第3章 基本数据结构

数据结构是指相互之间存在一种或多种特定关系的数据元素集合，是带有结构的数据元素的集合，它指数据元素之间的相互关系，即数据的组织形式。根据数据元素之间关系的不同特性，通常有以下4类基本的数据结构。

- 集合结构：结构中的数据元素之间除了同属于一个集合的关系外，无任何其他关系。
- 线性结构：结构中的数据元素之间存在一对一的线性关系。
- 树状结构：结构中的数据元素之间存在一对多的层次关系。
- 图状结构或网状结构：结构中的数据元素之间存在多对多的任意关系。

数据结构的形式定义为：数据结构是一个二元组 Data_Structure=(D,R)。其中，D是数据元素的有限集，R是D上关系的有限集。

上述数据结构的定义是对操作对象的一种数学描述，结构中定义的“关系”描述的是数据元素之间的逻辑关系，因此称为数据的逻辑结构。存储结构(又称物理结构)是逻辑结构在计算机中的存储映像，是逻辑结构在计算机中的实现，它包括数据元素的表示和关系的表示。逻辑结构与存储结构的关系为：存储结构是逻辑关系的映像与元素本身的映像。逻辑结构是抽象，存储结构是实现，两者综合起来建立了数据元素之间的结构关系。

数据元素之间的关系在计算机中有两种不同的表示方法：顺序存储结构和链式存储结构。

3.1 线 性 表

3.1.1 基本知识介绍

线性表(Linear List)是由 $n(n\geqslant 0)$ 个类型相同的数据元素 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 组成的有限序列，记为 $(a_1,a_2,\cdots a_{i-1},a_i,a_{i+1},\cdots,a_n)$。这里的数据元素 $a_i(1\leqslant i\leqslant n)$ 只是一个抽象的符号，其具体含义在不同情况下也不同，既可以是原子类型，也可以是结构类型，但同一线性表中的数据元素必须属于同一数据对象。此外，线性表中相邻数据元素之间存在序偶关系，即对于非空的线性表，表中 a_{i-1} 领先于 a_i，称 a_{i-1} 是 a_i 的直接前驱，而称 a_i 是 a_{i-1} 的直接后继。除了第一个元素 a_1 外，每个元素 a_i 有且仅有一个被称为直接前驱的节点 a_{i-1}，除了最后一个元素 a_n 外，每个元素 a_i 有且仅有一个被称为直接后继的节点 a_{i+1}。线性表中元素的个数 n 被定义为线性表的长度，$n=0$ 时称为空表。

线性表的特点可概括如下。

- 同一性：线性表由同类数据元素组成，每个 a_i 必须属于同一数据对象。

- 有穷性：线性表由有限个数据元素组成，表的长度就是表中数据元素的个数。
- 有序性：线性表中相邻数据元素之间存在序偶关系$<a_i, a_{i+1}>$。

由此可以看出，线性表是一种最简单的数据结构，因为数据元素之间是由“一前驱一后继”的直观有序的关系确定的；线性表也是一种常见的数据结构，因为矩阵、数组、字符串、栈、队列等都符合线性条件。

线性表根据数据存储的不同分为顺序表和链表。

顺序表指用一组地址连续的存储单元依次存储线性表的数据元素，称为线性表的顺序存储结构或顺序映像(Sequential Mapping)，它以“物理位置相邻”表示线性表中数据元素之间的逻辑关系，可以随机存取表中任一元素。图 3-1 表示一个具体的顺序表的例子。

地址	1	2	3	4	5
数据	3	5	7	9	11

图 3-1　顺序表的例子

在使用链表结构表示数据元素 a_i 时，除了存储 a_i 本身的信息之外，还需要一个存储指示其后继元素的存储位置，这两个部分组成了 a_i 的存储映像，通常称为节点(node)。

其中，data 域为数据域，用来存储节点的值；next 域为指针域，用来存储节点的直接后继的存储地址(位置)。n 个节点组成了一个链表，即线性表$(a_1, a_2, \cdots, a_n)$的链式存储结构，其抽象表示如图 3-2 所示。

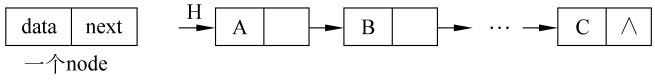


图 3-2　链表的例子

3.1.2　典型习题解析

题目 1　以下关于字符串的判定语句中正确的是(　　)。

A. 字符串是一种特殊的线性表　　B. 串的长度必须大于 0

C. 字符串不可以用数组表示　　D. 空格字符组成的串就是空串

解析：字符串(String)是由数字、字母、下画线组成的一串字符。一般记为 s＝a1，a2，…an(n≥0)，它是编程语言中表示文本的数据类型。在程序设计中，字符串为符号或数值的一个连续序列。

本题考查字符串的特点，首先字符串是一种特殊的线性表，串的长度可以为 0，既可以用数组存储，也可以用链表存储。空串是没有任何字符的串，与空格字符组成的串有本质区别。

参考答案：A

题目 2　链表不具备的特点是(　　)。

A. 可随机访问任何一个元素　　B. 插入、删除操作不需要移动元素

C. 无须事先估计存储空间的大小　　D. 所需存储空间与存储元素个数成正比

解析：链表中的元素在内存中不是顺序存储的，而是通过存在元素中的指针联系到一起的。如果要访问链表中的一个元素，则需要从第一个元素开始，一直找到需要的元素位置。但是增加和删除一个元素对于链表数据结构就非常简单了，只要修改元素中的指针就可以了。如果应用需要经常插入和删除元素，则利用链表的效率非常高。

本题中选项 A 是数组的特点，不是链表的特点，其他选项都是链表的特点。

参考答案：A

题目 3 线性表若采用链表存储结构，则要求内存中可用的存储单元地址(　　)。

A. 必须连续　　B. 部分地址必须连续

C. 一定不连续　　D. 连续或不连续均可

解析：链表利用指针域确定下一个元素的位置，所以存储单元地址连续或不连续均可。

参考答案：D

题目 4 将(2,6,10,17)分别存储到某个地址区间为 0～10 的哈希表中，如果哈希函数 h(x)=(　　)，则不会产生冲突，其中“a mod b”表示 a 除以 b 的余数。

