

MIMO 无线信道

3.1 预备知识

本节定义了随机本地信道(Stochastic Local Area Channel, SLAC)模型并且探讨了它的几个关键性质。该模型是小尺度信道分析的基础。

3.1.1 随机本地信道模型

由本地信道定义可知,小尺度传播的随机模型可写成如下形式:

$$\tilde{h}(f, \mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N V_i \exp[\mathrm{j}(\phi_i - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} - 2\pi f \tau_i)] \quad (3-1)$$

在该模型中, i 是多径路数; V_i 、 $\mathbf{k}_i$ 和 τ_i 是由本地传播特性决定的常数; 相位 ϕ_i 是随机变量, 它使式(3-1)成为随机模型, 也称为 SLAC 模型。

从式(3-1)可见, SLAC 模型是由离散波组合而成的, 但是把它看作离散模型是错误的。该模型对路径数 N 和幅度值 V_i 的类型都没有加以限制。对开阔地区的传播精确建模可能需要无穷多的项数, 某些项可能具有无穷小的幅度值。

3.1.2 随机相位

式(3-1)中的随机相位导致 SLAC 模型有大量的实现方法。这种多样性在对包含衰落信道的仿真和分析研究中非常有用。SLAC 模型的应用如下:

(1) 测量补遗。诸如多径的幅度、时延和波形向量的测量比单独的多径相位要容易得多。于是可以利用 SLAC 模型从没有相位数据的测量结果中提取信道实现方法。

(2) 信道模板。如果通过测量或大尺度衰落的建模得到了一套实际的幅度、时延和波形向量函数, SLAC 模型对许多不同的信道的实现提供了很有用的模板。

(3) 位置不确定性。即使式(3-1)中的每一项通过测量都得以确定, 接收机也不太可能就是在测量的某一确定位置上工作。位置的不确定性在 SLAC 模型中等价于多径波相位的扰动。

(4) 频率不确定性。即使式(3-1)中的每一项通过测量都得以确定, 接收机也不太可能就是在相同的载波频率上工作, 将频谱的不同部分分配给不同的用户的多址系统尤其如此。频率的不确定性在 SLAC 模型中也等价于多径波相位的扰动。

大多数类型的开阔地区的分析都包含在上述范围内。工程师赋予了随机模型最为丰富的意义,因此要经常谨慎地对其应用进行严格定义。否则,就会如同古老的计算机格言那样:“概念错误导致结论错误。”

3.1.3 其他随机量

在随机信道模型中,式(3-1)中的其他量在 SLAC 模型中为固定的常量,它们有时也会被当作随机变量。式(3-1)中随机幅度、波形或时延的物理含义产生了一个随机宏区域信道(Stochastic Macro-Area Channel, SMAC)模型。例如,如果式(3-1)中的 V_i 是随机变量,那么集合中每种信道的实现将代表一组具有不同幅度的平面波,于是集合中每种信道的实现将代表一个完全不同的开阔地区。

当接收机工作于一个漫射和高度散射的信道时,Jakes 提出的小尺度衰落统计量的典型模型类似于式(3-1),是幅度随机的 SMAC 模型。

3.1.4 随机相位模型

对 SLAC 模型而言,其随机性的本质就归结为式(3-1)中相位 ϕ_i 的分布。相位的分布由概率密度函数表征。SLAC 模型中的随机相位在 ϕ_i 区间上服从均匀分布。 ϕ_i 的概率密度函数可写为

$$f(\phi_i) = \frac{1}{2\pi}, \quad 0 \leq \phi_i < 2\pi \quad (3-2)$$

虽然式(3-2)中的概率密度函数对于描述单一相位值的分布非常有用,但是 SLAC 模型真正的本质是在集合中某一随机相位与另一相位之间的关系,即相位联合特性。这种关系用随机相位的联合概率密度函数描述。

如果 SLAC 模型的相位是不相关的,那么就称这种地区传播的模型为 U-SLAC 模型。通信中对不相关相位 ϕ_1 和 ϕ_m 进行定义,与数学上对不相关随机变量的定义略有不同:

数学随机变量不相关定义:

$$E\{\phi_1\phi_m\} - E\{\phi_1\}E\{\phi_m\} = 0$$

通信不相关相位定义:

$$E\{\exp[j(\phi_1 - \phi_m)]\} = 0 \quad (3-3)$$

在通信中,如果式(3-1)中的相位的所有值满足式(3-3)中通信不相关相位条件,那么就称该 SLAC 模型为 U-SLAC 模型。

如果 SLAC 模型中的随机相位相互独立,那么就称该信道模型为 I-SLAC 模型。给 SLAC 模型中的随机变量加独立性的条件强于相位不相关条件。因此所有的 I-SLAC 模型都是 U-SLAC 模型,反之不一定成立。

根据数学定义,独立性意味着一个联合概率密度函数可以写成两个变量概率密度函数的乘积。

对于 I-SLAC 信道随机相位,联合概率密度函数可写为

$$f(\boldsymbol{\varphi}) = f(\phi_1)f(\phi_2)\cdots f(\phi_N), \quad \boldsymbol{\varphi} = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_N \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

因为每个相位的概率密度函数都服从均匀分布, I-SLAC 模型的相位联合概率密度函数最终为

$$f(\boldsymbol{\varphi}) = \frac{1}{(2\pi)^N}, \quad 0 \leq \boldsymbol{\varphi} < 2\pi \quad (3-5)$$

图 3-1 描述了不同类型的 SLAC 模型的关系。

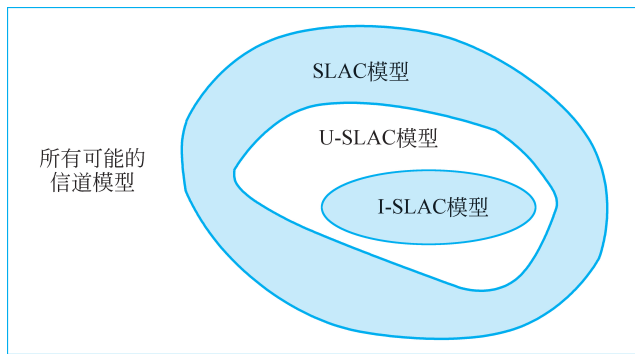


图 3-1 不同类型的 SLAC 模型的关系

3.1.5 傅里叶变换

SLAC 模型的傅里叶变换计算起来很简单。将位置向量和频域分别变换到波形向量和时延域,就得到如下 $\tilde{H}(\tau, \mathbf{k})$ 的表达式:

$$\tilde{H}(\tau, \mathbf{k}) = (2\pi)^3 \sum_{i=1}^N V_i \exp(j\phi_i) \delta(\tau - \tau_i) \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_i) \quad (3-6)$$

式(3-1)中每一个离散的成分在式(3-6)中的 $\tau = \tau_i$ 和 $\mathbf{k} = \mathbf{k}_i$ 处都产生一个冲激函数。

出现在傅里叶变换或功率谱中的冲激函数被称为谱线,这是因为谱域中能量集中于某些单独的点。然而,式(3-6)的离散性在 N 趋于无穷大、幅度变得无穷小时消失,转化为连续函数。

现在,引入一种用积分消除谱线的傅里叶变换的新型谱域表示。通常傅里叶变换可以写成一个积分:

$$F(\tau, \mathbf{k}) = \int_{-\infty}^{\tau} \int_{-\infty}^{\mathbf{k}} \tilde{H}(\tau', \mathbf{k}') d\mathbf{k}' d\tau' \quad (3-7)$$

傅里叶反变换可以写成对 $F(\tau, \mathbf{k})$ 的黎曼-司蒂吉斯(Riemann-Stieltjes)积分的形式:

$$\tilde{h}(f, \mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[j2\pi f\tau + \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}] dF(\tau, \mathbf{k}) \quad (3-8)$$

黎曼-司蒂吉斯积分平滑了傅里叶变换 $\tilde{H}(\tau, \mathbf{k})$, 并且消除了 SLAC 模型的傅里叶变换中式(3-6)的冲激函数。对于 SLAC 模型, $F(\tau, \mathbf{k})$ 可以写成

$$F(\tau, \mathbf{k}) = (2\pi)^3 \sum_{i=1}^N V_i \exp(j\phi_i) u(\tau - \tau_i) u(\mathbf{k} - \mathbf{k}_i) \quad (3-9)$$

现在,谱线在式(3-9)中被不连续的阶跃函数替代。

数学家经常提醒工程师,冲激函数并不是真正的函数,因为它是一个无解的极限定义的。想在工程研究中严格地定义和避开使用冲激函数,可以使用傅里叶变换和频谱的黎

曼-司蒂吉斯积分表示。

3.1.6 自相关函数

本节研究 SLAC 模型中的二维统计特性——自相关函数。

定理 3-1: U-SLAC 的广义平稳性

命题：一个 SLAC 模型 $\tilde{h}(f, \mathbf{r})$ 当且仅当它为 U-SLAC 模型时在时间和频率域上符合广义平稳不相关散射 (Wide-Sense Stationary Uncorrelated Scattering, WSSUS) 的定义。

