第 3 章

CHAPTER 3

无线信道的传播特性与模型

无线信道在发射机和接收机之间建立起信息传输的通道，它对传输速率起根本性的限制。与采用铜线、波导或光纤的有线通信系统相比，无线通信系统中的电波在开放的环境中传播，传播路径非常复杂，除视距传播外，电波在传播中还受到周围环境地形地物的影响，产生反射、折射、散射和衍射（绕射）等。绝大多数无线信道都具有时变特性和弥散特性，影响无线电链路的信噪比，进而影响通信系统的信道容量和符号差错概率。分析电波的传播特性并建立无线衰落信道的模型是无线通信系统设计和研究的重要组成部分。

本章阐述无线信道的相关概念、分析方法与模型，首先介绍物理信道的定义和电波传播方式；随后阐述衰落信道的特性，包括大尺度衰落和小尺度衰落；接着阐述衰落信道的统计特性以及常用信道的数学模型。

第 9 集
微课视频

3.1 物理信道的定义

在无线信道上传播的是空间电磁波（简称电波）。当电波的频率大于 30MHz 时，典型的传播方式有直射、反射、折射、散射和衍射。为了清晰地理解无线信道的特点，首先回顾电磁波的传播特性。在描述电波传播时必须使用向量形式的电通量或磁通量，但无线接收机却不能接收向量信号，只能由电场与天线极化向量的内积得到标量电压或电流。如果有多个电波从不同方向到达天线，就需要用不同的极化向量合成基带电压，即

$$h(\boldsymbol{r})=\underbrace{\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{r})\cdot\boldsymbol{a}_1}_{V_1(\boldsymbol{r})}+\underbrace{\boldsymbol{E}_2(\boldsymbol{r})\cdot\boldsymbol{a}_2}_{V_2(\boldsymbol{r})}+\underbrace{\boldsymbol{E}_3(\boldsymbol{r})\cdot\boldsymbol{a}_3}_{V_3(\boldsymbol{r})}+\cdots \tag{3.1.1}$$

其中，$h(\boldsymbol{r})$表示基带电压；$\boldsymbol{r}$ 为传输方向距离向量；$\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{r})$、$\boldsymbol{E}_2(\boldsymbol{r})$和 $\boldsymbol{E}_3(\boldsymbol{r})$等为入射波的电场向量；$\boldsymbol{a}_1$、$\boldsymbol{a}_2$ 和 $\boldsymbol{a}_3$ 等为入射波的极化向量。

在式(3.1.1)中，$h(\boldsymbol{r})$就是在物理信道协定中的信道定义，它的量纲为电压单位，表示在天线端的电磁场所激励的电压。也就是说，如果一个无单位的信号 $x(t)$通过这个物理信道，那么接收到的信号 $y(t)$的单位就是伏特，代表由接收机硬件处理的一个实际信号。

为了描述电波在有界的线性自由空间区域中传播的复杂性，把作为空间函数的接收电压 $h(\boldsymbol{r})$分解为基础解的线性组合，而基础解根据电波传播的麦克斯韦方程求解得到。设接收电压为所有复正弦波之和，即

$$h(\boldsymbol{r})=\underbrace{\sum_{i}V_{i}\exp(\mathrm{j}\varphi_{i}-\boldsymbol{k}_{i}\cdot\boldsymbol{r})}_{\text{均匀平面波,实}k_{i}}+\underbrace{\sum_{m}V_{m}\exp(\mathrm{j}\varphi_{m}-\boldsymbol{k}_{m}\cdot\boldsymbol{r})}_{\text{非均匀平面波,复}k_{m}} \tag{3.1.2}$$

其中,V_i 和 V_m 为实数幅度;φ_i 和 φ_m 为实数相位;$\boldsymbol{k}_i$ 为实数的波数向量;$\boldsymbol{k}_m$ 为复数的波数向量。

对于均匀平面波,其包络为恒定值,不随空间位置的变化而变化,且有 $\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{k}=k_0^2$,进一步表示为

$$V(\boldsymbol{r})=V_0\exp(\mathrm{j}\varphi_0-k_0\mathbf{k}\cdot\boldsymbol{r}) \tag{3.1.3}$$

其中,$\mathbf{k}$ 为指向波数向量 $\boldsymbol{k}$ 传播方向的单位向量;φ_0 为实值的相位;k_0 为自由空间波数,即

$$k_0=\frac{2\pi}{\lambda} \tag{3.1.4}$$

其中,λ 为电波波长。

在不考虑传播方向时,所有均匀平面波都以相同波数、相同速度传播。

对于非均匀平面波,将波数向量分解为实部和虚部两部分,有

$$\boldsymbol{k}=\beta\boldsymbol{\beta}-\mathrm{j}\alpha\boldsymbol{\alpha} \tag{3.1.5}$$

其中,$\boldsymbol{\beta}$ 是指向 $\boldsymbol{k}$ 实部方向的单位向量;$\boldsymbol{\alpha}$ 是指向 $\boldsymbol{k}$ 虚部方向的单位向量;β 和 α 均为正数。在满足 $\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{k}=k_0^2$ 时,可知 $k_0^2=\beta^2-\alpha^2$。非均匀平面波可以分解为平面波传播的表达式,即

$$V(\boldsymbol{r})=V_0\exp[-\alpha(\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{r})]\exp[\mathrm{j}(\varphi_0-\beta(\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{r}))] \tag{3.1.6}$$

其中,β 是非均匀平面波的波数,决定了在空间中沿 $\boldsymbol{\beta}$ 方向的相位变化速率;α 是幅度衰减的速率。平面波的幅度沿 $\boldsymbol{\alpha}$ 方向衰减,幅度衰减的方向与非均匀平面波的传播方向正交。

非均匀平面波由散射体或散射源产生,对非常靠近散射体的电磁场需要考虑非均匀平面波的影响,而距离散射体较远的电磁场可以忽略非均匀平面波的影响,这是因为它们呈指数衰减。

无线信道的另一个定义方法是根据归一化信道协定。在该协定中,无线信道被定义为

$$h(\boldsymbol{r})=\frac{\sum_{i}V_{i}(\boldsymbol{r})}{\sqrt{\overline{\left(\left|\sum_{i}V_{i}(\boldsymbol{r})\right|^{2}\right)}}} \tag{3.1.7}$$

其中,$\overline{(\cdot)}$表示求平均算子。在这个定义中,平均功率被当作常数因子,它包括了阻抗、数字信号滤波器等与硬件有关的常数。

这些电波传播的概念对我们理解无线信道特性有很大的帮助,虽然我们难以通过求解麦克斯韦方程获得电波传播在某种传播场景的具体表达式,但依据这些传播特性对无线信道进行衰落建模是十分重要的。

