第5章

激光衍射和莫尔条纹测量

**CHAPTER 5** 

本章首先讲述单缝衍射测量、圆孔衍射测量的原理及应用。重点介绍基于计量光栅的 莫尔条纹技术。应用遮光原理,利用几何法与序数方程法分析莫尔条纹的形成,推导出莫尔 条纹宽度公式;利用衍射干涉原理分析细光栅的莫尔条纹现象;给出莫尔条纹的基本性 质,并详细介绍莫尔条纹测试技术的实际应用。本章还将介绍衍射光栅干涉测量的原理、技 术与系统,以及X射线衍射测量的基本原理,并以测量材料应力为例,介绍同倾法、侧倾法 和掠射法3种常规X射线衍射法。最后介绍利用同步辐射X射线衍射法测量薄膜材料晶 格的应力应变。

# 5.1 激光衍射测量基本原理

光波在传播过程中遇到障碍物而发生偏离直线传播,并在障碍物后的观察屏上呈现光 强不均匀分布的现象,称为光的衍射。由于光的波长较短,只有当光通过很小障碍物时才能 明显地观察到衍射现象。激光出现以后,由于具有高亮度、相干性好等优点,使光的衍射 现象得到实质性的应用。1972年,加拿大国家研究所的 Pryer 提出了激光衍射测量方 法。这是一种利用激光衍射条纹的变化精密测量长度、角度、轮廓的一种全场测量方法。 由于衍射测量具有非接触、稳定性好、自动化程度及精度高等优点,其在工业测量中得到 广泛应用。

按照光源、衍射物和观察屏幕三者之间的位置关系,衍射现象分为两种类型。一类是菲涅 耳衍射,即光源和观察屏(或二者之一)到衍射物的距离有限,又称为近场衍射,如图 5-1(a)所 示;另一类是夫琅禾费衍射,即光源和观察屏都离衍射物无限远,又称为远场衍射,如图 5-1(b)



所示。由于夫琅禾费衍射问题的计算比较简单,且在光学系统的成像理论和现代光学中有 着特别重要的意义,所以本章讨论的都是基于夫琅禾费衍射的测量。



微课视频

#### 单缝衍射测量 5.1.1

### 1. 单缝衍射测量原理

图 5-2 所示为单锋衍射测量原理。用激光束照射被测物与参考物之间的间隙,将形成 单缝远场衍射条纹。波长为λ,狭缝宽度为b,衍射条纹的光强分布为



 $I = I_0 \left( \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2} \right)$ (5-1)

其中, $\alpha = \left(\frac{\pi b}{\gamma}\right) \sin\theta$ , $\theta$ 为衍射角;  $I_0$ 为中央亮条纹中心处的光强。 课视频

单缝衍射的相对光强分布曲线如图 5-3 所示。



36 集 微课视频



当 $\alpha = 0, \pm \pi, \pm 2\pi, \dots, \pm N\pi$ 时, I = 0, 衍射呈现暗条纹。测定任意暗条纹的位置或变 化,就可以精确地知道被测间隙 b 的尺寸及尺寸的变化,这就是衍射测量的基本原理。

### 2. 单缝衍射测量的基本公式

由 
$$\alpha = \left(\frac{\pi b}{\lambda}\right) \sin \theta$$
, 对第 k 级衍射暗条纹有

$$\left(\frac{\pi b}{\lambda}\right)\sin\theta = k\,\pi\tag{5-2}$$

即  $b\sin\theta = k\lambda$ ,当  $\theta$  不大时,由远场衍射条件有

$$\sin\theta = \tan\theta = \frac{x_k}{f} \tag{5-3}$$

其中, $x_k$ 为第k级暗条纹中心到中央零级条纹中心的距离; f为透镜焦距。 式(5-3)可写为

> $b \frac{x_k}{f} = k\lambda$ h =-4)

或

$$\frac{kf\lambda}{x_k}$$
 (5-

式(5-4)为单缝衍射测量的基本公式。在激光光源照射下,如果接收屏离开狭缝的距离 远大于缝宽 *b*,则还可以取消透镜,直接在接收屏上得到夫琅禾费衍射图像,式(5-4)中的 *f* 以*L*(单缝平面到接收屏的距离)代替。

#### 3. 单缝衍射测量方法与应用

1) 间隙测量法

在已知波长条件下,测出某级条纹的位置,即可由式(5-4)计算出狭缝间隔。这种方法称作间隙测量法。实际应用中,也可以通过测量两个暗条纹之间的间隔 *s* 确定 *b*,*s* = *x*<sub>*k*+1</sub> - *x*<sub>*k*</sub>,则

 $s = \frac{\lambda f}{h}$ 

即

$$b = \frac{\lambda f}{s} \tag{5-5}$$

当测量位移值时,即测量缝宽的改变量为

$$\Delta b = b' - b = \frac{kf\lambda}{x'_{k}} - \frac{kf\lambda}{x_{k}} = kf\lambda \left(\frac{1}{x'_{k}} - \frac{1}{x_{k}}\right)$$
(5-6)

其中,x<sub>k</sub>和x<sup>'</sup><sub>k</sub>分别为第k级暗条纹在缝宽变化前和变化后到中央零级条纹中心的距离。 也可以通过某一固定的衍射角记录条纹的变化数目 ΔN,从而只要测定 ΔN 就能求出位移 值为

$$\Delta b = b' - b = \frac{k'\lambda}{\sin\theta} - \frac{k\lambda}{\sin\theta} = (k' - k) \frac{\lambda}{\sin\theta} = \Delta N \frac{\lambda}{\sin\theta}$$
(5-7)

间隙测量法可用来进行工件尺寸的比较测量,如图 5-4(a)所示,先用标准尺寸的工件相 对参考边的间隙作为零位,然后放上工件,测定间隙的变化量来推算出工件尺寸;工件形状 的轮廓测量如图 5-4(b)所示,同时转动参考物和工件,由间隙变化得到工件轮廓相对于标 准轮廓的偏差;还可以在测量应变时作为应变传感器使用,如图 5-4(c)所示,当试件上加载 力 P 时,将引起单缝的尺寸变化,从而可以用衍射条纹的变化得出应变量。



图 5-5 所示为间隙测量法的基本装置示意图。激光器发出的光束,经柱面扩束透镜形成一个激光亮带,并以平行光的方式照射由工件和参考物组成的狭缝,衍射光束经成像透镜

射向观察屏,观察屏可以用光电探测器代替,如线阵 CCD。微动机构用于衍射条纹的调零 或定位。



图 5-5 间隙测量法的基本装置示意图 1-激光器;2-柱面镜;3-工件;4-参考物;5-成像透镜;6-观察屏;7-微动机构

间隙法可用于测定各种物理量的变化,如应变、压力、温度、流量、加速度等。

2) 分离间隙测量法

在单缝衍射的应用中,往往参考物和试件不在同一平面内,这就构成了分离间隙测量 法。这种方法的优点在于安装方便,可以提高衍射计量的精度。

如图 5-6 所示,单色平行光垂直入射到分离间隙的狭缝上,狭缝的一边为 A,另一边为  $A_1$ ,二者错开(分离)的距离为 z,缝宽为 b。 $A'_1$ 是  $A_1$ 的假设位置并与 A 在同一平面内。接 收屏上  $P_1$ 点和  $P_2$ 点的衍射角分别为  $\theta_1$ 和  $\theta_2$ 。