证明：首先从自相关函数的定义入手, 对信道 $\tilde{h}(f, \mathbf{r})$ 用其傅里叶反变换式 $\tilde{H}(\tau, \mathbf{k})$ 替换。

$$\tilde{H}(\tau, \mathbf{k}) = (2\pi)^3 \sum_{i=1}^N V_i \exp(j\phi_i) \delta(\tau - \tau_i) \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_i) \quad (3-10)$$

$$\begin{aligned} C_{\tilde{h}}(f_1, f_2, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= E \left\{ \left[\frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{H}(\tau_1, \mathbf{k}_1) \exp[j(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}_1 + 2\pi f_1 \tau_1)] d\mathbf{k}_1 d\tau_1 \right] \cdot \right. \\ &\quad \left. \left[\frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{H}(\tau_2, \mathbf{k}_2) \exp[j(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}_2 + 2\pi f_2 \tau_2)] d\mathbf{k}_2 d\tau_2 \right] \right\} \\ &= \sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N V_l V_m \exp[j(\mathbf{k}_l \cdot \mathbf{r}_1 - \mathbf{k}_m \cdot \mathbf{r}_2 + 2\pi(f_l \tau_1 - f_m \tau_2))] \cdot \\ &\quad E \{ \exp[j(\phi_l - \phi_m)] \} \end{aligned} \quad (3-11)$$

如果式(3-10)和式(3-11)是 U-SLAC 模型, 且信道相位满足当 $l \neq m$ 时 ϕ_l 和 ϕ_m 不相关, 那么自相关函数可化简为

$$C_{\tilde{h}}(f_1, f_2, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sum_{i=1}^N V_i^2 \exp[j(\mathbf{k}_i \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) + 2\pi \tau_i (f_1 - f_2))] \quad (3-12)$$

因为其自相关函数可以表示成仅为 Δf 和 $\Delta \mathbf{r}$ 的函数, 并且不存在空频交互乘积项的形式, 所以这是一个广义平稳不相关散射随机过程。

根据定理 3-1, 由具有不相关相位的 SLAC 模型就可得到关于位置和频率的 WSSUS 信道函数。这时 U-SLAC 模型的自相关函数可以写为

$$C_{\tilde{h}}(\Delta f, \Delta \mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N V_i^2 \exp[j(\mathbf{k}_i \cdot \Delta \mathbf{r}) + 2\pi \tau_i \Delta f] \quad (3-13)$$

3.1.7 非均匀散射

现在, 对 SLAC 模型的一种特例进行定义, 该特例对应于非均匀散射情况, 即信道满足如下条件:

$$\text{当 } l \neq m \text{ 时, } \mathbf{k}_l \neq \mathbf{k}_m, \quad \tau_l \neq \tau_m \quad (3-14)$$

也就是说, 非均匀散射描述了这样一种信道: 式(3-1)不存在两个以相同的时延或波形向量到达的多径波。

下面的定理 3-2 说明: 如果在 SLAC 模型中假设非均匀散射条件, 那么信道关于某一变量的广义平稳就必然意味着关于另一个变量的广义平稳。

定理 3-2: 广义平稳非均匀散射

命题：一个非均匀散射的 SLAC 模型 $\tilde{h}(f, \mathbf{r})$ 当且仅当它关于频率 f 广义平稳时关于

位置 $\mathbf{r}$ 广义平稳。

证明：应用与定理 3-1 中相同的证明就可得到，当且仅当所有的相位 $\{\phi_i\}$ 都不相关时，非均匀散射的 SLAC 模型关于位置广义平稳。类似地可以证明，当且仅当所有的相位都不相关时该模型关于频率广义平稳。应用传递性，定理 3-2 得以证明。

当非均匀散射条件不成立时，定理 3-2 也不成立。如果两个时延 τ_i 和 τ_j 相等，那么相关的相位中 ϕ_i 和 ϕ_j 将导致关于位置 $\mathbf{r}$ 的非平稳性，但是不影响关于频率 f 的广义平稳。

3.1.8 SLAC 模型的功率谱密度函数

因为 U-SLAC 模型是广义平稳不相关散射随机过程，所以可以用维纳-辛钦 (Wiener-Khinchine) 定理定义其功率谱密度函数。U-SLAC 模型的波形向量时延功率谱为

$$S_{\tilde{h}}(\tau, \mathbf{k}) = (2\pi)^3 \sum_{i=1}^N V_i^2 \delta(\tau - \tau_i) \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_i) \quad (3-15)$$

与傅里叶变换一样，可以通过定义以积分形式表示的功率谱密度函数消除其中的冲激函数：

$$\begin{aligned} F_{\tilde{h}}(\tau, \mathbf{k}) &= \int_{-\infty}^{\tau} \int_{-\infty}^{\mathbf{k}} S_{\tilde{h}}(\tau', \mathbf{k}') d\mathbf{k}' d\tau' \\ &= (2\pi)^3 \sum_{i=1}^N V_i^2 u(\tau - \tau_i) u(\mathbf{k} - \mathbf{k}_i) \end{aligned} \quad (3-16)$$

空频自相关函数可以写成一个黎曼-司蒂吉斯积分：

$$C_{\tilde{h}}(\Delta f, \Delta \mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[j(2\pi\tau\Delta f + \mathbf{k} \cdot \Delta \mathbf{r})] dF_{\tilde{h}}(\tau, \mathbf{k}) \quad (3-17)$$

尽管在研究中将尽可能地使用标准的功率谱密度函数 $S_{\tilde{h}}(\tau, \mathbf{k})$ ，但是在某些研究中（通常包含由大功率的频谱成分产生的谱线）使用积分形式的功率谱密度最为方便。

3.1.9 信号基带表达

在无线通信中存在无线信道对传输信号信息的畸变，使得发射机和接收机之间的传输数据速率产生了一个决定性的限制。与其他种类的通信信道（铜线、波导、光纤等）相比，无线信道对于数据传输质量是相当不利的。造成这种现象的原因主要是信号幅度衰落和时变频变空变衰落。本节将无线信道的变化分成 3 方面进行讨论，即时间、频率和空间。

为调制信号建立基带表达式是信道建模和分析的关键。基带表达式最主要的作用是消除了带通无线信道对于载频的依赖，统一和简化了信道建模。本节讨论无线信号和信道在基带和带通表达式之间互换的数学基础。

1. 信号频谱

每个实际的通信信号都有傅里叶变换或频谱，该频谱定义了信号在频域中的数学特性。对于每一个时间域信号 $x(t)$ ，存在一个由正变换给出的频率域信号 $X(f)$ ：

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \exp(-j2\pi ft) dt \quad (3-18)$$

每个傅里叶变换对 $x(t)$ 和 $X(f)$ 都是唯一的,原始时间域信号可以用傅里叶反变换从频谱恢复:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) \exp(j2\pi ft) df \quad (3-19)$$

因此频谱 $X(f)$ 包含了与 $x(t)$ 相同的所有信息。只是那些信息被组织成了不同的形式,以帮助我们进行某种类型的信号分析。

式(3-18)和式(3-19)定义的傅里叶变换可应用于任何复时间域信号(尽管数学上成立的并不总是物理上有意义的)。如果信号 $x(t)$ 代表一个物理量(例如天线终端上的时间域电压),则它必定是实值。除非时间域信号是一个刻意构造的数学函数,大多数实值时间域函数的谱通常都是复值的。

由于它的复值性,频域函数的表达图应包括频率变量轴、实函数和虚函数部分,可以用图 3-2 描述信号频谱。图 3-2(a)中的谱是 $S_n(t)$ 信号的频谱——它是简单的矩形谱;而图 3-2(b)中的谱是一个更实际的时间域信号的傅里叶变换频谱。

