

第3章 模拟调制系统

3.1 学习辅导

3.1.1 教学背景

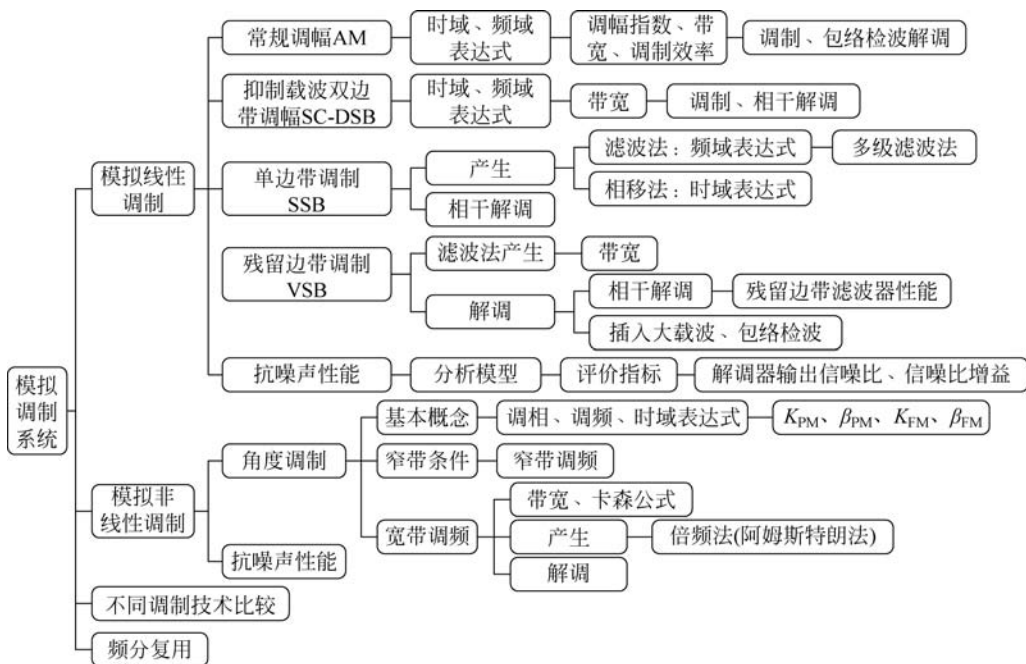
通信的目的是实现信息的有效传输。携带信息的信号有基带信号和频带信号。基带信号的频谱从零频或低频开始,频带信号的频谱分布在带通型信道的某一频带内。在大多数情况下信道是带通型的,所以需要采用频带信号的传输。调制的目的是把基带信号的频谱搬移到较高的频率上,以实现信号在带通型信道上的传输。

按基带信号的不同,调制分为模拟调制和数字调制。按已调信号频谱和基带信号频谱之间的关系,模拟调制又分为线性调制和非线性调制。线性调制是指已调信号频谱是基带信号频谱的线性搬移,非线性调制是指已调信号频谱不是基带信号频谱的线性搬移。

线性调制又称为幅度调制,包括常规调幅、双边带调制、单边带调制和残留边带调制。非线性调制又称为角调制,包括相位调制和频率调制。

模拟线性调制的实现方法简单,带宽不超过基带信号带宽的2倍,抗噪声性能较差。角调制中宽带调频信号的实现方法比模拟线性调制复杂,带宽超过基带信号带宽的2倍,抗噪声性能较强。宽带调频信号的应用更加广泛。

3.1.2 知识点框图



3.1.3 学习目标

- (1) 解释模拟调制的含义。解释模拟线性调制和模拟非线性调制的含义。
- (2) 列出常规调幅信号的时域表达式和频域表达式,计算信号带宽、调幅指数和调制效率,画出调制和解调框图。
- (3) 列出双边带信号的时域表达式和频域表达式,计算信号带宽,画出调制和解调框图。
- (4) 画出滤波法形成单边带信号的框图,对应滤波法列出单边带信号的频域表达式,计算信号带宽。画出相移法形成单边带信号的框图,对应相移法列出单边带信号的时域表达式。画出单边带信号相干解调的框图。
- (5) 画出用滤波法形成残留边带信号的框图,对应滤波法列出残留边带信号的频域表达式。通过相干解调的过程解释残留边带滤波器的特性。
- (6) 建立通信系统的抗噪声性能分析模型,列出抗噪声性能的指标。建立线性调制相干解调的抗噪声性能分析模型,了解信噪比增益公式的推导过程,计算信噪比实例。建立常规调幅包络检波的抗噪声性能分析模型,了解信噪比增益公式的推导过程,计算信噪比实例。比较各种线性调制信号的抗噪声性能。
- (7) 解释角调制的含义。
- (8) 比较窄带调频信号和常规调幅信号的异同点。
- (9) 对于宽带调频信号:
 - ① 列出单频调制的宽带调频信号的时域表达式和频域表达式。
 - ② 熟练使用卡森公式计算宽带调频信号的带宽。
 - ③ 用倍频法实现宽带调频信号的产生。
- (10) 建立宽带调频鉴频解调的抗噪声性能分析模型,了解信噪比增益公式的推导过程,计算信噪比实例。比较宽带调频信号和线性调制信号的抗噪声性能。
- (11) 了解预加重技术改善输出信噪比的原理和作用。
- (12) 说明复用的定义,分析频分复用的原理,用模拟调制实现频分复用。
- (13) 举例说明模拟通信系统的应用。

3.1.4 学习要点

1. 模拟线性调制系统

- (1) 常规调幅
 - 时域表达式,时域波形,调幅指数;
 - 频域表达式,频谱图,信号的带宽;
 - 常规调幅信号的功率,调制效率;
 - 常规调幅信号的调制和解调。
- (2) 抑制载波双边带调幅
 - 时域表达式,时域波形;
 - 频域表达式,频谱图,信号的带宽;
 - 双边带信号的调制与解调。

(3) 单边带调制

- 用滤波法形成单边带信号,单边带信号的频域表达式及带宽;
- 用相移法形成单边带信号,单边带信号的时域表达式;
- 单边带信号的相干解调。

(4) 残留边带调制

- 用滤波法形成残留边带信号,频域表达式及带宽;
- 残留边带滤波器的特性;
- 残留边带信号的相干解调和插入大载波的包络检波。

(5) 线性调制系统的抗噪声性能

- 通信系统的抗噪声性能分析模型;
- 抗噪声性能的指标:输出信噪比、信噪比增益;
- 双边带调制相干解调的抗噪声性能;
- 单边带调制相干解调的抗噪声性能;
- 常规调幅包络检波的抗噪声性能。

2. 模拟非线性调制系统

(1) 模拟角调制的基本概念

- 角调制的定义和表示;
- 调频和调相的关系。

(2) 宽带调频信号的描述和产生

- 单频调制的宽带调频信号的时域表达式和频域表达式;
- 宽带调频信号的带宽,卡森公式;
- 宽带调频信号的产生方法。

(3) 宽带调频信号的抗噪声性能

- 宽带调频信号的抗噪声性能分析模型;
- 宽带调频信号的抗噪声性能推导和计算;
- 增加传输带宽可换取信噪比的改善;
- 宽带调频信号的非相干解调有门限效应。

(4) 频分复用

- 复用的定义和目的;
- 频分复用的定义和原理;
- 频分复用的实现方法。

(5) 模拟通信系统的应用

- 模拟通信系统的组成实例;
- 模拟通信系统的典型应用。

3.1.5 学习难点

1. 调制信号、载波和已调信号

调制信号即基带信号,指来自信源的消息信号。当基带信号是模拟信号时通常称为模拟调制信号,当基带信号是数字信号时通常称为数字基带信号。

载波指未受调制的周期性振荡信号,如正(余)弦波或周期性脉冲信号。第3章使用的是正(余)弦波,相应的调制称为连续波调制。

已调信号是载波经过调制后的信号,通常以调制方式作为已调信号的名称,例如幅度调制信号、频率调制信号等。

2. 线性调制和非线性调制

线性调制是指已调信号频谱是基带信号频谱的线性搬移,非线性调制是指已调信号频谱不是基带信号频谱的线性搬移。

线性调制又称为幅度调制,包括常规调幅、双边带调制、单边带调制和残留边带调制。

非线性调制又称为角度调制,包括相位调制和频率调制。

3. 相干载波和相干解调

在调制中使用的载波称为调制载波。在线性调制信号的解调时,为了实现已调信号的频谱搬移,接收机中使用的载波和调制载波同频同相,所以接收机中的载波称为相干载波,相应的解调方法称为相干解调。

一般来说,相干载波要从接收信号中提取。对接收信号进行处理,使之具有载波分量(或载波倍频分量)后进行提取。提取的方法有直接提取和锁相环提取。直接提取载波的方法简单,但提取的载波不够稳定。锁相环提取载波的方法复杂,但提取的载波比较稳定。

有些发射机在发送已调信号的同时发送导频信号,接收机用滤波器滤出导频信号后将其放大作为解调载波使用。

4. 非相干解调方法和门限效应

相干解调没有门限效应。相干解调器由相乘器和低通滤波器组成,在解调过程中信号和噪声可以分开处理,所以没有门限效应。

常规调幅信号的非相干解调指的是包络检波,宽带调频信号的非相干解调指的是鉴频器解调。在非相干解调过程中信号和噪声无法分开处理。只有当输入信噪比较高时,解调器的输出信噪比才能达到使用要求。当输入信噪比低于一定数值时,解调器的输出信噪比急剧恶化,这种现象称为门限效应。出现门限效应时的输入信噪比称为门限值。门限效应由解调器的非线性解调作用引起,原则上说是无法避免的。在某些场合可通过技术手段降低门限值,也称为门限值的扩展。

5. 多级滤波法产生单边带信号

一般的调制信号都具有丰富的低频成分,经调制后得到的双边带信号的上、下边带之间的间隔很窄,当采用滤波法形成单边带信号时,要求滤波器具有陡峭的截止特性,实现困难。在工程中,一般采用多级滤波法,就是通过多级频率偏移和多级滤波的方法,人为增大上、下边带的间隔,达到增大单边带滤波器过渡带的效果,使得滤波法得以工程实现。

6. 宽带调频信号的功率分配

对于调频信号来说,已调信号和未调制载波的幅度是相同的,所以调频信号的功率和未调载波的功率相同。也就是说,调频信号的功率与调制过程及调频指数无关。

宽带调频信号的功率包括载波分量的功率和边频分量的功率,调制信号改变时载波分量的功率和边频分量的功率随之变化,但总功率保持不变。调制信号对调频信号的功率没有贡献,其作用是改变调频信号功率的分配。

7. 总结宽带调频信号的特点

宽带调频信号是非线性调制信号,已调信号频谱不是基带信号频谱的线性搬移。宽带调频信号的带宽大于基带信号带宽的2倍,而且带宽随调频指数增大而增大。宽带调频信号的抗噪声性能明显优于模拟线性调制信号,增加传输带宽可得到信噪比的改善,具有以带宽换取信噪比的重要特性。宽带调频信号的非相干解调有门限效应。

8. 几组有关联的定义

(1) 单边带宽和双边带宽

单边带宽是指信号在正频率一侧的带宽,双边带宽是指信号在正、负频率两侧的带宽。实际的信号只有在正频率一侧的带宽,即单边带宽。使用双边带宽是为了便于在频域中分析问题。

(2) 噪声的单边功率谱密度和双边功率谱密度、窄带噪声功率

噪声的单边功率谱密度是指噪声功率只在正频率一侧的分布,通常用 n_0 表示。双边功率谱密度是指噪声功率在正、负频率两侧的分布,通常用 $n_0/2$ 表示。窄带噪声功率可以由单边功率谱密度 n_0 和单边带宽 B 求出,也可以由双边功率谱密度 $n_0/2$ 和双边带宽 $2B$ 求出,其结果是一致的。在提到信道条件时,有时使用单边功率谱密度 n_0 ,有时使用双边功率谱密度 $n_0/2$ 。

(3) 单边带信号和双边带信号

单边带信号是指经过调制以后只有一个边带的信号,其带宽 B 与基带信号带宽 W 相同。双边带信号是指经过调制以后有两个边带的信号,其带宽 B 是基带信号带宽 W 的2倍。

3.1.6 学习后记

根据通信系统的信道中传输的信号是模拟信号还是数字信号,将通信方式分为模拟通信和数字通信。

第3章讨论了模拟通信系统。模拟通信是最早发展起来的通信方式。模拟通信系统的组成简单,信号占用的带宽窄,但是抗噪声性能差。模拟通信目前主要应用于电视和广播。

数字通信是在模拟通信的基础上发展起来的通信方式。数字通信有模拟通信不可比拟的优点,数字通信自20世纪60年代以来发展极为迅速,逐渐替代模拟通信,到20世纪80年代已成为主流的通信方式。

大量需要传输的信号是模拟信号,为了用数字通信系统传输模拟信号,首先要设法把模拟信号转换为数字信号,然后用数字通信系统进行传输。

第4章将讨论通过数字化手段把模拟信号转换为数字信号。第5章和第6章将讨论数字信号的传输。

3.2 习题解答

3.1 幅度为 A_0 的载波受到幅度为 A_m 的单频余弦波调制产生调幅波。

(1) 试画出其时间波形;

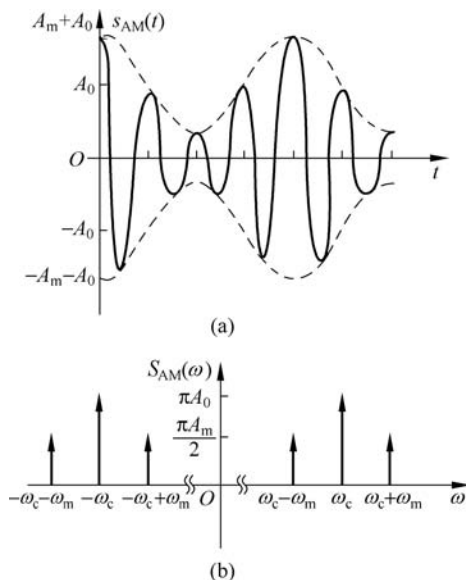
(2) 试画出其频谱组成;

(3) 指出什么时候开始过调幅。

解 由题目已知条件可写出此调幅波的时域表达式为

$$s_{AM}(t) = (A_0 + A_m \cos \omega_m t) \cos \omega_c t$$

(1) 调幅波的时间波形如图题解 3-1(a)所示。



图题解 3-1

(2) 已知调幅波的时域表达式后,通过傅里叶变换可求出它的频谱为

$$\begin{aligned} S_{AM}(\omega) = & \pi A_0 [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)] + \\ & \frac{\pi A_m}{2} [\delta(\omega - \omega_c - \omega_m) + \delta(\omega + \omega_c + \omega_m) + \\ & \delta(\omega - \omega_c + \omega_m) + \delta(\omega + \omega_c - \omega_m)] \end{aligned}$$

频谱组成如图题解 3-1(b)所示。

(3) 载波的幅度为 A_0 , 调制信号为单频余弦波, 幅度为 A_m , 根据调幅波的性质可知, 当 $A_m > A_0$ 时出现过调幅。

3.2 使用题 3.1 的 AM 波。

(1) 试求在 $A_m = \frac{1}{4}A_0, \frac{1}{2}A_0, \frac{3}{4}A_0$ 和 A_0 时的总边带功率;

(2) 画出调制效率与调幅指数 A_m/A_0 的依赖关系。

解 (1) 题 3.1 中的 AM 波表达式为

$$s_{AM}(t) = (A_0 + A_m \cos \omega_m t) \cos \omega_c t$$

调制信号 $f(t)$ 表达式为

$$f(t) = A_m \cos \omega_m t$$

调幅波的边带功率计算公式为

$$P_f = \frac{\overline{f^2(t)}}{2}$$

可求此调幅波的边带功率为

$$P_f = \frac{\overline{(A_m \cos \omega_m t)^2}}{2} = \frac{1}{4} A_m^2$$

所以,当 $A_m = \frac{1}{4} A_0$ 时

$$P_f = \frac{1}{4} A_m^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{A_0^2}{16} = \frac{A_0^2}{64}$$

当 $A_m = \frac{1}{2} A_0$ 时

$$P_f = \frac{1}{4} A_m^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{A_0^2}{4} = \frac{A_0^2}{16}$$

当 $A_m = \frac{3}{4} A_0$ 时

$$P_f = \frac{1}{4} A_m^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{9A_0^2}{16} = \frac{9A_0^2}{64}$$

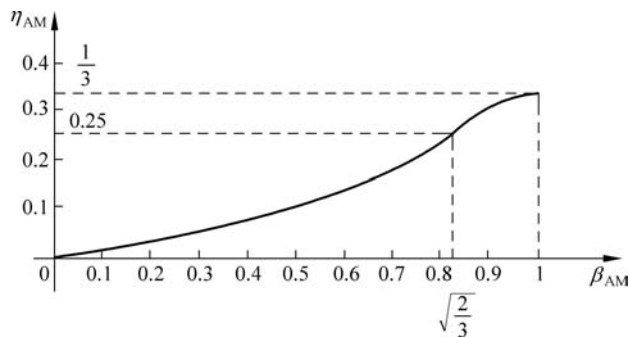
当 $A_m = A_0$ 时

$$P_f = \frac{1}{4} A_m^2 = \frac{A_0^2}{4}$$

(2) 调制效率 η_{AM} 与调幅指数 β_{AM} 的关系式为

$$\eta_{AM} = \frac{P_f}{P_{AM}} = \frac{P_f}{P_c + P_f} = \frac{\overline{f^2(t)}}{A_0^2 + \overline{f^2(t)}} = \frac{A_m^2}{2A_0^2 + A_m^2} = \frac{\beta_{AM}^2}{2 + \beta_{AM}^2}$$

上式经数学推导可知,调制效率 η_{AM} 随调幅指数 β_{AM} 增大而增大,其中在 $\beta_{AM} = \sqrt{2/3}$ 处有拐点。由此可画出调制效率与调幅指数的依赖关系,如图题解 3-2 所示。