我们还可以依据几何光学对电波的传播特性进行简化的定性分析,此时通常采用这样的传播概念。在如图 3.1.1 所示的室内无线传播场景中包含了视距(Line-Of-Sight,LOS)路径的传播,除视距传播外,当传播路径上存在障碍物的阻挡时,电波还会通过反射(Reflection)、折射(Refraction)、散射(Scattering)和衍射(Diffraction)到达接收机。在间接路径上的传播都称为非视距(Non-Line-Of-Sight,NLOS)传播。

1. 直射

电波的直射是指发射天线发射的电波直接到达接收机,没有遭受任何反射、折射、衍射

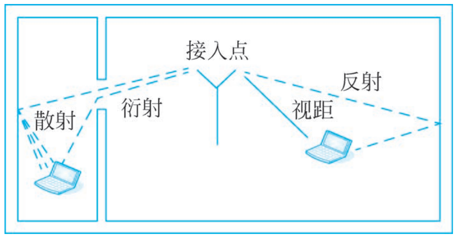

图 3.1.1　室内无线传播场景

或散射，是沿着 LOS 路径的传播。接收信号中的 LOS 分量具有最短的延时，并且是接收到的最强一路信号，可以按照在自由空间传播衡量它的路径损耗。自由空间传播是指天线周围为无限大真空时的电波传播，是理想的传播条件。虽然直射电波在自由空间里传播不受阻挡，但是在传播一段距离后，仍然会由于辐射能量的扩散发生能量衰减。

2. 反射

当电波遇到比波长大得多的光滑界面时会发生镜面发射。反射波的强度取决于界面材料的类型，反射角度由斯奈尔(Snell)定律给出。

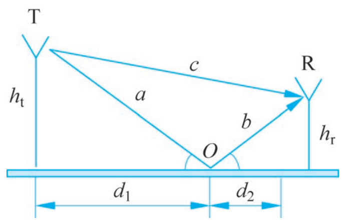

图 3.1.2　反射波与直射波的路径差

反射波与直射波的路径差如图 3.1.2 所示，可计算为

$$\Delta d=\frac{2h_t h_r}{d} \tag{3.1.8}$$

其中，h_t 和 h_r 分别为发射台和接收台的天线高度；$d=d_1+d_2$ 为天线间距离。

由发射天线和接收天线的路径差 Δd 所引起的附加相移为

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta d \tag{3.1.9}$$

直射波与地面反射波的合成场强将随发射系数以及路径差的变化而变化，有时会同相累加，有时会反相抵消，造成了合成波的衰落现象。

3. 折射

对于靠近陆地表面所传输的无线电波，由于低层大气不是均匀媒质，会发生电波的折射与吸收现象。在超高频(Ultra-High Frequency，UHF)、甚高频(Very High Frequency，VHF)波段，折射现象尤为突出。当一束电波通过折射率随高度变化的大气层时，由于不同高度上的电波传播速度不同使电波波束发生弯曲。弯曲的方向和程度取决于大气折射率的垂直梯度。这种由大气折射率的不同引起电波传播方向发生弯曲的现象，叫作大气对电波的折射。

在标准大气折射情况下，设地球的等效半径 $R_e=8500\text{km}$，如图 3.1.3 所示，视线传播的极限距离可计算为

$$d=4.12(\sqrt{h_t}+\sqrt{h_r}) \tag{3.1.10}$$

其中，h_t 和 h_r 分别为发射台和接收台的天线高度，它们的单位为 m；d 的单位为 km。

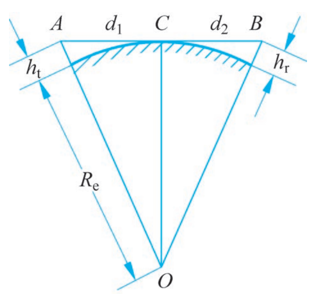

图 3.1.3　视线传播的极限距离

4. 散射

当电波撞击在粗糙或不规则物体上且该物体具有与波长量级相当的尺寸时，由于散射角是随机的，电波经由散射后，会从多条路径以略有不同的延迟传播到达接收机，造成较大的能量损失。

5. 衍射

电波在传播过程中通过孔、缝隙等障碍物时产生辐射场，发生衍射现象，称为衍射或绕射。它是沿着尖角周围电波的弯曲。衍射的重要例子包括在建筑物顶部、街角和门道弯曲的波。衍射是可以在城市中提供蜂窝覆盖的主要方式之一。

3.2 无线信道的一般特性

由于电波在无线环境中的多种传播方式，无线移动信道具有 3 种典型效应：多径效应、阴影效应和多普勒效应。

(1) 多径效应是指信号经过多点反射，从多条路径到达接收机。多径信号的幅度、相位和到达时间都不一样，它们相互叠加会产生电平衰落和时延扩展，这种损耗称为多径衰落。

(2) 阴影效应是指电波不仅会随着传播距离的增加发生弥散损耗，而且会受到地形、地物的遮蔽发生损耗，这种损耗称为阴影衰落。

(3) 多普勒效应。收发机中的一方或双方快速移动时，不仅会引起多普勒频移，产生随机调频，而且会使电波传播特性发生快速的随机起伏，严重影响通信质量。

第 10 集
微课视频

基于这 3 种效应，对衰落信道进行分类的方法有多种。常用的一种分类方法是从尺度(Scale)即波长角度区分。大尺度衰落是指从数百个波长的时长中观察到的传播特性；小尺度衰落是指在波长量级的时长中观察到的传播特性。自由空间传播损耗和阴影衰落属于大尺度衰落，用以表征接收信号的均值随传播距离和环境变化而呈现的缓慢变化，也常被称为慢衰落。描述慢衰落路径损耗，可以根据室内外传播环境，通过实测数据建立不同的传播模型，如 COST-231 模型、COST-207 模型和 Hata 模型等。多径衰落属于小尺度衰落，表征接收信号在短时间内的快速波动，也称为快衰落，同样可以建立不同的传播模型描述快衰落。

图 3.2.1 所示为接收机接收到的信号电平，图中的实线呈现出快速的随机起伏，虚线表示的是信号的局部中值，它比多径效应的快衰落要慢得多。

为了计算移动信道中信号电场强度中值，即传播损耗中值，可将地形分为两大类：中等起伏地形和不规则地形，并以中等起伏地形作为传播基准。为了防止因慢衰落和快衰落所引起的通信中断，必须使信号的电平留有足够的余量，以使通信中断率小于规定指标，这种电平余量称为衰落储备。