A. x mod 11　　B. x^2 mod 11

C. 2x mod 11　　D. $\lfloor\sqrt{x}\rfloor$ mod 11，其中$\lfloor\sqrt{x}\rfloor$表示$\sqrt{x}$向下取整

解析：哈希表是根据关键码值(key value)而直接进行访问的，它通过把关键码值映射到表中的一个位置访问记录，以加快查找的速度，这个映射函数称为哈希函数。

本题中，利用哈希函数 h(x)取得哈希地址，各选项的计算答案分别如下：

A. (2,6,10,6)有冲突，其中 17 mod 11=6

B. (4,3,1,3)有冲突，其中 17^2 mod 11=3

C. (4,1,9,1)有冲突，其中 2×17 mod 11=1

D. (1,2,3,4)无冲突，其中$\lfloor\sqrt{17}\rfloor$ mod 11=4

参考答案：D

题目 5 双向链表中有两个指针域 llink 和 rlink，分别指向该节点的前驱及后继。设 p 指向链表中的一个节点，它的左右节点均非空。现要求删除节点 p，则下列语句序列中错误的是(　　)。

A.
```
p->rlink->llink=p->rlink;
p->llink->rlink=p->llink;
delete p;
```

B.
```
p->llink->rlink=p->rlink;
p->rlink->llink=p->llink;
delete p;
```

C.
```
p->rlink->llink=p->llink;
p->rlink->llink->rlink=p->rlink;
delete p;
```

D.
```
p->llink->rlink=p->rlink;
p->llink->rlink->llink=p->llink;
delete p;
```

解析：本题双向链表的示意图如图 3-3 所示。

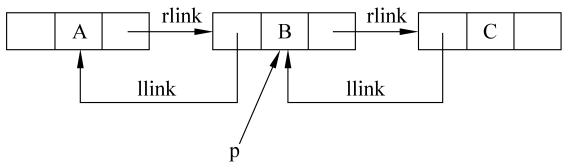


图 3-3　双向链表示意图

根据双向链表示意图，将各选项模拟一遍即可发现选项 A 不能实现，其他选项都能够实现。

参考答案： A

题目 6　有一个由 4000 个整数构成的顺序表，假设表中的元素已经按升序排列，若采用二分查找法定位一个元素，则最多需要(　　)比较就能确定是否存在所要查找的元素。

A. 11 次　　B. 12 次　　C. 13 次　　D. 14 次

解析：

二分查找也称折半查找(Binary Search)，每次查找都会去除一半的数据，是一种高效的查找方法，但该算法有两个先决条件：必须采用顺序存储结构；必须按关键字大小有序排列。

二分查找法每次将表中间位置记录的关键字与查找关键字进行比较，如果两者相等，则查找成功；否则利用中间位置记录将表分成前、后两个子表，如果中间位置记录的关键字大于查找关键字，则进一步查找前一子表，否则进一步查找后一子表。重复以上过程，直至找到满足条件的记录，使查找成功或子表不存在为止。

二分查找法的最大比较次数是 $\log_2(n)$取整数，该题即 $\log_2(400)=12$。

参考答案： B

3.1.3　知识点巩固

1. 在一个长度为 n 的顺序表中删除第 i 个元素($1\leqslant i\leqslant n$)时，需要向前移动(　　)个元素。

A. n　　B. i−1　　C. n−i　　D. n−i+1

2. 若某线性表最常用的操作是存取任一指定序号的元素和在最后进行插入与删除运算，则利用(　　)存储方式最节省时间。

A. 顺序表　　B. 双链表

C. 带头节点的双循环链表　　D. 单循环链表

3. 设线性表中共有 2n 个元素，则下列(　　)选项的操作最适合用链表存储。

A. 删除所有值为 x 的元素

B. 在最后一个元素的后面插入一个新元素

C. 顺序输出前 k 个元素

D. 交换第 i 个元素和第 2n−i−1 个元素的值($i=0,1,\cdots,n-1$)

4. 在双向链表中，向 p 所指的节点之前插入一个节点 q 的操作为(　　)。

A. p->prior=q;q->next=p;p->prior->next=q;q->prior=p->prior;

B. q->prior=p->prior;p->prior->next=q;q->next=p;p->prior=q->next;

C. q->next=p;p->next=q;q->prior->next=p;q->next=p;

D. p->prior->next=q;q->next=p;q->prior=p->prior;p->prior=q;

5. 以下数据结构中,(　　)平均获取任意一个指定数据的速度最快。

A. 二叉排序树　　B. 队列　　C. 栈　　D. 哈希表

6. 对于线性表(7,34,55,25,64,46,19,10)进行散列存储时,使用 H(K)=(　　)作为散列函数最合适。

A. K%9　　B. K%10　　C. K%11　　D. K%12

3.2 栈和队列

3.2.1 基本知识介绍

栈(stack)是限定在表的一端进行插入和删除运算的线性表,通常将插入、删除的一端称为栈顶(top),将另一端称为栈底(bottom),将不含元素的空表称为空栈。

假设栈 $S=(a_1,a_2,\cdots,a_n)$,若栈中元素按 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 的顺序进栈,其中 a_1 为栈底元素,a_n 为栈顶元素,而退栈的顺序却是 $a_n,a_{n-1},\cdots,a_1$。也就是说,栈的修改是按后进先出的原则进行的。因此,栈又称后进先出(Last In First Out)的线性表,简称 LIFO 表,如图 3-4 所示。栈在现实生活中也有很多例子,如作业的批改和发放就是入栈与出栈的操作。

队列(queue)也是一种受限的线性表,它只允许在表的一端进行元素的插入,而在另一端进行元素的删除。允许插入的一端称为队尾(rear),允许删除的一端称为队头(front)。

在队列中,通常把元素的插入称为入队,把元素的删除称为出队。队列的概念与现实生活中的排队相似,新来的成员总是排在队尾,排在队列最前面的成员总是最先离开队列,即先进先出,因此又称队列为先进先出(First In First Out,FIFO)表。

假设有队列 $q=(a_1,a_2,\cdots,a_n)$,在空队列的情况下,依次加入元素 $a_1,a_2,\cdots,a_n$ 之后,a_1 就是队头元素,a_n 则是队尾元素。退出队列也是按此顺序进行的,也就是说,只有在 $a_1,a_2,\cdots,a_{n-1}$ 都出队之后,a_n 才能出队。队列的示意图如图 3-5 所示。

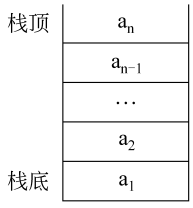


图 3-4　栈示意图

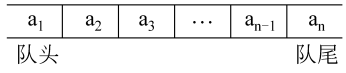
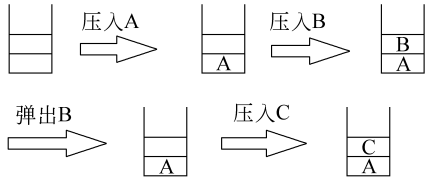