图 5-6 分离间隙法的测量原理图

激光束通过狭缝衍射以后,在 P1 处出现暗条纹的条件为

$$\overline{A_1'A_1P_1} - \overline{AP_1} = \overline{A_1'P_1} - \overline{AP_1} + (\overline{A_1'A_1P_1} - \overline{A_1'P_1})$$
$$= b\sin\theta_1 + (z - z\cos\theta_1) = k_1\lambda$$
(5-8)

因此

$$b\sin\theta_1 + 2z\sin^2(\theta_1/2) = k_1\lambda \tag{5-9}$$

同理,对于 P2 点呈现暗条纹的条件为

$$b\sin\theta_2 - 2z\sin^2(\theta_2/2) = k_2\lambda \tag{5-10}$$

又因  $\sin\theta_1 = \frac{x_{k_1}}{L}, \sin\theta_2 = \frac{x_{k_2}}{L}, 则根据式(5-9)和式(5-10)可得$ 

$$b = \frac{k_1 L \lambda}{x_{k_1}} - \frac{z x_{k_1}}{2L} = \frac{k_2 L \lambda}{x_{k_2}} + \frac{z x_{k_2}}{2L}$$
(5-11)

只要测得  $x_{k_1}$  和  $x_{k_2}$ ,由式(5-11)即可求出缝宽 b 和偏离量 z。

利用分离间隙法可以测量折射率或液体变化。如图 5-7 所示,在分离间隙的狭缝中插 入厚度为 *d*、折射率为 *n* 的透明介质,衍射条纹的位置就灵敏地反映了折射率或折射率的变 化,测量精度可达 10<sup>-6</sup>~10<sup>-7</sup>。对于 *P*<sub>1</sub> 点,边缘光线的最大光程差为

$$\Delta_{1} = \frac{bx_{k_{1}}}{L-z} + \frac{(z-d)x_{k_{1}}^{2}}{2(L-z)^{2}} + \frac{dx_{k_{1}}^{2}}{2n(L-z)^{2}} = k_{1}\lambda$$
(5-12)

同理,对于 P2 点呈现暗条纹的条件为

$$\Delta_{2} = \frac{bx_{k_{2}}}{L-z} + \frac{(z-d)x_{k_{2}}^{2}}{2(L-z)^{2}} + \frac{dx_{k_{2}}^{2}}{2n(L-z)^{2}} = k_{2}\lambda$$
(5-13)

只要测得 x<sub>k1</sub> 和 x<sub>k2</sub>,即可求得透明介质的折射率。测量时可采用 CCD 阵列作为光电接收装置。

3) 反射衍射测量法

反射衍射测量法是利用试件棱缘和反射镜所形成的狭缝进行衍射测量的,其原理如图 5-8 所示。刀刃 A 与反射镜 B 构成狭缝, A'为刀刃 A 经反射镜 B 所成的像。这时,光相当于以 φ 角入射到缝宽为 2b 的单缝发生衍射。显然,当光程差满足式(5-14)时,出现暗条纹。

$$2b\sin\varphi - 2b\sin(\varphi - \theta) = k\lambda \tag{5-14}$$

其中, $\varphi$ 为激光对平面反射镜的入射角; $\theta$ 为衍射角;b为刀刃A的边缘与反射镜B之间的距离。



图 5-7 插入介质后分离间隙衍射测量原理

使用三角级数将式(5-14)展开得到



图 5-8 反射衍射测量法原理

 $2b\left(\cos\varphi\sin\theta + 2\sin\varphi\sin^2\frac{\theta}{2}\right) = k\lambda \tag{5-15}$ 

对于远场衍射,则有

$$\sin\theta = \frac{x_k}{L}$$

代入式(5-15),则有

$$\frac{2bx_k}{L}\left(\cos\varphi + \frac{x_k}{2L}\sin\varphi\right) = k\lambda \tag{5-16}$$

因此有

$$b = \frac{kL\lambda}{2x_k \left(\cos\varphi + \frac{x_k}{2L}\sin\varphi\right)}$$
(5-17)

式(5-17)说明:已知L和 $\lambda$ ,若给定 $\varphi$ ,认定衍射条纹级次k,测出 $x_k$ ,就可以求得b;由于反射效应,测量b的灵敏度可以提高一倍。

反射衍射测量法主要应用于表面质量评价、直线度测量以及间隙测量。

4) 互补测量法

当对各种细金属丝和薄带的尺寸进行高精度非接触测量时,可以利用基于巴俾涅原理 的互补测量法。当光波照射两个互补屏(一个衍射屏的开孔部分正好与另一个衍射屏的不 透明部分对应,反之亦然)时,它们所产生的衍射图样的形状和光强完全相同,仅有π的相位 差。这一结论是由巴俾涅(Babinet)于 1837 年提出的,故称为巴俾涅原理。



图 5-9 互补法测量细丝直径的原理

### 4. 单缝衍射测量的技术特性

1) 灵敏度高

将测量基本公式  $x_k = \frac{kf\lambda}{b}$ 进行微分,即得到衍射测量的灵敏度为

$$t = \frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}x_k} = \frac{b^2}{kf\lambda} \tag{5-19}$$

可见,缝宽 b 越小, f 越大,激光波长 λ 越长,所选取的衍射级次 k 越高,则 t 越小,测量 分辨力越高,测量就越灵敏。一般衍射测量的灵敏度约为 0.4μm。

2) 精度有保证

激光下的衍射条纹十分清晰、稳定,并且采用光电系统测量衍射条纹,测量精度可以保证,一般在 0.5μm 左右。

3) 测量量程较小

缝宽 b 越小,量程越大。但 b 变小时,衍射条纹拉开,高级次条纹不能测量,就不容易获得精确测量; f 也不可以随意增大,否则将导致仪器结构和外形尺寸不能紧凑。缝宽与条纹位置、灵敏度的关系如表 5-1 所示,一般衍射测量的量程为 0.01~0.5mm,这也是衍射测量的不足之处。

图 5-9 所示为互补法测量细丝直径的原理, 可将被测细丝看作单缝,利用单缝衍射公式计 算细丝直径,则根据 d sinθ=kλ,有

$$d = \frac{k\lambda \sqrt{x_{k}^{2} + f'^{2}}}{x_{k}} = \frac{\lambda \sqrt{x_{k}^{2} + f'^{2}}}{s} \quad (5-18)$$

其中, s 为暗条纹间距;  $x_k$  为 k 级暗条纹的 位置。

| 缝宽 b/mm | 放大倍数β | 暗条纹位置 $x_k(k=4)/mm$ |
|---------|-------|---------------------|
| 0.01    | 2500  | 250                 |
| 0.1     | 250   | 25                  |
| 0.5     | 10    | 5                   |
| 1       | 2.5   | 2.5                 |

表 5-1 缝宽与条纹位置、灵敏度的关系

# 5.1.2 圆孔衍射测量

平面波照射圆孔时,其夫琅禾费远场衍射像是中心为圆形的亮斑,外面绕着明暗相间的 环形条纹。圆孔衍射条纹也称为艾里斑,如图 5-10 所示,光强分布为

$$I = I_0 \left[ \frac{2J_1(\zeta)}{\zeta} \right]^2$$
(5-20)