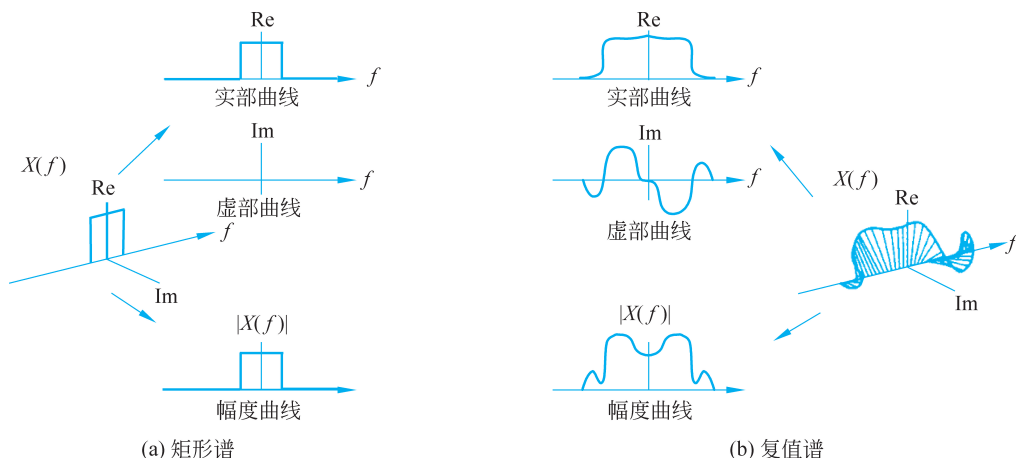


图 3-2 矩形谱和复值谱

如图 3-2 所示,在工程分析中,通常将频谱分解成实部或虚部;或者只画出频谱的幅度 $|X(f)|$,而忽略相位信息。

2. 信号调制

无线通信中最基本的处理之一是用带限数据信号调制载波。调制将一个基带信号转变为一个带通信号。为了表示调制过程,用调制运算符 $M\{\cdot\}$ 表示将一个基带信号 $\tilde{x}(t)$ 转变到(调制载波的)带通信号 $x(t)$ 。利用这一表示方法,信号可以写作

$$x(t) = M\{\tilde{x}(t)\} \quad (3-20)$$

函数上方的“ $\sim$ ”是本书表示信号基带表达式的符号。

在频域中,用基带信号 $\tilde{X}(f)$ 和带通信号 $X(f)$ 观察调制是最容易的。带通信号的傅里叶变换可以从基带信号 $\tilde{X}(f)$ 按下式计算出来:

$$X(f) = \frac{1}{2} \tilde{X}(f - f_c) + \frac{1}{2} \tilde{X}^*(-f - f_c) \quad (3-21)$$

其中, * 表示复数共轭。在频域中, $X(f)$ 只不过是频谱 $\tilde{X}(f)$ 移到中心频率 $f = f_c$ 的一个副本, 再加上移到中心频率 $f = -f_c$ 的一个副本。

调制过程可以在时域中直接定义。给定一个载波频率 f_c , 则

$$M\{\tilde{x}(t)\} = \text{Re}\{\tilde{x}(t)\exp(j2\pi f_c t)\} \quad (3-22)$$

式(3-22)中的复指数项将基带信号 $\tilde{x}(t)$ 上移到载波频率 f_c , 而 $\text{Re}\{\cdot\}$ 运算在 $-f_c$ 上产生共轭镜像谱。

在此, 有必要定义基带信号的带宽 B 。如图 3-3 所示, 有许多不同的定义基带信号的带宽的方法, 例如非零带宽、零到零带宽、半功率带宽等。通常用带宽的最大值定义非零带宽。

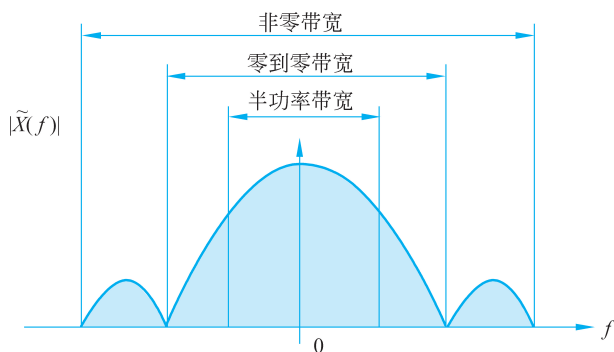


图 3-3 基带信号频谱定义不同的带宽

3. 反调制

调制的反运算——将带通信号 $x(t)$ 变回到基带信号 $\tilde{x}(t)$ 也有一个时间域的定义:

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t) &= M^{-1}\{x(t)\} \\ &= [x(t)\exp(-j2\pi f_c t)] \otimes [2B\text{Sn}(Bt)] \\ &= 2B \int_{-\infty}^{+\infty} x(\zeta)\exp(-j2\pi f_c \zeta)\text{Sn}(B|t - \zeta|)d\zeta \end{aligned} \quad (3-23)$$

其中 $\otimes$ 表示卷积, 而 $\text{Sn}(\cdot)$ 是 Sinc 函数:

$$\text{Sn}(x) = \frac{\sin \pi x}{\pi x}$$

式(3-23)中的复指数项把带通信号频谱 $X(f)$ 移动了一个 f_c 的量, 以至于 $\tilde{X}(f)$ 的副本的中心位于 $f=0$, 而它的共轭镜像位于 $f = -2f_c$; 然后与 Sinc 函数卷积, 相当于通过一个低通滤波器消除了该高频镜像, 以至于仅存 $\tilde{X}(f)$ 。载波调制和解调的过程如图 3-4 所示。其中, 内环为时间域, 外环为频率域。

如果已调带通信号 $x(t)$ 要表示的是一个物理可实现的传输, 则它必须是一个实值函数。按照式(3-23), 带通实函数的等效基带信号 $\tilde{x}(t)$ 是复值函数, 即等效基带信号可以是复值表达。这一基带和带通表达式之间的差别来源于带通频谱 $X(f)$ 中的共轭镜像, 因此带通频谱带宽是基带频谱 $\tilde{X}(f)$ 带宽的 2 倍。

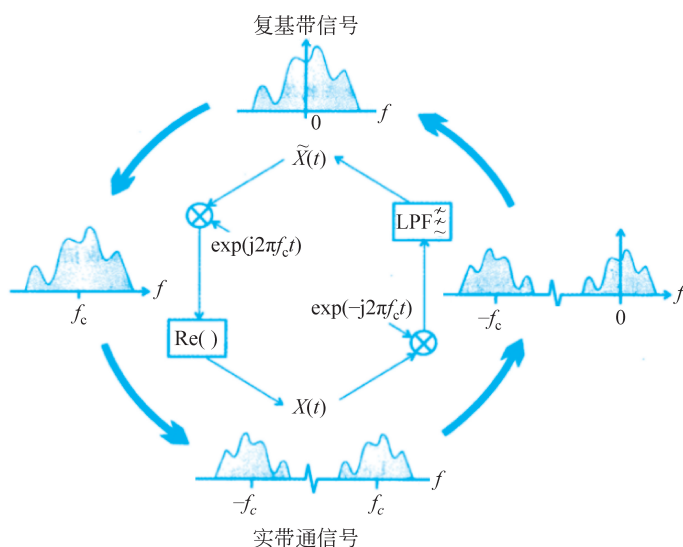


图 3-4 载波调制和解调的过程

4. 基带信道

最简单的无线通信系统表达式至少需要 3 个带通函数：发送信号 $x(t)$ 、接收信号 $y(t)$ 和信道 $H(t)$ 。如果信道具备线性和时不变特征，则能够用卷积将这 3 个量联系起来：

$$y(t) = x(t) \otimes H(t) \quad (3-24)$$

但如果用基带表达式分析系统会更方便，这样它们将变得不依赖于载波频率。对于基带和带通信号使用下列关系表达式：

$$x(t) = M\{\tilde{x}(t)\}, \quad y(t) = M\{\tilde{y}(t)\}, \quad H(t) = M\{\tilde{H}(t)\} \quad (3-25)$$

可以将式(3-24)写为基带信号的卷积形式：

$$\tilde{y}(t) = \frac{1}{2}[\tilde{x}(t) \otimes \tilde{H}(t)] \quad (3-26)$$

用式(3-26)中基带等效分析得到的结论，基带等效 $\tilde{x}(t)$ 和 $\tilde{y}(t)$ 的信号总功率是其带通对应项 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的 2 倍。如果 $\tilde{H}(t)$ 和 $H(t)$ 用同样的基带-带通变换定义，则 $\tilde{H}(t) = 2H(t)$ 。

用于 SISO(单输入单输出，或称单发送单接收)传输的基带和带通信道模型如图 3-5 所示。其中包括了加性噪声 $\tilde{n}(t)$ 。该噪声可以是热噪声、脉冲噪声、多址干扰人为干扰或一切对接收造成干扰的不需要的信号。

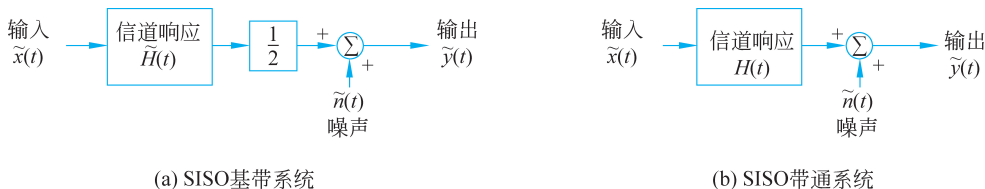


图 3-5 用于 SISO 传输的基带和带通信道模型

3.2 MIMO 信道建模概述

在无线通信系统中,MIMO 信道定义为无线链路发送端和接收端同时配置多个天线阵元时构成的一种空时通信结构,如图 3-6 所示。

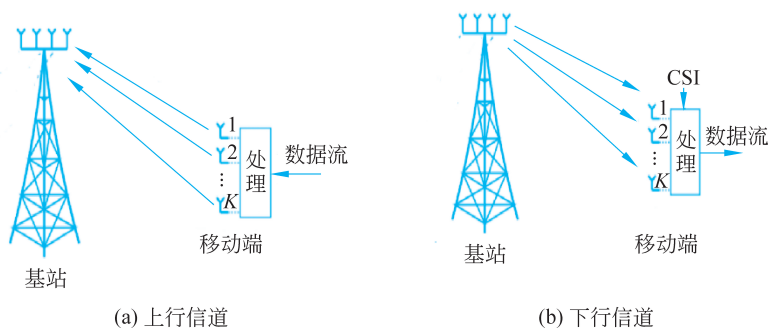


图 3-6 MIMO 信道

MIMO 技术的核心是空时信号处理,利用在空间中分布多个天线将时间域和空间域结合起来进行信号处理。MIMO 技术有效地利用了信道随机衰落和多径传播成倍地提高传输速率,改善传输质量和提高系统容量,能在不额外增加信号带宽的前提下带来无线通信性能上几个数量级的提高。目前对 MIMO 技术的应用主要集中在以空时编码(Space-Time Code,STC)为典型的空分集和以贝尔实验室分层空时(Bell LAYered Space-Time, BLAST)为典型的空时复用两方面。