图题解 3-2

3.3 如果调制信号改为峰-峰值为 $2A_m$ 的方波,重复题 3.2 的内容,并进行比较。

解 (1) 调幅波的边带功率计算公式为

$$P_f = \frac{\overline{f^2(t)}}{2}$$

当 $f(t)$ 为峰-峰值为 $2A_m$ 的方波时,边带功率为

$$P_f = \frac{\overline{f^2(t)}}{2} = \frac{A_m^2}{2}$$

所以,当 $A_m = \frac{1}{4}A_0$ 时

$$P_f = \frac{\overline{f^2(t)}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{A_0^2}{16} = \frac{A_0^2}{32}$$

当 $A_m = \frac{1}{2}A_0$ 时

$$P_f = \frac{\overline{f^2(t)}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{A_0^2}{4} = \frac{A_0^2}{8}$$

当 $A_m = \frac{3}{4}A_0$ 时

$$P_f = \frac{\overline{f^2(t)}}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{9A_0^2}{16} = \frac{9A_0^2}{32}$$

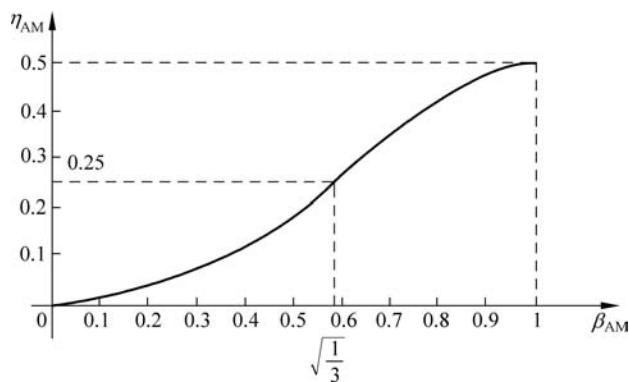
当 $A_m = A_0$ 时

$$P_f = \frac{\overline{f^2(t)}}{2} = \frac{A_0^2}{2}$$

(2) 调制效率 η_{AM} 与调幅指数 β_{AM} 的关系式为

$$\eta_{AM} = \frac{P_f}{P_{AM}} = \frac{P_f}{P_c + P_f} = \frac{\overline{f^2(t)}}{A_0^2 + \overline{f^2(t)}} = \frac{A_m^2}{A_0^2 + A_m^2} = \frac{\beta_{AM}^2}{1 + \beta_{AM}^2}$$

上式经数学推导可知,调制效率 η_{AM} 随调幅指数 β_{AM} 增大而增大,其中在 $\beta_{AM} = \sqrt{1/3}$ 处有拐点。由此可画出调制效率与调幅指数的依赖关系,如图题解 3-3 所示。



图题解 3-3

3.4 如果原来是 100% 的单音调幅波通过滤波器后使其上边带幅度降低一半,试求其输出波形的时间表示式。

解 100% 的单音调幅波可表示为

$$s_{AM}(t) = (A_0 + A_m \cos \omega_m t) \cos \omega_c t$$

由傅里叶变换可求出其频谱为

$$S_{AM}(\omega) = \pi A_0 [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)] + \\ \frac{1}{2} \pi A_m [\delta(\omega - \omega_c - \omega_m) + \delta(\omega + \omega_c + \omega_m)] + \\ \frac{1}{2} \pi A_m [\delta(\omega - \omega_m + \omega_c) + \delta(\omega + \omega_m - \omega_c)]$$

调幅波经过滤波器后其上边带幅度降低一半,则其输出波形的频谱为

$$S_{AM}(\omega) = \pi A_0 [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)] + \\ \frac{1}{4} \pi A_m [\delta(\omega - \omega_c - \omega_m) + \delta(\omega + \omega_c + \omega_m)] + \\ \frac{1}{2} \pi A_m [\delta(\omega - \omega_m + \omega_c) + \delta(\omega + \omega_m - \omega_c)]$$

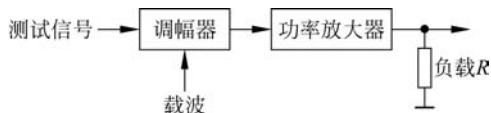
根据傅里叶反变换,可求出输出波形的时域表达式为

$$s_{AM}(t) = A_0 \cos \omega_c t + \frac{A_m}{4} \cos[(\omega_c + \omega_m)t] + \frac{A_m}{2} \cos[(\omega_c - \omega_m)t]$$

3.5 已知一个 AM 发射机的负载为 50Ω 电阻,未调制时负载上的平均功率为 100W ,当调幅器输入端所加单频正弦测试信号的峰值幅度是 5V 时,在负载上的平均功率增高 50% ,试求:

- (1) 每个边带的平均输出功率;
- (2) 负载上的调幅指数;
- (3) 负载上的调幅波形的峰值幅度;
- (4) 当调制正弦波的幅度减小到 2V 时,求负载上的平均功率。

解 由题目条件可画出 AM 发射机的示意图,如图题解 3-5 所示。



图题解 3-5

- (1) 由题目条件可知,当调幅器未调制时负载上的平均功率为 100W ,即负载上的载波功率

$$P_c = 100\text{W}$$

当调幅器输入端所加单频正弦信号的峰值幅度是 5V 时,在负载上的平均功率增高 50% ,即此时负载上的调幅信号的功率为

$$P_{AM} = 100 \times (1 + 50\%) = 150(\text{W})$$

调幅信号的功率为载波功率与边带功率之和,由此可求出边带功率为

$$P_f = P_{AM} - P_c = 50(\text{W})$$

所以,每个边带的平均输出功率为

$$\frac{1}{2} P_f = 25(\text{W})$$

- (2) 调幅波的调制效率 η_{AM} 与调幅指数 β_{AM} 的关系为

$$\eta_{AM} = \frac{P_f}{P_{AM}} = \frac{\beta_{AM}^2}{2 + \beta_{AM}^2}$$

把 $P_{AM}=150\text{W}$, $P_f=50\text{W}$ 代入上式中,可求出调幅指数为

$$\beta_{AM}=1$$

(3) 方法一: 假设负载上的调幅波的表达式为 $(A_0 + A_m \sin \omega_m t) \cos \omega_c t$, 其中 A_0 为载波幅度, A_m 为调制信号幅度, 载波在电阻 R 上所消耗的平均功率为 P_c , 则有 $P_c R =$

$$\overline{(A_0 \cos \omega_c t)^2} = \frac{1}{2} A_0^2 (1 + \cos 2\omega_c t) = \frac{1}{2} A_0^2, \text{ 因此, 负载上的载波功率的计算式为}$$

$$P_c = \frac{A_0^2}{2R}$$

载波幅度可表示为

$$A_0 = \sqrt{2RP_c}$$

把 $P_c=100\text{W}$, $R=50\Omega$ 代入上式中,可求出负载上的载波幅度为

$$A_0 = \sqrt{2RP_c} = 100(\text{V})$$

由于放大器不改变调幅指数,可知负载上的调制信号幅度为

$$A_m = \beta_{AM} A_0$$

把 $\beta_{AM}=1$ 代入上式中,可求出负载上的调制信号幅度为

$$A_m = \beta_{AM} A_0 = 1 \times 100 = 100(\text{V})$$

所以,负载上的调幅波形的峰值幅度为

$$A_0 + A_m = 200(\text{V})$$

方法二: 利用功率与幅度的关系直接求解。50Ω 负载上的边带功率为 $P_f = \frac{\overline{f^2(t)}}{2R}$, 当采用单频正弦信号调制时

$$P_f = \frac{A_m^2}{4R} = 50(\text{W})$$

$$A_m = \sqrt{4P_f R} = \sqrt{4 \times 50 \times 50} = 100(\text{V})$$

则负载上的调幅波形的峰值幅度为 200(V)。

(4) 方法一: 本题中负载上的调幅波的边带功率为

$$P_f = \frac{1}{4R} A_m^2$$

即本题中调幅波的边带功率只与调制正弦波的幅度有关,设调制正弦波改变前后的幅度分别用 A_m 和 A_{m1} 来表示,那么改变前后的边带功率 P_f 和 P_{f1} 有如下关系:

$$\frac{P_{f1}}{P_f} = \left(\frac{A_{m1}}{A_m} \right)^2$$

当正弦波的幅度由 5V 减小到 2V 时,可求出

$$P_{f1} = \left(\frac{2}{5} \right)^2 P_f = 8(\text{W})$$

由于载波功率没有改变,所以此时输出端的平均输出功率 P_{AM1} 为

$$P_{AM1} = P_c + P_{f1} = 108(\text{W})$$

方法二: 通过幅度值求功率:

测试信号的峰值功率	负载上的调制信号幅度
$A_{\text{test}} = 5\text{V}$	$A_{\text{m}} = 100\text{V}$
$A_{\text{test1}} = 2\text{V}$	$A_{\text{m1}} = ?$

由于放大器对幅度值是等比放大,可得

$$A_{\text{m1}} = 40(\text{V})$$

则利用幅度与功率的关系

$$P_{\text{fl}} = \frac{A_{\text{m1}}^2}{4R} = \frac{40 \times 40}{4 \times 50} = 8(\text{W})$$

则输出端的平均输出功率

$$P_{\text{Am1}} = 108(\text{W})$$

3.6 把载波 $A_0 \cos \omega_c t$ 和信号 $f(t)$ 之和 $x(t)$ 加到一个平方律器件上,其输出为 $y(t) = kx^2(t)$, k 为常数。

(1) 求输出信号,在输出端出现什么类型信号?

(2) 为了得到不失真的调幅信号, ω_c 与信号带宽的关系应如何?

解 (1) 根据题目叙述的信号流程,可知输出信号为

$$\begin{aligned} y(t) &= kx^2(t) = k[A_0 \cos \omega_c t + f(t)]^2 \\ &= k[A_0^2 \cos^2 \omega_c t + 2A_0 f(t) \cos \omega_c t + f^2(t)] \\ &= k \left[A_0^2 \frac{\cos 2\omega_c t + 1}{2} + 2A_0 f(t) \cos \omega_c t + f^2(t) \right] \\ &= k \left[\frac{A_0^2}{2} + 2A_0 f(t) \cos \omega_c t + \frac{A_0^2 \cos 2\omega_c t}{2} + f^2(t) \right] \end{aligned}$$

从中可以看出,输出端信号包括直流、双边带信号、载波倍频项、信号平方项 4 种信号。

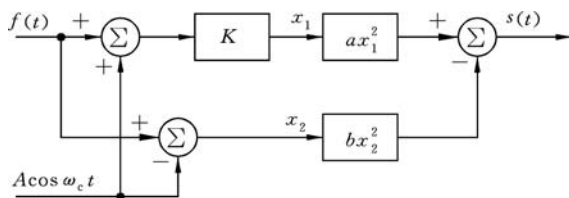
(2) 设 $f(t)$ 的最高频率为 ω_m , 则 $f(t)$ 的频谱范围为 $[-\omega_m, \omega_m]$, $f^2(t)$ 的频谱范围为 $[-2\omega_m, 2\omega_m]$, $A_0 f(t) \cos \omega_c t$ 的频谱范围为 $[-\omega_c - \omega_m, -\omega_c + \omega_m]$ 和 $[\omega_c - \omega_m, \omega_c + \omega_m]$, $A_0^2 \cos 2\omega_c t$ 的频谱是在 $\pm 2\omega_c$ 点上的两根谱线。为了得到不失真的调幅信号,要求输出信号的频谱不能有重叠,所以有

$$\omega_c - \omega_m \geq 2\omega_m$$

$$\omega_c \geq 3\omega_m$$

此时能得到不失真的调幅信号。

3.7 证明只要适当选择图题 3-7 中的放大器增益 K , 不用滤波器即可实现抑制载波双边带调制。



图题 3-7

证明 由图题 3-7 的框图可得求和输出信号为

$$\begin{aligned} s(t) &= a[K(f(t) + A\cos\omega_c t)]^2 - b[f(t) - A\cos\omega_c t]^2 \\ &= aK^2[f^2(t) + 2Af(t)\cos\omega_c t + A^2\cos^2\omega_c t] - \\ &\quad b[f^2(t) - 2Af(t)\cos\omega_c t + A^2\cos^2\omega_c t] \\ &= (aK^2 - b)f^2(t) + 2(aK^2 + b)Af(t)\cos\omega_c t + \\ &\quad A^2(aK^2 - b)\cos^2\omega_c t \end{aligned}$$

由上式可知,为了不用滤波器实现抑制载波双边带调制,应满足条件

$$aK^2 - b = 0$$

可求得

$$K = \pm \sqrt{\frac{b}{a}}$$

这时,输出信号为

$$s(t) = 2(aK^2 + b)Af(t)\cos\omega_c t$$

此信号为抑制载波的双边带信号。此题得证。

3.8 当调制信号为双频信号时,画出双边带信号的时间波形和频谱组成。其中,
 $f_1(t) = A\cos\omega_m t$, $f_2(t) = A\cos 2\omega_m t$, 并且载频 $\omega_c = 5\omega_m$ 。

解 当调制信号为双频信号时,设双边带信号为

$$s(t) = [f_1(t) + f_2(t)]\cos\omega_c t$$

由题意,把 $f_1(t) = A\cos\omega_m t$, $f_2(t) = A\cos 2\omega_m t$, $\omega_c = 5\omega_m$ 代入上式,可得双边带信号

$$\begin{aligned} s(t) &= (A\cos\omega_m t + A\cos 2\omega_m t)\cos\omega_c t \\ &= A(\cos\omega_m t + \cos 2\omega_m t)\cos\omega_c t \\ &= A(\cos\omega_m t\cos\omega_c t + \cos 2\omega_m t\cos\omega_c t) \\ &= \frac{A}{2}[\cos(\omega_c - \omega_m)t + \cos(\omega_c + \omega_m)t + \\ &\quad \cos(\omega_c - 2\omega_m)t + \cos(\omega_c + 2\omega_m)t] \\ &= \frac{A}{2}[\cos 4\omega_m t + \cos 6\omega_m t + \cos 3\omega_m t + \cos 7\omega_m t] \end{aligned}$$

双边带信号的时间波形如图题解 3-8(a)所示。

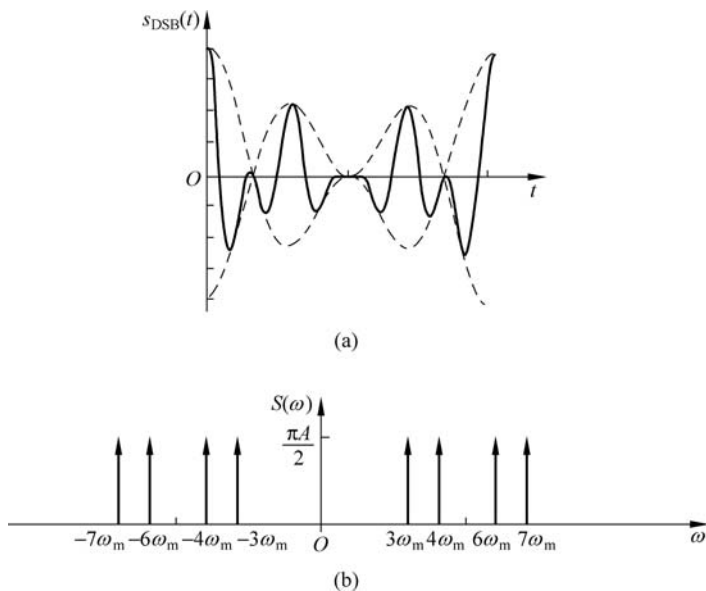
已知双边带信号的时域表达式后,通过傅里叶变换可求得双边带信号的频谱为

$$\begin{aligned} S(\omega) &= \frac{\pi A}{2}[\delta(\omega - 4\omega_m) + \delta(\omega + 4\omega_m) + \delta(\omega - 6\omega_m) + \\ &\quad \delta(\omega + 6\omega_m) + \delta(\omega - 3\omega_m) + \delta(\omega + 3\omega_m) + \\ &\quad \delta(\omega - 7\omega_m) + \delta(\omega + 7\omega_m)] \end{aligned}$$

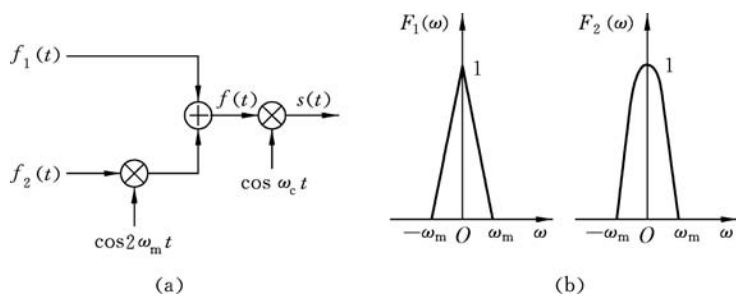
双边带信号的频谱如图题解 3-8(b)所示。

3.9 某通信系统发送部分如图题 3-9(a)所示,其中 $f_1(t)$ 及 $f_2(t)$ 是要传送的两个基带调制信号,它们的频谱如图题 3-9(b)所示。

- (1) 写出合成信号 $f(t)$ 的频谱表达式,并画出其频谱图;
- (2) 写出已调波 $s(t)$ 的频域表达式,并画出其频谱图。



图题解 3-8



图题 3-9

解 (1) 根据图题 3-9(a), 可知合成信号

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t)\cos 2\omega_m t$$

已知合成信号 $f(t)$ 的时域表达式后, 通过傅里叶变换可求得合成信号 $f(t)$ 的频谱为

$$F(\omega) = F_1(\omega) + \frac{1}{2}[F_2(\omega - 2\omega_m) + F_2(\omega + 2\omega_m)]$$

结合图题 3-9(b) 可以画出合成信号 $f(t)$ 的频谱, 如图题解 3-9(a) 所示。

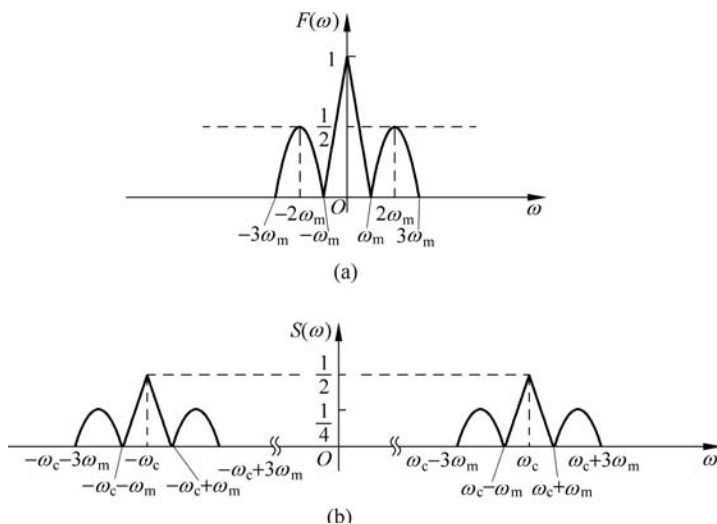
(2) 根据图题 3-9(a), 可知已调波为

$$s(t) = f_1(t)\cos\omega_c t + f_2(t)\cos 2\omega_m t\cos\omega_c t$$

已知已调波 $s(t)$ 的时域表达式后, 通过傅里叶变换可求得已调波 $s(t)$ 的频谱为

$$\begin{aligned} S(\omega) = & \frac{1}{2}[F_1(\omega - \omega_c) + F_1(\omega + \omega_c)] + \frac{1}{4}[F_2(\omega - \omega_c - 2\omega_m) + \\ & F_2(\omega - \omega_c + 2\omega_m)] + \frac{1}{4}[F_2(\omega + \omega_c - 2\omega_m) + \\ & F_2(\omega + \omega_c + 2\omega_m)] \end{aligned}$$

结合图题 3-9(b)可以画出已调波 $s(t)$ 的频谱,如图题解 3-9(b)所示。



图题解 3-9

3.10 设已调波为 $s_{\text{DSB}}(t) = f(t) \cos \omega_0 t$, 通过理想传输后, 若接收端相干载波相位误差为 $\Delta\theta$, 试问若使解调信号是最大值的 90%, 允许的 $\Delta\theta$ 是多少?