其中, $J_1(\zeta)$ 为一阶贝塞尔函数, $\zeta = \frac{2\pi a \sin \theta}{\lambda}$ ,a为圆孔半径, $\theta$ 为衍射角。其相对光强分布曲线如图 5-11 所示。衍射图中央的亮斑集中了约 84%的光能量,艾里斑直径(第一暗环的直径)为d,因为

$$\sin\theta \approx \theta = \frac{d}{2f'} = 1.22 \frac{\lambda}{2a} \tag{5-21}$$

则

$$d = 1.22 \frac{\lambda f'}{a} \tag{5-22}$$

已知 *f*<sup>'</sup>和λ 时,测定 *d*,就可以由式(5-22)求出圆孔半径 *a*。因此,利用艾里斑的变化可以精密测定或分析微小孔径的尺寸。基于圆孔的夫琅禾费衍射原理也称作艾里斑测量法。



5.2 莫尔条纹测量

莫尔一词来自法文的 Moire,其原意为波动或起波纹的。在古代,人们就已经发现将两 块薄的丝绸织物叠在一起时,可以看到一种不规则的花纹。后来就将两种条纹叠加在一起 所产生的图形称为莫尔条纹。1874 年英国物理学家瑞利首次将莫尔条纹作为一种计量测 试手段,开创了莫尔测试技术。从广义上讲,莫尔测试技术应包括以莫尔图案作为计测手段 的所有方法,但习惯上,通常指利用计量光栅元件产生莫尔条纹的一类计测方法,即光栅莫 尔条纹法。现在,莫尔条纹已经广泛用于科学研究和工程技术中,莫尔条纹作为精密计量手 段,可用于测角、测长、测振等领域,随着光电子技术的发展,在自动跟踪、轨迹控制、变形测

**ぎ 37 隹** 

微课视频

### 试、三维物体表面轮廓测试等方面也有广泛的应用。

## 5.2.1 莫尔条纹的形成原理

关于莫尔条纹的形成原理目前已形成多种理论,概括起来有以下3种。

(1)基于遮光原理,认为莫尔条纹源于一块光栅的不透光线纹对于另一光栅透光缝隙的遮挡作用,因而可以按照光栅副叠合线纹的交点轨迹表示亮条纹亮度分布。据此,或应用初等几何求解莫尔条纹的节距和方位,或应用序数代数方程建立莫尔条纹方程式。

(2) 基于衍射干涉原理,认为由条纹构成的新的亮度分布,可按衍射波之间的干涉结果 来描述。据此,应用复指数函数方法,可获得各衍射级的光强分布公式。

(3)基于傅里叶变换原理,可按傅里叶变换原理把光栅副透射光场分解为不同空间频率的离散分量,莫尔条纹由低于光栅频率的空间频率项所组成。

一般来说,第3种理论是一种广义的解释。光栅条纹较疏的可直接用遮光原理解释,利 用几何法和序数方程法分析莫尔条纹的形成,比较直观易懂,而光栅条纹较密的用衍射干涉 原理解释则更为恰当。

1. 遮光原理

粗光栅莫尔条纹的形成可用几何光学中的遮光原理进行解释。两块光栅(光栅副)结构 重合在一起,其交点的轨迹就是莫尔条纹。这个光栅结构可以是实际光栅,也可以是光栅的 像。由于两块光栅的栅距相等(或近似相等),并且线纹宽度等于线纹间距,线纹间又有微小 的夹角,那么两块光栅的线纹必然在空间相交。透过光线的区域形成亮带,不透光的区域形 成暗带,其余区域介于亮带与暗带之间,这样就构成了清晰的莫尔条纹图像。用遮光原理求 解莫尔条纹宽度和方向位置时,最常用的方法是几何法和序数方程法。几何法直观、简便, 只适用于局部;序数方程法适用于全场,可导出莫尔条纹方程。

1) 几何法

图 5-12 所示为一对光栅以交角 θ 相叠合所产生的莫尔条纹的几何关系。两个光栅的 4 根栅线组成一个平行四边形 ABCD,其长对角线 AD 的长度为莫尔条纹宽度 w 的 2 倍。由 图 5-12(b)中三角形 ABC 可知,其面积 S,边长 a、b、c 以及光栅节距 d<sub>1</sub>、d<sub>2</sub>,w 与θ 之间存 在如下关系。

$$ad_1 = bd_2 = cw = 2S \tag{5-23}$$

 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta \tag{5-24}$ 



图 5-12 莫尔条纹的几何关系

由式(5-23)和式(5-24)可得

$$w = \frac{d_1 d_2}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2d_1 d_2 \cos\theta}}$$
(5-25)

这就是莫尔条纹宽度(或节距)公式,实际应用中,一般选取 d1=d2=d,则

$$w = \frac{d}{2\sin(\theta/2)} \tag{5-26}$$

如果两块光栅的交角很小,则

$$w = d/\theta \tag{5-27}$$

若以莫尔条纹对于 y 轴的夹角  $\varphi$  表示其方位,则根据

$$\begin{cases} a \sin \varphi = w \\ a \sin \theta = d_{z} \end{cases}$$
(5-28)

得到

$$\sin\varphi = \frac{w\sin\theta}{d_2} = \frac{d_1\sin\theta}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2d_1d_2\cos\theta}}$$
(5-29)

当 $d_1 = d_2 = d$ 时,有

$$\varphi = 90^{\circ} - \frac{\theta}{2} \tag{5-30}$$

显然,两块光栅节距相等时,莫尔条纹垂直于栅线交角θ的角平分线。

2) 序数方程法

如图 5-13 所示,取 A 光栅的 0 号栅线为坐标 y 轴,垂直于 A 光栅的栅线方向为 x 轴,B 光栅的 0 号栅线与 A 光栅的 0 号栅线的交点为坐标原点 O,两光栅的栅线交角为  $\theta$ 。设 A 光栅的栅线序列为  $i=0,1,2,\cdots$ ; B 光栅的栅线序列为  $j=0,1,2,\cdots$ ; 两光栅的栅线交点可 用[i,j]表示,k=j-i,表示莫尔条纹。



图 5-13 序数方程法分析莫尔条纹简图

设 A、B 光栅的栅距分别为 d1、d2,则由图 5-13 可以看出 A 光栅的栅线方程为

$$x = id_1$$

(5-31)

B光栅栅线的斜率为

$$\tan(90^\circ - \theta) = \cot\theta \tag{5-32}$$

可以求得 B 光栅任意栅线 j 与 x 轴交点  $O_j(0,j)$ 的坐标为

$$(x_j, y_j) = \left(\frac{jd_2}{\cos\theta}, 0\right) \tag{5-33}$$

由点斜式求出 B 光栅栅线方程为

$$y = (x - x_j)\cot\theta = \left(x - \frac{jd_2}{\cos\theta}\right)\cot\theta = x\cot\theta - \frac{jd_2}{\sin\theta}$$
(5-34)

由式(5-31)、式(5-34)及 k=j-i,可求出对应于某一 k 值的莫尔条纹方程为

$$y = \left(\frac{d_1 \cos\theta - d_2}{d_1 \sin\theta}\right) x - \frac{kd_2}{\sin\theta}$$
(5-35)