然而,MIMO 系统大容量的实现、MIMO 系统其他性能的提高以及 MIMO 系统中使用的各种信号处理算法的性能优劣都极大地依赖于 MIMO 信道的特性,特别是各个天线之间的相关性。

最初对 MIMO 系统性能的研究与仿真通常都在独立信道假设下进行,这与实际 MIMO 信道大多数情况下具有空间相关性不符合。MIMO 系统的性能在很大程度上会受到信道相关性的影响。因此,建立能有效反映 MIMO 信道空间相关特性并且适用于系统级和链路级仿真的 MIMO 信道模型,以选择合适的处理算法并评估系统性能,就变得相当重要。

对于 MIMO 信道模型的研究存在 3 个基本问题:

(1) 什么样的理论模型能更准确地描述 MIMO 信道的空间、时间、频率三维的统计衰落特征?

(2) 如何扩展已有的信道建模方法,以有效且准确地构建 MIMO 信道模型?

(3) 在建立 MIMO 信道的仿真模型时,如何保证较低的实现复杂度?

研究 MIMO 衰落信道空时频衰落统计特征有助于更好地揭示 MIMO 无线通信结构能利用的空间资源的本质,理解限制 MIMO 无线通信容量的各种原因,进而发现提高 MIMO 无线通信容量和链路质量的方法。

为解决第一个问题,首先需要在不同电波传播环境中通过测量获知 MIMO 信道衰落的经验数据,然后进行统计分析和建模。为此,国外的一些研究组织和大学进行了大量的

MIMO 信道衰落特性测量。测量的频率主要集中于 2GHz 和 5GHz,测量环境包含了室内、室外、城区和郊区等,测量的内容较多地涉及 MIMO 信道的多径时延、多径衰落幅度和相位及多径的方向性特征的时间统计特性,也关注不同环境下多径到达接收端的 AOA(Angle of Arrival,到达角)和多径离开发送端的 AOD(Angle of Departure,离开角),还关注天线阵列结构导致的发送衰落相关特性和接收衰落相关特性等。

针对第二个问题,目前用于 MIMO 信道建模的方法主要有两大类:一类是确定型信道建模方法,这类方法基于对特定传播环境的准确描述,具体又可分为基于冲激响应测量数据的建模方法和基于射线跟踪的建模方法;另一类是基于空时统计特征的建模方法,与确定型建模方法相比,这类建模方法试图利用统计平均的方法重新产生观察到的 MIMO 信道的衰落现象,具体可分为基于几何分布的建模方法、参数化统计建模方法和基于空时相关特征建模方法。MIMO 信道建模方法的分类如图 3-7 所示。

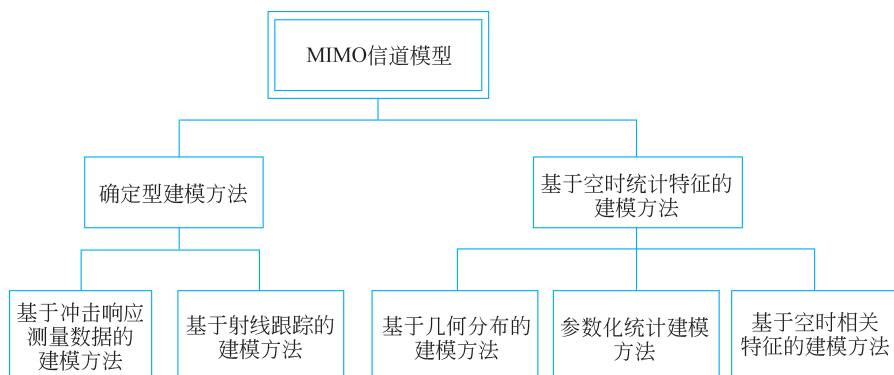


图 3-7 MIMO 信道建模方法的分类

基于信道冲激响应的确定型 MIMO 信道建模方法源于对单天线多径信道进行仿真的方法。该建模方法通过对 MIMO 信道衰落的测量,获得特定电波传播环境的信道冲激响应测量数据,利用正弦波叠加(Sum-Of-Sinusoids, SOS)方法即可模拟 MIMO 信道的衰落过程。在整个信道衰落的模拟过程中,信道衰落只视为时间的函数,因此称为确定型建模方法。相对于其他建模方法,确定型 MIMO 信道建模方法具有运算量小、建模过程简单的优点,但其缺点是需要信道冲激响应的测量数据,因此只能用于特定的传播环境。基于射线跟踪的建模方法是另一种确定型建模方法。它利用事先得到的地理信息数据,在指定的传播环境中通过跟踪多径传播的空时特征得到信道模型。但是,基于射线跟踪的建模方法局限于室内应用,不具有广泛的适用性。

在基于时空统计特征的建模方法中,基于几何分布的建模方法是被广泛研究的一种建模方法。它通过描述传播环境中存在的散射体的统计分布,利用电磁波经历反射、绕射和散射时的基本规律构建 MIMO 衰落信道模型。在不同的传播环境中,通常假设在用户端和基站端具有不同的散射体几何分布,常用的几何分布模型包括单环、双环、椭圆和扇形等,多数基于几何分布的模型假设电磁波传播经过散射体时只发生单反射过程,也有文献考虑了多次反射的过程。例如“锁孔”或“针孔”效应,就是由于用户和移动端之间的传播距离远大于散射体的有效半径,导致衰落信道矩阵虽然呈现出低相关的统计特性,但信道容量无法与收发天线数目线性增长。

参数化统计建模方法则将接收信号描述为许多电磁波的叠加,以构建信道衰落的特征。双方向性信道模型就采用了参数化统计建模方法。双方向性信道模型可以利用抽头延迟线模型结构实现,对应每个抽头,在发送端和接收端分别用对应的离开角、到达角、复信道衰落因子和相对时延等参数进行描述。但是,该模型无法反映收发端天线阵列结构的影响。

虚射线模型的提出则考虑了天线阵列结构,它先将多径解释为分别包含多个子路径的簇,对每个簇分别用多个衰落成分模拟产生。

基于空时相关特征的建模方法是基于统计特征的建模方法的另一种典型方法。该方法假定信道衰落因子为复高斯分布的随机变量,其一阶矩和二阶矩反映了信道衰落特征。该建模方法将空时衰落的相关特性分解为发送端衰落相关矩阵、独立衰落矩阵和接收端衰落相关矩阵并求这3部分的乘积。相关的理论和实验测试结果表明这一模型能较好地匹配MIMO衰落信道的空时相关特征和MIMO系统的容量特性。

3.3 统计 MIMO 信道建模

3.3.1 MIMO 信道模型与统计建模方法概述

从克拉克(Clark)和杰克斯(Jakes)对无线衰落信道的统计特征进行研究开始直到今天,关于无线信道衰落特征的分析 and 建模研究已经有了长足的发展。过去的研究一般局限于用数学模型描述无线信道的时域衰落特征,重点在于建立存在于无线衰落信道中的散射体、折射体和绕射体的统计模型或几何模型,从而用于无线信道衰落分布的预测、估计和测量。正如第2章所述,针对大尺度衰落现象,研究者分别建立了相应的路径损耗模型、基于对数正态分布的阴影衰落模型;针对小尺度衰落现象,研究者已经提出了瑞利分布、莱斯分布等进行描述。早期对单入单出衰落信道的研究一般仅关注频率衰落信道中多径现象导致的时域扩展以及由于链路两端相对位置的快速移动导致的多普勒扩展。在多天线的分集技术和自适应阵列天线技术引入无线通信系统以后,研究SIMO(单入多出)信道、MISO(多人单出)信道和MIMO信道逐渐成为无线信道传播模型的热点。人们在研究中发现,存在于衰落信道中的散射体不仅影响信道衰落的时域特征,而且由于散射体的分布和位置的不同,导致在不同天线上的接收信号之间的空时相关特征,还反映出信道的空时衰落特征,从而产生了很多描述散射体分布的统计模型。例如著名的单环模型,它将散射体的分布描述为在一个圆环上呈均匀分布的情形。这一模型被广泛采用,直至后来提出了MIMO衰落信道。此外,还有双环散射模型、分布式散射模型和扩展萨利赫-瓦伦祖拉(Saleh-Valenzuela)散射模型等。