从尺度衰落的角度，一个离散时间等效信道模型可以分解为

$$h(l)=\sqrt{G}h_{s}(l),\quad l=1,2,\cdots,L \tag{3.2.1}$$

其中，$G=E_s/P_{rx}$ 为大尺度增益，E_s 是发射机功率，P_{rx} 是与距离相关的路径损失项；$h_s(l)$为第 l 个抽头的小尺度衰落系数；L 为信道抽头数。由于这里的路径损耗是发射功率与接收功率之比，因此 $h_s(l)$也常称为路径增益。

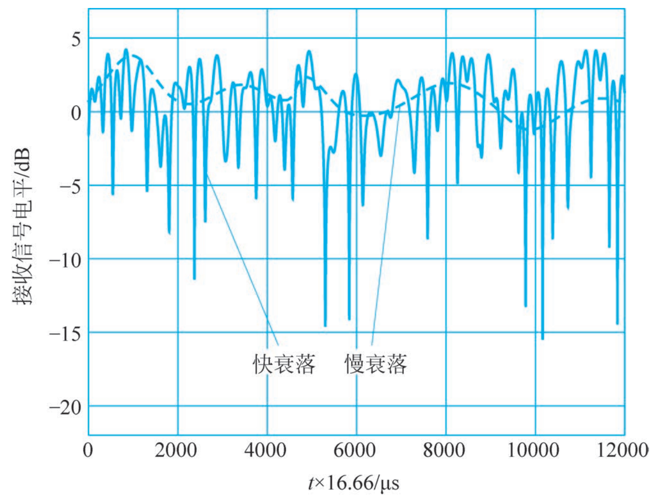

图 3.2.1 接收机接收到的信号电平

3.2.1 大尺度衰落及其传播模型

1. 自由空间传播损耗

第 11 集
微课视频

自由空间传播损耗是指电磁波在理想的、均匀的、各向同性的介质空间中传播，且不发生反射、折射、散射和吸收现象，只存在电磁波能量扩散而引起的传播损耗。它定义为发射功率与接收功率之比的分贝数，即

$$L_{\mathrm{fs}} = -10\lg(P_{\mathrm{r}}/P_{\mathrm{t}}) = -10\lg\left[\frac{G_{\mathrm{t}}G_{\mathrm{r}}\lambda^2}{(4\pi)^2 d^2}\right] \tag{3.2.2}$$

其中，P_{t} 和 P_{r} 分别为发射功率与接收功率；G_{t} 和 G_{r} 分别为发射和接收天线的增益；λ 为波长；d 为收发天线间的距离。

当收发天线增益相等且为 1 时，将 $\lambda=c/f$ 代入，并且将 f 的量纲设定为 MHz，d 的量纲设定为 km，则有

$$L_{\mathrm{fs}} = 32.44 + 20\lg d + 20\lg f\ \mathrm{dB} \tag{3.2.3}$$

【例 3.2.1】 试计算传输距离为 100m 的自由空间路径损耗，假设 $G_{\mathrm{t}}=G_{\mathrm{r}}=0\mathrm{dB}$，且 $\lambda=0.01\mathrm{m}$。

解 0.01m 波长对应的频率为 $3\times10^8/0.01=3\times10^4\,\mathrm{MHz}$，所以

$$L_{\mathrm{fs}} = 32.44 + 20\lg 0.1 + 20\lg(3\times10^4) = 102\mathrm{dB}$$

2. 阴影衰落模型

阴影衰落是由于传播环境中的地形、建筑物及其他障碍物对电波遮蔽所引起的衰落，随着用户较长距离的运动，传播环境的改变会导致阴影衰落的起伏，从而接收信号场强的均值缓慢改变。这种变化常用对数距离路径损耗模型来表征，即

$$P_{\mathrm{r}}(d) = \alpha + 10\beta\lg d + \eta \tag{3.2.4}$$

其中，α 和 β 为线性参数；η 为一个对应于阴影的随机变量。该等式对于 $d\geqslant d_0$ 有效，其中 d_0 是参考距离。

在该模型中，与对数距离呈线性函数的部分称为平均路径损耗，而随机变量 η 用来弥补

与实测数据的差异。通常选取 $\eta \sim N(0,\sigma^2)$，这就是常说的对数正态阴影。因为 η 被添加到对数域中，在线性域中 $\lg(\eta)$ 具有对数正态分布。参数 σ 将根据测量数据确定，通常取值为 6～8dB。

【例 3.2.2】 假设 $\beta=4$，计算传输距离为 100m 的平均对数距离路径损耗。已知 $G_t=G_r=0$，且 $\lambda=0.01$m，参考距离 $d_0=1$m。

解 参考距离处的自由空间损耗为

$$L_{fs}=32.44+20\lg 0.001+20\lg(3\times 10^4)=62\text{dB}$$

平均对数距离路径损耗为

$$P_r(100)=62+10\times 4\lg(100)=142\text{dB}$$

3. LOS/NLOS 路径损耗模型

对数距离路径损耗模型使用阴影项建模阴影衰落。另一种方法是对每条 LOS 路径和 NLOS 路径的损耗建模。定义长度为 d 的任意链路为 LOS 的概率为 $f_{LOS}(d)$，则为 NLOS 的概率为 $1-f_{LOS}(d)$。可设 LOS 路径的概率为

$$f_{LOS}(d)=e^{-d/C} \tag{3.2.5}$$

其中，C 与环境有关，可利用随机成形理论计算出任何区域的 C 值。这个负指数衰减意味着对于较大的 d，$f_{LOS}(d)$ 很快就衰减到零。

若假设建筑物在空间中均匀分布，则有

$$C=\frac{\pi}{\lambda_{bc}\mathbb{E}[P_{bc}]} \tag{3.2.6}$$

第 12 集
微课视频

其中，λ_{bc} 为区域中的建筑物的平均数量；$\mathbb{E}[P_{bc}]$ 为区域中建筑物的平均周长。该公式提供了一种快速近似 LOS 概率分布的方法。