这是截距不同的平行直线族的斜率式方程,由此可以推算出相邻直线间的距离,即莫尔 条纹的宽度 w 及其对 y 轴的夹角  $\varphi$ 。

$$w = \frac{d_1 d_2}{\sqrt{d_1^2 + d_2^2 - 2d_1 d_2 \cos\theta}}$$
(5-36)

$$\sin\varphi = \frac{d_{1}\sin\theta}{\sqrt{d_{1}^{2} + d_{2}^{2} - 2d_{1}d_{2}\cos\theta}}$$
(5-37)

根据莫尔条纹方程式(5-35),可以得到以下结论。

(1) 两光栅截距相同,即 $d_1 = d_2 = d$ ,二者叠合时栅线交角 $\theta$ 很小(约 10<sup>-3</sup> 量级)时,莫尔条纹方向几乎与栅线方向垂直,形成横向莫尔条纹,如图 5-14(a)所示。此时有

$$w = \frac{d}{2\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} \approx \frac{d}{\theta}$$
(5-38)

$$\varphi = -\left(90^{\circ} - \frac{\theta}{2}\right) \tag{5-39}$$



图 5-14 横向莫尔条纹和纵向莫尔条纹

(2) 当两光栅栅线方向相同,即θ=0时,形成纵向莫尔条纹

$$w = \frac{d_1 d_2}{d_1 - d_2}, \quad \varphi = 0 \tag{5-40}$$

当 d<sub>1</sub>=d<sub>2</sub>=d 时,莫尔条纹宽度 w 趋于无限大,此时,当光栅副相对移动时,光栅的作用犹如闸门,入射光时启时闭,形成光闸莫尔条纹(纵向莫尔条纹),如图 5-14(b)所示。

#### 2. 衍射干涉原理

对于粗光栅莫尔条纹的形成,可用几何光学中的遮光原理进行解释;而对于细光栅副 形成的莫尔条纹,由于光在通过光栅透光缝时产生衍射,莫尔条纹的形成不仅是不透光刻线 的遮光作用,还涉及各级衍射光束间的干涉现象。在使用沟槽型相位光栅时,它处处透光, 更不能用遮光原理解释莫尔现象,这时可用衍射干涉原理进行解释。

由物理光学可知,一束单色平面光波入射到一个光栅上时,将产生传播方向不同的各级 平面衍射光。而一对光栅的衍射情况要比单块光栅的衍射复杂得多,如图 5-15 所示。光束 射向第 1 块光栅 G1 时衍射为 n 级分量,这 n 级分量射向第 2 块光栅 G2 时,被 G2 再次衍 射为 m 级分量。这样,共产生 n×m 束衍射分量。若两块光栅完全一样,则衍射分量总数 为 n<sup>2</sup>,且沿 n 个方向传播,即每个方向上包含 n 个分量波。由光栅副出射的每个衍射分量 应由它在两个光栅上的两个衍射级序数表示为(n,m),即 G1 光栅的级序 n 标在前,G2 光 栅的级序 m 标在后,如(0,-2)表示 G1 光栅的零级入射到光栅 G2 时所产生的-2 级衍射 光束。两个相应级序的代数和(n+m)称为该分量的综合衍射级 q,当 G1 和 G2 相同时,综 合衍射级 q 相同的所有分量将有相同的传播方向。例如,对于图 5-15 所示的(-1,2)、 (0,1)、(1,0)、(2,-1)这 4 束光,其综合衍射级均为 q=1,方向相同,经过两个光栅后,综合 衍射级相同的光线,其出射方向相同,干涉后形成条纹,即莫尔条纹。

光栅副衍射光有多个方向,每个方向又有多个光束,它们之间将产生复杂的干涉现象。 合成波的振幅、周期及分布规律将取决于光场中的每一点上各分量波的振幅及相位。由于 形成的干涉条纹很复杂,无法形成清晰的莫尔条纹,因此可以在光栅副后面加上透镜,如 图 5-16 所示,在透镜的焦点处用一个光阑只让一个方向的衍射光通过,滤掉其他方向的光 束,以提高莫尔条纹的质量。



同一方向上的光束衍射级次不同,相位和振幅不同,相干的结果仍然很复杂。通常光栅 低级次衍射的光能量比高级次的大得多,因此实际应用中常选用综合衍射级q=1的衍射分 量工作。至于在q=1组中,两个相干衍射光束的选定则应按照"等效衍射级次最低"的原则 确定。所谓等效衍射级次,是指每束光两衍射级次n、m的绝对值之和。例如,在q=1组中 (0,1)和(1,0)这两束光的能量最大,则q=1组的干涉图样主要由这两个分量相干决定,所 形成的光强分布按余弦规律标准化,其条纹方向和宽度与用几何光学原理分析的结果相同。 这两个分量称为基波,而该组中的其他分量称为谐波,如(-1,2)、(2,-1)衍射分量。考虑 同一组中各衍射光束干涉相加的一般情况,莫尔条纹的光强分布不再是简单的余弦函数,通 常,在其基本周期的最大值和最小值之间出现次极大值和次极小值,即在主条纹之间出现次 条纹、伴线。在许多应用场合,如对莫尔条纹信号做电子细分时要求莫尔条纹光强分布为较 严格的正弦或余弦函数,此时应当采取空间滤波或其他措施,以消除或减少莫尔条纹光强变 化中的谐波周期变化成分。



## 5.2.2 莫尔条纹的基本性质

### 1. 放大性

第 38 集 微课视频 莫尔条纹的间距与两光栅线纹夹角  $\theta$  之间的关系如式(5-38)所示,当 d 一定时, $\theta$  越 小,则 w 越大。这相当于把栅距放大了  $1/\theta$  倍,即能将微小位移变化放大,提高了测量的灵 敏度。一般夹角  $\theta$  很小,d 可以做到约 0.01mm,则 w 可以做到 6~8mm。此外,由于条纹 宽度比光栅节距大几百倍,所以有可能在一个条纹间隔内安放细分读数装置,以读取位移的 分度值,一般采用特殊电子线路可以区分 w/4 的大小,因此可以分辨出 d/4 的位移量。例 如,d=0.01mm 的光栅可以分辨 0.0025mm 的位移量,极大地提高了测量的灵敏度,这也 是莫尔条纹进行位移测量的基准。

2. 同步性

光栅副中任意光栅沿垂直于线纹方向移动时,莫尔条纹就沿垂直方向移动,而且移过的 条纹数与栅距是一一对应的。即光栅移动一个栅距,莫尔条纹就移动一个条纹宽度 w;当 光栅改变运动方向时,莫尔条纹也随之改变运动方向。所以,测出莫尔条纹移动的数目,就 可以知道光栅移动的距离,这种严格的线性关系也是莫尔条纹进行长度与角度测量的基础。

### 3. 准确性

光电接收元件接收到的信号,是进入视场的光栅线数 N 的叠加平均的结果,而一般进入视场的光栅线条有几十线对甚至上千线对,这样光电元件接收的信号是这些线条的平均结果。因此,当光栅有局部误差时,由于平均效应,光栅缺陷或局部误差对测量精度的影响大大减小,同时也使光栅的信号大大稳定,提高测量精度。

### 5.2.3 莫尔条纹测试技术

由于莫尔条纹的特殊性质,莫尔测量已经成为现代光学计量领域中的一种重要方法,不 第 39 集 仅在机床和仪器仪表的位移测量、数字控制、伺服跟踪、运动比较(两个相关运动部件间的关 <sup>微课视频</sup> 系)等方面得到广泛应用,而且在应变分析、振动测量,以及诸如特形零件、生物体形貌、服装 及艺术造型等方面的三维计量中展现了广阔前景。