图 3-5　队列示意图

3.2.2　典型习题解析

题目 1　下图所使用的数据结构是(　　)。



A. 哈希表　　B. 栈　　C. 队列　　D. 二叉树

解析：该题比较简单，根据压入和弹出数据的特点是先进后出，所以可知该数据结构为栈。

参考答案：B

题目 2　表达式 a*(b+c)*d 的后缀形式是(　　)。

A. abcd*+*　　B. abc+*d*　　C. a*bc+*d　　D. b+c*a*d

解析：四则运算表达式共有前缀表达式、中缀表达式和后缀表达式三种形式，用来进行表达式求值。

中缀表达式就是常见的运算表达式，如(3+4)*5−6。本题中的表达式也属于中缀表达式。

前缀表达式又称波兰表达式，前缀表达式的运算符位于操作数之前，如− *+3456。

后缀表达式又称逆波兰表达式，与前缀表达式相似，只是运算符位于操作数之后，如34+5*6−。

中缀表达式对于计算机自动计算表达式结果不太方便，转换成前缀表达式和后缀表达式后，非常方便计算，所以表达式转换是常见操作。转换方法主要有两种：一是手工转换，二是计算机转换。

1. 手工转换

以后缀表达式为例，本题的转换步骤如下。

步骤 1：按照运算符的优先级给所有的运算单位加括号。

```
((a*(b+c))*d)
```

步骤 2：把运算符号移动到对应的括号后面。

```
((a(b c)+)*d)*
```

步骤 3：把括号去掉，即可得到后缀表达式。

```
a b c+* d *
```

前缀表达式的转换方法与后缀表达式的转换方法类似，不同的是步骤 2 需要将运算符号移动到对应括号的前面。

2. 计算机转换

仍以后缀表达式为例，本题的转换步骤如下。

步骤 1：初始化两个栈，即运算符栈 s1 和存储中间结果的栈 s2。

步骤 2：从左至右扫描中缀表达式。

（1）遇到操作数时，将其压入 s2。

（2）遇到运算符时，比较其与 s1 栈顶运算符的优先级。

- 如果 s1 为空或栈顶运算符为左括号，则直接将此运算符入栈。
- 否则，若优先级比栈顶运算符的高，也将运算符压入 s1（注意：转换为前缀表达式时是优先级较高或相同，而这里则不包括相同的情况）。
- 否则，将 s1 栈顶的运算符弹出并压入 s2，再次与 s1 中新的栈顶运算符相比较。

（3）遇到括号时：

- 如果是左括号，则直接压入 s1。
- 如果是右括号，则依次弹出 s1 栈顶的运算符并压入 s2，直至遇到左括号为止，此时将这一对括号丢弃。

步骤 3：重复步骤 2，直到表达式的最右端。

步骤 4：将 s1 中剩余的运算符依次弹出并压入 s2。

步骤 5：依次弹出 s2 中的元素并输出，结果的逆序即为中缀表达式对应的后缀表达式。

例如：a * (b+c) * d 的具体过程如下表所示。

扫描到的元素	s2(栈底->栈顶)	s1(栈底->栈顶)	说　明
a	a	空	数字，直接入栈
*	a	*	s1 为空，运算符直接入栈
(	a	* (	左括号，直接入栈
b	a b	* (	数字
+	a b	* (+	s1 栈顶为左括号，运算符直接入栈
c	a b c	* (+	数字
)	a b c +	*	右括号，弹出运算符直至遇到左括号，并舍弃一对括号
*	a b c + *	*	s1 栈顶为 * 括号，将 s1 栈顶运算符弹出并压入 s2，再次比较，栈顶元素为空，压入栈 s1
d	a b c + * d	*	数字
到达最右端	a b c + * d *	空	s1 中剩余的运算符

前缀表达式的计算方法与后缀表达式的类似，具体步骤如下。

步骤 1：初始化两个栈，即运算符栈 s1 和存储中间结果的栈 s2。

步骤 2：从右至左扫描中缀表达式。

（1）遇到操作数时，将其压入 s2。

（2）遇到运算符时，比较其与 s1 栈顶运算符的优先级。

- 如果 s1 为空或栈顶运算符为左括号，则直接将此运算符入栈。
- 否则，若优先级比栈顶运算符的高，也将运算符压入 s1（注意：转换为前缀表达式时是优先级较高或相同，而这里则不包括相同的情况）。
- 否则，将 s1 栈顶的运算符弹出并压入 s2，再次与 s1 中新的栈顶运算符相比较。

（3）遇到括号时：

- 如果是左括号，则直接压入 s1。
- 如果是右括号，则依次弹出 s1 栈顶的运算符，并压入 s2，直至遇到左括号为止，此时将这一对括号丢弃。

步骤 3：重复步骤 2，直到表达式的最左端。

步骤 4：将 s1 中剩余的运算符依次弹出并压入 s2。

步骤 5：依次弹出 s2 中的元素并输出，结果即为中缀表达式对应的前缀表达式。

例如：a＊(b＋c)＊d 的具体过程如下表所示。

扫描到的元素	s2(栈底->栈顶)	s1(栈底->栈顶)	说　明
d	d	空	数字，直接入栈
＊	d	＊	s1 为空，运算符直接入栈
)	d	＊)	右括号直接入栈
c	d c	＊)	数字直接入栈
＋	d c	＊) ＋	s1 栈顶是右括号，直接入栈
b	d c b	＊) ＋	数字直接入栈
(	d c b ＋	＊	左括号，弹出运算符直至遇到右括号
＊	d c b ＋	＊ ＊	与栈顶运算符优先级相等，压入 s1
a	d c b ＋ a	＊ ＊	优先级与－相同，入栈
到达最左端	d c b ＋ a ＊ ＊	空	s1 剩余运算符

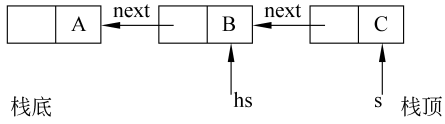
参考答案：B

题目 3　当向一个栈顶指针为 hs 的链式栈中插入一个指针 s 指向的节点时，应执行（　　）。

A. hs->next＝s;　　B. s->next＝hs;hs＝s;

C. s->next＝hs->next;hs->next＝s;　　D. s->next＝hs;hs＝hs->next;

解析：向栈顶指针为 hs 的链式栈中插入指针 s 指向的节点的示意图如下图所示。



参考答案： B

题目 4 对于入栈顺序为 a，b，c，d，e，f，g 的序列，下列（　　）不可能是合法的出栈序列。

A. a，b，c，d，e，f，g　　B. a，d，c，b，e，g，f

C. a，d，b，c，g，f，e　　D. g，f，e，d，c，b，a

解析： 栈的特点是先进后出，根据栈的特点依次模拟各选项。

对于选项 A：

栈操作	a 入	a 出	b 入	b 出	c 入	c 出	d 入	d 出	e 入	e 出	f 入	f 出	g 入	g 出
栈数据	a	空	b	空	c	空	d	空	e	空	f	空	g	空