令 $P_r^{LOS}(d)$ 和 $P_r^{NLOS}(d)$ 分别表示链路为 LOS 和 NLOS 时的路径损耗函数，它们通常采用对数距离路径损耗模型，而 LOS 模型中一般不包括阴影。路径损耗模型为

$$P_r(d)=I[f_{LOS}(d)]P_r^{LOS}(d)+I[f_{LOS}(d)]P_r^{NLOS}(d) \tag{3.2.7}$$

其中，$f_{LOS}(d)$ 是伯努利随机变量，该变量为 1 的概率是 $f_{LOS}(d)$，$I(\cdot)$ 为指示函数，表示当自变量为真时输出为 1，否则输出为 0。d 取值小时 LOS 路径损耗函数占优，d 取值大时 NLOS 路径损耗函数占优。

【例 3.2.3】 计算当 $C=200$m，$d=100$m 时，式(3.2.7)中的平均路径损耗。

解 先计算式(3.2.7)的期望值，即

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[P_r(d)]&=\mathbb{E}\{I[f_{LOS}(d)]P_r^{LOS}(d)\}+\mathbb{E}\{I[f_{LOS}(d)]P_r^{NLOS}(d)\}\\&=f_{LOS}(d)P_r^{LOS}(d)+[1-f_{LOS}(d)]P_r^{NLOS}(d)\end{aligned}$$

根据例 3.2.1 和例 3.2.2 的结果，可得平均路径损耗为

$$\mathbb{E}[P_r(100)]=e^{-100/200}\times 102\text{dB}+(1-e^{-100/200})\times 142\text{dB}=117.6\text{dB}$$

3.2.2　小尺度衰落

小尺度衰落发生在波长距离的数量级上，由同一传输信号沿两条或多条路径传播，以微小的时间差到达接收机的信号相互干涉引起。小尺度衰落表现在时域上导致时间选择性，表现在频域上导致频率选择性。影响小尺度衰落的主要因素包括多径传播引起的时延扩展、由移动台运动引起的多普勒扩展以及散射环境不同引起的角度扩展。这种衰落的程度

和影响远远大于由传播损耗和阴影衰落等引起的大尺度衰落。

1. 频率选择性衰落

频率选择性衰落指接收信号(信道)幅度相对于频率的变化。信道幅度保持恒定的频率范围称为相干带宽。频率选择性由多径效应引起的时延扩展导致。接收信号的脉冲展宽使接收信号的持续时间变长,信道对信号中不同频率成分有不同的响应,即频率选择性,造成波形失真,严重影响数字信号的传输质量。

多径传输引起的频率选择性可用傅里叶变换来解释。对于单抽头信道函数的傅里叶变换产生平坦信道,信道幅度不随频率变化。当信道脉冲信号响应含有显著的多径成分,对这种移位的脉冲信号函数之和进行傅里叶变换时,幅度随频率变化就会很大,即频率选择。

频率选择性与在该信道上进行通信的传输带宽有关。在较小的带宽上,信道脉冲信号响应对应于平坦信道。随着带宽的增大,符号周期变短,信道脉冲信号响应将有更多的抽头,导致频率选择性和码间干扰。

使用功率延迟分布 $P(\tau)$可以确定信道是否是频率选择性衰落信道。功率延迟分布 $P(\tau)$是基于固定时延参考量 τ_0 的附加时延 τ 的函数,根据 $P(\tau)$可以求得平均附加时延 $\bar{\tau}$ 和均方根时延扩展 $\sigma_{\tau_{\mathrm{RMS}}}$,即分别计算

$$\bar{\tau}=\frac{\int_0^{+\infty}\tau P(\tau)\mathrm{d}\tau}{\int_0^{+\infty}P(\tau)\mathrm{d}\tau} \tag{3.2.8}$$

$$\bar{\tau}^2=\frac{\int_0^{+\infty}\tau^2 P(\tau)\mathrm{d}\tau}{\int_0^{+\infty}P(\tau)\mathrm{d}\tau} \tag{3.2.9}$$

则均方根(Root Mean Squared,RMS)时延扩展为

$$\sigma_{\tau_{\mathrm{RMS}}}=\sqrt{\bar{\tau}^2-(\bar{\tau})^2} \tag{3.2.10}$$

也就是说,平均附加时延 $\bar{\tau}$ 是功率延迟分布的一阶矩,均方根时延扩展 $\sigma_{\tau_{\mathrm{RMS}}}$ 是功率延迟分布的二阶矩的平方根。

一般基于均方根时延扩展 $\sigma_{\tau_{\mathrm{RMS}}}$ 定义信道的一致带宽,表示为

$$B_{\mathrm{coh}}=\frac{1}{5\sigma_{\tau_{\mathrm{RMS}}}} \tag{3.2.11}$$

如果信号带宽 $B\ll B_{\mathrm{coh}}$,则可称信道是平坦的。如果信号的符号周期满足 $T\gg\sigma_{\tau_{\mathrm{RMS}}}$,则称信道为频率平坦的。这意味着相邻符号之间基本没有干扰。

通常,$P(\tau)$根据测量结果确定。例如,在平坦信道中,$P(\tau)$接近于 δ 函数。当确定了 $P(\tau)$后,就可计算出信道的均方根时延扩展。

【例 3.2.4】 功率延迟分布服从指数分布

$$P(\tau)=\mathrm{e}^{-\frac{\tau}{T}},\quad 0<\tau<\infty \tag{3.2.12}$$

试计算 $\sigma_{\tau_{\mathrm{RMS}}}$。

解 由式(3.2.8)、式(3.2.9)和式(3.2.10),可推导得出

$$\bar{\tau}=\frac{\int_{0}^{+\infty}\tau e^{-\frac{\tau}{T}}d\tau}{\int_{0}^{+\infty}e^{-\frac{\tau}{T}}d\tau}=\frac{T^2}{T}=T$$

$$\overline{\tau^2}=\frac{\int_{0}^{+\infty}\tau^2 e^{-\frac{\tau}{T}}d\tau}{\int_{0}^{+\infty}e^{-\frac{\tau}{T}}d\tau}=\frac{2T^3}{T}=2T^2$$

$$\sigma_{\tau_{\mathrm{RMS}}}=\sqrt{\overline{\tau^2}-(\bar{\tau})^2}=\sqrt{2T^2-T^2}=T$$

功率延迟分布的傅里叶变换称为间隔频率相关函数，表示为

$$S_\tau(\Delta_f)=\int_{0}^{+\infty}P(\tau)e^{-j2\pi\Delta_f\tau}d\tau \tag{3.2.13}$$