#### 1. 莫尔条纹测量位移

新40 集 利用光栅的莫尔条纹现象,将被测几何量转换为莫尔条纹的变化,再将莫尔条纹的变化 第40 集 微课视频 经过光电转换系统转换为电信号,进行处理、变换,从而实现对几何量的精密测量。



图 5-17 光栅传感器 1一灯;2一聚光镜;3一标尺光栅; 4一指示光栅;5一硅光电池

1) 长度位移测量

(1) 光栅读数头

计量光栅在长度测量中主要采用光栅读 数头的结构,与信号处理和数显装置一起使 用,可以安装在机床或仪器上。读数头主要由 光源、标尺光栅(主光栅)、指示光栅、光路系统 和光电接收元件、电子学处理器等部分组成, 如图 5-17 所示。标尺光栅的有效长度即为测 量范围。指示光栅比标尺光栅短得多,两者刻



有同样栅距。

固定其中一块光栅,另一块随被测物体移动,则莫尔条纹移动,光电接收元件上的光强 随莫尔条纹移动而变化。在理想情况下,对于一个固定点的光强随着光栅相对位移 *x* 变化 而变化的关系如图 5-18(a)所示,但由于光栅副中留有间隙、光栅的衍射效应、栅线质量等因 素的影响,光电元件输出信号为近似于图 5-18(b)所示的正弦波。



图 5-18 光强与位移的关系

光电接收元件将光信号转换为电信号(电压或电流)输出。输出电压信号的幅值表示为 光栅位移量 *x* 的正弦函数,即

$$u = u_{\circ} + u_{\rm m} \sin\left(\frac{2\pi x}{d}\right) \tag{5-41}$$

其中,u。为输出信号中的直流分量;um为输出正弦信号的幅值;x为两光栅间的相对位移量。从式(5-41)可见,当光栅移动一个栅距d,波形变化一个周期。输出信号经整形变为脉冲,脉冲数、条纹数、光栅移动的栅距数是一一对应的,因此,只要记录波形变化周期数,即条纹移动数 N,就可知道光栅的位移量 x,即 x = Nd,这就是利用莫尔条纹测量位移的原理。

(2) 零位光栅

上述光栅读数头是以增量反映位移的,没有确定的零位,因此每次测量时各有其自身不同的零位,一旦遇到停电等意外,将导致数据的丢失。为克服这一缺点,发展出一种零位光栅系统,在测量时给出一个零位脉冲作为零位的标志。图 5-19 所示为光栅元件上的零位光栅和零位脉冲。在标尺光栅和指示光栅上都有零位光栅小窗口,小窗口中都刻有相同的零位光栅栅线,当光栅运动到两组零位光栅线完全重合时,即得到最大的光通量,产生一个很大的光脉冲;而当标尺光栅相对于指示光栅向左或向右移动时,光通量急剧下降,这中间的一个光脉冲就是光栅线系统的零位。两组零位光栅栅线必须相互平行安装,零位光栅栅线又必须平行于标尺光栅线条,这样才能保证获得准确的、唯一的零位脉冲信号。



图 5-19 光栅元件上的零位光栅和零位脉冲

(3) 辨向与细分

从图 5-18 和图 5-19 的光栅测量位移原理和信号输出波形可以看到,要辨别可动光栅的移动方向,使用一个光电接收器是做不到的,因此必须至少使用两个光电接收器,并且使这两个光电接收器得到的信号相位相差 90°,这样就可以采用第 2 章有关辨向与细分技术对莫尔条纹进行细分和辨向。实际上,如图 5-19 所示的指示光栅中,只要其中 4 个裂相指示光栅之间的间距满足 $\left(N+\frac{1}{4}\right)d$ 的关系(N 为整数,d 为光栅常数),就可以得到相位相差 90°的 4 路信号,实现 4 倍细分和莫尔条纹的可逆计数。

2) 角度位移测量

长度位移测量采用的是长光栅,而角度位移测量采用圆光栅。圆光栅又分为径向圆光 栅和切向圆光栅。

对于切向圆光栅,其刻线相切于一个半径为r的小圆,小圆的圆心也是圆光栅的中心, 如图 5-20(a)所示。这样的两块光栅按如图 5-20(c)所示的方式同心叠合时,让其中一个光 栅绕中心相对于另一个光栅转动就会产生如图 5-20(b)所示的环形莫尔条纹。图 5-20(c)



(a) 切向圆光栅



(b)形成的环形条纹



图 5-20 圆光栅



(f) 径向光栅条纹解析 图 5-20 (续)

中,r 为小圆半径,两刻线间的夹角为圆光栅的角节距α。M=1,2,3,…代表一块光栅的栅线,N=1,2,3,…代表另一块光栅的栅线,它们的交点K=1,2,3,…代表的圆是莫尔条纹。 当研究△ABC时,AC、BC分别是两块光栅上的栅线,由于栅线切于小圆,因此通过圆心O 的AO和OB是与两根栅线垂直的且为长度r,OC是光栅中心到光栅栅线的距离,记作R。 由图 5-20(c)可知

$$d = R\alpha \tag{5-42}$$

其中,d为圆光栅上某点的光栅线节距;R为圆光栅上某点的刻划半径; $\alpha$ 为圆光栅角节 距; $\theta$ 为 $\angle ACB$ ,可近似表示为

$$\theta = \frac{2r}{R} \tag{5-43}$$

由于这种条纹是横向莫尔条纹,根据长光栅中横向条纹的宽度表达式 *w* = *d*/θ,应用于 圆光栅时可求出条纹宽度为

$$w = \frac{R^2 \alpha}{2r} \tag{5-44}$$

这样根据 r、a、R 便可求出环形莫尔条纹的宽度。

对于径向圆光栅,其刻线是以圆心为中心的辐射状光栅,如图 5-20(d)所示。如果这样的两个圆光栅叠合,并保持一个不大的偏心量时,将产生如图 5-20(e)所示的莫尔条纹,光栅条纹解析如图 5-20(f)所示。两块光栅中心距为 2s,应用求切向圆光栅条纹宽度的类似方

法,可求出径向圆光栅条纹宽度为

$$w = \frac{R^2 \alpha}{2s} \tag{5-45}$$

应当注意,径向圆光栅和切向圆光栅所形成的莫尔条纹,其宽度都不是一个定值,是随 条纹所处位置的不同而有所变化的;另外,条纹宽度上等距分布的各点并不对应于一个节 距角内光栅的等距角位移,这两点是与长光栅形成的横向莫尔条纹完全不同的。

3) 光栅式位移测量特点

利用莫尔条纹测量长度及角度的系统也称作光栅式位移传感器,具有以下特点。

(1) 精度高。光栅式位移传感器在大量程测量长度或直线位移方面仅低于激光干涉 仪,精度最高可达到 0.1μm; 在圆分度和角位移连续测量方面,光栅式位移传感器属于精度 最高的,精度可达到±0.2″。

(2) 大量程测量兼有高分辨力。感应同步器和磁栅式传感器也具有大量程测量的特点,但分辨力和精度都不如光栅式位移传感器。

(3) 可实现动态测量,易于实现测量及数据处理的自动化。

(4)具有较强的抗干扰能力,对环境条件的要求不像激光干涉传感器那样严格,但不如 感应同步器和磁栅式传感器的适应性强,油污和灰尘会影响它的可靠性。光栅式位移传感 器主要适合在实验室和环境较好的车间使用。

