}_k) P(\bar{u}_k | H_0)}{\sum_{\bar{u}_k} A(\bar{u}_k) P(\bar{u}_k | H_1)} \quad (5-6-18)$$

式中

$$A(\bar{u}_k) = P(u_0 = 1 | \bar{u}_k, u_k = 1) - P(u_0 = 1 | \bar{u}_k, u_k = 0)$$

$$\bar{u}_k = (u_1, \dots, u_{k-1}, u_{k+1}, \dots, u_N)$$

且 λ 的取值应满足 $P_F^f = \alpha$ 。

证明 令 $m_k=1, k=1, 2, \dots, N$, 则根据定理 5.6.4, 该定理立即得证。 ■

定理 5.6.6 假设融合系统中各个传感器的观测是相关的, 且各个传感器均采用似然比判决规则, 即

$$\Lambda_k(y_k) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} T_k$$

式中, $\Lambda_k(y_k) = f_{Y_k}(y_k | H_1) / f_{Y_k}(y_k | H_0)$, 则对于任意给定的融合规则及虚警概率 α , $0 < \alpha < 1$, 使系统检测概率取得最大值的最优传感器判决门限为

$$T_k = \lambda \frac{\sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k) P(\tilde{u}_k | T_k, H_0)}{\sum_{\tilde{u}_k} A(\tilde{u}_k) P(\tilde{u}_k | T_k, H_1)} \quad (5-6-19)$$

式中

$$A(\tilde{u}_k) = P(u_0 = 1 | \tilde{u}_k, u_k = 1) - P(u_0 = 1 | \tilde{u}_k, u_k = 0)$$

$$\tilde{u}_k = (u_1, \dots, u_{k-1}, u_{k+1}, \dots, u_N)$$

且 λ 的取值应满足 $P_F^f = \alpha$ 。

证明 令 $m_k=1, k=1, 2, \dots, N$, 则根据定理 5.6.4, 该定理立即得证。 ■

显然, 在各个传感器观测独立的条件下, 根据定理 5.6.1 及定理 5.6.5 联合求解最优融合规则及各个传感器的最优判决门限, 即可获得硬决策融合系统的最优系统检测性能。同样, 对于相关传感器融合系统, 根据定理 5.6.1 及定理 5.6.6 则可获得似然比判决规则条件下的最优系统性能。这里需要指出的是, 对于相关传感器融合系统, 如果各个传感器观测量的相关性可以忽略不计, 则式(5-6-19)就可简化为式(5-6-18)。

5.6.5 实例计算

例题 5.6.1 考虑一个简单的双传感器检测融合系统, 假设各个传感器的观测量服从 Gauss 分布(见 5.2.4 节)。首先考虑传感器观测独立条件下的最优系统检测性能。各个传感器均向融合中心传送两位二进制量化信息, 即 $m_k=2, M_k=4, k=1, 2$ 。令 $a_1=2.0, a_2=1.8$, 则最优量化检测系统的 ROC 曲线如图 5-6-1 所示。图中, 实线代表最优量化检测系统的检测性能, 虚线则代表单个传感器采用 N-P 判决规则时的检测性能。由于雷达、声呐等检测系统通常工作在较低的虚警概率, 因此采用对数 ROC 曲线可以更好地描述其检测性能。最优量化检测系统的对数 ROC 曲线如图 5-6-2 所示。根据图 5-6-1 及图 5-6-2 可知, 融合系统的检测性能明显优于单个传感器。最优量化检测系统与最优硬决策检测融合系统的性能对比如图 5-6-3 所示。根据图 5-6-3 可以看出, 最优量化检测系统的性能明显优于最优硬决策检测系统。