上述散射模型的提出为MIMO衰落信道的建模提供了参考。基于散射体几何分布的建模方法、参数化统计建模方法和基于空时相关特征的建模方法被相继提出,大量的信道测量数据也被公布。人们逐渐发现,在实际的移动无线衰落信道中,最早用于描述散射体均匀分布的克拉克模型不再有效,围绕无线收发信机的散射体更多地呈现非均匀分布。已有的多数建模方法均假设到达接收端的来波方向或离开发送端的去波方向为均匀分布的情形。

实际上,在蜂窝移动无线通信环境中,存在大量的非均匀来波情形,例如狭窄的街道、地铁和室内情形。这些现象将会导致非均匀来波方向分布,从而影响不同天线上衰落的相关

性。此外,在现有的蜂窝无线系统中,由于蜂窝微型化和小区扇形化,基站发送端的天线已由最初的全向辐射转为定向辐射,城区的蜂窝和微蜂窝环境、室内电波传播环境和一些复杂环境(例如狭长的走廊和地铁隧道中),到达接收端的来波方向一般也呈非均匀分布。

MIMO 信道的建模方法主要有确定型建模方法和基于空时统计特征的建模方法。目前,在 MIMO 信道建模中较多地采用的是基于空时统计特征的建模方法。其中,基于散射体几何分布的建模方法和基于空时相关统计特征的建模方法又是统计建模中采用得较多的两种方法。这两种方法有各自的优缺点。若基于散射体的几何分布对 MIMO 衰落信道建模,则必须对散射体的分布进行合理的假设,并给出收发两端的距离、散射体的数目和尺寸以及散射体与收发两端的距离等一些可描述 MIMO 信道的二维几何参数。而过多的参数约束会增加建模的复杂度,同时,在不同的环境下这些参数的值也不尽相同,因此,这种建模方法限制了具体的应用场合。基于空时统计特征对 MIMO 衰落信道进行建模时,需要给出描述离开角、到达角、水平方向角度功率谱等一系列参数的数学统计模型。这种方法能够较为全面地反映 MIMO 信道的衰落特性,特别是信道的空间衰落特性,而且目前已经有了对上述参数在各种环境下的大量测量值及其分布的数学描述。

3.3.2 模型的一般描述

如图 3-8 所示,考虑发射端天线数为 N ,接收端天线数为 M 的两个均匀线性天线阵列 (Uniform Linear Array, ULA),假定天线为全向辐射天线。发射端天线阵列上的发射信号记为

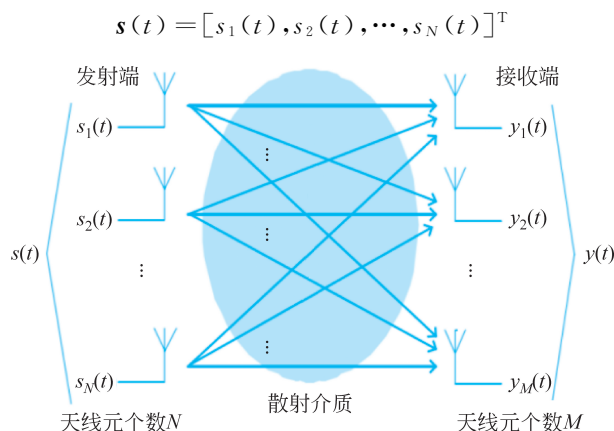


图 3-8 MIMO 信道模型

其中, $s_N(t)$ 表示第 N 个发射天线元上的发射信号。同样,接收端天线阵列上的接收信号可以表示为

$$\mathbf{y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_M(t)]^T$$

描述连接发射端和接收端的宽带 MIMO 无线信道矩阵可以表示为

$$\mathbf{H}(\tau) = \sum_{l=1}^L \mathbf{A}_l \delta(\tau - \tau_l) \quad (3-27)$$

其中, $\mathbf{H}(\tau) \in \mathbf{C}^{M \times N}$, 代表 $M \times N$ 的二维复数矩阵;

$$\mathbf{A}_l = \begin{bmatrix} \alpha_{11}^{(l)} & \alpha_{12}^{(l)} & \cdots & \alpha_{1N}^{(l)} \\ \alpha_{21}^{(l)} & \alpha_{22}^{(l)} & \cdots & \alpha_{2N}^{(l)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{M1}^{(l)} & \alpha_{M2}^{(l)} & \cdots & \alpha_{MN}^{(l)} \end{bmatrix} \quad (3-28)$$

为描述收发两端天线阵列在时延 τ_l 下的复信道传输系数矩阵, $\alpha_{mn}^{(l)}$ 表示从第 n 个发射天线到第 m 个接收天线之间的复传输系数; L 表示可分辨路径的数目。

发射信号向量 $\mathbf{s}(t)$ 和接收信号向量 $\mathbf{y}(t)$ 之间的关系可以表示为(不包括噪声)

$$\mathbf{y}(t) = \int \mathbf{H}(\tau) \mathbf{s}(t - \tau) d\tau \quad (3-29)$$

或者

$$\mathbf{s}(t) = \int \mathbf{H}^T(\tau) \mathbf{y}(t - \tau) d\tau \quad (3-30)$$

为了保持信道模型的简单性,假设信道的传输系数 $\alpha_{mn}^{(l)}$ 服从零均值的复高斯分布,即 $\alpha_{mn}^{(l)}$ 的模 $|\alpha_{mn}^{(l)}|$ 服从瑞利分布。并对该统计 MIMO 信道模型进一步作出如下假设:

(1) 同一多径下传输系数的平均功率相等,即

$$P_l = E\{|\alpha_{mn}^{(l)}|^2\}, \quad n \in \{1, 2, \dots, N\}, \quad m \in \{1, 2, \dots, M\} \quad (3-31)$$

(2) 信道为广义平稳非相关散射(WSSUS)信道,不同多径的信道传输系数不相关,即

$$\langle \alpha_{mn}^{(l_1)}, \alpha_{mn}^{(l_2)} \rangle = 0, \quad l_1 \neq l_2 \quad (3-32)$$

式(3-32)中的符号 $\langle a, b \rangle$ 表示求 a 和 b 之间的相关系数。

(3) 两个接收天线衰落系数的相关性与发射天线是哪一个无关;同样,两个发射天线之间的相关性与接收天线是哪一个也无关。

定义接收端第 m_1 个天线和第 m_2 个天线之间的相关系数为

$$\rho_{m_1 m_2}^{\text{RX}} = \langle \alpha_{m_1 n}, \alpha_{m_2 n} \rangle \quad (3-33)$$

式(3-33)间接地使用了第3个假设,即接收端天线的相关系数与发射端天线无关。只要发射端天线间距并不太大,而且每个天线具有相同的辐射模式,这个假设就是合理的。因为从这些天线上发射出去的电磁波照射到接收端周围相同的散射体上,在接收端会产生相同的角度功率谱,也会产生相同的空间相关函数。

同样,定义发射端第 n_1 个天线和第 n_2 个天线之间的相关系数为

$$\rho_{n_1 n_2}^{\text{TX}} = \langle \alpha_{m n_1}, \alpha_{m n_2} \rangle \quad (3-34)$$

根据式(3-33)和式(3-34),分别定义接收端和发射端的两个相关矩阵为

$$\mathbf{R}_{\text{RX}} = \begin{bmatrix} \rho_{11}^{\text{RX}} & \rho_{12}^{\text{RX}} & \cdots & \rho_{1M}^{\text{RX}} \\ \rho_{21}^{\text{RX}} & \rho_{22}^{\text{RX}} & \cdots & \rho_{2M}^{\text{RX}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{M1}^{\text{RX}} & \rho_{M2}^{\text{RX}} & \cdots & \rho_{MM}^{\text{RX}} \end{bmatrix} \quad (3-35)$$

$$\mathbf{R}_{\text{TX}} = \begin{bmatrix} \rho_{11}^{\text{TX}} & \rho_{12}^{\text{TX}} & \cdots & \rho_{1N}^{\text{TX}} \\ \rho_{21}^{\text{TX}} & \rho_{22}^{\text{TX}} & \cdots & \rho_{2N}^{\text{TX}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{N1}^{\text{TX}} & \rho_{N2}^{\text{TX}} & \cdots & \rho_{NN}^{\text{TX}} \end{bmatrix} \quad (3-36)$$

然而,仅有发射端的空间相关矩阵和接收端的相关矩阵并不能为产生矩阵 $\mathbf{A}_l$ 提供足

够的信息。因此,需要确定连接两组不同天线之间的任意两个传输系数的空间相关性。为此,定义

$$\rho_{n_2 m_2}^{n_1 m_1} = \langle \alpha_{m_1 n_1}, \alpha_{m_2 n_2} \rangle \quad (3-37)$$