对于选项 B：

栈操作	a 入	a 出	b 入	c 入	d 入	d 出	c 出	b 出	e 入	e 出	f 入	g 入	g 出	f 出
栈数据	a	空	b	bc	bcd	bc	b	空	e	空	f	fg	f	空

对于选项 C：

栈操作	a 入	a 出	b 入	c 入	d 入	d 出	此时栈顶元素为 c，必须 c 出栈后，才能 b 出栈，所以选项 C 无法实现 b 出栈
栈数据	a	空	b	bc	bcd	bc	

对于选项 D：

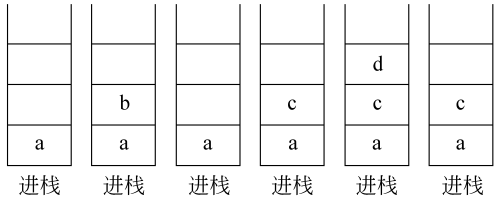
栈操作	a 入	b 入	c 入	d 入	e 入	f 入	g 入	g 出	f 出	…	a 出
栈数据	a	ab	abc	abcd	abcde	abcdef	abcdefg	abcdef	abcde	…	空

参考答案： C

题目 5 如下图所示，有一空栈 S，对下列待进栈的数据元素序列 a，b，c，d，e，f 依次进行进栈、进栈、出栈、进栈、进栈、出栈的操作，则此操作完成后，栈 S 的栈顶元素为（　　）。

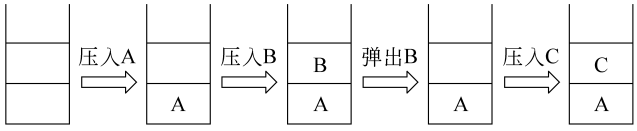
A. f　　B. c　　C. a　　D. b

解析： 对数据进行模拟，即可得出答案。



参考答案： B

题目 6 下图所使用的数据结构是（　　）。



A. 哈希表　　B. 栈　　C. 队列　　D. 二叉树

解析：根据数据结构“先进后出”的特点，可以确定该数据结构为栈。

参考答案：B

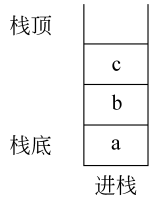
题目 7　（　　）是一种先进先出的线性表。

A. 栈　　B. 队列　　C. 哈希表(散列表)　　D. 二叉树

解析：先进先出是队列的典型特点。

参考答案：B

题目 8　如果一个栈初始时为空，且当前栈中的元素从栈底到栈顶依次为 a，b，c(如下图所示)，另有元素 d 已经出栈，则可能的入栈顺序是(　　)。



A. a，d，c，b　　B. b，a，c，d

C. a，c，b，d　　D. d，a，b，c

解析：该题的解题思路与题目 3 和题目 4 相似，利用模拟的方法即可得出答案。

参考答案：D

题目 9　广度优先搜索时，需要用到的数据结构是(　　)。

A. 链表　　B. 队列

C. 栈　　D. 散列表

解析：广度优先搜索(又称宽度优先搜索，BFS)是很多重要的图的算法的原型。Dijkstra 单源最短路径算法和 Prim 最小生成树算法都采用了与广度优先搜索类似的思想。该算法的观点是：所有因为展开节点而得到的子节点都会被加入一个先进先出的队列中。

参考答案：B

题目 10　前缀表达式“＋ 3 ＊ 2 ＋ 5 12”的值是(　　)。

A. 23　　B. 25　　C. 37　　D. 65

解析：前缀表达式的计算机求值过程如下。

从右至左扫描表达式，当遇到数字时，将数字压入堆栈；当遇到运算符时，弹出栈顶的两个数，用运算符对它们做相应的计算(栈顶元素 op 次顶元素)，并将结果入栈；重复上述过程直到表达式的最左端，最后运算得出的值即为表达式的结果。

例如：＋ 3 ＊ 2 ＋ 5 12。

步骤 1：从右至左扫描，将 12、5 压入堆栈。

步骤 2：遇到＋运算符，弹出 5 和 12，计算 12＋5 的值得 17，再将 17 入栈。

步骤 3：将 2 压入堆栈。

步骤 4：遇到＊运算符，弹出 2 和 17，计算 17×2 的值得 34，再将 34 入栈。

步骤 5：将 3 入栈。

步骤 6：最后遇到＋运算符，弹出 3 和 34，计算 34＋3 的值得 37，由此得出最终结果。

参考答案：C

题目 11　元素 R1、R2、R3、R4、R5 入栈的顺序为 R1、R2、R3、R4、R5。如果第 1 个出栈

的是 R3，那么第 5 个出栈的不可能是(　　)。

A. R1　　B. R2　　C. R4　　D. R5

解析：根据已知条件可知，当 R3 出栈时，栈中从栈底到栈顶的元素为 R1、R2。第 5 个出栈，即最后一个出栈的元素肯定不是 R2，因为根据栈的特点，R2 必须出栈后 R1 才能出栈，所以 R2 不可能最后一个出栈。