解 由题目条件, 可设相干载波为

$$c(t) = \cos(\omega_0 t + \Delta\theta)$$

接收端的已调波为

$$s_{\text{DSB}}(t) = f(t) \cos \omega_0 t$$

与相干载波相乘后为

$$\begin{aligned} s_{\text{DSB}}(t) \cdot c(t) &= f(t) \cos \omega_0 t \cdot \cos(\omega_0 t + \Delta\theta) \\ &= \frac{1}{2} f(t) \cos(2\omega_0 t + \Delta\theta) + \frac{1}{2} f(t) \cos \Delta\theta \end{aligned}$$

相乘结果经 LPF 后输出为

$$s_d(t) = \frac{1}{2} f(t) \cos \Delta\theta$$

若要使解调信号是最大值的 90%, 则要求

$$\cos \Delta\theta = 90\%$$

可求出允许的相位误差为

$$\theta = 25.8^\circ$$

3.11 若环行调制器中载波是方波, 频率为 f_c , 当调制信号是频率为 f_m 的单频余弦信号时, 求已调信号的频谱。

解 设方波信号 $c(t)$ 对应的傅里叶级数表示式为

$$c(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{j2n\pi f_c t}$$

与调制信号在环行调制器中相乘后为

$$c(t) \cdot f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n f(t) e^{j2n\pi f_c t}$$

取上式的傅里叶变换为

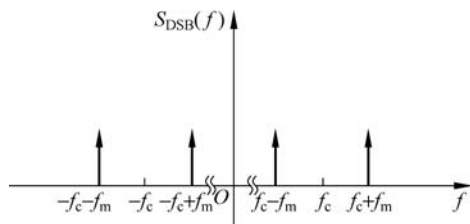
$$\mathcal{F}[c(t) \cdot f(t)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n F(\omega - 2n\pi f_c)$$

其中, $\mathcal{F}(\cdot)$ 为调制信号的傅里叶变换。

由上式可见, 相乘信号的频谱是以 $\pm 2n\pi f_c$ 为中心频率的无数组抑制载波的双边带信号, 经中心频率为 f_c 的带通滤波器后可得到一组抑制载波的双边带信号, 可表示为

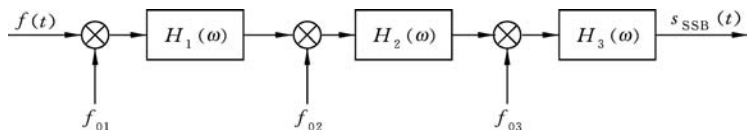
$$\begin{aligned} S_{\text{DSB}}(\omega) &= C_1 [F(\omega - 2\pi f_c) + F(\omega + 2\pi f_c)] \\ &= C_1 \pi [\delta(\omega - 2\pi f_c - \omega_m) + \delta(\omega - 2\pi f_c + \omega_m) + \\ &\quad \delta(\omega + 2\pi f_c - \omega_m) + \delta(\omega + 2\pi f_c + \omega_m)] \end{aligned}$$

由此可得, 已调信号频谱如图题解 3-11 所示。



图题解 3-11

3.12 试画出三级滤波法产生上边带信号的频谱搬移过程, 调制系统如图题 3-12 所示。其中, $f_{01} = 50\text{kHz}$, $f_{02} = 5\text{MHz}$, $f_{03} = 100\text{MHz}$, 调制信号为 $300 \sim 3400\text{Hz}$ 的语音信号。



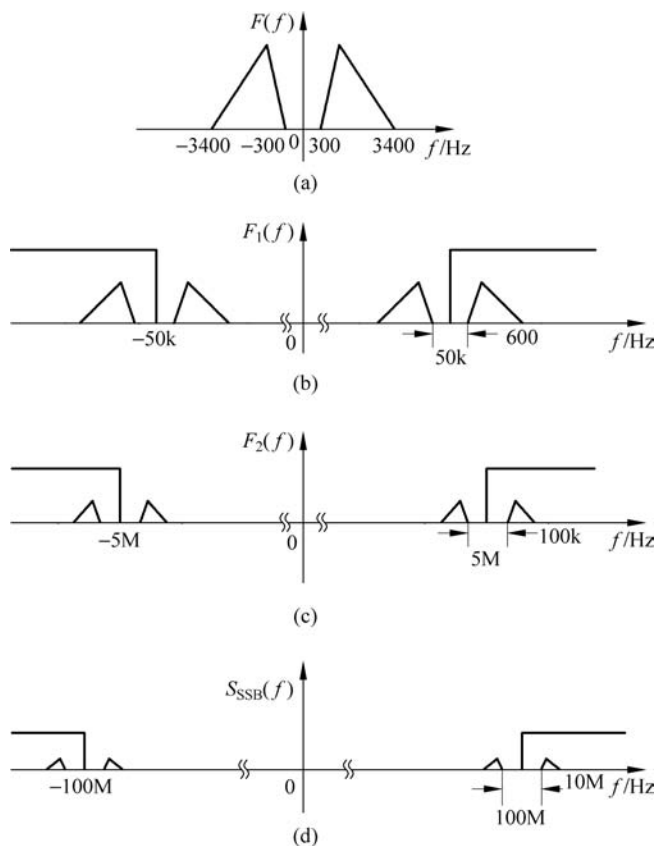
图题 3-12

解 由题目条件可知, 调制信号为 $300 \sim 3400\text{Hz}$ 的语音信号, 可画出语音信号的频谱图 $F(f)$ 如图题解 3-12(a) 所示。第一级调制使用的载波频率 $f_{01} = 50\text{kHz}$, 调制后上边带与下边带的频率间隔为 600Hz , 用第一级高通滤波器 $H_1(\omega)$ 滤出上边带信号 $F_1(f)$, 频谱搬移过程如图题解 3-12(b) 所示。用 $F_1(f)$ 作为调制信号, 第二级调制使用的载波频率 $f_{02} = 5\text{MHz}$, 调制后上边带与下边带的频率间隔约为 100kHz , 用第二级高通滤波器 $H_2(\omega)$ 滤出上边带信号 $F_2(f)$, 频谱搬移过程如图题解 3-12(c) 所示。用 $F_2(f)$ 作为调制信号, 第三级调制使用的载波频率 $f_{03} = 100\text{MHz}$, 调制后上边带与下边带的频率间隔约为 10MHz , 用第三级高通滤波器 $H_3(\omega)$ 滤出上边带信号 $F_3(f)$, 频谱搬移过程如图题解 3-12(d) 所示。

多级调制有效地增加了上边带与下边带的频率间隔, 为滤波器的实现提供条件。

3.13 图题 3-13 的系统是同一个载波被两个消息信号进行 SSB 调幅的一种方式, LPF、HPF 分别为低、高通滤波器, 截止频率均为 ω_c 。

(1) 当 $f_1(t) = \cos\omega_1 t$, $f_2(t) = \cos\omega_2 t$ 时, 试推导 $s(t)$ 的表示式;



图题解 3-12

(2) 画出适应 $s(t)$ 解调的框图。

解 (1) 由图题 3-13 可知, 在上支路中, $f_1(t)$ 与 $\cos\omega_c t$ 相乘后为

$$\begin{aligned} f_1(t)\cos\omega_c t &= \cos\omega_1 t \cos\omega_c t \\ &= \frac{1}{2}\cos(\omega_c + \omega_1)t + \frac{1}{2}\cos(\omega_c - \omega_1)t \end{aligned}$$

再经 LPF 滤波后输出为

$$\frac{1}{2}\cos(\omega_c - \omega_1)t$$

在下支路中, $f_2(t)$ 与 $\cos\omega_c t$ 相乘后为

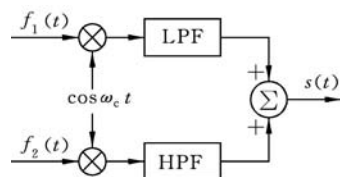
$$f_2(t)\cos\omega_c t = \cos\omega_2 t \cos\omega_c t = \frac{1}{2}\cos(\omega_c + \omega_2)t + \frac{1}{2}\cos(\omega_c - \omega_2)t$$

再经 HPF 滤波后输出为

$$\frac{1}{2}\cos(\omega_c + \omega_2)t$$

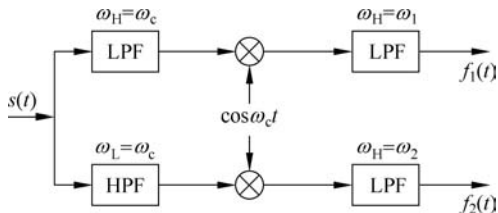
上支路中, 经滤波器输出的信号与下支路中经滤波器输出的信号相加后, 输出信号为

$$s(t) = \frac{1}{2}[\cos(\omega_c - \omega_1)t + \cos(\omega_c + \omega_2)t]$$



图题 3-13

(2) 适应 $s(t)$ 解调的框图如图题解 3-13 所示。在上支路中, $s(t)$ 信号先经过截止频率为 ω_c 的低通滤波器, 然后与本地载波相乘, 再经过截止频率为 ω_1 的低通滤波器, 输出即为 $f_1(t)$; 在下支路中, $s(t)$ 信号先经过截止频率为 ω_c 的高通滤波器, 然后与本地载波相乘, 再经过截止频率为 ω_2 的低通滤波器, 输出即为 $f_2(t)$, 解调完毕。



图题解 3-13

3.14 模拟保密通信中采用的一种倒频器由第一级乘法器、高通滤波器、第二级乘法器与低通滤波器级联而成。第一级与第二级乘法器所使用载波的频率分别为 f_c 与 $f_b + f_c$, 且 $f_c > f_b$ 。语音信号的频率范围为 (f_a, f_b) , 高通与低通滤波器的截止频率都等于 f_c 。

- (1) 画出倒频器框图;
- (2) 写出倒频器输出信号表达式, 并画出各级的频谱;
- (3) 设计一个接收系统, 以恢复原始语音信号。

解 (1) 由题意可画出倒频器框图如图题解 3-14(a) 所示。

(2) 由图题解 3-14(a) 可知, 调制信号经倒频器第一级乘法器再经过 HPF 后, 输出信号为上边带信号, 根据题意可知上边带信号

$$f_1(t) = \frac{1}{2} f(t) \cos \omega_c t - \frac{1}{2} \hat{f}(t) \sin \omega_c t$$

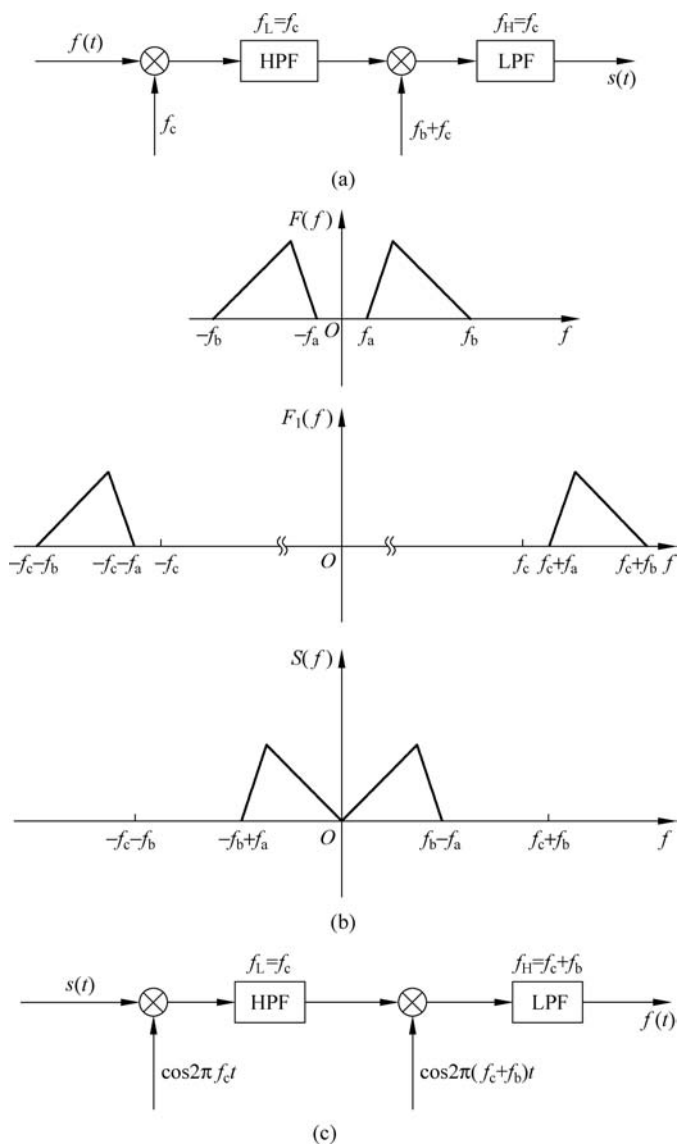
上边带信号 $f_1(t)$ 经第二级乘法器后, 再经过 LPF 后输出信号为下边带信号, 根据题意可知下边带信号

$$\begin{aligned} s(t) &= \frac{1}{2} f_1(t) \cos(\omega_c + \omega_b)t + \frac{1}{2} \hat{f}_1(t) \sin(\omega_c + \omega_b)t \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} f(t) \cos \omega_c t - \frac{1}{2} \hat{f}(t) \sin \omega_c t \right] \cos(\omega_c + \omega_b)t + \\ &\quad \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} f(t) \sin \omega_c t + \frac{1}{2} \hat{f}(t) \cos \omega_c t \right] \sin(\omega_c + \omega_b)t \\ &= \frac{1}{4} f(t) [\cos \omega_c t \cos(\omega_c + \omega_b)t + \sin \omega_c t \sin(\omega_c + \omega_b)t] + \\ &\quad \frac{1}{4} \hat{f}(t) [\cos \omega_c t \sin(\omega_c + \omega_b)t - \sin \omega_c t \cos(\omega_c + \omega_b)t] \\ &= \frac{1}{4} f(t) \cos \omega_b t + \frac{1}{4} \hat{f}(t) \sin \omega_b t \end{aligned}$$

由此可以画出信号 $s(t)$ 的各级频谱, 如图题解 3-14(b) 所示。

(3) 由 $s(t)$ 的产生过程可知调制信号经过了两次单边带调制, 相应地进行两次解调就可恢复出原始信号, 所以设计的接收系统如图题解 3-14(c) 所示。本题答案不唯一。

3.15 设下边带调制信号为 $s_{SSB}(t)$, 它的希尔伯特变换为 $\hat{s}_{SSB}(t)$ 。又设消息信号为



图题解 3-14

$f(t)$, 其希尔伯特变换为 $\hat{f}(t)$, 载波幅度为 A_c , 频率为 f_c 。

$$(1) \text{ 证明: } f(t) = \frac{2}{A_c} [s_{\text{SSB}}(t) \cos(2\pi f_c t) + \hat{s}_{\text{SSB}}(t) \sin(2\pi f_c t)]$$

及
$$\hat{f}(t) = -\frac{2}{A_c} [\hat{s}_{\text{SSB}}(t) \cos(2\pi f_c t) - s_{\text{SSB}}(t) \sin(2\pi f_c t)]$$

(2) 画出由上式原理构成的单边带接收机框图。

证明 (1) 假设单边带调制信号为下边带调制信号。

则保留下边带的单边带调制信号可表示为

$$s_{\text{SSB}}(t) = \frac{A_c}{2} [f(t) \cos(2\pi f_c t) + \hat{f}(t) \sin(2\pi f_c t)] \quad (1)$$