在上述第 3 个假设的条件下,从理论上可以证明,式(3-37)与式(3-38)等价:

$$\rho_{n_2 m_2}^{n_1 m_1} = \rho_{n_1 n_2}^{\text{TX}} \rho_{m_1 m_2}^{\text{RX}} \quad (3-38)$$

根据式(3-38),MIMO 信道的整体相关矩阵可以表示为发射端相关矩阵与接收端相关矩阵的克罗尼克乘积:

$$\mathbf{R}_{\text{MIMO}} = \mathbf{R}_{\text{TX}} \otimes \mathbf{R}_{\text{RX}} \quad (3-39)$$

式(3-39)中,符号 $\otimes$ 表示矩阵的克罗尼克乘积运算。

上述信道模型再现了 MIMO 信道的相关性和衰落特性,而天线阵列的相位偏移作用却并没有得到体现。只要天线元之间高度相关,上述模型沿天线阵列产生的平均相位变化为 0,这意味着入射电波的平均波达方向(Direction of Arrival, DOA)对应于天线阵列的法线。因为两个天线元之间的相位差与 $\sin$ 函数值成正比,其中 g 即为 DOA。另外,当使用功率相关系数时并未考虑相位信息,这样会造成传输系数的相位关系的丢失。针对这两种情况,可以对上述模型进行修改,在数学上,只要把式(3-29)改成如下的形式即可:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{W}(\bar{\phi}_{\text{RX}}) \int \mathbf{H}(\tau) \mathbf{s}(t - \tau) d\tau \quad (3-40)$$

其中, $\mathbf{W}(\bar{\phi}_{\text{RX}})$ 为一个对角矩阵, $\bar{\phi}_{\text{RX}}$ 为 AOA 的平均值。 $\mathbf{W}(\bar{\phi}_{\text{RX}})$ 的定义如下:

$$\mathbf{W}(\bar{\phi}_{\text{RX}}) = \begin{bmatrix} w_1(\phi) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_2(\phi) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & w_M(\phi) \end{bmatrix} \quad (3-41)$$

式(3-44)中, $w_m(\phi)$ 提供了相对于第一个接收阵元的平均相位偏移信息。 $w_m(\phi)$ 的计算式为

$$w_m(\phi) = f_m(\phi) \exp \left[-j(m-1) \frac{2\pi d \sin \phi}{\lambda} \right] \quad (3-42)$$

其中, $f_m(\phi)$ 为第 m 根天线元的复值辐射模式, λ 为载波的波长。当 $L=1$ 时,上述 MIMO 信道模型由一个宽带模型变为窄带模型。此时,式(3-29)变为

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{H}(t) \mathbf{s}(t) \quad (3-43)$$

注意到,式(3-27)表示了一个简单的抽头延迟线模型,只是 L 个抽头中每一个抽头的信道传输系数由一个标量变成了一个矩阵,该矩阵的大小由 MIMO 无线通信系统收发两端的的天线个数决定。因此,该信道模型可以看成由 SISO 信道模型到 MIMO 信道模型的一个推广,并且可以通过选择适当的时延和平均功率、多普勒频移等参数,表达具有特定多普勒扩展、时延扩展以及按照某种规律衰减的功率时延分布(即 MIMO 信道的时频衰落统计特征)。

3.3.3 相关性建模的一种等效形式

上述 MIMO 信道模型在对信道的空间相关性进行建模时,按照式(3-39)对 $\mathbf{R}_{\text{TX}}$ 和 $\mathbf{R}_{\text{RX}}$ 求矩阵的克罗尼克乘积,得到 MIMO 信道的整体相关矩阵 $\mathbf{R}_{\text{MIMO}}$,然后对 $\mathbf{R}_{\text{MIMO}}$ 进行相应的

矩阵分解,从而得到 MIMO 信道的空间相关矩阵。这里介绍对信道相关性进行建模的一种等效形式。

在分别得到了发射端和接收端的空间相关矩阵 $\mathbf{R}_{\text{TX}}$ 和 $\mathbf{R}_{\text{RX}}$ 以后,直接对 $\mathbf{R}_{\text{TX}}$ 和 $\mathbf{R}_{\text{RX}}$ 分别进行矩阵分解,而不是先求克罗尼克乘积然后再分解。在窄带信道时,MIMO 信道的矩阵可以表示为

$$\mathbf{H} = (\mathbf{R}_{\text{RX}})^{1/2} \mathbf{G} (\mathbf{R}_{\text{TX}})^{T/2} \quad (3-44)$$

式(3-44)中, $\mathbf{G}$ 是 $M \times N$ 的随机矩阵,其元素为独立同分布的零均值复高斯变量,并经过了相应的信道多普勒谱成形; $(\cdot)^{1/2}$ 表示矩阵的平方根分解。在宽带信道的情况下,每一个抽头上的信道矩阵都按照式(3-44)产生,即第 l 根抽头上的信道矩阵为

$$\mathbf{H}_l = (\mathbf{R}_{\text{RX}}^l)^{1/2} \mathbf{G}_l (\mathbf{R}_{\text{TX}}^l)^{T/2} \quad (3-45)$$

3.3.4 LoS 信道矩阵

上述 MIMO 模型没有考虑传播环境中存在直接视距(LoS)分量的情况。当传播环境中存在 LoS 路径时,MIMO 信道矩阵可以被分为一个固定矩阵(常量,视距)和一个瑞利矩阵(变量,非视距)。以两根发射天线、两根接收天线的 MIMO 系统为例,在窄带信道的情况下,信道矩阵可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \sqrt{P} \left(\sqrt{\frac{K}{K+1}} \mathbf{H}_F + \sqrt{\frac{1}{K+1}} \mathbf{H}_V \right) \\ &= \sqrt{P} \left(\sqrt{\frac{K}{K+1}} \begin{bmatrix} e^{j\phi_{11}} & e^{j\phi_{12}} \\ e^{j\phi_{21}} & e^{j\phi_{22}} \end{bmatrix} + \sqrt{\frac{1}{K+1}} \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \quad (3-46)$$

式(3-46)中, X_{ij} (第 i 个接收天线与第 j 个发射天线之间)为 NLoS 瑞利矩阵 $\mathbf{H}_V$ 的元素, $\mathbf{H}_V$ 由前两节中所述的方法产生; $e^{j\phi_{ij}}$ 是 LoS 矩阵 $\mathbf{H}_F$ 的元素; K 为莱斯因子,表示 LoS 分量功率与散射分量功率的比值; P 为信道的功率。 $\mathbf{H}_F$ 的计算式为

$$\mathbf{H}_F = \begin{bmatrix} 1 \\ \exp\left(j \frac{2\pi}{\lambda} d_{\text{RX}} \sin(\text{AOA})\right) \\ \vdots \\ \exp\left(j \frac{2\pi}{\lambda} d_{\text{RX}} \sin[(M-1)\text{AOA}]\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \exp\left(j \frac{2\pi}{\lambda} d_{\text{TX}} \sin(\text{AOD})\right) \\ \vdots \\ \exp\left(j \frac{2\pi}{\lambda} d_{\text{TX}} \sin[(N-1)\text{AOD}]\right) \end{bmatrix}^T \quad (3-47)$$

d_{RX} 与 d_{TX} 分别为接收天线和发射天线的间距, M 与 N 分别表示接收天线与发射天线的数目,AOA 与 AOD 分别表示到达角和离开角。当信道是时变信道的时候,式(3-47)中的 $\mathbf{H}_F$ 需要再乘以一个莱斯相位向量 $\exp[j2\pi f_m \cos(\pi/4)t]$, f_m 为信道的最大多普勒频移。

3.3.5 发射天线与接收天线的空间相关性

相关系数 ρ 在数学上定义为

$$\rho = \langle a, b \rangle = \frac{E[ab^*] - E[a]E[b^*]}{\sqrt{(E[|a|^2] - |E[a]|^2)(E[|b|^2] - |E[b]|^2)}} \quad (3-48)$$

其中,符号 $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 表示求相关系数,符号 $*$ 表示复数共轭。根据 a 和 b 的性质,可以定义 3

种不同的相关系数：复数相关系数、包络相关系数和功率相关系数。考虑两个复数变量 x 和 y ，其复数相关系数、包络相关系数和功率相关系数分别为

$$\rho_c = \langle x, y \rangle \quad (3-49)$$

$$\rho_e = \langle |x|, |y| \rangle \quad (3-50)$$

$$\rho_p = \langle |x|^2, |y|^2 \rangle \quad (3-51)$$

限于测量设备等因素，以前对信道相关系数的探讨更多地集中于包络相关系数和功率相关系数。然而，对于 MIMO 信道建模来说，复数相关系数包含了能反映信道特性的较全面的信息，即幅度和相位，具有更好的性能。对于瑞利衰落信道，复数相关系数和功率相关系数有如下关系：

$$\rho_p = |\rho_c|^2 \quad (3-52)$$

3.3.6 信道的相关性和功率谱密度

1. 信道的相关性

下面介绍随机信道的相关性原理，定义复基带信道关于频率、时间及空间的自相关函数。

在概率论中，相关性是对某一随机事件的两个观测结果之间进行预测的手段。在比较两个随机变量 X 和 Y 时，如果 X 的观测结果可以提供一些对 Y 的观测结果的预测信息，反之亦然，就说 X 和 Y 是有关联的。随机事件之间较大的相关性也就意味着较大的可预测性。例如，某一天日照量的多少与这一天平均气温的高低两个随机事件之间的相关性是较强的，因为晴天比阴天气温高。