光栅式位移传感器在计量仪器、三坐标测量机以及重型或精密机床等方面应用广泛。

#### 2. 莫尔偏折法测量光学系统焦距

泰伯(Talbot)效应是 1836 年由泰伯发现的一个有趣的光学现象,即当平面波照射一个 具有周期性透过率函数的物体时,会在该物体后某些特定距离上重现该周期函数的图像。 设光栅的周期为 d,用单位振幅的单色平面波垂直照明光栅,如图 5-21 所示,则在光栅相距

 $Z = nZ_{T}(n = 0, 1, 2, 3, ...)$ 距离处,可以观察到与 原光栅相同的图像。 $\lambda$ 为照明光波的波长, $Z_{T} = \frac{2d^{2}}{\lambda}$ 称为泰伯距离。另外,在与光栅相距  $Z = \frac{2n+1}{4}Z_{T}(n = 0, 1, 2, 3, ...)$ 处,可以观察到倍频光 圈 5-21 泰伯效应示意图 栅像(图像周期为光栅周期 d 的一半);在与光栅 相距  $Z = \frac{2n+1}{2}Z_{T}(n = 0, 1, 2, 3, ...)$ 处,可以观察

到反相光栅像(即像与原光栅错开半个条纹周期);当与光栅的距离 Z 为其他值时,观察到 的则为光栅的菲涅耳衍射像。

莫尔偏折法是莫尔条纹技术与泰伯效应相结合的一种光学测量方法。用光照射周期性透过率物体,如Ronchi光栅,在一定距离(泰伯距离)处产生泰伯像。在泰伯像处放置同样的周期性透过率物体,如与前一个光栅周期相同的Ronchi光栅,会产生莫尔条纹。放入待测相位物体后,莫尔条纹将发生形变,通过对莫尔条纹形状的研究获得被测相位物体的信息。这种变形的莫尔条纹也称为光线偏折图或莫尔偏移图。光线偏折图不同于相位滞后, 它不需要知道真正的相位。此外,莫尔偏折法对光源只要求空间相干性,不要求时间相干 性,因此,测量装置所要求的机械稳定性不像干涉法那样严格,相对简单。莫尔偏折法在光 学系统焦距测量、火焰温度分布测量、相位物体折射率分布测量、折射率梯度测量、光学材料 内部缺陷检测、光学系统的传递函数、气体流场分析、光学表面面形检测等方面得到广泛 应用。

图 5-22 所示为莫尔偏折法测量透镜焦距的原理。激光器发出的光束成准直光照射到 光栅 G1上,光栅 G1和 G2 的平面垂直于光轴,两者之间的距离 Z 满足泰伯距离,G1 与 G2 之间的栅线交角为θ,于是在紧靠 G2 后的接收屏上可产生清晰的条纹。如果在光路中加入 一个透镜(相位物体),则准直光束经过透镜后成为球面波,G2 后接收屏上的莫尔条纹的方 向和宽度都发生变化。条纹偏折(即条纹旋转)的方向、大小与透镜焦距正负长短有关,测出 偏转角 α 即可求出透镜焦距。加入透镜后的焦距为

$$f' = s + \frac{Z}{2} \left( 1 + \frac{1}{\tan \alpha \cdot \tan \frac{\theta}{2}} \right)$$
(5-46)

其中,s为待测透镜与光栅 G1之间的距离; α 为莫尔条纹偏转的角度; Z 为泰伯距离。是 正透镜还是负透镜可以通过条纹偏转的方向来判断,条纹顺时针转为正透镜,条纹逆时针转 为负透镜。



图 5-22 莫尔偏折法测量透镜焦距的原理

实际测量时,可用工具显微镜的读数头读取角度值 $\alpha$ 。 $\theta$ 值较小,可以先测出放置透镜

前的条纹宽度 w,求出  $\theta = 2 \arcsin(d/2w)$ 。s 的测量原理如图 5-23 所示,s<sub>0</sub>为 L 的像方主 面到透镜最后一球面顶点之间的间距,s'为最 后一球面顶点到 G1 面的间距,s<sub>0</sub> 是不变 量,则

$$s = \frac{D_0 - D_1}{D_1 - D_2} d, \quad s_0 = s - s' \quad (5-47)$$

确定  $s_0$  后可求出 s'值时的 s,得到后  $\alpha \ \sigma, Z \ s$ 即可根据式(5-46)求出 f'。



# 5.3 衍射光栅干涉测量

基于莫尔条纹原理的光栅位移测量系统中的指示光栅通常位于标尺光栅的第一菲涅 耳焦面上,两个光栅之间的距离为 *l* = *d*<sup>2</sup>/λ,其中 *d* 为光栅栅距,λ 为入射波波长。两光 栅之间的距离会随光栅栅距的减小而减小,公差要求也会变严格。较高的公差要求,对 制造安装无疑是不利的。另外,随着光栅栅距的减小,光的衍射现象便不可忽略,衍射光 会作为干扰光降低系统的信噪比。基于莫尔条纹原理的光栅位移测量系统的这一缺点 限制了其精度和分辨力的提高,一般该系统通过后期高倍的电子细分提高分辨力,但细 分误差影响着系统的精度。因此,为了满足加工制造等领域对更高精度的需求,产生了 衍射光栅干涉位移测量,它是利用光栅衍射光的干涉产生明暗变化的条纹实现高精度位 移测量。

### 5.3.1 衍射光栅干涉测量原理

衍射光栅干涉测量的基本原理如图 5-24 所示。



图 5-24 衍射光栅干涉测量的 基本原理 LS-激光器; M-反射镜; G-光 栅; BS-分光镜; PD-光电探测器 激光器发出的光束入射到光栅上,并发生衍射。对于 栅距为 d 的光栅尺,衍射光束之间的相对位移为 X,K 级 衍射光束的相移 φ 为

$$\phi = \frac{K \cdot 2\pi \cdot X}{d} \tag{5-48}$$

两束衍射光在分光镜处会合,并发生干涉,如果两束衍 射光波的全幅值设为1,则两列光波的幅值之和为

$$U = U_1 + U_2 = e^{i\phi_1} + e^{i\phi_2}$$
 (5-49)

因为  $\phi = \phi_1 = -\phi_2$ ,所以光强可能通过幅值和的共轭 复数乘积得出,即

$$I = UU^* = 2[1 + \cos(2\phi)] \tag{5-50}$$

对于光栅与衍射光束之间一个光栅距的相对位移,+1

级与一1级衍射光的干涉产生两个信号周期。如果2级衍射光叠加,K=±2,那么每个栅 距将产生4个信号周期。由此可见,光电探测器获得了频率与光栅位移成正比的正弦形式 条纹信号,通过对条纹的计数可以计算出位移,即

$$X = N \cdot \frac{d}{2K} \tag{5-51}$$

其中,N为条纹个数。

与普通激光干涉位移测量相比,衍射光栅干涉测量在信号细分、计数和判向等关键技术 方面具有诸多相似之处,但衍射光栅干涉测量的基准是衍射光栅的栅距*d*,而不是光的波长 λ,因此其对测量环境的要求显著低于普通激光干涉测量。此外,当激光入射至光栅时,由 于激光光斑尺寸远大于光栅栅距,因此,平均效应的存在显著降低了光栅的刻线误差对测量 的影响。