参考答案：B

题目 12　有 6 个元素 FEDCBA 从左至右依次顺序进栈，在进栈过程中会有元素被弹出栈。下列不可能是合法的出栈序列的是(　　)。

A. EDCFAB　　B. DECABF　　C. CDFEBA　　D. BCDAEF

解析：该题的求解方法与题目 3 一样，采用模拟法即可。

参考答案：C

题目 13　表达式 a*(b+c)−d 的后缀表达式是(　　)。

A. abcd*+−　　B. abc+*d−　　C. abc*+d−　　D. −+*abcd

解析：参考题目 1 的解析。

参考答案：B

3.2.3　知识点巩固

1. 栈和队列都是特殊的线性表，其共同点是(　　)。

A. 只允许在端点处插入和删除元素　　B. 都是先进后出

C. 都是先进先出　　D. 都可以用链表存储

2. 栈的插入和删除操作在(　　)进行。

A. 栈顶　　B. 栈底　　C. 任意位置　　D. 指定位置

3. 假如一个栈的压入序列为 123，则不可能是栈的输出序列的是(　　)。

A. 2 3 1　　B. 3 2 1　　C. 3 1 2　　D. 1 2 3

4. 对图进行深度优先搜索时，需要用到的数据结构是(　　)。

A. 链表　　B. 队列　　C. 栈　　D. 散列表

5. 链栈执行 pop 操作，并将出栈的元素存在 x 中应该执行(　　)。

A. x=top;top=top->next;　　B. x=top->data;

C. top=top->next;x=top->data;　　D. x=top->data;top=top->next;

6. 设栈 S 和队列 Q 的初始状态为空，元素 e1,e2,e3,e4,e5,e6 依次通过栈 S，一个元素出栈后立即进入队列 Q，若 6 个元素出栈的序列是 e2,e4,e3,e6,e5,e1，则栈 S 的容量最多应该是(　　)。

A. 6　　B. 4　　C. 3　　D. 2

7. 若已知一个栈的入栈顺序是 1,2,3,4，其出栈序列为 P1,P2,P3,P4，则 P2,P4 不可能是(　　)。

A. 2,4　　B. 2,1　　C. 4,3　　D. 3,4

8. 若循环队列存储在数组 A[0…n]，则入队时的操作为(　　)。

A. rear=rear+1;　　B. rear=(rear+1) mod (n−1);

C. rear=(rear+1) mod n;　　D. rear=(rear+1) mod (n+1);

9. 若用数组 A[0..5]实现循环队列，且当前 rear 和 front 的值分别为 1 和 5，当从队列中删除一个元素并再加入两个元素后，rear 和 front 的值分别为(　　)。

A. 3 和 4　　B. 3 和 0　　C. 5 和 0　　D. 5 和 1

10. 前缀表达式“* + 2 3 4”的计算结果是(　　)。

A. 24　　B. 20　　C. 18　　D. 14

11. 算术表达式 a+b*(c+d/e)转换为后缀表达式后为(　　)。

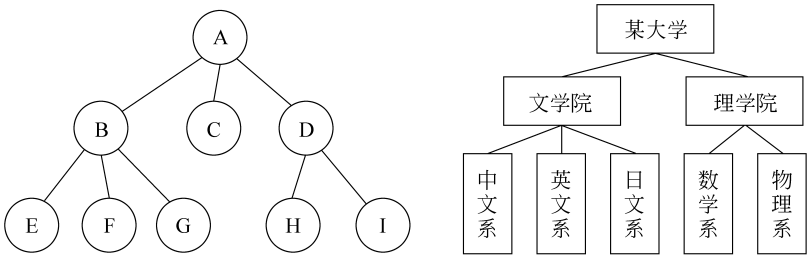
A. ab+cde/*　　B. abcde/+*+　　C. abcde/*++　　D. abcde*/++

3.3　树

3.3.1　基本知识介绍

树是一类重要的非线性数据结构，树中的节点之间具有明确的层次关系，并且节点之间有分支，非常类似于真正的树。树状结构在客观世界中大量存在，如行政组织机构和人类社会的家谱等都可用树状结构形象地表示。

树是 n(n≥0)个节点的有限集 T。T 要么是空集(空树)，要么是非空集。对于一棵非空树，有且仅有一个特定的称为根(root)的节点，其余节点可分为 m(m>0)个互不相交的有限集 T_1，T_2，…，T_m，其中每个集合本身又是一棵树，并称为根的子树。例如，图 3-6(a)表示的是一个有 9 个节点的树，其中 A 是根节点，其余节点分成 3 棵互不相交的子集：T_1={B,E,F,G}，T_2={C}，T_3={D,H,I}，T_1、T_2 和 T_3 都是根 A 的子树，且本身也是一棵子树。



(a) 树例图　　(b) 某大学行政组织结构图

图 3-6　树的示意图

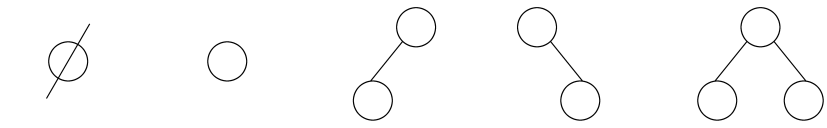
一个节点拥有的子树数称为该节点的度(degree)。一棵树中节点的最大度数称为该树的度。在图 3-6(b)所示的某大学的行政组织结构树中，文学院节点的度为 3，是最大的，应作为该树的度。

树中节点的最大层数称为树的深度(depth)或高度。节点层数(level)从根开始算起，根为第 1 层，其余节点的层次等于其双亲节点的层数加 1。

度数为 0 的节点称为叶子(leaf)节点，度数不为 0 的节点称为非终端节点。

森林(forest)是 m(m≥0)棵互不相交的树的集合。若将一棵树的根节点删除,则得到该树的子树所构成的森林,将森林中所有树作为子树用一个根节点连起来,森林就变成了一棵树。

二叉树(binary tree)是一种特殊的树,其每个节点的度都不大于 2,并且每个节点的孩子节点的次序不能任意颠倒。由此可知,一个二叉树中的每个节点只能含有 0、1 或 2 个孩子,而且每个孩子有左右之分。通常把位于左边的孩子称为左子树,把位于右边的孩子称为右子树。二叉树的基本形态有以下 5 种,如图 3-7 所示。



(a) 空二叉树　(b) 只有根节点的二叉树　(c) 只有左子树的二叉树　(d) 只有右子树的二叉树　(e) 左右子树均有的二叉树

图 3-7　二叉树的基本形态

3.3.2　典型习题解析

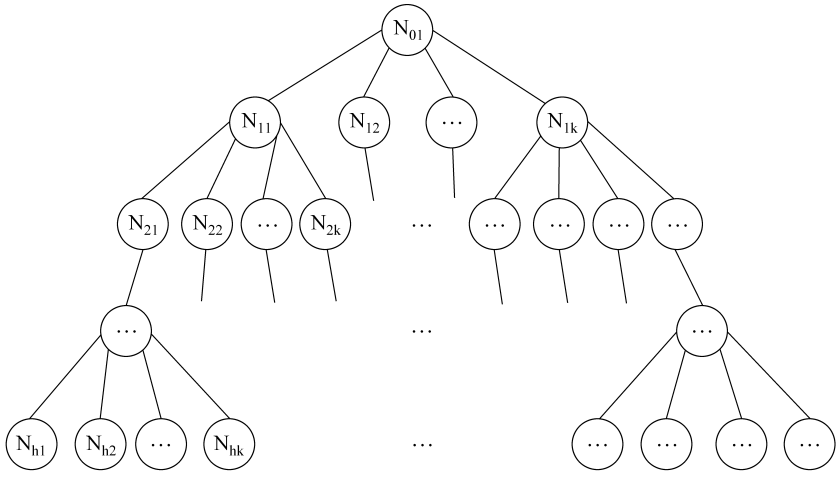
题目 1　根节点深度为 0,一棵深度为 h 的满 k 叉树除最后一层无任何子节点外,每一层上所有节点都有 k 个子节点的树,则该树共有(　　)个节点。