由希尔伯特变换的对应关系可知,保留下边带的单边带调制信号的希尔伯特变换为

$$\hat{s}_{\text{SSB}}(t) = \frac{A_c}{2} [f(t) \sin(2\pi f_c t) - \hat{f}(t) \cos(2\pi f_c t)] \quad (2)$$

在式(1)两端分别乘以 $\cos(2\pi f_c t)$ 得

$$\begin{aligned} s_{\text{SSB}}(t) \cos(2\pi f_c t) &= \frac{A_c}{2} [f(t) \cos(2\pi f_c t) + \hat{f}(t) \sin(2\pi f_c t)] \cos(2\pi f_c t) \\ &= \frac{A_c}{2} [f(t) \cos^2(2\pi f_c t) + \hat{f}(t) \sin(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_c t)] \end{aligned} \quad (3)$$

在式(2)两端分别乘以 $\sin(2\pi f_c t)$ 得

$$\begin{aligned} \hat{s}_{\text{SSB}}(t) \sin(2\pi f_c t) &= \frac{A_c}{2} [f(t) \sin(2\pi f_c t) - \hat{f}(t) \cos(2\pi f_c t)] \sin(2\pi f_c t) \\ &= \frac{A_c}{2} [f(t) \sin^2(2\pi f_c t) - \hat{f}(t) \sin(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_c t)] \end{aligned} \quad (4)$$

在式(1)两端分别乘以 $\sin(2\pi f_c t)$ 得

$$\begin{aligned} s_{\text{SSB}}(t) \sin(2\pi f_c t) &= \frac{A_c}{2} [f(t) \cos(2\pi f_c t) + \hat{f}(t) \sin(2\pi f_c t)] \sin(2\pi f_c t) \\ &= \frac{A_c}{2} [f(t) \cos(2\pi f_c t) \sin(2\pi f_c t) + \hat{f}(t) \sin^2(2\pi f_c t)] \end{aligned} \quad (5)$$

在式(2)两端分别乘以 $\cos(2\pi f_c t)$ 得

$$\begin{aligned} \hat{s}_{\text{SSB}}(t) \cos(2\pi f_c t) &= \frac{A_c}{2} [f(t) \sin(2\pi f_c t) - \hat{f}(t) \cos(2\pi f_c t)] \cos(2\pi f_c t) \\ &= \frac{A_c}{2} [f(t) \sin(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_c t) - \hat{f}(t) \cos^2(2\pi f_c t)] \end{aligned} \quad (6)$$

由式(3)和式(4)左右两边对应相加,可得

$$s_{\text{SSB}}(t) \cos(2\pi f_c t) + \hat{s}_{\text{SSB}}(t) \sin(2\pi f_c t) = \frac{A_c}{2} f(t)$$

由此可得

$$f(t) = \frac{2}{A_c} [s_{\text{SSB}}(t) \cos(2\pi f_c t) + \hat{s}_{\text{SSB}}(t) \sin(2\pi f_c t)]$$

由式(6)和式(5)左右两边对应相减,可得

$$\hat{s}_{\text{SSB}}(t) \cos(2\pi f_c t) - s_{\text{SSB}}(t) \sin(2\pi f_c t) = -\frac{A_c}{2} \hat{f}(t)$$

由此可得

$$\hat{f}(t) = -\frac{2}{A_c} [\hat{s}_{\text{SSB}}(t) \cos(2\pi f_c t) - s_{\text{SSB}}(t) \sin(2\pi f_c t)]$$

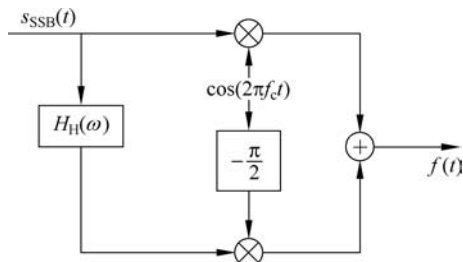
此题得证。

如果以单边带调制信号为上边带调制信号来证明,则可得到如下结论:

$$f(t) = \frac{2}{A_c} [s_{\text{SSB}}(t) \cos(2\pi f_c t) + \hat{s}_{\text{SSB}}(t) \sin(2\pi f_c t)]$$

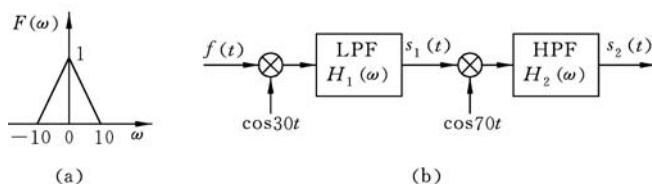
$$\hat{f}(t) = \frac{2}{A_c} [\hat{s}_{SSB}(t) \cos(2\pi f_c t) - s_{SSB}(t) \sin(2\pi f_c t)]$$

(2) 由证明结果可知,使 $s_{SSB}(t)$ 和 $\hat{s}_{SSB}(t)$ 分别与同相载波和正交载波相乘,然后相加就得到了 $f(t)$,即实现了解调,接收机框图如图题解 3-15 所示。



图题解 3-15

3.16 调制信号频谱如图题 3-16(a)所示,用图题 3-16(b)所示的两次滤波法实现单边带调幅,若第一次取下边带,第二次取上边带。



图题 3-16

- (1) 画出已调波频谱;
- (2) 若 $H_1(\omega)$ 及 $H_2(\omega)$ 均为理想滤波器,画出它们的幅频特性;
- (3) 画出由接收已调信号恢复原信号 $f(t)$ 的框图。

解 (1) 已调波频谱如图题解 3-16(a)所示。

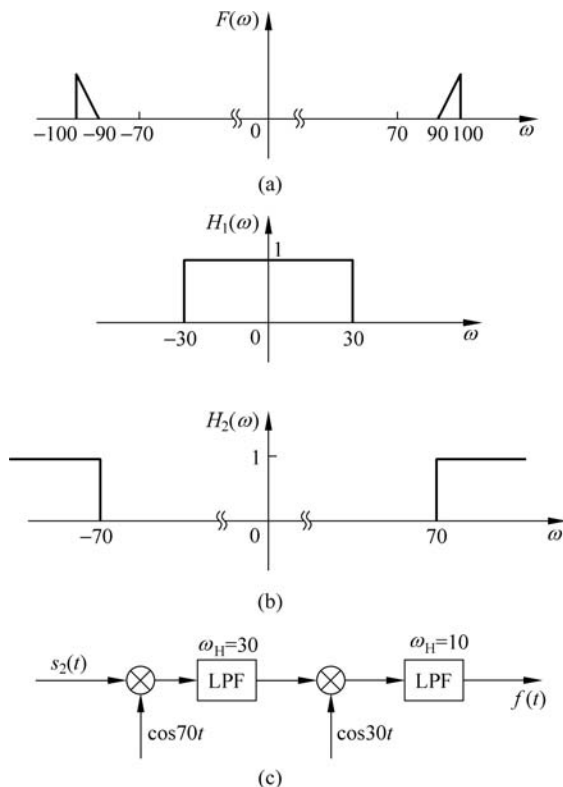
(2) $H_1(\omega)$ 及 $H_2(\omega)$ 的幅频特性如图题解 3-16(b)所示。

(3) 接收已调信号是调制信号经过了两次单边带调制产生的,相应地进行两次解调就可恢复出原始信号。根据单边带调制相干解调的方法,可以先解调第二次单边带调制,用到相干载波(载波角频率为 70)和 LPF;再解调第一次单边带调制,用到相干载波(载波角频率为 30)和 LPF。其中,LPF 的截止频率可以根据所要恢复信号的频谱范围确定。由接收已调信号恢复原信号 $f(t)$ 的框图如图题解 3-16(c)所示。

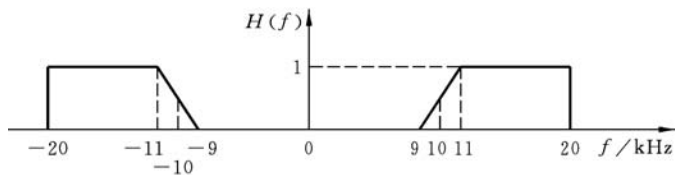
3.17 将双边带信号通过残留边带滤波器,产生残留边带信号。若此滤波器的传递函数 $H(f)$ 如图题 3-17 所示。当调制信号 $f(t)$ 为下列 3 种情况:

- (1) $A \cos(1000\pi t)$;
- (2) $A[\cos(1000\pi t) + \cos(6000\pi t)]$;
- (3) $A \cos(1000\pi t) \cdot \cos(2000\pi t)$ 。

若载频为 10kHz,试确定所得 VSB 信号的表示式,并画出每一情况下所得残留边带信号的频谱。



图题解 3-16



图题 3-17

解 本题有以下两种解法。

解法一：

时域加权和频域加权等效,直接用时域表达式求解。

(1) 由题意可知载波 $c(t)$ 为

$$c(t) = \cos(10 \times 10^3 \times 2\pi t)$$

调制信号 $f(t)$ 为

$$f(t) = A \cos(1000\pi t) = A \cos(0.5 \times 10^3 \times 2\pi t)$$

所以双边带信号为

$$\begin{aligned} s_{\text{DSB}}(t) &= f(t)c(t) \\ &= A \cos(0.5 \times 10^3 \times 2\pi t) \cos(10 \times 10^3 \times 2\pi t) \\ &= \frac{A}{2} [\cos(10.5 \times 10^3 \times 2\pi t) + \cos(9.5 \times 10^3 \times 2\pi t)] \end{aligned}$$

由滤波器的传递函数可知,在 10.5kHz 处加权系数为 3/4,在 9.5kHz 处加权系数为 1/4。由于频域加权和时域加权等效,经滤波器后得到的残留边带信号为

$$\begin{aligned}s_{\text{VSB}}(t) &= \frac{A}{2} \cdot \frac{3}{4} \cos(10.5 \times 10^3 \times 2\pi t) + \frac{A}{2} \cdot \frac{1}{4} \cos(9.5 \times 10^3 \times 2\pi t) \\ &= \frac{3}{8} A \cos(2.1 \times 10^4 \pi t) + \frac{1}{8} A \cos(1.9 \times 10^4 \pi t)\end{aligned}$$

频谱如图题解 3-17(a)所示。

(2) 由题意可知载波 $c(t)$ 为

$$c(t) = \cos(10 \times 10^3 \times 2\pi t)$$

调制信号 $f(t)$ 为

$$\begin{aligned}f(t) &= A[\cos(1000\pi t) + \cos(6000\pi t)] \\ &= A[\cos(0.5 \times 10^3 \times 2\pi t) + \cos(3 \times 10^3 \times 2\pi t)]\end{aligned}$$

所以双边带信号为

$$\begin{aligned}s_{\text{DSB}}(t) &= f(t)c(t) \\ &= A[\cos(0.5 \times 10^3 \times 2\pi t) + \cos(3 \times 10^3 \times 2\pi t)]\cos(10 \times 10^3 \times 2\pi t) \\ &= \frac{A}{2}[\cos(10.5 \times 10^3 \times 2\pi t) + \cos(9.5 \times 10^3 \times 2\pi t) + \cos(13 \times 10^3 \times 2\pi t) + \cos(7 \times 10^3 \times 2\pi t)]\end{aligned}$$

由滤波器的传递函数可知,在 10.5kHz 处加权系数为 3/4,在 9.5kHz 处加权系数为 1/4,在 13kHz 处加权系数为 1,在 7kHz 处加权系数为 0。由于频域加权和时域加权等效,经滤波器后得到的残留边带信号为

$$\begin{aligned}s_{\text{VSB}}(t) &= \frac{A}{2} \cdot \frac{3}{4} \cos(10.5 \times 10^3 \times 2\pi t) + \frac{A}{2} \cdot \frac{1}{4} \cos(9.5 \times 10^3 \times 2\pi t) + \frac{A}{2} \cdot 1 \cdot \cos(13 \times 10^3 \times 2\pi t) \\ &= \frac{3A}{8} \cos(2.1 \times 10^4 \pi t) + \frac{A}{8} \cos(1.9 \times 10^4 \pi t) + \frac{A}{2} \cos(2.6 \times 10^4 \pi t)\end{aligned}$$

频谱如图题解 3-17(b)所示。

(3) 由题意可知载波 $c(t)$ 为

$$c(t) = \cos(10 \times 10^3 \times 2\pi t)$$

调制信号 $f(t)$ 为

$$\begin{aligned}f(t) &= A[\cos(1000\pi t) \cdot \cos(2000\pi t)] \\ &= \frac{A}{2}[\cos(1000\pi t) + \cos(3000\pi t)] \\ &= \frac{A}{2}[\cos(0.5 \times 10^3 \times 2\pi t) + \cos(1.5 \times 10^3 \times 2\pi t)]\end{aligned}$$

所以,双边带信号为

$$\begin{aligned}
 s_{\text{DSB}}(t) &= f(t)c(t) \\
 &= \frac{A}{2}[\cos(0.5 \times 10^3 \times 2\pi t) + \\
 &\quad \cos(1.5 \times 10^3 \times 2\pi t)]\cos(10 \times 10^3 \times 2\pi t) \\
 &= \frac{A}{4}[\cos(10.5 \times 10^3 \times 2\pi t) + \cos(9.5 \times 10^3 \times 2\pi t) + \\
 &\quad \cos(11.5 \times 10^3 \times 2\pi t) + \cos(8.5 \times 10^3 \times 2\pi t)]
 \end{aligned}$$

由滤波器的传递函数可知,在 10.5kHz 处加权系数为 3/4,在 9.5kHz 处加权系数为 1/4,在 11.5kHz 处加权系数为 1,在 8.5kHz 处加权系数为 0。由于频域加权和时域加权等效,经滤波器后得到的残留边带信号为

$$\begin{aligned}
 s_{\text{VSB}}(t) &= \frac{A}{4} \cdot \frac{3}{4} \cos(10.5 \times 10^3 \times 2\pi t) + \\
 &\quad \frac{A}{4} \cdot \frac{1}{4} \cos(9.5 \times 10^3 \times 2\pi t) + \\
 &\quad \frac{A}{4} \cdot 1 \cdot \cos(11.5 \times 10^3 \times 2\pi t) \\
 &= \frac{3A}{16} \cos(2.1 \times 10^4 \pi t) + \frac{A}{16} \cos(1.9 \times 10^4 \pi t) + \\
 &\quad \frac{A}{4} \cos(2.3 \times 10^4 \pi t)
 \end{aligned}$$

频谱如图题解 3-17(c)所示。

解法二: 由频域表达式得到时域表达式。

(1) 由傅里叶变换可知

$$A \cos(1000\pi t) \leftrightarrow \pi A [\delta(\omega + 1000\pi) + \delta(\omega - 1000\pi)]$$

信号经 10kHz 载频调制后,频谱为

$$\begin{aligned}
 &\frac{\pi A}{2} [\delta(\omega + 21000\pi) + \delta(\omega + 19000\pi) + \\
 &\quad \delta(\omega - 19000\pi) + \delta(\omega - 21000\pi)]
 \end{aligned}$$

所得频谱与残留边带滤波器 $H(f)$ 相乘,即为残留边带信号的频谱,可得

$$\begin{aligned}
 S_{\text{VSB}}(\omega) &= \frac{3\pi A}{8} [\delta(\omega + 21000\pi) + \delta(\omega - 21000\pi)] + \\
 &\quad \frac{\pi A}{8} [\delta(\omega + 19000\pi) + \delta(\omega - 19000\pi)]
 \end{aligned}$$

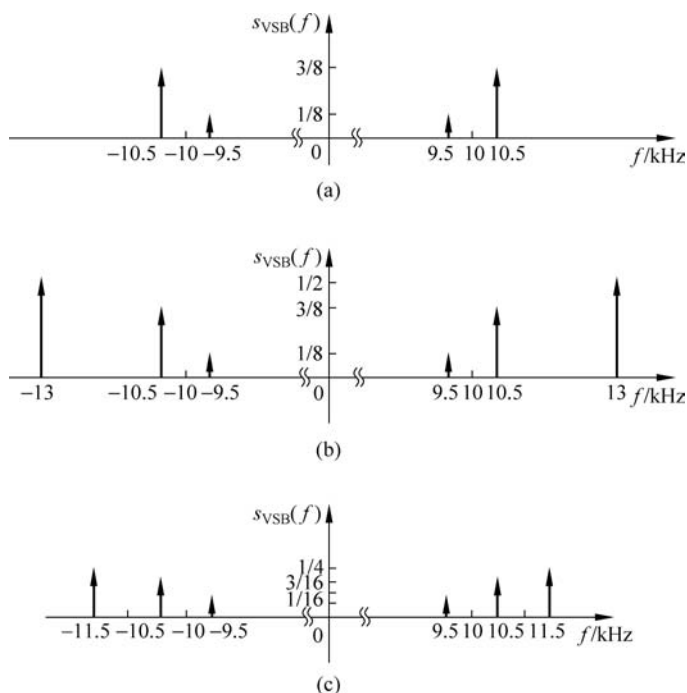
由傅里叶反变换,可得残留边带信号的时域表达式为

$$s_{\text{VSB}}(t) = \frac{3}{8} A \cos(2.1 \times 10^4 \pi t) + \frac{1}{8} A \cos(1.9 \times 10^4 \pi t)$$

频谱如图题解 3-17(a)所示。

(2) 由傅里叶变换可知

$$A [\cos(1000\pi t) + \cos(6000\pi t)] \leftrightarrow \pi A [\delta(\omega + 1000\pi) +$$



图题解 3-17

$$\delta(\omega - 1000\pi) + \delta(\omega + 6000\pi) + \delta(\omega - 6000\pi)]$$

信号经 10kHz 载频调制后, 频谱为

$$\begin{aligned} & \frac{\pi A}{2} [\delta(\omega + 21000\pi) + \delta(\omega + 19000\pi) + \delta(\omega - 19000\pi) + \\ & \delta(\omega - 21000\pi) + \delta(\omega + 26000\pi) + \delta(\omega + 14000\pi) + \\ & \delta(\omega - 14000\pi) + \delta(\omega - 26000\pi)] \end{aligned}$$