# 5.3.2 衍射光栅干涉测量系统与技术

基于上述基本原理,德国海德汉、日本佳能和美国 IBM 等公司相继推出了多种衍射光 栅干涉测量系统,并使用通过信号细分提高分辨力、通过结构对称设计降低温度变化的影响 以及通过在读数头添加球面透镜和望远系统等多种技术,最终实现纳米级的高精度位移测量。

海德汉公司还推出了一种利用反射和透射光栅组成三光栅系统的衍射光栅干涉测量系统,其简化工作原理如图 5-25 所示。由 LED 及准直器件产生的平面波穿过指示光栅 G1 时,主要被衍射到 3 个方向: -1、0 和+1。指示光栅设计成使零级光束的相位滞后于±1

级光束。当光束遇到光栅尺 G2 时,每束光被衍射到 两个方向,即±1级。光栅尺设计成没有零级衍射出 现。当光栅尺相对 G1(=G3)运动时,衍射到尺光栅 上的1级(K=±1)光束产生与位移 X 成比例相移 Ω,同时-1级(K=-1)光束产生-Ω 的相移。光波 穿过光栅 G3 时被再次衍射并移相,同一方向和同一 光路的波产生干涉。干涉波的相位来自各单束光相 移的和,用非单色和空间不相干光源照明,只有+1、0 和-1方向上的干涉波对信号的形成起作用。3 路相 位相差一定度数的干涉信号被相应的光电探测器接 收。这种结构的光路严格对称防止了光谱漂移对测 量的影响。光栅的平均效应可降低对光栅面清洁度



的要求。允许系统有相对较大的装配公差。该产品被广泛用于数控机床,作为参考测量系 统来测量由于导轨不良以及阿贝误差引起的定位误差等。

图 5-26 所示为一种双光栅衍射干涉测量多自由度位移的原理示意图。图 5-26(a)利用 两个一维光栅衍射后干涉,既可以测量沿运动轴(X轴)方向的位移,同时也可以测量精密 线性平台沿垂直于运动轴方向(Z轴)的直线度。参考光栅和测量光栅的±1级衍射光束在 光学传感器头中叠加形成干涉信号。光学传感器头的尺寸为 50mm(X)×50mm(Y)× 30mm(Z)。精密平台的测量分辨力小于1nm。图 5-26(b)利用两个二维光栅衍射后干涉, X 方向和 Y 方向的 $\pm 1$  级衍射光干涉得到 4 路干涉信号,可以测量沿 X X Z 3 个方向的 位移。虽然平均效应的存在显著降低了光栅的刻线误差对光栅衍射干涉测量的影响,但随 着对高精度测量需求的不断提高,光栅的制造精度和刻线密度等的影响不可忽略,制造精度 影响着位移测量系统的精度,刻线密度影响着测量系统的分辨力,所以制造出高刻线密度、 高精度的一维光栅以及二维光栅对衍射光栅干涉测量非常重要。德国海德汉公司在地下 15m 建立了一处无尘、恒温(温差控制在 0.01℃)的光栅刻蚀间,以保证光栅条纹的准确度 和精度。并且该公司采用的 DIADUR 复制工艺,即在玻璃基板上蒸发镀铬的光刻复制工 艺,可制造出高精度、价格低廉、抗污染能力强的刻度尺光栅。METALLUR 生产工艺可以 制造出高刻线密度的光栅,并应用在衍射干涉原理的光栅位移测量系统中。我国中科院长 春光机所国家光栅制造与应用工程技术研究中心建有超洁净光栅实验室,温度精度为 ±0.02℃,拥有光栅母板生产能力和光栅批量复制能力,为我国高精度光栅制造奠定了坚实 的基础。



图 5-26 双光栅衍射干涉测量多自由度位移的原理

标尺光栅的尺寸决定了衍射光栅干涉测量的量程。当采用高刻线密度的光栅时,测量 量程会大大缩小。原因是目前的机械刻划光栅、全息光栅以及它们的复制光栅都无法做大 做长,甚至难以实现米级尺寸的高精度光栅,因此限制了系统的测量量程和应用范围。不 过,随着光栅制备、测量原理、细分技术的不断进步,光栅衍射干涉测量也在向着高速、高精 度、大量程、多维化、小型化等方向不断发展。

# 5.4 X射线衍射测量

### 5.4.1 X 射线衍射测量原理

1912年,德国物理学家劳厄发现 X 射线可以被晶体衍射,开创了 X 射线衍射法用于晶体结构分析。英国物理学家布拉格父子在此基础上推导出布拉格方程,奠定了 X 射线衍射的发展基础。目前,X 射线衍射测量从一维发展到多维,包含劳厄法等多种具体方法和技术,已经成为获取晶体材料内部物相组成、晶体结构、应力状况等基本结构信息的重要测试方法。

当 X 射线照射进入晶体材料时,晶格原子内的自由电子在入射线束电场的作用下围绕 其平衡位置振动,振动速率连续地增加或降低,同时对外辐射与入射 X 射线同频的电磁波。 电子吸收入射 X 射线的能量转化为散射 X 射线向外辐射,散射 X 射线与入射 X 射线波长 相同。晶体内部的原子、离子或分子在三维空间按照特定规则呈现长程有序的周期性排列, 晶体的基本组成单元称为晶胞。X 射线照射晶体材料后产生原子散射波,原子的规则性周 期排列导致部分原子散射波发生相互干涉。发生干涉的原子散射波会在某些特定方向相互 加强,合成波的强度与方向直接相关,从而出现特定的衍射花样。衍射花样的产生前提是晶 体中各原子散射波在特定方向上具备固定的位相差关系,可以通过收集晶体材料对 X 射线 的衍射信息进而确定晶体内部的结构特性。

X 射线衍射方法一般要满足布拉格方程。当利用 X 射线照射晶体材料时,并非晶体内部的所有晶面都可以和入射 X 射线发生衍射,只有当该晶面与入射 X 射线所形成的角度 $\theta$ 、该晶面族的晶面间距 d 以及入射 X 射线的波长  $\lambda$  符合布拉格方程时,晶面才能产生衍射。

图 5-27 所示为晶体对于 X 射线的衍射过程,其中 P1 和 P2 代表一组衍射晶面中紧邻的两个晶面。可以看出,由于入射 X 射线的强穿透性,晶体材料的表层原子和内层原子均发生镜面反射,产生反射 X 射线。当这两个反射波的波程差正好等于入射 X 射线波长的整数倍时,两个晶面的反射波发生衍射。假设这两个晶面的晶面间距为 d,反射晶面与入射 X

射线所成夹角为 θ, 衍射级数为 n,则这两个镜 面反射波的波程差为

$$AO + OB = d\sin\theta + d\sin\theta$$

 $= 2d \sin\theta$ 

由此得到布拉格方程为

$$2d\sin\theta = n\lambda$$
 (5-53)



 O
 PI

 d
 d
 d
 PI

 d
 d
 d
 PI

 g
 5-27
 晶体对于X射线的衍射过程

反射晶面的位相关系。根据布拉格方程可以分析晶体材料的结构特性,当已知入射 X 射线 的波长 λ 和入射角θ时,可根据布拉格方程计算衍射晶面族的间距 d,从而确定晶体结构类 型或物相组成。当已知晶面间距 d 和入射角θ时,可借助布拉格方程计算入射 X 射线的波 长,从而实现元素分析的功能。