下面考虑传感器观测相关条件下的次优系统检测性能, 两个传感器均向融合中心传送一位二进制判决信息。假设两个传感器在 H_0 条件下观测独立。在 H_1 条件下, 两个传感器观测相关, 且相关系数为 $\rho_{1,2}$ 。两个传感器均采用似然比门限判决, 最优融合规则及传感器判决门限根据定理 5.6.1 及定理 5.6.6 给出。令 $a_1=1.8, a_2=1.6, \rho_{1,2}=0.2$, 则融合系统的 ROC 曲线如图 5-6-4 所示。图中, 实线代表融合系统的检测性能, 虚线则

代表单个传感器采用 N-P 判决规则时的检测性能。根据图 5-6-4 可以看出,在各个传感器观测相关的条件下,融合系统的检测性能仍然明显优于单个传感器的检测性能。

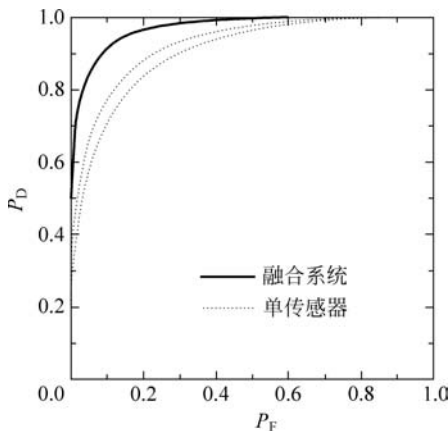


图 5-6-1 最优量化检测融合系统的 ROC 曲线

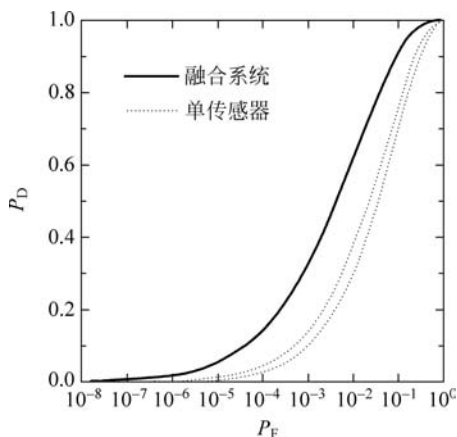


图 5-6-2 最优量化检测融合系统的对数 ROC 曲线

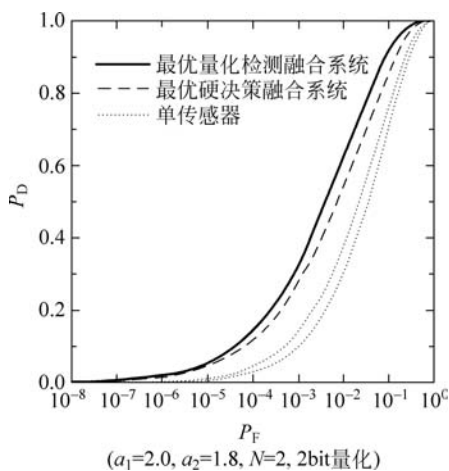


图 5-6-3 最优量化检测与硬决策融合系统的 ROC 曲线

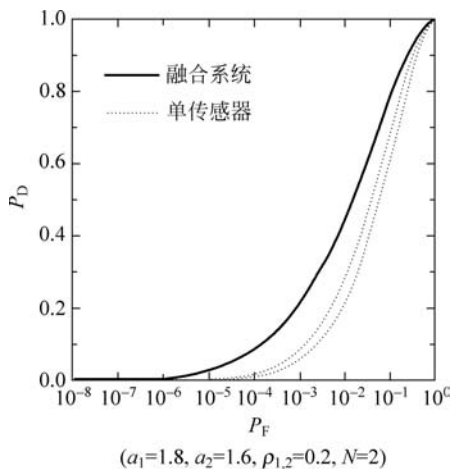


图 5-6-4 相关传感器融合系统的 ROC 曲线

5.7 小结

本章研究了分布式多传感器检测融合系统的检测性能优化问题。融合系统可以采用并行、串行及树形系统配置结构。各个传感器可向融合中心传送一位二进制判决信息或多位二进制量化信息。由于融合系统的检测性能由融合中心及各个传感器的判决规则共同决定,因此为了使系统性能达到最优,需要联合设计最优融合规则及各个传感器