其中，$\Delta_f=f_2-f_1$ 为频率差。

可以用间隔频率相关函数定义信道的一致带宽，即用使 $|S_\tau(B_{\mathrm{coh}})|=0.5S_\tau(0)$ 的 Δ_f 的最小值定义。

【例 3.2.5】 由式(3.2.12)的指数功率延迟分布确定间隔频率相关函数和一致带宽。

解 由间隔频率相关函数式(3.2.13)计算得到

$$S_\tau(0)=\int_{0}^{+\infty}P(\tau)d\tau=\int_{0}^{+\infty}e^{-\tau/T}d\tau=T$$

因此

$$|S_\tau(0)|=T$$

$$\begin{aligned}S_\tau(\Delta_f)&=\int_{0}^{+\infty}P(\tau)e^{-j2\pi\Delta_f\tau}d\tau\\&=\int_{0}^{+\infty}e^{-\tau/T}e^{-j2\pi\Delta_f\tau}d\tau\\&=\frac{1}{T^{-1}+j2\pi\Delta_f}\end{aligned}$$

得到

$$|S_\tau(\Delta_f)|=\frac{1}{\sqrt{T^{-2}+4\pi^2(\Delta_f)^2}}$$

故基于 Δ_f 最小非负值确定的一致带宽为

$$B_{\mathrm{coh}}=\frac{\sqrt{3}}{2\pi}\frac{1}{T}$$

再由式(3.2.11)，基于均方根时延扩展确定的一致带宽为

$$B_{\mathrm{coh}}=\frac{1}{5T}$$

比较这两个结果可知，由均方根时延扩展确定的一致带宽更保守。

2. 时间选择性衰落

由于移动台与基站间的相对运动，或传播环境中物体运动引起的多普勒频偏所形成的频率色散，会引起时间选择性衰落，它由多普勒扩展确定。

多普勒频移可表示为

$$f = v\cos\theta/\lambda \tag{3.2.14}$$

其中，v 为移动速度；θ 为速度方向与收发端连线之间的夹角；λ 为信号的波长。

多普勒扩展用多普勒功率谱密度 $S(f)$ 来描述，根据 $S(f)$ 可求得平均多普勒频移 $\bar{f}_{\mathrm{d}}$ 和多普勒扩展 $\sigma_{f_{\mathrm{RMS}}}$，表示为

$$\bar{f}_{\mathrm{d}} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} fS(f)\mathrm{d}f}{\int_{-\infty}^{+\infty} S(f)\mathrm{d}f} \tag{3.2.15}$$

$$\sigma_{f_{\mathrm{RMS}}} = \sqrt{\bar{f}^2 - (\bar{f}_{\mathrm{d}})^2} \tag{3.2.16}$$

其中，

$$\bar{f}^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f^2 S(f)\mathrm{d}f}{\int_{-\infty}^{+\infty} S(f)\mathrm{d}f} \tag{3.2.17}$$

平均多普勒频移是多普勒功率谱密度的一阶矩（均值），多普勒扩展是多普勒功率谱密度的二阶中心矩的平方根（标准差）。

通常基于均方根多普勒扩展定义相干时间，有

$$T_{\mathrm{coh}} = 1/\sigma_{f_{\mathrm{RMS}}} \tag{3.2.18}$$

信道的时间选择性也可以由间隔时间相关函数确定。间隔时间相关函数是多普勒频谱的傅里叶反变换，即

$$R_f(\Delta_t) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(f)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi\Delta_t f}\mathrm{d}f \tag{3.2.19}$$

间隔时间相关函数给出了窄带信号两个不同时间点 $\Delta_t = t_2 - t_1$ 之间的相关性。与相干带宽的定义类似，信道的相干时间 T_{coh} 还可定义为使 $|R_f(\Delta_t)| = 0.5R_f(0)$ 的 Δ_t 的最小值。

对于典型的 Clarke-Jakes 谱，间隔时间相关函数可以计算为

$$R_f(\Delta_t) = J_0(2\pi f_{\mathrm{m}}\Delta_t) \tag{3.2.20}$$

其中，$J_0(\cdot)$ 是第一类零阶贝塞尔函数；f_{m} 为最大多普勒频移。

在实际中，通常采用如下方法获得相干时间。

$$T_{\mathrm{coh}} = \frac{1}{5f_{\mathrm{m}}} \tag{3.2.21}$$

或

$$T_{\mathrm{coh}} \approx \sqrt{9/(16\pi f_{\mathrm{m}}^2)} = 0.423/f_{\mathrm{m}} \tag{3.2.22}$$

如果信号的符号周期 $T \ll T_{\mathrm{coh}}$，则称信道是时不变的。从相干时间与多普勒扩展的关系可以看出，较大的多普勒扩展意味着信道在时间上变化较快，且相干时间较小。

【例 3.2.6】 试写出多普勒扩展为 $\sigma_{f_{\mathrm{RMS}}}$ 的高斯形状多普勒谱及自相关函数的表达式。

解 多普勒扩展为 $\sigma_{f_{\mathrm{RMS}}}$ 的高斯形状多普勒谱具有如下形式。

$$S(f) = S_0 \exp\left(-\frac{f^2}{2\sigma_{f_{\mathrm{RMS}}}}\right)$$

自相关函数是多普勒谱的傅里叶反变换，即

$$R(\Delta_t)=\frac{S_0\sigma_{f_{\mathrm{RMS}}}}{\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{\Delta_t^2\sigma_{f_{\mathrm{RMS}}}^2}{2}\right]$$

【例 3.2.7】 设蜂窝系统的载频 $f_c=1.9\text{GHz}$，该系统为 300km/h 的高速列车服务，试用最大多普勒频移确定相干时间。如果使用 1MHz 的单载波系统，并且使用长度为 $N=100$ 的分组，确定信道是否是时间选择性的。

解　300km/h≈83.3m/s，则最大多普勒频移为

$$f_m=1.9\times10^9\times\frac{83.3}{3\times10^8}\approx528\text{Hz}$$

相干时间为

$$T_{coh}=1/(5f_m)\approx0.379\mu\text{s}$$

假设采用正弦脉冲信号整形，带宽为 1MHz 时，符号周期 T 最多为 $1\mu\text{s}$，$NT=100\mu\text{s}$。

比较 NT 与 T_{coh}，可知信道在分组发送时间内将是时不变的。

由于多普勒频移与载波相关，时间选择性衰落将取决于载波。载波频率越高，固定速度的相干时间越小，这意味着频率高的信号比频率低的信号经历更多的时间变化。

根据信道与传输信号两者之间的关系，可以对小尺度衰落进行分类，如图 3.2.2 所示。当信号带宽大于信道的相干带宽时，称信道为频率选择性衰落信道，也即通常所说的宽带信道；反之，则称为非频率选择性衰落信道，即平坦信道。当信号的符号周期大于信道的相干时间时，称信道为时间选择性衰落信道；反之，则称信道为非时间选择性衰落信道。