A. $(k^{h+1}-1)/(k-1)$　　B. k^h-1

C. k^h　　D. $(k^{h-1})/(k-1)$

解析:该题可以利用代入法,将 k 设为 2,即二叉树,代入各个答案进行筛选。

也可以直接画出 k 叉树,如下图所示。



从图 3-11 中可以得出:k 叉树第 0 层的节点数为 1,第 1 层的节点数为 k,第 2 层的节点数为 k^2,第 h 层的节点数为 k^h。

所以,总节点数目为 $1+k^1+k^2+k^3+\cdots+k^h=(k^{h+1}-1)/(k-1)$。

注：可以利用等比数列公式计算。

参考答案：A

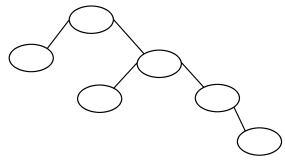
题目 2　设 G 是有 n 个节点、m 条边(n≤m)的连通图，必须删除 G 的(　　)条边，才能使得 G 变成一棵树。

A. m－n＋1　　B. m－n　　C. m＋n＋1　　D. n－m＋1

解析：一个具有 n 个节点的树共有 n－1 条边，所以 G 必须删除 m－(n－1)＝m－n＋1 条边。

参考答案：A

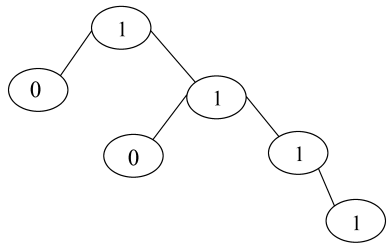
题目 3　一棵二叉树如右图所示，若采用顺序存储结构，即用一维数组元素存储该二叉树中的节点(根节点的下标为 1，若某节点的下标为 i，则其左孩子位于下标 2i 处，右孩子位于下标 2i＋1 处)，则图中所有节点的最大下标为(　　)。



A. 6　　B. 10　　C. 12　　D. 15

解析：

该题主要考查二叉树的顺序存储结构，二叉树的顺序存储结构的数组下标可以利用二进制的方式表示，如下图所示。



每个节点的下标均从根节点开始到所在节点的二进制序列结束，该树的最大下标为 $(1111)_2$，可以转换成十进制数 15。

参考答案：D

题目 4　约定二叉树的根节点高度为 1。一棵节点数为 2021 的二叉树最少有_____个叶子节点；一棵节点数为 2021 的二叉树的最小高度值是_____。

A. 0，10　　B. 1，12　　C. 12，20　　D. 21，32

解析：二叉树有一个性质，即叶子节点＝度为 2 的节点数＋1。

当二叉树叶子节点最少时，度为 2 的节点数也最少，最少为 0，即二叉树节点没有度为 2 的节点，所有非叶子节点都只有一个子树，此时会有 1 个叶子节点。

若要求一棵二叉树的高度值最小，则这棵二叉树肯定是完全二叉树。对于完全二叉树，深度为 h 的完全二叉树至少有 2h－1 个节点，至多有 2h－1 个节点。树高 h 为

$$h=\log_2(n+1),\quad n \text{ 为所有节点数}$$

参考答案：B

题目 5　前序遍历序列与中序遍历序列相同的二叉树为(　　)。

A. 根节点无左子树的二叉树

B. 根节点无右子树的二叉树

C. 只有根节点的二叉树或非叶子节点只有左子树的二叉树

D. 只有根节点的二叉树或非叶子节点只有右子树的二叉树

解析：二叉树的遍历根据遍历根节点、左子树和右子树的顺序的不同而分为前序遍历、中序遍历和后序遍历三种，这三种遍历方法是根据遍历根节点的先后顺序区分的。先遍历根节点的称为前序遍历，中间遍历根节点的称为中序遍历，最后遍历根节点的称为后序遍历。左子树和右子树的遍历都是先遍历左子树，后遍历右子树。

要想实现二叉树的前序遍历序列与中序遍历序列相同，即（根、左、右）=（左、根、右），则只有当左子树为空时该等式才成立。

参考答案：A

题目 6 如果根的高度为 1，则具有 61 个节点的完全二叉树的高度为（　　）。

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

解析：解析参考题目 4。

参考答案：B

题目 7 一棵节点数为 2021 的二叉树最多有（　　）个叶子节点。

A. 1010　　B. 1011　　C. 1238　　D. 2021

解析：根据题目 4 中二叉树的性质：叶子节点＝度为 2 的节点数＋1。

叶子节点数最多，即度为 2 的节点数最多，由于：

二叉树总节点数＝叶子节点 N_0＋度为 1 的节点 N_1＋度为 2 的节点 N_2，使 $N_1=0$，叶子节点最多，即 $2021=N_0+N_2=N_0+N_0-1=2\times N_0-1$。

参考答案：B

题目 8 一棵具有 5 层的满二叉树的节点数为（　　）。

A. 31　　B. 32　　C. 33　　D. 16

解析：一棵二叉树，如果每层的节点数都达到最大值，则这个二叉树就是满二叉树。也就是说，如果一个二叉树的层数为 k，且节点总数是 2^k-1，则它就是满二叉树。

参考答案：A

题目 9 已知一棵二叉树有 10 个节点，则其中至多有（　　）个节点有 2 个子节点。

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

解析：根据公式：$N=N_0+N_1+N_2$，其中 N 为总节点数，N_i 为度为 i 的节点数。再根据 $N_0=N_2+1$，可得出 $N=N_1+2N_2+1$。