所得频谱与残留边带滤波器 $H(f)$ 相乘, 即为残留边带信号的频谱, 可得

$$\begin{aligned} S_{\text{VSB}}(\omega) = & \frac{3\pi A}{8} [\delta(\omega + 21000\pi) + \delta(\omega - 21000\pi)] + \\ & \frac{\pi A}{8} [\delta(\omega + 19000\pi) + \delta(\omega - 19000\pi)] + \\ & \frac{\pi A}{2} [\delta(\omega + 26000\pi) + \delta(\omega - 26000\pi)] \end{aligned}$$

由傅里叶反变换, 可得残留边带信号的时域表达式为

$$\begin{aligned} s_{\text{VSB}}(t) = & \frac{3}{8} A \cos(2.1 \times 10^4 \pi t) + \frac{1}{8} A \cos(1.9 \times 10^4 \pi t) + \\ & \frac{1}{2} A \cos(2.6 \times 10^4 \pi t) \end{aligned}$$

频谱如图题解 3-17(b) 所示。

(3) 由傅里叶变换可知

$$A \cos(1000\pi t) \cdot \cos(2000\pi t) \leftrightarrow \frac{\pi A}{2} [\delta(\omega + 3000\pi) +$$

$$\delta(\omega - 1000\pi) + \delta(\omega + 1000\pi) + \delta(\omega - 3000\pi)]$$

信号经 10kHz 载频调制后,频谱为

$$\begin{aligned} & \frac{\pi A}{4} [\delta(\omega + 23000\pi) + \delta(\omega - 17000\pi) + \delta(\omega + 19000\pi) + \\ & \delta(\omega - 21000\pi) + \delta(\omega + 21000\pi) + \delta(\omega - 19000\pi) + \\ & \delta(\omega + 17000\pi) + \delta(\omega - 23000\pi)] \end{aligned}$$

所得频谱与残留边带滤波器 $H(f)$ 相乘,即为残留边带信号的频谱,可得

$$\begin{aligned} S_{\text{VSB}}(\omega) &= \frac{3\pi A}{16} [\delta(\omega + 21000\pi) + \delta(\omega - 21000\pi)] + \\ & \frac{\pi A}{16} [\delta(\omega + 19000\pi) + \delta(\omega - 19000\pi)] + \\ & \frac{\pi A}{4} [\delta(\omega + 23000\pi) + \delta(\omega - 23000\pi)] \end{aligned}$$

由傅里叶反变换,可得残留边带信号的时域表达式为

$$s_{\text{VSB}}(t) = \frac{3}{16}A \cos(2.1 \times 10^4 \pi t) + \frac{1}{16}A \cos(1.9 \times 10^4 \pi t) + \frac{1}{4}A \cos(2.3 \times 10^4 \pi t)$$

频谱如图题解 3-17(c)所示。

3.18 证明常规调幅采用相干解调时信噪比增益与式(3-78)相同。

证明 常规调幅采用相干解调时,解调器的输入为常规调幅信号,即

$$s_i(t) = [A_0 + f(t)] \cos \omega_c t$$

式中, $f(t)$ 为调制信号, A_0 为载波幅度。设 $f(t)$ 是均值为 0 的信号,输入已调信号的平均功率为

$$S_i = \overline{s_i^2(t)} = \frac{1}{2}A_0^2 + \frac{1}{2}E[f^2(t)]$$

常规调幅信号的带宽为 B_{AM} ,调制信号带宽为 W ,因此有 $B_{\text{AM}} = 2W$,这样,输入噪声的平均功率为

$$N_i = n_0 B_{\text{AM}} = 2n_0 W$$

解调器输入信噪比为

$$\frac{S_i}{N_i} = \frac{A_0^2 + E[f^2(t)]}{4n_0 W}$$

解调器的输入和相干载波相乘后,得

$$\begin{aligned} [s_i(t) + n_i(t)] \cos \omega_c t &= s_i(t) \cos \omega_c t + n_i(t) \cos \omega_c t \\ &= [A_0 + f(t)] \cos \omega_c t \cdot \cos \omega_c t + \\ & \quad [n_1(t) \cos \omega_c t - n_2(t) \sin \omega_c t] \cos \omega_c t \\ &= \frac{1}{2}[A_0 + f(t)] + \frac{1}{2}[A_0 + f(t)] \cos 2\omega_c t + \frac{1}{2}n_1(t) + \\ & \quad \frac{1}{2}n_1(t) \cos 2\omega_c t - \frac{1}{2}n_2(t) \sin 2\omega_c t \end{aligned}$$

经 LPF 后输出为

$$s_o(t) + n_o(t) = \frac{1}{2}f(t) + \frac{1}{2}n_1(t)$$

输出有用信号的平均功率为

$$S_o = \overline{s_o^2(t)} = \frac{1}{4}E[f^2(t)]$$

输出噪声的平均功率为

$$N_o = \frac{1}{4}E[n_1^2(t)] = \frac{1}{4}n_0 B_{AM} = \frac{1}{2}n_0 W$$

所以输出信噪比为

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{E[f^2(t)]}{2n_0 W}$$

信噪比增益为

$$G = \frac{S_o/N_o}{S_i/N_i} = \frac{2E[f^2(t)]}{A_0^2 + E[f^2(t)]}$$

此结论与主教材式(3-78)相同,得证。

3.19 在双边带抑制载波调制和单边带调制中,消息信号均为 3kHz 限带低频信号,载频为 1MHz,接收信号功率为 1mW,信道噪声双边功率谱密度为 $10^{-3} \mu\text{W}/\text{Hz}$ 。接收信号经带通滤波器后,进行相干解调。

(1) 比较解调器输入信噪比;

(2) 比较解调器输出信噪比。

解 单边带信号的输入信噪比和输出信噪比分别为

$$\begin{aligned} \frac{S_i}{N_i} &= \frac{S_i}{n_0 B_{SSB}} = \frac{1 \times 10^{-3}}{2 \times 1 \times 10^{-3} \times 10^{-6} \times 3 \times 10^3} = \frac{500}{3} \\ \frac{S_o}{N_o} &= G_{SSB} \frac{S_i}{N_i} = \frac{S_i}{N_i} = \frac{500}{3} \end{aligned}$$

双边带信号的输入信噪比和输出信噪比分别为

$$\begin{aligned} \frac{S_i}{N_i} &= \frac{S_i}{n_0 B_{DSB}} = \frac{1 \times 10^{-3}}{2 \times 1 \times 10^{-3} \times 10^{-6} \times 2 \times 3 \times 10^3} = \frac{500}{6} \\ \frac{S_o}{N_o} &= G_{DSB} \frac{S_i}{N_i} = 2 \times \frac{S_i}{N_i} = \frac{500}{3} \end{aligned}$$

输入信噪比的比较为

$$(S_i/N_i)_{DSB} : (S_i/N_i)_{SSB} = 1 : 2$$

输出信噪比的比较为

$$(S_o/N_o)_{DSB} : (S_o/N_o)_{SSB} = 1 : 1$$

3.20 采用包络检波的常规调幅系统中,若噪声单边功率谱密度为 $5 \times 10^{-8} \text{W}/\text{Hz}$,单频正弦波调制时载波功率为 100mW,边带功率为每边带 10mW,接收机带通滤波器带宽为 8kHz。

(1) 求解调输出信噪比;

(2) 若采用抑制载波双边带系统,其性能优于常规调幅多少分贝?

解 (1) 由题目条件可知常规调幅信号的带宽 $B_{AM}=8\text{kHz}$, 其调制效率和解调信噪比增益分别为

$$\eta_{AM} = \frac{P_f}{P_{AM}} = \frac{P_f}{P_c + P_f} = \frac{10 \times 2}{10 \times 2 + 100} = \frac{1}{6}$$

$$G_{AM} = 2\eta_{AM} = \frac{1}{3}$$

输入信噪比为

$$\frac{S_i}{N_i} = \frac{120 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-8} \times 8 \times 10^3} = 300$$

输出信噪比为

$$\frac{S_o}{N_o} = G_{AM} \frac{S_i}{N_i} = \frac{1}{3} \times 300 = 100$$

(2) 如果改为抑制载波双边带信号, 为了在对等的条件下进行比较, 其功率应与常规调幅信号功率相同, 即

$$S_i = 120\text{mW}$$

因两种信号的带宽相同, 所以输入噪声功率也相同。双边带信号的输入信噪比同样为

$$\frac{S_i}{N_i} = \frac{120 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-8} \times 8 \times 10^3} = 300$$

输出信噪比为

$$\frac{S_o}{N_o} = G_{DSB} \frac{S_i}{N_i} = 2 \times 300 = 600$$

设 DSB 信号的性能优于 AM 信号的分贝数为 Γ , 可计算出

$$\Gamma = 10 \lg \frac{(S_o/N_o)_{DSB}}{(S_o/N_o)_{AM}} = 10 \lg \frac{600}{100} = 10 \lg 6 = 7.78(\text{dB})$$

3.21 当某接收机的输出噪声功率是 $1 \times 10^{-9}\text{W}$ 时, 该机的输出信噪比为 20dB。从发射机到接收机所经路径的总损耗是 100dB。

(1) 双边带发射机输出功率应为多少?

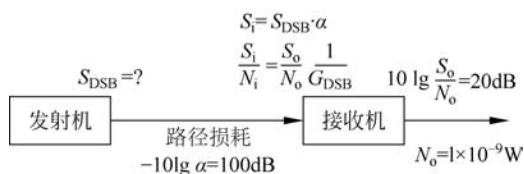
(2) 单边带发射机的输出功率应为多少?

解 (1) 本题的示意图见图题解 3-21。由主教材式(3-51)可知, 双边带接收机的输出噪声功率

$$N_o = \frac{1}{2} n_0 W$$

由主教材式(3-54)可知, 双边带接收机的输入噪声功率为

$$N_i = 2n_0 W$$



图题解 3-21

用输出噪声功率表示输入噪声功率,即

$$N_i = 2n_0 W = 4N_o$$

设路径的总损耗是 α , 已知路径损耗是 100dB, 即

$$\alpha = 1 \times 10^{-10}$$

双边带发射机输出功率为

$$S_{\text{DSB}} = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{\text{DSB}}} \frac{1}{\alpha} N_i = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{\text{DSB}}} \frac{1}{\alpha} \times 4N_o$$

代入具体数据得

$$S_{\text{DSB}} = 10^2 \times \frac{1}{2} \times 10^{10} \times 4 \times 10^{-9} = 2000(\text{W})$$

(2) 由主教材式(3-60)可知, 单边带接收机的输出噪声功率为

$$N_o = \frac{1}{4} n_0 W$$

由主教材式(3-64)可知, 单边带接收机的输入噪声功率为

$$N_i = n_0 W$$

用输出噪声功率表示输入噪声功率, 即

$$N_i = n_0 W = 4N_o$$

单边带发射机输出功率为

$$S_{\text{SSB}} = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{\text{SSB}}} \frac{1}{\alpha} N_i = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{\text{SSB}}} \frac{1}{\alpha} \times 4N_o$$

代入具体数据中得

$$S_{\text{SSB}} = 10^2 \times 1 \times 10^{10} \times 4 \times 10^{-9} = 4000(\text{W})$$

3.22 一个 100% 单频调制的标准调幅信号和一个单边带信号分别用包络检波器和相干解调器来接收。假定单边带信号的输入功率为 1mW, 那么在保证获得同样输出信号功率的条件下, 标准调幅信号的输入功率应为多大?

解 由主教材式(3-63)可知, 单边带接收机的输入功率为

$$S_i = \frac{1}{4} E[f^2(t)]$$

由主教材式(3-59)可知, 单边带接收机的输出功率为

$$S_o = \frac{1}{16} E[f^2(t)]$$

单边带信号的输入功率为 1mW, 输出功率为

$$S_o = \frac{1}{16} E[f^2(t)] = \frac{1}{4} S_i = \frac{1}{4} \text{mW}$$

由主教材式(3-79)可知, 标准调幅信号包络检波的信噪比增益的表达式为

$$G_{\text{AM}} = \frac{2\beta_{\text{AM}}^2}{2 + \beta_{\text{AM}}^2}$$

把已知条件 $\beta_{\text{AM}} = 1$ 代入上式中, 可得

$$G_{\text{AM}} = \frac{2\beta_{\text{AM}}^2}{2 + \beta_{\text{AM}}^2} = \frac{2}{3}$$

由主教材式(3-67)可知,标准调幅信号的输入噪声功率

$$N_i = 2n_0 W = n_0 B_{AM}$$

由主教材式(3-76)可知,标准调幅信号包络检波的输出噪声功率

$$N_o = 2n_0 W = n_0 B_{AM}$$

所以,标准调幅信号包络检波的信噪比增益还可表示为

$$G_{AM} = \frac{S_o/N_o}{S_i/N_i} = \frac{S_o}{S_i} = \frac{2}{3}$$

在保证获得同样输出信号功率的条件下,标准调幅信号的输入功率应为

$$S_i = \frac{3}{2} S_o = \frac{3}{2} \times \frac{1}{4} = 0.375(\text{mW})$$

3.23 已知角调制信号为 $s(t) = \cos(\omega_c t + 100 \cos \omega_m t)$ 。

(1) 如果它是调相信号,并且 $K_{PM} = 2$,试求调制信号 $f(t)$;

(2) 如果它是调频信号,并且 $K_{FM} = 2$,试求调制信号 $f(t)$;

(3) 以上两种已调信号的最大频偏为多少?

解 (1) 如果角调制信号是调相信号,由主教材式(3-87)可知

$$K_{PM} f(t) = 100 \cos \omega_m t$$

将相移常数 $K_{PM} = 2$ 代入,可求出调制信号

$$f(t) = 50 \cos \omega_m t$$

(2) 如果角调制信号是调频信号,由主教材式(3-93)可知

$$K_{FM} \int f(t) dt = 100 \cos \omega_m t$$

将频偏常数 $K_{FM} = 2$ 代入,可求出调制信号

$$f(t) = \frac{d}{dt} \left(\frac{100 \cos \omega_m t}{K_{FM}} \right) = -\frac{100 \omega_m}{2} \sin \omega_m t = -50 \omega_m \sin \omega_m t$$

(3) 对于调相信号,由主教材式(3-89)可求出调相信号的最大频偏

$$\begin{aligned} \Delta f_{\max} &= \frac{1}{2\pi} \left| K_{PM} \frac{df(t)}{dt} \right|_{\max} \\ &= \frac{1}{2\pi} | -2 \times 50 \omega_m \sin \omega_m t |_{\max} \\ &= \frac{1}{2\pi} | -100 \omega_m \sin \omega_m t |_{\max} = \frac{50 \omega_m}{\pi} \end{aligned}$$

对于调频信号,由主教材式(3-91)可求出调频信号的最大频偏

$$\begin{aligned} \Delta f_{\max} &= \frac{1}{2\pi} | K_{FM} f(t) |_{\max} \\ &= \frac{1}{2\pi} | -2 \times 50 \omega_m \sin \omega_m t |_{\max} \\ &= \frac{1}{2\pi} | -100 \omega_m \sin \omega_m t |_{\max} = \frac{50 \omega_m}{\pi} \end{aligned}$$

3.24 已知调频信号

$$s_{FM}(t) = 10 \cos[10^6 \pi t + 8 \cos(10^3 \pi t)]$$

调制器的频偏常数 $K_{\text{FM}} = 200 \text{ Hz/V}$, 试求:

- (1) 载频 f_c ;
- (2) 调频指数;
- (3) 最大频偏;
- (4) 调制信号 $f(t)$ 。

解 (1) 由主教材式(3-96)可列出载频

$$f_c = \frac{10^6 \pi}{2\pi} = 5 \times 10^5 \text{ (Hz)}$$

(2) 由主教材式(3-96)可列出调频指数

$$\beta_{\text{FM}} = 8$$

(3) 由主教材式(3-97)可列出调频指数的关系式

$$\beta_{\text{FM}} = \frac{\Delta\omega_{\text{max}}}{\omega_m} = 8$$

已知 $\omega_m = 10^3 \pi$, 可求出最大频偏

$$\Delta f_{\text{max}} = \frac{1}{2\pi} \beta_{\text{FM}} \omega_m = \frac{8 \times 10^3 \pi}{2\pi} = 4 \times 10^3 \text{ (Hz)}$$

(4) 由主教材式(3-93)可列出相位偏移为

$$K_{\text{FM}} \int f(t) dt = 8 \cos(10^3 \pi t)$$

已知 $K_{\text{FM}} = 200 \text{ Hz/V}$, 所以可得调制信号 $f(t)$ 为

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{d}{dt} \left[\frac{8 \cos(10^3 \pi t)}{K_{\text{FM}}} \right] \\ &= -\frac{8 \times 10^3 \pi}{200 \times 2\pi} \sin(10^3 \pi t) \\ &= -20 \sin(10^3 \pi t) \end{aligned}$$

3.25 幅度为 3V 的 1MHz 载波受幅度为 1V、频率为 500Hz 的正弦信号调制, 最大频偏为 1kHz。当调制信号幅度增加为 5V 且频率增至 2kHz 时, 写出新调频波的表达式。

解 由题目条件可列出载波的幅度和频率分别为

$$A = 3 \text{ V}, \quad f_c = 1 \times 10^6 \text{ Hz}$$

由题目条件, 可列出调制信号的幅度和频率分别为

$$A_m = 1 \text{ V}, \quad f_m = 500 \text{ Hz}$$

最大频偏 $\Delta f_{\text{max}} = 1 \text{ kHz}$, 由主教材式(3-97)可列出调制器的频偏常数

$$K_{\text{FM}} = \frac{\Delta\omega_{\text{max}}}{A_m} = \frac{1 \times 10^3 \times 2\pi}{1} = 2 \times 10^3 \pi \text{ (rad/(V} \cdot \text{s))}$$