如果两个随机变量 X 和 Y 不相关，那么即使知道 X 的值也不能提供关于 Y 的任何预测信息，反之亦然。举一个不相关的例子，例如某一天日照量的多少与这一天麻将游戏的获利者数目这样两个随机事件是不相关的。

可以用严格的数学方法定义随机变量不相关的条件：

对不相关的 X 和 Y ，

$$E\{XY\} = 0 \quad (3-53)$$

2. 自相关的关系

表征一个随机过程的发展变化特性最常用的方法就是计算其自相关函数。一个时变的随机信道 $\tilde{h}(t)$ 的自相关函数 $C_{\tilde{h}}(t_1, t_2)$ 定义为

$$C_{\tilde{h}}(t_1, t_2) = E\{\tilde{h}(t_1)\tilde{h}^*(t_2)\} \quad (3-54)$$

式(3-54)通过对随机过程在任意两个时刻 t_1 和 t_2 的样本值的乘积取集平均捕获 $h(t)$ 随时间的演化。

在信道模型中研究的大多数随机过程都是广义平稳的随机过程(WSS)。根据定义可知，一个广义平稳的随机过程的自相关函数值仅仅依赖于两个时刻 t_1 和 t_2 之差是多少。换言之，其相关性不随绝对时间而变化。即

$$C_{\tilde{h}}(t_1, t_2) = C_{\tilde{h}}(t_1 + t_0, t_2 + t_0), \quad t_0 \text{ 为任意值} \quad (3-55)$$

因此，一个广义平稳的自相关函数通常被写成时间变量 Δt 的函数， $\Delta t = t_1 - t_2$ 。自相关函数的广义平稳定义如下：

$$C_{\tilde{h}}(\Delta t) = E\{\tilde{h}(t_1)\tilde{h}^*(t_1 - \Delta t)\} \quad (3-56)$$

作为关于频率 f 和空间 $\mathbf{r}$ 的函数的随机信道也有类似于广义宽平稳时间自相关函数的定义。

一个随机过程为广义平稳随机过程还需要满足的第二个条件是：除了上述自相关函数平稳以外，该随机过程的均值也必须是平稳的。以时变基带信道为例，当 $E\{\tilde{h}(t)\}$ 的值不是时间 t 的函数时，均值平稳就成立。由于自相关函数不具备广义平稳性，现实生活中的大多数随机过程都不能通过广义平稳的测试。然而，的确存在这样一些自相关函数满足广义平稳特性而均值却不满足平稳特性的随机过程。

自相关函数是二阶统计量。因为其刻画的是某一随机过程的两个样本点之间的关系。术语“阶数”是指用于计算统计量的样本点数。

以下分别是时变随机信道的一阶、二阶、三阶统计量表达式：

$$\tilde{\mu} = E\{\tilde{h}(t)\}, C_{\tilde{h}}(t_1, t_2) = E\{\tilde{h}(t_1)\tilde{h}^*(t_2)\}, E\{\tilde{h}(t_1)\tilde{h}^*(t_2) | h(t_3) |^2\} \quad (3-57)$$

3. 自协方差函数

自协方差函数 $C_{\tilde{h}}(\Delta t)$ 采用如下的定义，也就是对广义平稳随机过程去除其均值 μ 的二阶统计量：

$$\begin{aligned} \bar{C}_{\tilde{h}}(\Delta t) &= E\{[\tilde{h}(t_0 - \tilde{\mu})] \cdot [\tilde{h}^*(t_0 + \Delta t) - \tilde{\mu}^*]\} \\ &= C_{\tilde{h}}(\Delta t) - |\tilde{\mu}|^2 \end{aligned} \quad (3-58)$$

其中， $\tilde{\mu} = E\{\tilde{h}(t)\}$ 。

如果一个随机过程是零均值随机过程，那么其自相关函数就被称为自协方差函数。以时变信道为例，如果 $\tilde{\mu} = E\{\tilde{h}(t)\} = 0$ ，那么其自相关函数就是自协方差函数。

4. 自相关系数

自相关系数定义如下：

$$\rho_{\tilde{h}}(\Delta t) = \frac{C_{\tilde{h}}(\Delta t) - |\tilde{\mu}|^2}{C_{\tilde{h}}(0) - |\tilde{\mu}|^2} \quad (3-59)$$

其中， $\tilde{\mu} = E\{\tilde{h}(t)\}$ ， $C_{\tilde{h}}(0) = E\{\tilde{h}(t_1)\tilde{h}^*(t_1)\} = E\{|\tilde{h}(t_1)|^2\}$ 是平均能量，等于自相关函数在 $\Delta t = 0$ 时的取值。

可以看出，自相关系数的物理意义是对随机过程的平均能量进行归一化的结果。可以证明，对于所有的自变量 Δt ， $\rho_{\tilde{h}}(\Delta t) \leq 1$ 。自相关系数越大，意味着两个时间点的信道值相关性越强。

5. 功率谱密度函数

下面利用自相关函数和功率谱密度函数的傅里叶变换分析进一步阐述信道的特点。

可以对某一随机过程进行一种数学变换得到一个新的随机过程以描述其结果，或者说一个随机过程的傅里叶变换就是自身随机过程的另一种表达。因此，将一个随机的时变信道函数 $\tilde{h}(t)$ 做傅里叶变换就产生一个随频率变化的随机信道过程 $\tilde{H}(\omega)$ ，可以应用集合的统计量方法对之进行分析。

在频域定义自相关函数 $C_{\tilde{H}}(\omega_1, \omega_2)$ ，从众多文献中已经看到证明广义平稳随机过程的频谱互不相关，因此频域自相关函数必定具有如下的形式：

$$C_{\tilde{H}}(\omega_1, \omega_2) = 2\pi S_{\tilde{h}}(\omega_1) \delta(\omega_1 - \omega_2) \quad (3-60)$$

式(3-60)中的函数 $S_{\tilde{h}}(\omega_1)$ 就称为功率谱密度,它表征了随机信道 $\tilde{h}(t)$ 频谱的功率在频域中的分布状况。功率谱密度是用于分析广义平稳随机过程极其重要的频域工具。

傅里叶变换仅对于能量信号有严格的定义。所有的广义平稳随机过程都是功率信号。因此,其频谱的自相关函数 $C_{\tilde{H}}(\omega_1, \omega_2)$ 都为无穷大。在后面将通过在所有的频谱分析中采用有限值的功率谱密度 $S_{\tilde{h}}(\omega_1)$ 表达频域自相关函数。用式(3-60)中的函数 $\delta(\omega_1 - \omega_2)$ “吸收”无穷大数值,这也就是 $S_{\tilde{h}}(\omega_1)$ 被称为功率谱密度函数的原因。

通过维纳-辛钦定理可以看到功率谱密度的作用。该定理表明广义平稳随机过程的自相关函数与其功率谱密度函数互为傅里叶变换对:

$$S_{\tilde{h}}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} C_{\tilde{h}}(\Delta t) \exp(-j\omega \Delta t) d\Delta t \quad (3-61)$$

$$C_{\tilde{h}}(\Delta t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\tilde{h}}(\omega) \exp(-j\omega \Delta t) d\omega \quad (3-62)$$

维纳-辛钦定理表明研究信号在时域中的自相关特性与研究该信号在频域中的平均功率相互等价。因此,对广义平稳随机过程的同一个二阶统计量就存在两种描述方法,即广义平稳随机过程的自相关函数与其功率谱密度函数是一对傅里叶变换对。

证明: 根据定理 3-1,自相关函数可以写成

$$C_{\tilde{h}}(t_1, t_2) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} C_{\tilde{H}}(\omega_1, \omega_2) \exp(j[\omega_1 t_1 - \omega_2 t_2]) d\omega_1 d\omega_2 \quad (3-63)$$

对于广义平稳随机过程,有

$$\begin{aligned} C_{\tilde{h}}(t_1, t_2) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\tilde{h}}(\omega_1) \delta(\omega_1 - \omega_2) \exp(j[\omega_1 t_1 - \omega_2 t_2]) d\omega_1 d\omega_2 \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\tilde{h}}(\omega_2) \exp[j\omega_2(t_1 - t_2)] d\omega_2 \end{aligned} \quad (3-64)$$