由于 $N=10$，是偶数，所以 N_1 最小为 1，可得出 $N_2=4$。

参考答案：A

题目 10 二叉树的（　　）第一个访问的节点是根节点。

A. 先序遍历　　B. 中序遍历　　C. 后序遍历　　D. 以上都是

解析：解析参考题目 5。

参考答案：A

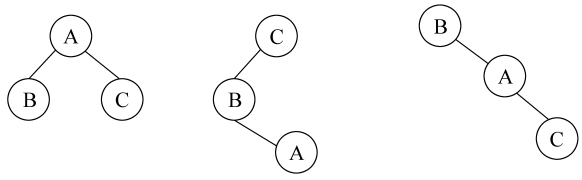
题目 11 如果一棵二叉树的中序遍历是 BAC，那么它的先序遍历不可能是（　　）。

A. ABC　　B. CBA　　C. ACB　　D. BAC

解析：该题采用构造法，利用中序遍历和先序遍历可以把二叉树构造出来。根据中序遍历（左、根、右）和先序遍历（根、左、右）利用递归的方法可以构造出二叉树。

例如，选项 A 先利用先序遍历序列 ABC 可知 A 是根节点，再结合中序遍历序列 BAC 可知 B 为左子树，C 为右子树。

对于选项 B，先利用先序遍历序列 CBA 可知 C 是根节点，再结合中序遍历序列 BAC 可知 BA 为左子树，右子树为空，再利用先序遍历 CBA 可知左子树中 B 又为子树根节点，再利用中序遍历 BA 可知 A 为右子树（如下图所示）。



(a) 选项A 构造的二叉树　　(b) 选项B 构造的二叉树　　(c) 选项D 构造的二叉树

选项 C 前后矛盾，无法构造出二叉树。

参考答案：C

题目 12　如果根节点的深度为 1，则一棵恰好有 2011 个叶节点的二叉树的深度最少是（　　）。

A. 10　　B. 11　　C. 12　　D. 13

解析：根据满二叉树中深度 h 和节点数的关系可得

$$h=\log_2(n+1)=\log_2 2012=11。$$

参考答案：B

题目 13　如果树根算作第 1 层，那么一棵 n 层的二叉树最多有（　　）个节点。

A. 2^n-1　　B. 2^n　　C. $2n+1$　　D. 2^n+1

解析：解析参考题目 4。

参考答案：A

题目 14　一棵二叉树的前序遍历序列是 ABCDEFG，后序遍历序列是 CBFEGDA，则根节点的左子树的节点个数可能是（　　）。

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

解析：根据二叉树前序遍历序列（根、左、右）可知 A 是根节点。又由后序遍历序列（左、右、根）得知 D 必然是右子树的根节点。

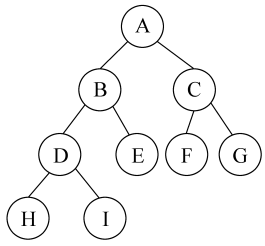
再看前序遍历序列，D 前面的 ABC 中的 A 是根节点，剩下的 BC 节点必然是左子树。

参考答案：A

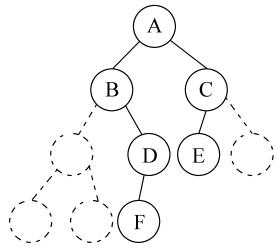
题目 15　完全二叉树的顺序存储方案是指将完全二叉树的节点从上至下、从左至右依次存放到一个顺序结构的数组中。假定根节点存放在数组的 1 号位置，则第 k 号节点的父节点如果存在，则应当存放在数组的（　　）号位置。

A. 2k　　B. 2k+1　　C. k/2 向下取整　　D. (k+1)/2 向下取整

解析：完全二叉树的顺序存储如下图所示。



(a) 完全二叉树样例



(b) 非完全二叉树样例

节点序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
数组	A	B	C	D	E	F	G	H	I	∧

(c) 完全二叉树样例顺序存储

节点序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
数组	A	B	C	∧	D	E	∧	∧	∧	F

(d) 非完全二叉树样例顺序存储

如果按照从上到下、从左到右的顺序把非完全二叉树也同样编号，将节点依次存放在一维数组中，为了能够正确反映二叉树中节点之间的逻辑关系，需要在一维数组中将二叉树中不存在的节点位置空出来。

参考答案：C

题目 16　一个包含 n 个分支节点(非叶子节点)的非空二叉树，它的叶子节点数目最多为(　　)。

A. 2n+1　　B. 2n−1　　C. n−1　　D. n+1

解析：根据 $n=n_1+n_2$，这里 n_1 和 n_2 分别指度为 1 和 2 的节点。

又根据 $n_0=n_2+1$，n_0 为度为 0 的叶子节点。带入上式可得

$$n=n_0+n_1-1$$

叶子节点数目最多，即 $n_1=0$，可得 $n_0=n+1$。

参考答案：D

3.3.3　知识点巩固

1. 已知某二叉树的深度为 4，则该二叉树最多节点和最少节点数分别为(　　)个。

A. 15，4　　B. 15，6　　C. 16，4　　D. 16，6

2. 在具有 200 个节点的完全二叉树中，利用顺序存储，设根节点的编号为 1，则编号为 60 的节点其左孩子节点的编号为(　　)。

A. 61　　B. 62　　C. 120　　D. 121

3. 一棵具有 124 个叶子节点的完全二叉树最多有(　　)个节点。

A. 247　　B. 248　　C. 249　　D. 250

4. 已知一棵含 50 个节点的二叉树中只有一个叶子节点，则该树中度为 1 的节点的个数

为(　　)。

A. 0　　B. 1　　C. 48　　D. 49

5. 一棵完全二叉树有 64 个叶子节点,则该树可能达到的最大深度为(　　)。

A. 8　　B. 9　　C. 10　　D. 11

6. 一棵二叉树有 11 个叶子节点,则该二叉树中度为 2 的节点个数是(　　)。

A. 10　　B. 11　　C. 12　　D. 不确定

7. 具有 n(n>0)个节点的完全二叉树的深度为(　　)。

A. $\lceil \log_2(n) \rceil$　　B. $\lfloor \log_2(n) \rfloor$　　C. $\lfloor \log_2(n) \rfloor+1$　　D. $\lceil \log_2(n)+1 \rceil$