的判决规则。在各个传感器观测独立的条件下,最优传感器判决规则可以简化为似然比门限判决,因此通过联合求解最优融合规则及最优传感器判决门限就可获得最优系统判决规则。在各个传感器观测相关的条件下,最优传感器判决规则不再是简单的门限判决,因此即使采用数值迭代算法也很难求解。为此,对于相关传感器融合系统,本章给出了一种次优的检测融合算法,即限定各个传感器均采用似然比判决规则,并对融合规则及传感器判决门限进行联合最优化。

最后需要特别指出的是,为了求解最优系统判决规则,需要假设各个传感器观测量的条件概率密度函数已知。但是,在实际应用中,传感器观测量的密度函数通常未知,因此需要采用有限的样本进行估计。这样,就需要对检测融合算法的稳定性或鲁棒性进行分析。事实上,为了设计一个实用的检测融合系统,至少应该考虑以下几个主要问题,即传感器观测量的建模、传感器观测模型的参数估计、融合系统的检测融合算法及融合系统检测性能的稳定性分析。传感器观测量的建模及传感器观测模型的参数估计在经典的检测与估计理论中已有定论,本章的主要研究内容为融合系统的检测融合算法。关于融合系统检测性能的稳定性问题,文献[12,18]结合仿真研究得出了若干重要结论。主要结论包括:①在传感器观测独立的条件下,系统性能对传感器观测模型的参数变化不敏感。根据该结论可知,在密度函数未知的条件下,通过参数估计获得传感器观测量的密度函数并据此设计最优融合算法,仍可有效保证融合系统的检测性能。②在传感器观测相关的条件下,系统性能对传感器观测量之间的相关特性不敏感。根据该结论可知,当融合系统中各个传感器之间的相关性较弱时,可以合理假设各个传感器观测相互独立并据此设计最优检测融合算法。需要指出的是,文献[12,18]关于系统性能稳定性的分析主要是结合实例计算及仿真研究进行的,系统性能稳定性分析的理论化方法尚有待进一步研究。

参考文献

- [1] Tenney R R, Sandell N R Jr. Detection with Distributed Sensors[J]. IEEE Trans. On Aerospace and Elect. Syst., 1980, AES-17: 98-101.
- [2] Chair Z, Varshney P K. Optimal Data Fusion in Multiple Sensor Detection Systems[J]. IEEE Trans. on Aerospace and Elect. Syst., 1986, 22(1): 98-101.
- [3] Reibman A R, Nolte L W. Optimal Detection and Performance of Distributed Sensor Systems[J]. IEEE Trans. on Aerospace and Elect. Syst., 1987, AES-23: 24-30.
- [4] Hoballah I Y, Varshney P K. Distributed Bayesian Signal Detection[J]. IEEE Trans. on Info. Theory, 1989, 35(5): 995-1000.
- [5] Blum R S, Kassam S A. Optimum Distributed Detection of Weak Signals in Dependent Sensors[J]. IEEE Trans. on Info. Theory, 1992, 38(3): 1066-1079.
- [6] Blum R S. Necessary Conditions for Optimum Distributed Sensor Detectors under the Neyman-Pearson Criterion[J]. IEEE Trans. on info. Theory, 1996, 42(3): 990-994.
- [7] Xiang M, Han C. Distributed Detection under Bayesian Criterion: Part I -Parallel Structure[C]// Proc. 4th int'l. Conf. Information Fusion, Montreal, 2001.
- [8] Xiang M, Han C. Distributed Detection under Bayesian Criterion: Part II -Serial Structure[C]// Proc. 4th int'l. Conf. Information Fusion, Montreal, 2001.