当调制信号幅度增加为 5V 且频率增至 2kHz 时, 由主教材式(3-97)可求出调频指数

$$\beta_{\text{FM}} = \frac{K_{\text{FM}} A_m}{\omega_m} = \frac{2 \times 10^3 \pi \times 5}{2 \times 10^3 \times 2\pi} = 2.5$$

调制信号的表达式为

$$f(t) = 5 \sin(4 \times 10^3 \pi t)$$

由主教材式(3-93),可写出新调频波的表达式为

$$\begin{aligned}s_{\text{FM}}(t) &= A \cos \left[\omega_c t + K_{\text{FM}} \int f(t) dt \right] \\&= 3 \cos \left[2 \times 10^6 \pi t + 2 \times 10^3 \pi \times \int 5 \sin(4 \times 10^3 \pi t) dt \right] \\&= 3 \cos [2 \times 10^6 \pi t - 2.5 \cos(4 \times 10^3 \pi t)]\end{aligned}$$

3.26 设有 1GHz 的载波,受 10kHz 正弦信号调频,最大频偏 10kHz,试求:

- (1) FM 信号的近似带宽;
- (2) 调制信号幅度加倍时的带宽;
- (3) 调制信号频率加倍时的带宽;
- (4) 调制信号的幅度和频率都加倍时的带宽;
- (5) 若最大频偏减为 1kHz,重复(1),(2),(3),(4)项。

解 (1) 由题目条件可知,载波频率、调制信号频率和最大频偏分别为

$$f_c = 1\text{GHz}, \quad f_m = 10\text{kHz}, \quad \Delta f_{\text{max}} = 10\text{kHz}$$

由主教材式(3-115)可求出调频信号的带宽为

$$B_{\text{FM}} = 2f_m + 2\Delta f_{\text{max}} = 2 \times 10 + 2 \times 10 = 40(\text{kHz})$$

- (2) 调制信号幅度加倍时,最大频偏 Δf_{max} 加倍,这时的最大频偏

$$\Delta f_{\text{max1}} = 2\Delta f_{\text{max}} = 2 \times 10 = 20(\text{kHz})$$

可求出调频信号的带宽为

$$B_{\text{FM}} = 2f_m + 2\Delta f_{\text{max1}} = 2 \times 10 + 2 \times 20 = 60(\text{kHz})$$

- (3) 调制信号频率 f_m 加倍时,这时的调制信号频率

$$f_{m1} = 2f_m = 2 \times 10 = 20(\text{kHz})$$

可求出调频信号的带宽为

$$B_{\text{FM}} = 2f_{m1} + 2\Delta f_{\text{max}} = 2 \times 20 + 2 \times 10 = 60(\text{kHz})$$

- (4) 调制信号的幅度和频率都加倍时,这时的最大频偏 Δf_{max1} 和频率 f_{m1} 都是原来的 2 倍,即都由 10kHz 增大为 20kHz,可求出调频信号的带宽为

$$B_{\text{FM}} = 2f_{m1} + 2\Delta f_{\text{max1}} = 2 \times 20 + 2 \times 20 = 80(\text{kHz})$$

- (5) 若最大频偏 Δf_{max} 减为 1kHz,可求出调频信号的带宽为

$$B_{\text{FM}} = 2f_m + 2\Delta f_{\text{max}} = 2 \times 10 + 2 \times 1 = 22(\text{kHz})$$

调制信号幅度加倍时,这时的最大频偏 Δf_{max2} 加倍,即由 1kHz 增大为 2kHz,可求出调频信号的带宽为

$$B_{\text{FM}} = 2f_m + 2\Delta f_{\text{max2}} = 2 \times 10 + 2 \times 2 = 24(\text{kHz})$$

调制信号频率加倍时,这时的调制信号频率 f_{m2} 由 10kHz 增大为 20kHz,可求出调频信号的带宽为

$$B_{\text{FM}} = 2f_{m2} + 2\Delta f_{\text{max}} = 2 \times 20 + 2 \times 1 = 42(\text{kHz})$$

调制信号的幅度和频率都加倍时,这时的最大频偏 Δf_{max2} 和调制信号频率 f_{m2} 都是原来的 2 倍,可求出调频信号的带宽为

$$B_{\text{FM}} = 2f_{m2} + 2\Delta f_{\text{max2}} = 2 \times 20 + 2 \times 2 = 44(\text{kHz})$$

3.27 设调制信号 $f(t) = \cos 4000\pi t$,对载波 $c(t) = 2\cos(2 \times 10^6 \pi t)$ 分别进行常规调幅

和窄带调频。频偏常数 $K_{\text{FM}} = 300 \text{ Hz/V}$ 。

- (1) 写出已调信号的时域和频域表示式；
- (2) 画出频谱图；
- (3) 讨论两种调制方式的主要异同点。

解 (1) 由主教材式(3-1)可写出常规调幅的时域表达式为

$$s_{\text{AM}}(t) = [2 + \cos(4 \times 10^3 \pi t)] \cos(2 \times 10^6 \pi t)$$

也可表示为

$$s_{\text{AM}}(t) = 2 \cos(2 \times 10^6 \pi t) + \cos(4 \times 10^3 \pi t) \cos(2 \times 10^6 \pi t)$$

使用积化和差公式,可进一步表示为

$$s_{\text{AM}}(t) = 2 \cos(2 \times 10^6 \pi t) + \frac{1}{2} [\cos(2 \times 10^6 \pi t + 4 \times 10^3 \pi t) + \cos(2 \times 10^6 \pi t - 4 \times 10^3 \pi t)]$$

由上式可写出调幅信号的频域表示式为

$$\begin{aligned} S_{\text{AM}}(\omega) &= 2\pi [\delta(\omega - 2 \times 10^6 \pi) + \delta(\omega + 2 \times 10^6 \pi)] + \\ &\quad \frac{1}{2} \pi [\delta(\omega - 2 \times 10^6 \pi - 4 \times 10^3 \pi) + \\ &\quad \delta(\omega + 2 \times 10^6 \pi + 4 \times 10^3 \pi)] + \\ &\quad \frac{1}{2} \pi [\delta(\omega - 2 \times 10^6 \pi + 4 \times 10^3 \pi) + \\ &\quad \delta(\omega + 2 \times 10^6 \pi - 4 \times 10^3 \pi)] \end{aligned}$$

在窄带调频信号中,当 $K_{\text{FM}} = 300 \text{ Hz/V}$ 时可求出

$$\begin{aligned} AK_{\text{FM}} \int f(t) dt &= 2 \times 300 \times 2\pi \times \int \cos(4 \times 10^3 \pi t) dt \\ &= \frac{2 \times 300 \times 2\pi}{4 \times 10^3 \pi} \sin(4 \times 10^3 \pi t) \\ &= 0.3 \sin(4 \times 10^3 \pi t) \end{aligned}$$

由主教材式(3-100),窄带调频信号的时域表达式可表示为

$$\begin{aligned} s_{\text{NBFM}}(t) &\approx A \cos \omega_c t - \left[AK_{\text{FM}} \int f(t) dt \right] \sin \omega_c t \\ &= 2 \cos(2 \times 10^6 \pi t) - 0.3 \sin(4 \times 10^3 \pi t) \sin(2 \times 10^6 \pi t) \end{aligned}$$

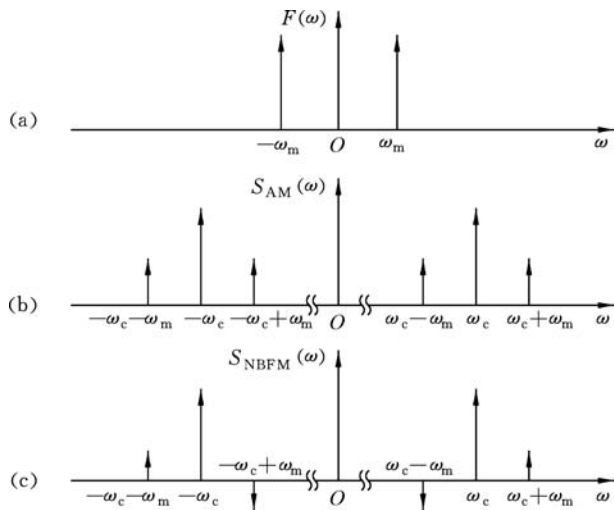
使用积化和差公式,可进一步表示为

$$s_{\text{NBFM}}(t) \approx 2 \cos(2 \times 10^6 \pi t) + 0.15 [\cos(2 \times 10^6 \pi t + 4 \times 10^3 \pi t) - \cos(2 \times 10^6 \pi t - 4 \times 10^3 \pi t)]$$

由上式可写出窄带调频信号的频域表达式

$$\begin{aligned} S_{\text{NBFM}}(\omega) &= 2\pi [\delta(\omega - 2 \times 10^6 \pi) + \delta(\omega + 2 \times 10^6 \pi)] + \\ &\quad 0.15\pi [\delta(\omega - 2 \times 10^6 \pi - 4 \times 10^3 \pi) + \\ &\quad \delta(\omega + 2 \times 10^6 \pi + 4 \times 10^3 \pi)] - \\ &\quad 0.15\pi [\delta(\omega - 2 \times 10^6 \pi + 4 \times 10^3 \pi) + \\ &\quad \delta(\omega + 2 \times 10^6 \pi - 4 \times 10^3 \pi)] \end{aligned}$$

(2) 常规调幅信号和窄带调频信号的频谱示意图如图题解 3-27 所示。



图题解 3-27

(3) 两种调制方式的相同点:

- ① 两种信号在 $\pm\omega_c$ 处有载波分量。
- ② 两种信号在载波两侧有两个频率相同的边频。
- ③ 两种信号的带宽相同,都是基带信号带宽的 2 倍。

两种调制方式的不同点:

① 常规调幅信号的频谱是基带信号频谱的线性搬移,窄带调频信号的频谱不是基带信号频谱的线性搬移。

② 常规调幅信号的正频率分量和负频率分量极性相同,窄带调频信号的正频率分量和负频率分量极性相反。

③ 常规调幅信号的边频幅度与基带信号的频率无关,当基带信号频率变化时,常规调幅信号的频谱还是基带信号频谱的线性搬移。窄带调频信号的边频幅度与基带信号的频率有关,当基带信号频率变化时,窄带调频信号的频谱有频率加权。

3.28 频率为 f_m 的正弦波同时作常规调幅和频率调制,设未调载波功率相等,调频波的频偏为调幅波带宽的 4 倍,且距载频 $\pm f_m$ 的边频分量在两种调制中有相等的幅度。试求:

- (1) 调频波的调频指数;
- (2) 常规调幅信号的调幅指数。

解 (1) 由题目条件可知正弦波频率为 f_m ,常规调幅波带宽为

$$B_{AM} = 2f_m$$

调频波的频偏为常规调幅波带宽的 4 倍,即

$$\Delta f_{\max} = 4B_{AM} = 4 \times 2f_m = 8f_m$$

调频波的调频指数为

$$\beta_{FM} = \frac{\Delta f_{\max}}{f_m} = \frac{8f_m}{f_m} = 8$$

(2) 未调载波功率相等,则调频波的未调载波幅度和常规调幅波的载波幅度相等。设

调频波的未调载波幅度为 A , 查主教材附录表 C-1 可知调频波的第 1 边频幅度为

$$A_1 = J_1 A = 0.23A$$

由题目条件可知, 常规调幅信号的边频幅度与调频波的第 1 边频幅度相同, 即

$$\frac{A_m}{2} = 0.23A$$

常规调幅波的载波幅度也为 A , 所以常规调幅信号的调幅指数为

$$\beta_{AM} = \frac{A_m}{A} = 0.46$$

3.29 用正弦信号 $f(t) = 10\cos(500\pi t)$ V 进行调频, 调频指数为 5, 在 50Ω 上未调载波功率为 10W, 求:

- (1) 频偏常数;
- (2) 已调信号的载波功率;
- (3) 一次与二次边频分量所占总功率的百分比;
- (4) 如输入正弦信号幅度降为 5V, 带宽有何变化?

解 (1) 由题目条件可知调制信号频率 $\omega_m = 500\pi$, 调制信号幅度 $A_m = 10$ V, 调频指数 $\beta_{FM} = 5$ 。由主教材式(3-97)可知频偏常数

$$K_{FM} = \frac{\beta_{FM}\omega_m}{A_m} = \frac{5 \times 500\pi}{10} = 250\pi (\text{rad}/(\text{V} \cdot \text{s}))$$

- (2) 因为 $\beta_{FM} = 5$, 查主教材附录表 C-1 可知贝塞尔函数值为

$$J_0(\beta_{FM}) = J_0(5) = -0.18$$

由题目条件可知, 在 50Ω 上未调载波功率 P 为 10W。设调制后载波分量功率为 P_c , 可求出

$$\begin{aligned} P_c &= PJ_0^2(\beta_{FM}) = PJ_0^2(5) \\ &= 10 \times (-0.18)^2 = 0.324(\text{W}) \end{aligned}$$

- (3) 设一次与二次边频分量所占总功率的百分比为 η , 有

$$\begin{aligned} \eta &= 2 \times [J_1^2(5) + J_2^2(5)] \\ &= 2 \times [(-0.33)^2 + (-0.05)^2] \\ &= 22.28\% \end{aligned}$$

- (4) 由主教材式(3-115)可计算原信号的带宽为

$$\begin{aligned} B_{FM} &= 2(1 + \beta_{FM})f_m \\ &= 2 \times (1 + 5) \times 250 = 3000(\text{Hz}) \end{aligned}$$

如输入正弦信号幅度降为 5V, 即幅度降为原来的一半, 由主教材式(3-97)可知这时的调频指数 β_{FM1} 是原调频指数 β_{FM} 的一半, 即

$$\beta_{FM1} = \frac{1}{2}\beta_{FM} = \frac{1}{2} \times 5 = 2.5$$

这时的带宽为

$$\begin{aligned} B_{FM1} &= 2(1 + \beta_{FM1})f_m \\ &= 2 \times (1 + 2.5) \times 250 = 1750(\text{Hz}) \end{aligned}$$

带宽减小量为

$$\Delta B = B_{FM} - B_{FM1} = 3000 - 1750 = 1250(\text{Hz})$$

3.30 某 FM 发射机用正弦信号调制, 未调制时, 在 50Ω 的电阻性负载上输出功率为

100W。发射机的峰值频偏由零起逐渐增加,直到输出的第一个边频的幅度为零。试求:

- (1) 载波的平均功率;
- (2) 全部剩余边频的平均功率;
- (3) 调频波的幅度。

解 (1) 由题目条件出发,先查主教材图 3-34,再核对主教材附录表 C-1,可判断此调频信号的调频指数为

$$\beta_{\text{FM}} \approx 3.8$$

由主教材附录表 C-1 可查出贝塞尔函数值为

$$J_0(\beta_{\text{FM}}) = J_0(3.8) = -0.40$$

设未调载波平均功率为 P ,调制后载波分量平均功率为 P_c ,可求出

$$P_c = PJ_0^2(\beta_{\text{FM}}) = PJ_0^2(3.8) = 100 \times (-0.40)^2 = 16(\text{W})$$

(2) 调频波的平均功率和未调载波平均功率 P 相同,设全部剩余边频的平均功率为 P_f ,可求出

$$P_f = P - P_c = 100 - 16 = 84(\text{W})$$

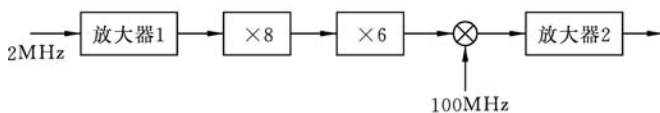
(3) 设调频波的幅度为 A ,与未调载波平均功率 P 的关系为

$$P = \frac{A^2}{2R}$$

由此可求出调频波的幅度为

$$A = \sqrt{2RP} = \sqrt{2 \times 50 \times 100} = 100(\text{V})$$

3.31 某发射机由放大器、倍频器和混频器组成,如图题 3-31 所示。已知输入的调频信号其载波频率为 2MHz,调制信号频率为 10kHz,最大频偏为 300kHz,试求两个放大器的中心频率和要求的通带宽度各为多少(混频后取和频)?