基于多径时延扩展的小尺度衰落
- 平坦衰落
  (信号带宽<信道带宽
  延迟扩展<符号周期)
- 频率选择性衰落
  (信号带宽>信道带宽
  延迟扩展>符号周期)

基于多普勒扩展的小尺度衰落
- 快衰落
  (高多普勒频移
  相干时间<符号周期
  信道变化快于基带信号变化)
- 慢衰落
  (低多普勒频移
  相干时间>符号周期
  信道变化慢于基带信号变化)

图 3.2.2　小尺度衰落的分类

3.2.3　空间选择性衰落

由于移动台和基站周围的散射空间环境不同，使得在不同空间位置处，接收信号所经历的衰落不同，形成角度色散，这种扩展将会引起空间选择性衰落，意味着信号幅值与天线的空间位置有关。

通过固定空间变量的角度方向，一个以三维空间位置向量为自变量的函数可以表示为以位置标量为自变量的函数。图 3.2.3 所示为三维空间坐标 (r,θ,φ) 与笛卡儿坐标 (x,y,z) 之间的投影关系。

可得

$$x=r\cos\varphi\cos\theta \tag{3.2.23a}$$

$$y=r\cos\varphi\sin\theta \tag{3.2.23b}$$

$$z=r\sin\varphi \tag{3.2.23c}$$

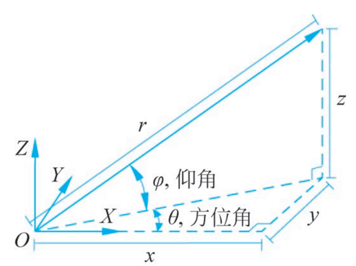

图 3.2.3　(r,θ,φ) 和 (x,y,z) 之间的投影关系

记标量信道为 $h(r,\theta,\varphi)$，并记标量距离信道为 $h(r)$，它意味着 θ 和 φ 已经被固定到某个任意的方向上。这种向量到标量的转换可以应用于将三维空间变换为某一个自变量的函数，如描述空-时信道、接收信号的自相关函数等。例如，静态窄带信道

$$h(\boldsymbol{r})=V_0\exp(-\mathrm{j}k_0\boldsymbol{rx}) \tag{3.2.24}$$

是三维空间的函数。如果方位角和仰角已知，向量 $\boldsymbol{r}$ 可以表示为 $r\mathbf{r}$，其中 r 是标量位置，而 $\mathbf{r}$ 是单位向量，即

$$\mathbf{r}=\cos\varphi\cos\theta\mathbf{x}+\cos\varphi\sin\theta\mathbf{y}+\sin\varphi\mathbf{z} \tag{3.2.25}$$

将 $\boldsymbol{r}=r\mathbf{r}$ 代入向量信道模型中，则可得到标量表示为

$$h(r)=V_0\exp(-\mathrm{j}k_0r\cos\varphi\cos\theta) \tag{3.2.26}$$

对标量信道 $h(r)$，对应着一个以标量波数 k 为自变量的傅里叶变换 $H(k)$，它可代替原来的波向量。两者之间的对应关系为

$$h(r)=\frac{1}{(2\pi)^3}\int_{-\infty}^{+\infty}H(\boldsymbol{k})\exp(\mathrm{j}r\boldsymbol{k}\cdot\mathbf{r})\mathrm{d}\boldsymbol{k} \tag{3.2.27}$$

$$\begin{aligned}H(k)&=\frac{1}{(2\pi)^3}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}H(\boldsymbol{k})\exp[-\mathrm{j}r(k-\boldsymbol{k}\cdot\mathbf{r})]\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\boldsymbol{k}\\&=\frac{1}{(2\pi)^2}\int_{-\infty}^{+\infty}H(\boldsymbol{k})\delta(k-\boldsymbol{k}\cdot\mathbf{r})\mathrm{d}\boldsymbol{k}\end{aligned} \tag{3.2.28}$$

式(3.2.28)的关系对于波向量谱 $S(\boldsymbol{k})$ 和波数谱 $S(k)$ 也成立。

【例 3.2.8】 对于球壳谱

$$S(k)=\frac{2\pi S_0}{k_0}\delta(|k|-k_0)$$

试求空间任意方向的波数谱。

解 将笛卡儿坐标 (k_x,k_y,k_z) 的三维波向量谱代入积分公式，因为波向量谱是等方向的，所以波数谱对所有可能的 $\mathbf{r}$ 都相同，方便起见，令 $\mathbf{r}=\mathbf{z}$，有

$$\begin{aligned}S(k)&=\frac{S_0}{2\pi k_0}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(k-k_z)\mathrm{d}k_x\mathrm{d}k_y\mathrm{d}k_z\\&=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\delta\left(\sqrt{k_x^2+k_y^2+k_z^2}-k_0\right)\mathrm{d}k_x\mathrm{d}k_y\end{aligned}$$

该二重积分以极坐标计算比较方便。将 $k'^2=k_x^2+k_y^2$ 和 $\mathrm{d}k_x\mathrm{d}k_y=k'\mathrm{d}k'\mathrm{d}\theta'$ 代入，可得波数谱为

$$\begin{aligned}S(k)&=\frac{S_0}{2\pi k_0}\int_0^{+\infty}\int_0^{2\pi}k'\delta\left(\sqrt{k'+k^2}-k_0\right)\mathrm{d}\theta'\mathrm{d}k'\\&=S_0u(k_0-|k|)\end{aligned}$$

该波数谱在 $-k_0\leqslant k\leqslant k_0$ 上恒为 S_0，在其他地方则为 0。

1. 角度谱

静态窄带信道的波向量谱可以写为

$$S(\boldsymbol{k})=(2\pi)^3\sum_{i=1}^{N}P_i\delta(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}_i) \tag{3.2.29}$$

其中，P_i 为第 i 个多径分量的功率。波数向量 $\boldsymbol{k}_i$ 和 $\boldsymbol{k}$ 可以表示成包括方位角和仰角的球

面坐标的形式，即

$$\boldsymbol{k}_i = k_0(\cos\varphi_i\cos\theta_i\mathbf{x} + \cos\varphi_i\sin\theta\mathbf{y} + \sin\varphi_i\mathbf{z}) \tag{3.2.30}$$

$$\boldsymbol{k} = |\boldsymbol{k}|(\cos\varphi\cos\theta\mathbf{x} + \cos\varphi\sin\theta\mathbf{y} + \sin\varphi\mathbf{z}) \tag{3.2.31}$$