- [9] Thomopoulos S C A, Viswanathan R, Bougoulas D K. Optimal Decision Fusion in Multiple Sensor Systems[J]. IEEE Trans. on Aerospace and Elect. Syst., 1987, AES-23: 644-653.
- [10] Xiang M, Zhao J. New Results on the Performance of Distributed Bayesian Detection Systems[J]. IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., 2001, 31(1): 73-78.
- [11] Xiang M, Zhao J. On the Performance of Distributed Neyman-Pearson Detection Systems[J]. IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., 2001, 31(1): 78-83.
- [12] 相明. 分布式多传感器检测系统的最优及次优检测融合算法研究[D]. 西安: 西安交通大学, 2002.
- [13] Lee C C, Chao J J. Optimum Local Decision Space Partitioning for Distributed Detection[J]. IEEE Trans. on Aerospace and Elect. Syst., 1989, 25(4): 536-544.
- [14] Longo M, Lookabaugh T D, Gray R M. Quantization for Decentralized Hypothesis Testing under Communication Constraints[J]. IEEE Trans. on Info. Theory, 1990, 36(2): 241-255.
- [15] Xiang M, Han C. Global Optimization for Distributed and Quantized Bayesian Detection System. Proc. 3rd int'l. Conf. on Information Fusion, Paris, 2000.
- [16] 相明. 分布式多传感器检测数据融合算法及其应用研究[D]. 西安: 西北工业大学, 1999.
- [17] Xiang M, Han C. Global Optimization for Distributed Detection System under the Constraint of Likelihood Ratio Quantizers[C]//Proc. 3rd int'l. Conf. on Information Fusion, Paris, 2000.
- [18] Xiang M, Han C. On Optimum Distributed Detection and Robustness of System Performance [C]//Proc. 5th int'l. Conf. on Information Fusion, Annapolis, 2002.
- [19] Xiang M, Han C. Optimization of Distributed Detection Networks with Tree Structures[C]//Proc. 5th int'l. Conf. on Information Fusion, Annapolis, 2002.
- [20] Varshney P K. Distributed Detection and Data Fusion [M]. Berlin, Germany: Springer Verlag, 1996.
- [21] Thomopoulos S C A, Viswanathan R, Bougoulas D K. Optimal Decision Fusion in Multiple Sensor Systems[J]. IEEE Trans. on Aerospace and Elect. Syst., 1987, AES-23: 644-653.
- [22] Blum R S, Deans M C. Distributed random signal detection with multibit sensor decisions[J]. IEEE Trans. on Info. Theory, 1998, 44(2): 516-524.
- [23] Drakopoulos E, Lee C C. Optimum Multisensor Fusion of Correlated Local Decisions[J]. IEEE Trans. on Aerospace and Elect. Syst., 1991, 27(4): 593-606.
- [24] Kam M, Zhu Q, Gray W S. Optimal Data Fusion of Correlated Local Decisions in Multiple Sensor Detection Systems[J]. IEEE Trans. on Aerospace and Elect. Syst., 1992, 28(3): 916-920.
- [25] Willett P, Swaszek P F, Blum R S. The good, bad, and ugly: Distributed detection of a known signal in dependent Gaussian noise[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2000, 48(12): 3266-3279.
- [26] Zhu Y M, Blum R S, Luo Z Q, et al. Unexpected properties and optimum-distributed sensor detectors for dependent observation cases[J]. IEEE Trans. on Automatic Control, 2000, 45(1): 62-72.
- [27] Mirjalily G, Zhi-Quan Luo, Davidson T N, et al. Blind adaptive decision fusion for distributed detection[J]. IEEE Trans. on Aerospace and Elect. Syst., 2003, 39(1): 34-52.
- [28] Chen J G, Ansari N. Adaptive fusion of correlated local decisions[J]. IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., Part C, 1998, 28(2): 276-281.