注:$\lceil x \rceil$表示向上取整,即不小于 x 的最小整数;$\lfloor x \rfloor$表示向下取整,即不大于 x 的最大整数。

8. 设树 T 的度为 4,其中,度为 1、2、3、4 的节点个数分别为 4、2、1、1,则 T 中的叶子数为(　　)。

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

9. 将二叉树的概念推广到三叉树,一棵有 244 个节点的完全三叉树的高度为(　　)。

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

10. 已知一棵二叉树的前序遍历结果为 ABCDEF,中序遍历结果为 CBAEDF,则后序遍历结果为(　　)。

A. CBEFDA　　B. FEDCBA　　C. CBEDFA　　D. 不一定

11. 一棵非空的二叉树的先序遍历序列与后序遍历序列正好相反,则该二叉树一定满足(　　)。

A. 所有节点均无左孩子　　B. 所有节点均无右孩子

C. 只有一个叶子节点　　D. 是任意一棵二叉树

3.4　图

3.4.1　基本知识介绍

图是一种复杂的非线性结构。图结构与表结构和树结构的不同之处表现在节点之间的关系上,线性表中节点之间的关系是一对一的,即每个节点仅有一个直接前驱和一个直接后继(若存在前驱或后继);树是按分层关系组织的结构,树结构中节点之间的关系是一对多的,即一个双亲可以有多个孩子,每个孩子节点仅有一个双亲;对于图结构,图中节点之间的关系可以是多对多的,即一个节点和其他节点的关系是任意的,可以有关,也可以无关。由此可以看出:图 G ⊃树 T ⊃表 L。

图(Graph)是一种网状数据结构,其形式化定义如下:

```
Graph=(V,R)
V={x | x∈DataObject}
R={VR}
VR={<x,y> | P(x,y)∧(x,y∈V)}
```

DataObject 为一个集合，该集合中的所有元素均具有相同的特性。V 中的数据元素通常称为顶点(vertex)，VR 是两个顶点之间的关系的集合。P(x,y)表示 x 和 y 之间有特定的关联属性 P。

若<x,y>∈VR，则<x,y>表示从顶点 x 到顶点 y 的一条弧(arc)，并称 x 为弧尾(tail)或起始点，称 y 为弧头(head)或终端点，此时图中的边是有方向的，这样的图称为有向图。

若<x,y>∈VR，则必有<y,x>∈VR，即 VR 是对称关系，这时以无序对(x,y)代替两个有序对，表示 x 和 y 之间的一条边(edge)，此时的图称为无向图(如图 3-8 所示)。

图 3-8　有向图和无向图

图的遍历搜索算法主要有两种：深度优先搜索(Depth First Search，DFS)遍历和广度优先搜索(Breadth First Search，BFS)遍历。

深度优先搜索遍历类似树的前序(先根)遍历。假设初始状态是图中所有顶点都未曾访问过的，则在图中任选一顶点 v 作为初始出发点，首先访问出发点 v，并将其标记为已访问过，然后依次从 v 出发搜索 v 的每个邻接点 w，若 w 未曾访问过，则以 w 作为新的出发点出发，继续进行深度优先遍历，直到图中的所有顶点都被访问为止。

广度优先搜索遍历类似树的按层次遍历，其基本思想是：首先访问出发点 v_i，接着依次访问 v_i 的所有未被访问过的邻接点 v_{i1}，v_{i2}，…，v_{it}，并均标记为已访问过，然后按照 v_{i1}，v_{i2}，…，v_{it} 的次序访问每一个顶点的所有未曾访问过的顶点，并均标记为已访问过，以此类推，直到图中所有和初始出发点 v_i 路径相通的顶点都被访问为止。

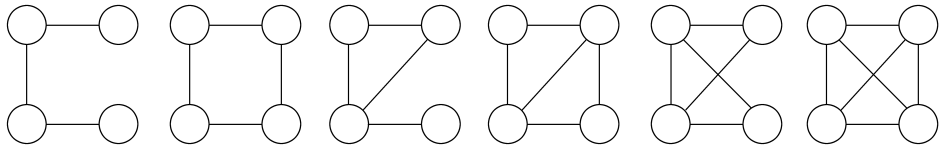
3.4.2　典型习题解析

题目 1　由 4 个没有区别的点构成的简单无向连通图的个数是(　　)。

A. 6　　B. 7　　C. 8　　D. 9

解析：无向连通图是指对图中任意顶点 u 和 v 都存在路径使 u、v 连通。

该题可以直接画出所有简单的无向连通图，如下图所示。



参考答案：A

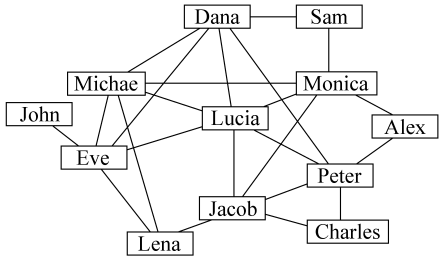
题目 2　设简单无向图 G 有 16 条边，且每个顶点的度数都是 2，则图 G 有(　　)个顶点。

A. 10　　B. 12　　C. 8　　D. 16

解析：对于简单无向图来说，每条边连接两个顶点，已知每个顶点的度为 2，则每个顶点又有两条边相连，所以可得 G 的边数和顶点数相同。

参考答案：D

题目 3　Lucia 和她的朋友以及朋友的朋友都在某社交网站上注册了账号。下图是他们之间的关系图，两个人之间有边相连代表这两个人是朋友，没有边相连代表这两个人不是朋友。这个社交网站的规则是：如果某人 A 向他的朋友 B 分享了某张照片，那么 B 就可以对该照片进行评论；如果 B 评论了该照片，那么他的所有朋友都可以看见这个评论以及被评论的照片，但是不能对该照片进行评论(除非 A 也向他分享了该照片)。现在 Lucia 已经上传了一张照片，但是她不想让 Jacob 看见这张照片，那么她可以向朋友(　　)分享该照片。



A. Dana、Michael、Eve　　B. Dana、Eve、Monica

C. Michael、Eve、Jacob　　D. Micheal、Peter、Monica

解析：根据题意可知，在人际关系图中，A 分享照片给 B，B 通过评论可以让 B 的所有好友看到，这个路径长度为 2。要想使 A 分享的照片不被 C 看到，则 A 和 C 之间的路径长度必须大于 2。

选项 A 中，Lucia 通过 Dana 到达 Jacob 的最短路径为 3，Lucia 通过 Michael 到达 Jacob 的最短路径为 3，Lucia 通过 Eve 到达 Jacob 的最短路径为 3，均符合条件。其他选项都有小于或等于 2 的路径。

参考答案：A

题目 4　6 个顶点的连通图的最小生成树的边数为(　　)。

A. 6　　B. 5　　C. 7　　D. 4

解析：n 个顶点的连通图的最小生成树的边数为 n－1。

参考答案：B

题目 5　有向图中每个顶点的度等于该顶点的(　　)。

A. 入度　　B. 出度

C. 入度与出度之和　　D. 入度与出度之差

解析：在有向图中，每个顶点的度等于该顶点的出度和入度之和。

参考答案：C