其中，方位角 θ_i 和仰角 φ_i 是第 i 个多径的到达角坐标。根据 $\boldsymbol{k}_i$ 和 $\boldsymbol{k}$ 的表达式，可以将式(3.2.29)中的冲激响应函数整理为

$$\delta(\boldsymbol{k} - \boldsymbol{k}_i) = \frac{\delta(|\boldsymbol{k}| - k_0)\delta(\varphi - \varphi_0)\delta(\theta - \theta_0)}{k_0^2\cos\varphi_i} \tag{3.2.32}$$

因此，可以将波向量谱表示为

$$S(\boldsymbol{k}) = \frac{(2\pi)^3\delta(|\boldsymbol{k}| - k_0)}{k_0^2}\underbrace{\sum_{i=1}^{N}\frac{P_i\delta(\varphi - \varphi_i)\delta(\theta - \theta_i)}{\cos\varphi_i}}_{P(\theta,\varphi)}$$

$$= \frac{(2\pi)^3\delta(|\boldsymbol{k}| - k_0)}{k_0^2}P(\theta,\varphi) \tag{3.2.33}$$

式(3.2.33)反映了信道模型的一个关键原理：任何不相关相位开阔地区随机信道的波向量都可以用角度谱 $P(\theta,\varphi)$的形式完整地表示。

2. 角度至波数的映射

沿空间中某一特定方向刻画小尺度衰落需要一维的波数谱。当给定空间中的方向 $\boldsymbol{r}$，波数谱可以从波向量谱计算得到，即

$$S(k) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int_{-\infty}^{+\infty} S(\boldsymbol{k})\delta(k - \boldsymbol{k}\cdot\mathbf{r})\mathrm{d}\boldsymbol{k} \tag{3.2.34}$$

将式(3.2.33)代入，由角度谱得到的波数谱为

$$S(k) = 2\pi\int_0^{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} P(\theta,\varphi)\delta(k - k_0\boldsymbol{k}\cdot\mathbf{r})\cos\varphi\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}\theta \tag{3.2.35}$$

$$\boldsymbol{k} = \cos\varphi\cos\theta\mathbf{x} + \cos\varphi\sin\theta\mathbf{y} + \sin\varphi\mathbf{z} \tag{3.2.36}$$

3. 水平传播

考虑仰角为零的沿水平方向的电波传播情况。这种类型信道的角度功率谱可以写为

$$P(\theta,\varphi) = P(\theta)\delta\varphi \tag{3.2.37}$$

其中，$P(\theta)$为方位角的角度谱，单位为瓦特每弧度(W/rad)。将式(3.2.37)代入式(3.2.35)，可得

$$S(k) = 2\pi\int_0^{2\pi} P(\theta)\delta[k - k_0\cos(\theta - \theta_{\mathrm{R}})]\mathrm{d}\theta \tag{3.2.38}$$

其中，θ_{R} 为观察的方位角。该积分结果是 Gans 映射，即

$$S(k) = \frac{2\pi}{\sqrt{k_0^2 - k^2}}\left[P\left(\theta_{\mathrm{R}} + \arccos\frac{k}{k_0}\right) + P\left(\theta_{\mathrm{R}} - \arccos\frac{k}{k_0}\right)\right],\quad |k| \leqslant k_0 \tag{3.2.39}$$

在该映射中，方向向量即水平方向可以写为

$$\mathbf{r} = \cos\theta_{\mathrm{R}}\mathbf{x} + \sin\theta_{\mathrm{R}}\mathbf{y} + 0\mathbf{z} \tag{3.2.40}$$

大多数陆地移动接收机的运动中都没有垂直运动的水平移动。具有多天线的接收机一般将其天线阵或分集天线分布在同一方位角平面上，这时就可以忽略对垂直方向的建模。从传播的几何学可以对式(3.2.39)进行直观解释。如图 3.2.4 所示，将多径功率从角度谱

映射为波数谱,多径波沿水平方向以 θ 角到达,映射方位角的运动方向为 θ_R,该多径波的相位变化为自由空间波数 k_0。然而,沿 θ_R 方向运动的接收机,其真实的波数 k 被因子 $\cos(\theta-\theta_R)$ 缩短了,于是有

$$k=k_0\cos(\theta-\theta_R) \quad 和 \quad \frac{\mathrm{d}k}{\mathrm{d}\theta}=-k_0\sin(\theta-\theta_R) \tag{3.2.41}$$

可以通过使波向量功率与角度谱功率相等,即令 $S(k)|\mathrm{d}k|=2\pi P(\theta)|\mathrm{d}\theta|$,同样得到式(3.2.39)。因此,式(3.2.39)在空间选择性和多径到达角特性之间建立起了一座桥梁。

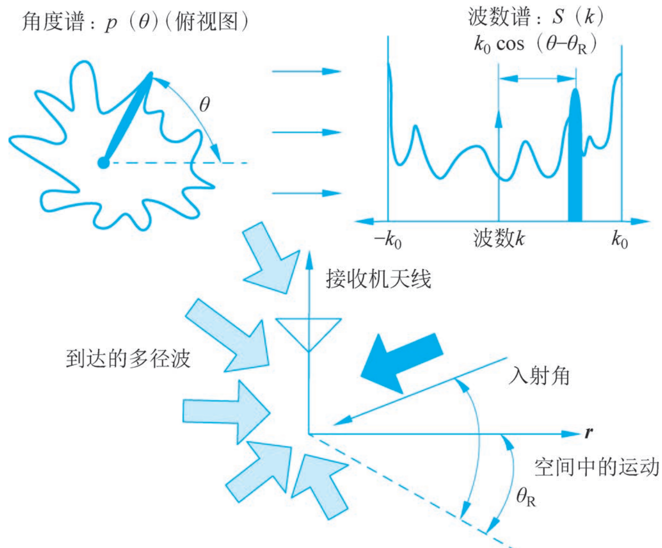

图 3.2.4 将多径功率从角度谱映射为波数谱

4. 角度扩展

角度扩展根据多径功率角度分布 $p(\theta)$描述,定义为

$$\sigma_{\bar{\theta}^2}^2=\frac{\int_0^{2\pi}(\theta-\bar{\theta})^2p(\theta)\mathrm{d}\theta}{\int_0^{2\pi}p(\theta)\mathrm{d}\theta} \tag{3.2.42}$$

$$\bar{\theta}=\frac{\int_0^{2\pi}\theta p(\theta)\mathrm{d}\theta}{\int_0^{2\pi}p(\theta)\mathrm{d}\theta} \tag{3.2.43}$$