(5-52)

# 5.4.2 X射线衍射测量材料应力

材料的应力测量是 X 射线衍射的重要应用领域之一。残余应力的分布状态是航空发动机叶片等材料强度性能的重要影响因素。

### 1. 常规 X 射线衍射法

常规 X 射线衍射法是指利用实验室小型 X 射线衍射仪对材料进行应力测量。常规 X 射线法与其他方法(钻孔法、超声、磁测量等)相比优点很多,是有效的无损检测方法。由于 X 射线穿透深度很浅(对于传统材料一般仅十几微米),当测量各向同性材料表面残余应力 时,可以认为材料表面处于平面应力状态,这时不同方位角  $\phi$  下测量得到的衍射晶面的 X 射线衍射峰会发生相对移动。通过测量晶面间距的相对变化,然后根据胡克定律可计算出 应力值。常规 X 射线衍射的基本计算方法是 sin<sup>2</sup>  $\phi$  法。

$$\epsilon_{\varphi\psi} = \frac{1+v}{E} \,\sigma_{\varphi} \sin^2 \psi + \epsilon \tag{5-54}$$

其中, $\epsilon_{\varphi\phi}$ 为应变; $\phi$ 为试样表面法线与衍射晶面法线间的夹角; $\phi$ 为应力测量方向平面与 表面主应力方向的夹角; $\sigma$ 为应力; $\epsilon$ 为晶格应变;E为弹性常数;v为泊松比。

当材料中不存在织构而各向同性,并且忽略第2类应力时,应变  $\epsilon \sim \sin^2 \phi$  为线性关系, 此时容易计算出应力大小;当材料中存在织构而各向异性,并且第2类应力较大时,应变  $\epsilon \sim \sin^2 \phi$  为非线性关系,此时需要通过数值模拟的方法计算应力数值。

常规X射线衍射应力测量方法有同倾法、侧倾法、掠射法等。

1) 同倾法

同倾法的衍射几何特点是测量方向与扫描平面重合,如图 5-28 所示。扫描平面是指入 射线、衍射面法线及衍射线所在平面,此方法中确定 $\phi$ 方位的方式有固定 $\phi$ 法和固定 $\phi_0$ 法。 如果是以固定不同的衍射面法线与试样表面法线之间夹角形式进行的,这种方法称为固定  $\phi$ 法,通过转动的 $\phi$ 角使探测器在相应的 2 $\theta$ 角附近进行探测,试样与探测器进行  $\theta$ -2 $\theta$  联 动。当以固定不同入射线与试样表面之间夹角的形式进行时,此种方法称为固定  $\varphi_0$  法。一般固定两个或 4 个不同的  $\varphi$  或  $\varphi_0$  角度,分别测出相应的  $\varphi$  或  $\varphi_0$  角度下的 2 $\theta$  角,便可进行应力计算。

2) 侧倾法

侧倾法的特点是测量方向平面与扫描平面垂直,侧倾法中探测器在垂直方向平面内扫 描,ψ 的变化不受衍射角大小的限制,而只取决于试件的形状空间。对于平面试样,ψ 的理 论最大值为 90°,如图 5-29 所示。显然,侧倾法属于固定ψ法,选取的方位角ψ越多,计算越 准确,其应力计算公式与同倾法完全相同。



3) 掠射法

同倾法和侧倾法通过简单叠加即可得到掠射法衍射几何,但由于入射角太小,所以与广 角入射衍射存在很大的差异。掠射法透入材料的深度最浅,ψ角的范围也最小,适用于超薄 薄膜应力的测量。

### 2. 同步辐射 X 射线衍射法

当采用同步辐射高能 X 射线时,可采用常规 X 射线衍射测量无法实现的透射法进行应 力测量,可穿透毫米级的样品以获得内部更多的真实应力信息。同步辐射光源具有宽而连 续的分布谱范围、准直性好、高度偏振、绝对纯净、高强度、窄脉冲、高稳定性等诸多优异特 性,如上海同步辐射装置(Shanghai Synchrotron Radiation Facility,SSRF)即属于第 3 代同 步辐射光源,X 射线光子能量范围可达 0.1~40keV。图 5-30 所示为上海同步辐射光源鸟 瞰图。



图 5-30 上海同步辐射光源鸟瞰图

图 5-31 所示为利用上海光源同步辐射 BL14B1 X 射线衍射线站对 S-Cu 和 S-Ag 多层 膜在外力拉伸加载中的晶格应变演化进行 X 射线透射法原位测量的原理示意图。X 射线 光能量为 18keV、波长为 0.689Å、光斑尺寸为 200μm×200μm。通过 Mar345 二维探测器 收集衍射信号,曝光时间为 150s。利用 Fit2D 软件对测量数据进行处理,可以得到如 图 5-32 所示的二维探测器衍射图谱与一维积分衍射图谱。通过对数据进行拟合即可得到 衍射峰位置 θ<sub>hkl</sub>,代入布拉格公式即可得到晶面间距 d<sub>hkl</sub>。随着加载的变化,晶格应变可通 过如下公式得到。

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\rm hkl} = (d_{\rm hkl} - d_{\rm 0})/d_{\rm 0} \tag{5-55}$$

其中,ε<sub>hkl</sub>为{hkl}晶面的晶格应变; d<sub>0</sub>为加载前所得到的晶面间距。







图 5-32 二维探测器衍射图谱与一维积分衍射图谱

根据晶格应变数据,再利用胡克定律即可计算得到材料的应力值,从而完成对材料性能的进一步分析。

# 习题与思考5

5-1 单缝衍射测量的间隙测量方法可以通过哪两种方式实现?请结合公式加以阐述。

5-2 利用激光衍射方法测量物体尺寸及其变化时,其测量分辨力、测量不确定度、量程 范围由哪些因素决定?

5-3 当细光栅副形成莫尔条纹时,应利用哪种原理进行解释?请作图加以说明。

5-4 如何理解莫尔条纹的 3 个基本性质? 在测量中发挥怎样的作用?

5-5 在利用莫尔条纹进行测量时,测量的零位在很多应用场合不可或缺。零位的确定 有哪些实施途径?请调研并总结分析。

5-6 对于电子经纬仪的光栅度盘,莫尔条纹的作用是()。

- A. 利用莫尔条纹数目计算角度值
- B. 通过莫尔条纹将栅距放大,将纹距进一步细分,提高测角精度
- C. 利用莫尔条纹使栅格度盘亮度增大
- D. 利用莫尔条纹使栅格亮度按一定规律周期性变化
- 5-7 如何利用莫尔条纹进行物体应变的测量?
- 5-8 如何利用莫尔条纹进行物体轮廓的测量?测量光路有哪两种?其原理是什么?
- 5-9 已知某计量光栅的栅线密度为 100 线/mm,栅线夹角  $\theta = 0.1^{\circ}$ 。试求:
- (1) 该光栅形成的莫尔条纹间距是多少?

(2) 若采用该光栅测量线位移,已知指示光栅上的莫尔条纹移动了 15 条,则被测位移 为多少?

(3) 若采用 4 只光敏二极管接收莫尔条纹信号,并且光敏二极管响应时间为 10<sup>-6</sup>s,则 此时光栅允许的最快运动速度是多少?