图题 3-31

解 由题目条件可知,调制信号频率 $f_m = 10\text{kHz}$,输入调频信号的最大频偏 $\Delta f_{\text{max}} = 300\text{kHz}$,输入调频信号的带宽为

$$\begin{aligned} B_{\text{FM}} &= 2f_m + 2\Delta f_{\text{max}} \\ &= 2 \times 10 + 2 \times 300 = 620(\text{kHz}) \end{aligned}$$

设放大器 1 的中心频率为 f_{01} ,输入的调频信号的载波频率为 f_{c1} ,由图题 3-31 可知放大器 1 的中心频率为

$$f_{01} = f_{c1} = 2\text{MHz}$$

放大器 1 的带宽 B_{01} 即输入的调频信号带宽 B_{FM} ,即

$$B_{01} = B_{\text{FM}} = 620\text{kHz}$$

调频信号经 8 倍频和 6 倍频后,调频信号的最大频偏为

$$\Delta f_{\text{max}2} = 8 \times 6 \times \Delta f_{\text{max}} = 48\Delta f_{\text{max}}$$

倍频后的调频信号再与 100MHz 的参考信号混频,混频后取和频,所以放大器 2 的中心频率 f_{02} 为

$$\begin{aligned} f_{02} &= 8 \times 6f_{c1} + 100 \\ &= 8 \times 6 \times 2 + 100 = 196(\text{MHz}) \end{aligned}$$

放大器 2 的带宽 B_{02} 为

$$\begin{aligned} B_{02} &= 2f_m + 2\Delta f_{\max 2} \\ &= 2f_m + 2 \times 48\Delta f_{\max} \\ &= 2 \times 10 + 2 \times 48 \times 300 \\ &= 28820(\text{kHz}) = 28.82(\text{MHz}) \end{aligned}$$

3.32 用 1kHz 正弦信号对 200kHz 载波进行调频,峰值频偏为 150Hz,求:

- (1) 调频波带宽;
- (2) 上述调频信号经 16 倍频后的带宽;
- (3) 再经过 16 倍频后,调频信号中的最高边频数。

解 (1) 由题目条件可知载波频率 $f_c = 200\text{kHz}$,调制信号频率 $f_m = 1\text{kHz}$,峰值频偏 $\Delta f_{\max 1} = 150\text{Hz}$ 。由主教材式(3-115)可求出调频信号的带宽为

$$\begin{aligned} B_{\text{FM1}} &= 2f_m + 2\Delta f_{\max 1} \\ &= 2 \times 1 + 2 \times 0.15 = 2.3(\text{kHz}) \end{aligned}$$

(2) 上述调频信号经 16 倍频,倍频后峰值频偏 $\Delta f_{\max 2}$ 是倍频前峰值频偏 $\Delta f_{\max 1}$ 的 16 倍,即

$$\Delta f_{\max 2} = 16\Delta f_{\max 1}$$

这时调频信号的带宽为

$$\begin{aligned} B_{\text{FM2}} &= 2f_m + 2\Delta f_{\max 2} \\ &= 2 \times 1 + 2 \times 16 \times 0.15 = 6.8(\text{kHz}) \end{aligned}$$

(3) 再经过 16 倍频,倍频后峰值频偏 $\Delta f_{\max 3}$ 是倍频前峰值频偏 $\Delta f_{\max 2}$ 的 16 倍,即

$$\begin{aligned} \Delta f_{\max 3} &= 16\Delta f_{\max 2} = 16 \times 16\Delta f_{\max 1} \\ &= 256 \times 0.15 = 38.4(\text{kHz}) \end{aligned}$$

这时调频信号中的调频指数为

$$\beta_{\text{FM3}} = \frac{\Delta f_{\max 3}}{f_m} = \frac{38.4}{1} = 38.4$$

调频信号中的最高边频数为

$$n_{\max} = \beta_{\text{FM3}} + 1 = 38.4 + 1 = 39.4$$

取整后的最高边频数为

$$n_{\max} = 40$$

3.33 用鉴频器来接收调频信号,调制信号频率为 15kHz,幅度为 1V,最大频偏为 75kHz,信道噪声单边功率谱密度 $n_0 = 10^{-10} \text{W/Hz}$,希望得到 40dB 输出信噪比,试求调频信号的幅度。

解 由题目条件可知,调制信号幅度 $A_m = 1\text{V}$,调制信号频率 $f_m = 15\text{kHz}$,峰值频偏 $\Delta f_{\max} = 75\text{kHz}$ 。由主教材式(3-97)可计算出调频信号的调频指数为

$$\beta_{\text{FM}} = \frac{\Delta f_{\max}}{f_m} = \frac{75}{15} = 5$$

由主教材式(3-156)可求出调频信号的信噪比增益为

$$\begin{aligned} G_{\text{FM}} &= 3\beta_{\text{FM}}^2(1 + \beta_{\text{FM}}) \\ &= 3 \times 5^2 \times (5 + 1) = 450 \end{aligned}$$

调频信号的带宽

$$B_{\text{FM}} = 2f_{\text{m}} + 2\Delta f_{\text{max}} = 2 \times 15 + 2 \times 75 = 180(\text{kHz})$$

调频信号的输入功率为

$$S_{\text{i}} = \frac{S_{\text{o}}}{N_{\text{o}}} \frac{1}{G_{\text{FM}}} N_{\text{i}} = \frac{S_{\text{o}}}{N_{\text{o}}} \frac{1}{G_{\text{FM}}} n_{\text{o}} B_{\text{FM}}$$

代入具体数据中,得

$$\begin{aligned} S_{\text{i}} &= 10^4 \times \frac{1}{450} \times 10^{-10} \times 180 \times 10^3 \\ &= 4 \times 10^{-4}(\text{W}) \end{aligned}$$

调频信号的输入功率与幅度的关系为

$$S_{\text{i}} = \frac{A^2}{2}$$

调频信号的幅度为

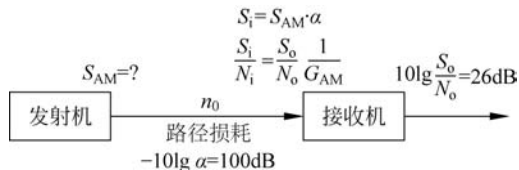
$$\begin{aligned} A &= \sqrt{2S_{\text{i}}} = \sqrt{2 \times 4 \times 10^{-4}} \\ &= 2.8 \times 10^{-2}(\text{V}) \end{aligned}$$

3.34 假定解调器输入端的信号功率比发送端的功率低 100dB,信道噪声单边功率谱密度 $n_{\text{o}} = 10^{-10} \text{W/Hz}$,调制频率为 10kHz,输出信噪比要求 26dB,试求在下列不同情况下的发送功率。

- (1) 10%和 100%的标准调幅;
- (2) 单边带调幅;
- (3) 最大频偏为 25kHz 的调频。

解 (1) 本题示意图见图题解 3-34。由题目条件可知调制频率 $f_{\text{m}} = 10\text{kHz}$,可求出标准调幅信号带宽为

$$B_{\text{AM}} = 2f_{\text{m}} = 2 \times 10 = 20(\text{kHz})$$



图题解 3-34

10%的标准调幅时,调幅指数 $\beta_{\text{AM}} = 0.1$,由主教材式(3-79)可求出标准调幅信号的信噪比增益为

$$G_{\text{AM}} = \frac{2\beta_{\text{AM}}^2}{2 + \beta_{\text{AM}}^2} = \frac{2 \times 0.1^2}{2 + 0.1^2} = 9.95 \times 10^{-3}$$

输出信噪比要求 26dB,输出信噪比为

$$\frac{S_o}{N_o} = 10^{\frac{26}{10}} = 3.98 \times 10^2$$

由题目条件可知,解调器输入端的信号功率比发送端的功率低 100dB,即信道衰减 α 为

$$\alpha = 1 \times 10^{-10}$$

标准调幅信号的发送功率为

$$S_{AM} = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{AM}} \frac{1}{\alpha} N_i = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{AM}} \frac{1}{\alpha} n_0 B_{AM}$$

代入具体数据后,得

$$\begin{aligned} S_{AM} &= 3.98 \times 10^2 \times \frac{1}{9.95 \times 10^{-3}} \times \frac{1}{10^{-10}} \times 10^{-10} \times 20 \times 10^3 \\ &= 8 \times 10^8 \text{ (W)} \end{aligned}$$

100%的标准调幅时,调幅指数 $\beta_{AM} = 1$,标准调幅信号的信噪比增益为

$$G_{AM} = \frac{2\beta_{AM}^2}{2 + \beta_{AM}^2} = \frac{2 \times 1^2}{2 + 1^2} = \frac{2}{3}$$

标准调幅信号的发送功率为

$$\begin{aligned} S_{AM} &= 3.98 \times 10^2 \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{10^{-10}} \times 10^{-10} \times 20 \times 10^3 \\ &= 1.19 \times 10^7 \text{ (W)} \end{aligned}$$

(2) 单边带调幅时,单边带信号的带宽为

$$B_{SSB} = f_m = 10 \text{ kHz}$$

由主教材式(3-65)可知,单边带信号的信噪比增益为

$$G_{SSB} = 1$$

单边带信号的发送功率为

$$S_{SSB} = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{SSB}} \frac{1}{\alpha} N_i = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{SSB}} \frac{1}{\alpha} n_0 B_{SSB}$$

代入具体数据,得

$$\begin{aligned} S_{SSB} &= 3.98 \times 10^2 \times 1 \times \frac{1}{10^{-10}} \times 10^{-10} \times 10 \times 10^3 \\ &= 3.98 \times 10^6 \text{ (W)} \end{aligned}$$

(3) 最大频偏为 25kHz 的调频时,由主教材式(3-115)可计算出调频信号的带宽为

$$B_{FM} = 2f_m + 2\Delta f_{\max} = 2 \times 10 + 2 \times 25 = 70 \text{ (kHz)}$$

由主教材式(3-97)可计算出调频信号的信噪比增益为

$$\beta_{FM} = \frac{\Delta f_{\max}}{f_m} = \frac{25}{10} = 2.5$$

由主教材式(3-156)可求出调频信号的信噪比增益为

$$G_{FM} = 3\beta_{FM}^2 (1 + \beta_{FM}) = 3 \times 2.5^2 \times (2.5 + 1) = 65.63$$

调频信号的发送功率为

$$S_{FM} = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{FM}} \frac{1}{\alpha} N_i = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{FM}} \frac{1}{\alpha} n_0 B_{FM}$$

代入具体数据,得

$$\begin{aligned} S_{\text{FM}} &= 3.98 \times 10^2 \times \frac{1}{65.63} \times \frac{1}{10^{-10}} \times 10^{-10} \times 70 \times 10^3 \\ &= 4.25 \times 10^5 (\text{W}) \end{aligned}$$

3.35 给定接收机的输出信噪比为 50dB,信道中 $n_0 = 10^{-10} \text{ W/Hz}$,单频调制信号频率为 10kHz,试求:

(1) 在 90%调幅时,需要调幅波的输入信噪比和载波幅度为多少?

(2) 在最大频偏为 75kHz 时,需要调频波的输入信噪比和幅度为多少?

解 (1) 由题目条件可知调制信号频率 $f_m = 10\text{kHz}$,标准调幅信号带宽

$$B_{\text{AM}} = 2f_m = 2 \times 10 = 20 (\text{kHz})$$

90%的标准调幅时,调幅指数 $\beta_{\text{AM}} = 0.9$,由主教材式(3-79)可求出标准调幅信号的信噪比增益为

$$G_{\text{AM}} = \frac{2\beta_{\text{AM}}^2}{2 + \beta_{\text{AM}}^2} = \frac{2 \times 0.9^2}{2 + 0.9^2} = 0.58$$

输出信噪比要求 50dB,输出信噪比为

$$\frac{S_o}{N_o} = 10^{\frac{50}{10}} = 1 \times 10^5$$

输入信噪比为

$$\frac{S_i}{N_i} = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{\text{AM}}} = 1 \times 10^5 \times \frac{1}{0.58} = 1.72 \times 10^5$$

输入信噪比的分贝值为

$$\left[\frac{S_i}{N_i} \right]_{\text{dB}} = 10 \lg(1.72 \times 10^5) = 52.36 (\text{dB})$$

调幅信号的发送功率

$$S_{\text{AM}} = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{\text{AM}}} N_i = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{\text{AM}}} n_0 B_{\text{AM}}$$

代入具体数据,得

$$\begin{aligned} S_{\text{AM}} &= 1 \times 10^5 \times \frac{1}{0.58} \times 10^{-10} \times 20 \times 10^3 \\ &= 3.45 \times 10^{-1} (\text{W}) \end{aligned}$$

由主教材式(3-79)和主教材式(3-8)可求出标准调幅信号的调制效率为

$$\eta_{\text{AM}} = \frac{1}{2} G_{\text{AM}} = \frac{1}{2} \times 0.58 = 0.29$$

而调幅信号的载波功率为

$$P_c = (1 - \eta_{\text{AM}}) P_{\text{AM}}$$

调幅信号的载波功率和载波幅度之间的关系为

$$P_c = \frac{A_0^2}{2}$$

可求出载波幅度为

$$\begin{aligned}
 A_0 &= \sqrt{2P_c} = \sqrt{2(1-\eta_{AM})P_{AM}} \\
 &= \sqrt{2 \times (1-0.29) \times 3.45 \times 10^{-1}} \\
 &= \sqrt{2 \times 0.71 \times 3.45 \times 10^{-1}} \\
 &= \sqrt{0.49} = 0.7(\text{V})
 \end{aligned}$$

(2) 在最大频偏为 75kHz 时,由主教材式(3-115)可计算出调频信号的带宽为

$$B_{FM} = 2f_m + 2\Delta f_{\max} = 2 \times 10 + 2 \times 75 = 170(\text{kHz})$$

由主教材式(3-97)可计算出调频信号的调频指数

$$\beta_{FM} = \frac{\Delta f_{\max}}{f_m} = \frac{75}{10} = 7.5$$

由主教材式(3-156)可计算出调频信号的信噪比增益为

$$\begin{aligned}
 G_{FM} &= 3\beta_{FM}^2(1 + \beta_{FM}) \\
 &= 3 \times 7.5^2 \times (7.5 + 1) = 1.43 \times 10^3
 \end{aligned}$$

输出信噪比要求 50dB,输出信噪比为

$$\frac{S_o}{N_o} = 10^{\frac{50}{10}} = 1 \times 10^5$$

输入信噪比为

$$\frac{S_i}{N_i} = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{AM}} = 1 \times 10^5 \times \frac{1}{1.43 \times 10^3} = 69.93$$

输入信噪比的分贝值为

$$\left[\frac{S_i}{N_i} \right]_{\text{dB}} = 10 \lg(69.93) = 18.44(\text{dB})$$

调频信号的输入功率为

$$S_{FM} = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{FM}} N_i = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{FM}} n_0 B_{FM}$$

代入具体数据,得

$$\begin{aligned}
 S_{FM} &= 1 \times 10^5 \times \frac{1}{1.43 \times 10^3} \times 10^{-10} \times 170 \times 10^3 \\
 &= 1.19 \times 10^{-3}(\text{W})
 \end{aligned}$$

调频信号的功率和幅度之间的关系为

$$S_{FM} = \frac{A^2}{2}$$

可求出调频信号的幅度为

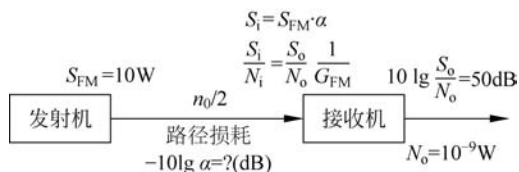
$$A = \sqrt{2S_{FM}} = \sqrt{2 \times 1.19 \times 10^{-3}} = 48.79(\text{mV})$$

3.36 已知某单频调制的调频波的调频指数为 10,输出信噪比为 50dB,信道噪声双边功率谱密度为 $n_0/2 = 10^{-12} \text{W/Hz}$,如果发端平均发射功率为 10W,当达到输出信噪比要求时所允许的信道衰减为多少分贝? 设调制信号频率 $f_m = 2\text{kHz}$ 。

解 本题的示意图见图题解 3-36。由题目条件可知调制信号频率 $f_m = 2\text{kHz}$,调频信号调频指数 $\beta_{FM} = 10$,由主教材式(3-156)可计算出调频信号的信噪比增益为

$$G_{\text{FM}} = 3\beta_{\text{FM}}^2(1 + \beta_{\text{FM}})$$

$$= 3 \times 10^2 \times (10 + 1) = 3300$$



图题解 3-36

由主教材式(3-115)可计算出调频信号的带宽为

$$B_{\text{FM}} = 2(1 + \beta_{\text{FM}})f_m$$

$$= 2 \times (1 + 10) \times 2 = 44(\text{kHz})$$

调频信号的输入功率为

$$S_i = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{\text{FM}}} N_i = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{\text{FM}}} n_0 B_{\text{FM}}$$

代入具体数据,得

$$S_i = 1 \times 10^5 \times \frac{1}{3300} \times 2 \times 10^{-12} \times 44 \times 10^3$$

$$\approx 2.67 \times 10^{-6}(\text{W})$$

由题目条件可知,调频信号的发射功率 $S_{\text{FM}} = 10\text{W}$,设允许的信道衰减为 α ,其分贝值为

$$-10\lg\alpha = 10\lg \frac{S_{\text{FM}}}{S_i}$$

$$= 10\lg \frac{10}{2.67 \times 10^{-6}}$$

$$= 65.74(\text{dB})$$

3.37 设信道引入的加性白噪声双边功率谱密度为 $n_0/2 = 0.25 \times 10^{-14} \text{W/Hz}$,路径损耗为 100dB,调制信号为 10kHz 单频正弦波。若要求解调输出信噪比为 40dB,求下列情况发送端最小功率。

- (1) 常规调幅,包络检波, $\beta_{\text{AM}} = 0.707$;
- (2) 调频,鉴频器解调,最大频偏 $\Delta f = 10\text{kHz}$;
- (3) 单边带调幅,相干解调。

解 (1) 由题目条件可知,调制信号频率 $f_m = 10\text{kHz}$,常规调幅信号的带宽

$$B_{\text{AM}} = 2f_m = 2 \times 10 = 20(\text{kHz})$$

题目条件还给出调幅指数 $\beta_{\text{AM}} = 0.707$,常规调幅信号包络检波的信噪比增益为

$$G_{\text{AM}} = \frac{2\beta_{\text{AM}}^2}{2 + \beta_{\text{AM}}^2} = \frac{2 \times 0.707^2}{2 + 0.707^2} \approx 0.40$$

路径损耗 α 为 100dB,即

$$\alpha = 10^{-\frac{100}{10}} = 1 \times 10^{-10}$$

要求输出信噪比为 40dB, 输出信噪比为

$$\frac{S_o}{N_o} = 10^{\frac{40}{10}} = 1 \times 10^4$$

常规调幅信号的发送功率为

$$S_{AM} = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{AM}} \frac{1}{\alpha} N_i = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{AM}} \frac{1}{\alpha} n_0 B_{AM}$$

代入具体数据, 得

$$\begin{aligned} S_{AM} &= 1 \times 10^4 \times \frac{1}{0.4} \times \frac{1}{10^{-10}} \times 2 \times 0.25 \times 10^{-14} \times 20 \times 10^3 \\ &= 2.5 \times 10^4 \text{ (W)} \end{aligned}$$

(2) 由题目条件可知, 调频信号的最大频偏 $\Delta f_{\max} = 10\text{kHz}$ 。由主教材式(3-97)可计算出调频信号的调频指数为

$$\beta_{FM} = \frac{\Delta f_{\max}}{f_m} = \frac{10}{10} = 1$$

由主教材式(3-156)可计算出调频信号鉴频器解调时的信噪比增益为

$$G_{FM} = 3\beta_{FM}^2 (1 + \beta_{FM}) = 3 \times 1^2 \times (1 + 1) = 6$$

由主教材式(3-115)可计算出调频信号的带宽为

$$B_{FM} = 2f_m + 2\Delta f_{\max} = 2 \times 10 + 2 \times 10 = 40 \text{ (kHz)}$$

调频信号的发送功率为

$$S_{FM} = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{FM}} \frac{1}{\alpha} N_i = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{FM}} \frac{1}{\alpha} n_0 B_{FM}$$

代入具体数据, 得

$$\begin{aligned} S_{FM} &= 1 \times 10^4 \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{10^{-10}} \times 2 \times 0.25 \times 10^{-14} \times 40 \times 10^3 \\ &= 3.33 \times 10^3 \text{ (W)} \end{aligned}$$

(3) 由题目条件可知, 调制信号频率 $f_m = 10\text{kHz}$, 单边带信号的带宽为

$$B_{SSB} = f_m = 10\text{kHz}$$

由主教材式(3-65)可知, 单边带信号相干解调时的信噪比增益为

$$G_{SSB} = 1$$

单边带信号的发送功率为

$$S_{SSB} = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{SSB}} \frac{1}{\alpha} N_i = \frac{S_o}{N_o} \frac{1}{G_{SSB}} \frac{1}{\alpha} n_0 B_{SSB}$$

代入具体数据, 得

$$\begin{aligned} S_{SSB} &= 1 \times 10^4 \times 1 \times \frac{1}{10^{-10}} \times 2 \times 0.25 \times 10^{-14} \times 10 \times 10^3 \\ &= 5 \times 10^3 \text{ (W)} \end{aligned}$$

3.38 某通信信道分配 100~150kHz 的频率范围用于传输调频波, 已知调制信号 $f(t) = A_m \cos(10^4 \pi t)$, 信道衰减为 60dB, 信道噪声功率谱密度为 $n_0 = 10^{-10} \text{ W/Hz}$ 。

(1) 调频波有效带宽为多少? 载频应是多少?