令 $\omega_1 = \omega_2$ 及 $\Delta t = t_1 - t_2$, 即可得到式(3-62)描述的傅里叶变换关系。

6. 三维空间的统计量

在对空间选择性的讨论中,只研究了标量空间——线性的空间变量 r 运动。当然,在实际系统中无线接收机能够在三维空间中工作,这就要求增加其空间表示的自由度,在频域中也同样需要增加相应的自由度。对一个三维的位置函数进行傅里叶变换其实就是对标量坐标进行三重傅里叶变换。因此,将变换对写为

$$\tilde{h}(x, y, z) \leftrightarrow \tilde{H}(k_x, k_y, k_z) \quad (3-65)$$

其中, x, y 和 z 是笛卡儿位置坐标,而 k_x, k_y 和 k_z 是它们在频域中对应的波数。三重傅里叶变换意味着需要进行 3 次积分,其表示如下:

$$\tilde{H}(k_x, k_y, k_z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{h}(x, y, z) \exp[-j(k_x x + k_y y + k_z z)] dx dy dz \quad (3-66)$$

式(3-66)中的表示方法比较烦琐。可以采用一组向量符号来简化概念。

首先,位置标量和波数标量的相关性分别被叠并成三维的位置向量和向量波数:

$$\mathbf{r} = x\mathbf{x} + y\mathbf{y} + z\mathbf{z} \quad (3-67)$$

$$\mathbf{k} = k_x\mathbf{x} + k_y\mathbf{y} + k_z\mathbf{z} \quad (3-68)$$

其中, $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ 表示单位向量。然后将对位置变量或波数变量的三重积分变为对一个向量偏

微分 $d\mathbf{r}$ 或 $d\mathbf{k}$ 的一重积分。这些一重积分被定义为

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{r} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dx dy dz \quad (3-69)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\mathbf{k} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x dk_y dk_z \quad (3-70)$$

利用上述结论进行替换,得到关于位置向量的傅里叶变换及傅里叶反变换对:

$$\tilde{H}(\mathbf{k}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{h}(\mathbf{r}) \exp(-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (3-71)$$

$$\tilde{h}(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{H}(\mathbf{k}) \exp(j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) d\mathbf{k} \quad (3-72)$$

其中 $(\cdot)$ 表示内积:

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = xk_x + yk_y + zk_z \quad (3-73)$$

这种简洁的向量符号使得定义一个三维的空间自相关函数和向量波数功率谱密度变得更容易。三维的空间自相关函数定义如下:

$$C_{\tilde{h}}(\Delta\mathbf{r}) = E\{\tilde{h}(\mathbf{r})\tilde{h}^*(\mathbf{r} + \Delta\mathbf{r})\} \quad (3-74)$$

该随机信道的波数功率谱密度函数可通过对其进行傅里叶变换得到

$$S_{\tilde{h}}(\mathbf{k}) = \int_{-\infty}^{+\infty} C_{\tilde{h}}(\Delta\mathbf{r}) \exp(-j\mathbf{k} \cdot \Delta\mathbf{r}) d\Delta\mathbf{r} \quad (3-75)$$

表 3-1 总结了时间、频率、标量空间和向量空间自相关函数与相应的多普勒谱、时延谱、波数谱和向量波数谱的对应关系。

表 3-1 自相关函数与功率谱密度函数的对应关系

自相关函数	功率谱密度函数
时间自相关 $C_{\tilde{h}}(\Delta t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\tilde{h}}(\omega) \exp(j\omega \Delta t) d\omega$	多普勒谱 $S_{\tilde{h}}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} C_{\tilde{h}}(\Delta t) \exp(-j\omega \Delta t) d\Delta t$
频率自相关 $C_{\tilde{h}}(\Delta f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\tilde{h}}(\tau) \exp(-j2\pi\tau \Delta f) d\tau$	时延谱 $S_{\tilde{h}}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} C_{\tilde{h}}(\Delta f) \exp(j2\pi\tau \Delta f) d\Delta f$
标量空间自相关 $C_{\tilde{h}}(\Delta\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\tilde{h}}(\mathbf{k}) \exp(j\mathbf{k} \cdot \Delta\mathbf{r}) d\mathbf{k}$	波数谱 $S_{\tilde{h}}(\mathbf{k}) = \int_{-\infty}^{+\infty} C_{\tilde{h}}(\Delta\mathbf{r}) \exp(-j\mathbf{k} \cdot \Delta\mathbf{r}) d\Delta\mathbf{r}$
向量空间自相关 $C_{\tilde{h}}(\Delta\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\tilde{h}}(\mathbf{k}) \exp(j\mathbf{k} \cdot \Delta\mathbf{r}) d\mathbf{k}$	向量波数谱 $S_{\tilde{h}}(\mathbf{k}) = \int_{-\infty}^{+\infty} C_{\tilde{h}}(\Delta\mathbf{r}) \exp(-j\mathbf{k} \cdot \Delta\mathbf{r}) d\Delta\mathbf{r}$

3.4 信道联合统计量

自相关函数和功率谱密度函数不仅用于刻画具有单一自变量的随机信道,它们对于刻画具有多个自变量的随机信道也同样很有用。

3.4.1 联合自相关函数与频谱

为了协调随机信道各自变量之间的关系,最好先定义一个关于多普勒、时延和波数的联合功率谱密度函数。时间、频率和空间的函数的随机信道存在如下的傅里叶变换对:

$$\tilde{h}(t, f, r) \leftrightarrow \tilde{H}(\omega, \tau, k) \quad (3-76)$$

与单一自变量的分析类似,相关函数可以写成

$$C_{\tilde{H}}(\omega_1, \omega_2, \tau_1, \tau_2, k_1, k_2) = E\{\tilde{H}(\omega_1, \tau_1, k_1)\tilde{H}^*(\omega_2, \tau_2, k_2)\} \quad (3-77)$$

此外,若各频谱部分互不相关,可将式(3-77)写为

$$C_{\tilde{H}}(\omega_1, \omega_2, \tau_1, \tau_2, k_1, k_2) = 4\pi S_{\tilde{h}}(\omega_2, \tau_2, k_2) \delta(\omega_1 - \omega_2) \delta(\tau_1 - \tau_2) \delta(k_1 - k_2) \quad (3-78)$$

式(3-78)描述的多自变量随机过程被称为广义平稳不相关散射(WSSUS)随机过程。

对包含多个自变量的 WSSUS 信道定义其自相关函数并应用维纳-辛钦定理。依照式(3-78)中单一自变量的自相关函数的定义推广,得到

$$C_{\tilde{h}}(\Delta t, \Delta f, \Delta r) = E\{\tilde{h}(t, f, r)\tilde{h}^*(t + \Delta t, f + \Delta f, r + \Delta r)\} \quad (3-79)$$

对随机过程应用维纳-辛钦定理,可得到其自相关函数与功率谱密度函数的如下傅里叶变换关系:

$$C_{\tilde{h}}(\Delta t, \Delta f, \Delta r) \leftrightarrow S_{\tilde{h}}(\omega, \tau, k) \quad (3-80)$$

在例 3-1 中演示了对一个包含多个自变量的随机信道如何应用上述定义。

例 3-1: 随机信道自相关函数和功率谱密度函数求解

包含多个自变量的随机信道自相关函数和功率谱密度函数求解。假定一个广义平稳随机信道的自相关函数具有如下形式:

$$C_{\tilde{h}}(\Delta t, \Delta f, \Delta r) = \frac{S_0 \sigma_\tau \cos(k_0 \Delta r)}{1 + j2\pi \Delta f \sigma_\tau} \delta(\Delta t) \quad (3-81)$$

试求其功率谱密度函数 $S_{\tilde{h}}(\omega, \tau, k)$ 的表达式。

解: 通过对自相关函数进行傅里叶变换即可求解。

$$\begin{aligned} S_{\tilde{h}}(\omega, \tau, k) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} C_{\tilde{h}}(\Delta t, \Delta f, \Delta r) \exp[j(2\pi\tau\Delta f - \omega\Delta t - k\Delta r)] d\Delta t d\Delta f d\Delta r \\ &= S_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(\Delta t) \exp(-j\omega\Delta t) d\Delta t \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sigma_\tau \exp(j2\pi\tau\Delta f)}{1 + j2\pi\Delta f \sigma_\tau} d\Delta f \\ &\quad \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(k_0 \Delta r) \exp(-jk\Delta r) d\Delta r \\ &= \frac{S_0}{2} [\delta(k - k_0) + \delta(k + k_0)] \exp\left(-\frac{\tau}{\sigma_\tau}\right) u(\tau) \end{aligned} \quad (3-82)$$

一个随机过程关于某一自变量可能是广义平稳的,但是并不满足联合广义平稳这一条件。为了更好地理解这一点,看下面以多普勒和时延为自变量的频谱联合相关函数的例子:

$$C_{\tilde{H}}(\omega_1, \omega_2, \tau_1, \tau_2) = 2\pi S_{\tilde{h}}(\omega_2, \tau_2) \delta(\omega_1 - \omega_2 + \tau_1 - \tau_2) \delta(\tau_1 - \tau_2) \quad (3-83)$$

从自相关函数得到的该谱函数的相关性就是其仅仅依赖于 $\tau_1 - \tau_2$ 和 $\omega_1 - \omega_2$ 。然而交叉项使得多普勒与时延具有相关性,这增加了对二阶统计量分析的复杂性。