(2) 求出适当的调频指数 β_{FM} 和最大频偏;

(3) 设接收机门限信噪比为 10dB, 如果要求接收机正常解调(输入信噪比应大于门限信噪比), 试计算发端的载波幅度;

(4) 写出发送端已调波表达式。

解 (1) 由题目条件可知, 信道分配 100~150kHz 的频率范围用于传输调频波, 调频波的有效带宽 B_{FM} 为

$$B_{\text{FM}} = 150 - 100 = 50(\text{kHz})$$

载频 f_c 应取频率范围的中心频率, 即

$$f_c = \frac{100 + 150}{2} = 125(\text{kHz})$$

(2) 题目条件给出调制信号 $f(t) = A_m \cos(10^4 \pi t)$, 调制信号频率 f_m 为

$$f_m = \frac{10^4 \pi}{2\pi} = 5(\text{kHz})$$

由主教材式(3-115)可知, 调频指数 β_{FM} 和带宽的关系为

$$B_{\text{FM}} = 2(1 + \beta_{\text{FM}})f_m = 2 \times (1 + \beta_{\text{FM}}) \times 5 = 50(\text{kHz})$$

由此可求得调频指数 β_{FM} 为

$$\beta_{\text{FM}} = 4$$

由主教材式(3-97)可求出最大频偏 Δf_{max} 为

$$\Delta f_{\text{max}} = \beta_{\text{FM}} f_m = 4 \times 5 = 20(\text{kHz})$$

(3) 当接收机门限信噪比为 10dB 时, 输入信噪比的分贝值为

$$\left[\frac{S_i}{N_i} \right]_{\text{dB}} = 10 \lg \left[\frac{S_i}{N_i} \right] = 10\text{dB}$$

可求得输入信噪比为

$$\frac{S_i}{N_i} = 10$$

路径损耗 α 为 60dB, 即

$$\alpha = 1 \times 10^{-6}$$

调频信号的发射功率为

$$S_{\text{FM}} = \frac{S_i}{N_i} \frac{1}{\alpha} N_i = \frac{S_i}{N_i} \frac{1}{\alpha} n_0 B_{\text{FM}}$$

代入具体数据, 得

$$S_{\text{FM}} = 10 \times \frac{1}{1 \times 10^{-6}} \times 1 \times 10^{-10} \times 50 \times 10^3 = 50(\text{W})$$

调频信号的功率和载波幅度的关系为

$$S_{\text{FM}} = \frac{A^2}{2}$$

可求出载波信号的幅度为

$$A = \sqrt{2S_{\text{FM}}} = \sqrt{2 \times 50} = 10(\text{V})$$

(4) 已知调制信号 $f(t) = A_m \cos(10^4 \pi t)$, 由主教材式(3-96)可写出发送端已调波表达式为

$$S_{\text{FM}}(t) = A \cos(\omega_c t + \beta_{\text{FM}} \sin \omega_m t)$$

代入具体数据,发送端已调波表达式为

$$S_{\text{FM}}(t) = 10 \cos [2.5 \times 10^5 \pi t + 4 \sin(10^4 \pi t)]$$

3.39 发射端已调波为 $s_{\text{FM}}(t) = 10 \cos[10^7 \pi t + 4 \cos(2\pi \times 10^3 t)]$, 信道噪声功率谱密度为 $n_0 = 5 \times 10^{-10} \text{ W/Hz}$, 试求每千米信道衰减量为多大时, 接收机在正常工作时最大传输距离是 150km。设接收机门限信噪比为 10dB。

解 由题目条件可知, 调制信号频率

$$f_m = \frac{2\pi \times 10^3}{2\pi} = 1(\text{kHz})$$

调频指数 $\beta_{\text{FM}} = 4$, 由主教材式(3-115)可计算出调频信号的带宽为

$$B_{\text{FM}} = 2(1 + \beta_{\text{FM}}) \times f_m = 2 \times (1 + 4) \times 1 = 10(\text{kHz})$$

接收机门限信噪比为 10dB, 即输入信噪比的分贝值为

$$\left[\frac{S_i}{N_i} \right]_{\text{dB}} = 10 \lg \left[\frac{S_i}{N_i} \right] = 10 \text{dB}$$

可求得输入信噪比为

$$\frac{S_i}{N_i} = 10$$

调频信号的输入功率为

$$S_i = 10 N_i = 10 n_0 B$$

设调频信号的发射功率为 S_{FM} , 发射功率与载波幅度的关系为

$$S_{\text{FM}} = \frac{A^2}{2}$$

设信道衰减量为 α , 分贝值可表示为

$$\begin{aligned} -10 \lg \alpha &= 10 \lg \frac{S_{\text{FM}}}{S_i} \\ &= 10 \lg \frac{A^2}{2 \times 10 N_i} \\ &= 10 \lg \frac{10^2}{2 \times 10 \times 5 \times 10^{-10} \times 10 \times 10^3} \\ &= 10 \lg 10^6 = 60(\text{dB}) \end{aligned}$$

接收机在正常工作时最大传输距离是 150km, 设每千米信道衰减量的分贝值为 β , 可表示为

$$\beta = \frac{60}{150} = 0.4(\text{dB/km})$$

3.40 有 10 路具有 3kHz 最高频率的信号进行多路复用, 采用 SSB/FM 复合调制, 假定不考虑邻路防护频带, 调频指数采用 5, 试求第二次调制前后的信号频带宽度各为多少?

解 由题目条件可知, 调制信号频率 $f_m = 3\text{kHz}$, 第一次调制为单边带调制, 第一次调制后的信号带宽为

$$B_{\text{SSB}} = 10 f_m = 10 \times 3 = 30(\text{kHz})$$

第一次调制后的信号作为第二次调制的输入信号, 所以第二次调制前的信号带宽即

为 30kHz。

第二次调制为调频指数 $\beta_{\text{FM}}=5$ 的频率调制,第二次调制后的信号带宽为

$$B_{\text{FM}} = 2(1 + \beta_{\text{FM}}) \times B_{\text{SSB}} = 2 \times (1 + 5) \times 30 = 360(\text{kHz})$$

3.41 设有一个 13kHz 正弦信号,要在加性白噪声情况下用 FM 传输,假定要求在解调器输出端有 20.33dB(108 倍)的信噪比改善。

(1) 求不采用加重技术时所要求的最大频偏;

(2) 采用加重技术时所要求的最大频偏是增大还是减小?

解 (1) 解调器输出端有 20.33dB(108 倍)的信噪比改善,即

$$10\lg G_{\text{FM}} = 20.33(\text{dB})$$

信噪比增益为

$$G_{\text{FM}} = 3\beta_{\text{FM}}^2(1 + \beta_{\text{FM}}) = 108$$

由上式可求出调频指数为

$$\beta_{\text{FM}} = 3$$

调频指数和最大频偏的关系为

$$\beta_{\text{FM}} = \frac{\Delta f_{\text{max}}}{f_{\text{m}}}$$

不采用加重技术时所要求的最大频偏 Δf_{max} 为

$$\Delta f_{\text{max}} = f_{\text{m}}\beta_{\text{FM}} = 3 \times 13 = 39(\text{kHz})$$

(2) 采用加重技术时,预加重网络的作用是提升调制信号的高频分量,这时调频后所要求的最大频偏要增大。

3.42 设有一个 60 路模拟话音信号的频分复用系统,每路话音信号的频率范围为 0~4kHz。副载波调制用 SSB,主载波调制用 FM。

(1) 求副载波调制后的信号带宽;

(2) 如果最大频偏为 800kHz,试求信道传输带宽。

解 (1) 副载波调制用 SSB,信号带宽为

$$B_{\text{SSB}} = 60f_{\text{m}} = 60 \times 4 = 240(\text{kHz})$$

(2) 主载波调制用 FM,如果最大频偏为 800kHz,信道传输带宽为

$$B_{\text{FM}} = 2f_{\text{m}} + 2\Delta f_{\text{max}} = 2 \times 240 + 2 \times 800 = 2080(\text{kHz})$$

3.43 根据 FM 信号和 PM 信号的一般表达式,完成表题 3-43。

解

表题 3-43

	FM	PM
表达式	$s_{\text{FM}}(t) = A \cos [\omega_c t + K_{\text{FM}} \int f(t) dt]$	$s_{\text{PM}}(t) = A \cos [\omega_c t + K_{\text{PM}} f(t)]$
瞬时相位	$\theta(t) = \int \omega(t) dt = \omega_c t + K_{\text{FM}} \int f(t) dt$	$\theta(t) = \omega_c t + K_{\text{PM}} f(t)$
瞬时相位偏移	$\varphi(t) = K_{\text{FM}} \int f(t) dt$	$\varphi(t) = K_{\text{PM}} f(t)$
最大相偏	$\varphi(t)_{\text{max}} = K_{\text{FM}} \left \int f(t) dt \right _{\text{max}}$	$\varphi(t)_{\text{max}} = K_{\text{PM}} f(t) _{\text{max}}$

续表

	FM	PM
瞬时频率	$\omega(t) = \omega_c + K_{\text{FM}} f(t)$	$\omega(t) = \omega_c + K_{\text{PM}} \frac{df(t)}{dt}$
瞬时频率偏移	$\Delta\omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} = K_{\text{FM}} f(t)$	$\Delta\omega(t) = K_{\text{PM}} \frac{df(t)}{dt}$
最大频偏	$ \Delta\omega(t) _{\max} = K_{\text{FM}} f(t) _{\max}$	$ \Delta\omega(t) _{\max} = K_{\text{PM}} \left \frac{df(t)}{dt} \right _{\max}$

MATLAB 仿真题：试用 MATLAB 编写 SSB 调制和解调程序，并画出输入信号、已调信号和解调输出信号的波形。其中调制信号 $m(t) = \cos(1000\pi t)$, $f_c = 20\text{kHz}$ 。

分析：SSB 信号表达式为

$$s(t) = m(t)\cos(2\pi f_c t) \pm \hat{m}(t)\sin(2\pi f_c t)$$

其中的“+”和“-”分别对应 SSB 下边带和上边带， $\hat{m}(t)$ 是 $m(t)$ 的希尔伯特变换，其频谱 $\hat{M}(f)$ 与 $m(t)$ 的频谱 $M(f)$ 的关系为

$$\hat{M}(f) = -j\text{sign}(f)M(f)$$

根据以上公式可编写出 SSB 上边带调制信号程序。

解：根据 SSB 调制原理，可编写上边带 SSB 调制程序如下：

```

fs = 800; % 采样频率
T = 200; % 信号截短时间
N = T * fs; % 采样点数
dt = 1/fs;
t = [-T/2:dt:T/2-dt];
df = 1/T;
f = [-fs/2:df:fs/2-df];

% 调制
fm = 0.5; % 单位 kHz, 调制信号最高频率
fc = 20; % 单位 kHz, 载波信号频率
m = cos(2 * pi * fm * t); % 调制信号时域波形
temp1 = fft(m)/fs; % 对 m(t) 做 FFT
temp2 = N * ifft(m)/fs;
M(1:N/2) = temp2(N/2+1:-1:2);
M(N/2+1:N) = temp1(1:N/2);
M = M. * exp(j * pi * f * T);
MH = -j * sign(f). * M; % 在频域进行希尔伯特变换
temp3 = fft(MH)/T;
temp4 = N * ifft(MH)/T;
mh(1:N/2) = temp3(N/2+1:-1:2);
mh(N/2+1:N) = temp4(1:N/2);
mh = mh. * exp(-j * pi * t * fs);
mh = real(mh); % 希尔伯特变换后的信号
s = m. * cos(2 * pi * fc * t) - mh. * sin(2 * pi * fc * t); % SSB 上边带时域信号
figure(1)

```

```

plot(t, s)                                % 画出已调信号的时域波形
axis([0, 1, -1.2, 1.2]);

% 解调
N0 = 1e-3;                                % 设置白噪声的单边功率谱密度
noise = sqrt(N0 * fs/2) * randn(1, N);    % 高斯白噪声
y1 = s + noise;                            % 将噪声叠加到已调信号,模拟传输过程
y2 = s. * cos(2 * pi * fc * t) * 2;       % 乘以相干载波进行解调
y3 = LPF(df, dt, y2, fm, fs) * N/50;      % 经过低通滤波器
figure(2)
plot(t, [m; y3], ' * ')                   % 画出输入信号和解调输出信号波形
axis([0, 4, -2.5, 2.5]);
grid on

```

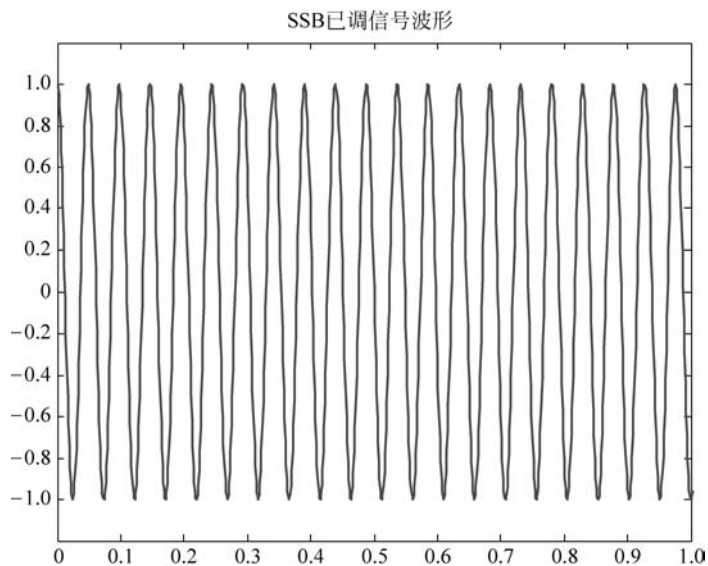
其中需要用到低通滤波器 LPF,对应的 MATLAB 程序如下:

```

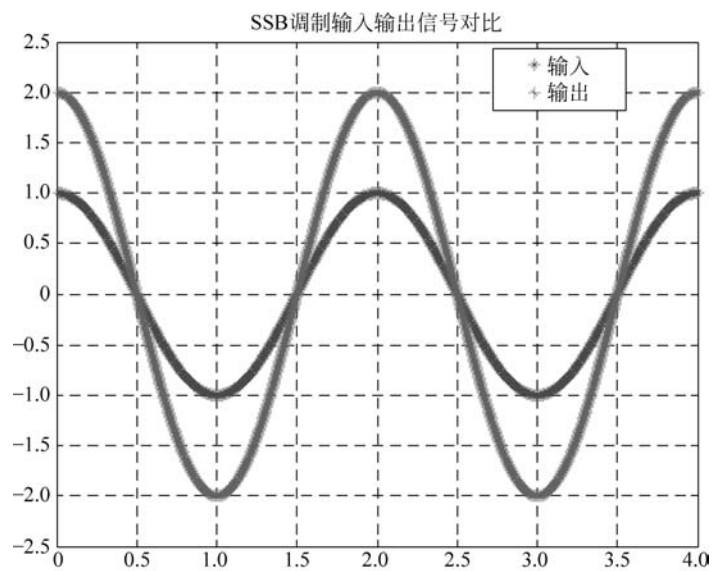
function[st] = LPF(df, dt, st, fm, fs)
T = 1/df;
B = 2 * fm;
ssf = fftshift(fft(st))/fs;
hf = zeros(1, length(ssf));
bf = [- floor(B/df/2):floor(B/df/2)] + floor(length(ssf)/2);
hf(bf) = 1;
yf = hf. * ssf;
sff = fftshift(yf);
st = real(ifft(sff));

```

程序运行结果如图仿真题 3-1 所示。



图仿真题 3-1 SSB 调制和解调



图仿真题 3-1 (续)