角度扩展是角度功率谱的二阶中心矩的平方根,表征了功率谱在空间上的色散程度,角度扩展越大,表明散射环境越强,信号在空间上的色散程度越高。

5. 波数扩展

波数扩展是波数谱二阶中心矩的均方根。波数谱二阶中心距定义为

$$\sigma_k^2=\bar{k}^2-(\bar{k})^2 \tag{3.2.44}$$

$$\bar{k}^2=\frac{\int_{-\infty}^{+\infty}k^2S(k)\mathrm{d}k}{\int_{-\infty}^{+\infty}S(k)\mathrm{d}k} \tag{3.2.45}$$

【例 3.2.9】 设多径功率的角度谱近似为均匀分布，即

$$p(\theta)=\frac{P_T}{2\pi}$$

其中，P_T 为常数。试求该角度谱的波数扩展。

解 由式(3.2.39)，电波传播的波数谱为

$$S(k)=\frac{2\pi}{\sqrt{k_0^2-k^2}},\quad |k|\leqslant k_0$$

它独立于方向 θ_R。由式(3.2.44)，可得波数扩展为

$$\sigma_k=\sqrt{\frac{k_0^2}{2}}=\frac{k_0}{\sqrt{2}}$$

6. 相干距离

相干距离 D_{coh} 通常用来描述信道冲激响应保证相干的空间间隔，它是一个无线接收机在信道时不变的条件下可以移动的大致距离。对于在三维空间中移动的空间接收机，相干距离是接收机运动方向的一个函数，空间 3 个维度的特性使得对空间相干性的研究比对时间或频率相干性的标量研究更为困难。一般可将相干距离表示为

$$D_{coh}=\frac{0.187}{\sigma_{\bar{\theta}^2}\cos\theta}\tag{3.2.46}$$

其中，θ 为到达角；$\sigma_{\bar{\theta}^2}$ 为角度扩展。

式(3.2.46)说明，在到达角相同的情况下，角度扩展越大，相干距离越小，即信号的空间选择性比较严重；反之，角度扩展越小，不同天线接收信号之间的相干性越大。同样地，在角度扩展相同的情况下，信号的到达角越大，天线之间的相干性就越大；信号的到达角越小，天线之间的相干性就越小。

7. 多径形状因子

与角度谱的含义相似，多径形状因子用于描述方位角度谱的几何特性和小尺度的空间选择性。它包含了 3 方面的度量。

1) 形状因子角度扩展

形状因子角度扩展是对某单一的方位角方向上多径的集中程度测量，定义为

$$\Lambda=\sqrt{1-\frac{|F_1|^2}{F_0^2}}\tag{3.2.47}$$

其中，F_0 和 F_1 为基于多径功率角度分布 $p(\theta)$ 的复傅里叶系数，它们根据傅里叶系数的通式

$$F_n=\int_0^{2\pi}p(\theta)\exp(\mathrm{j}n\theta)\mathrm{d}\theta\tag{3.2.48}$$

得出。

用这种方式定义角度扩展的好处主要体现在：该角度扩展对 F_0 进行了归一化，所以它不随发射功率的变化而变化；对 $p(\theta)$ 的任何旋转或反射变换都保持不变；该定义相比于式(3.2.42)所定义的包含了 θ 二阶中心矩的角度扩展更加直观。

2）形状因子角压缩度

形状因子角压缩度是对多径分量在两个方向上集中的度量，定义为

$$\gamma=\frac{|F_0F_2-F_1^2|}{F_0^2-|F_1|^2} \tag{3.2.49}$$

其中，F_0、F_1 和 F_2 均由式(3.2.48)所定义。形状因子角压缩度 γ 也不因发射功率或 $p(\theta)$ 的任何旋转或反射变换所改变。

3）最大衰落的方位角

另一个形状因子是最大衰落的方位角，定义为

$$\theta_{\max}=\frac{1}{2}\arg\{F_0F_2-F_1^2\} \tag{3.2.50}$$

其中，arg(·)表示辐角运算。

采用形状因子参数后，当描述小尺度衰落时，波数扩展可以用 3 个形状因子唯一地表示为

$$\sigma_k^2=\frac{2\pi^2\Lambda^2}{\lambda^2}\{1+\gamma\cos[2(\theta_{\mathrm{R}}-\theta_{\max})]\} \tag{3.2.51}$$

其中，λ 为载波的波长；Λ 为形状因子角度扩展；γ 形状因子角压缩度；$\theta_{\max}$ 为最大衰落的方位角。

波数扩展 σ_k 描述了在开阔地区接收机沿 θ_{R} 方向的信道空间选择性。该公式对所有沿水平方向到达的多径电波都有效。这是在描述无线移动传播时常用的一种假设。

采用多径形状因子计算波数扩展 σ_k 具有便利性。如果采用式(3.2.38)计算波数谱，则需要首先选择一个方向 θ_{R}，然后应用 Gans 映射计算波数谱，再计算波数谱的矩，然后才能求得 σ_k，对其他空间方向的 θ_{R} 要重复这个过程。而应用形状因子常数就省去了对每个可能的方向 θ_{R} 的所有计算步骤。

当多径波在全方向传播时，无论是在到达角的一个或两个方向上都没有偏置，导致最大的形状因子角度扩展($\Lambda=1$)和最小的形状因子角压缩度($\gamma=0$)。全方向传播的统计量是等方向的，表现为不依赖于接收信号的方位角方向。此时，若用全方向传播的波数扩展平方 $\sigma_{k(\mathrm{omin})}^2=2\pi^2/\lambda^2$ 对式(3.2.51)进行归一化，可得

$$\sigma^2(\theta_{\mathrm{R}})=\frac{\sigma_k^2(\theta_{\mathrm{R}})}{\sigma_{k(\mathrm{omin})}^2}=\Lambda^2\{1+\gamma\cos[2(\theta_{\mathrm{R}}-\theta_{\max})]\} \tag{3.2.52}$$

其中，$\sigma^2(\theta_{\mathrm{R}})$为归一化波数扩展平方。式(3.2.52)给出了一种分析形状因子对小尺度衰落二阶统计量影响的方法。

8. 相干性与选择性

衰落是用来描述受某种选择性影响的无线信道的一般性术语。如果信道是一个与时间、频率或空间相关的函数，则它具有选择性。与选择性相反的是相干性(Coherence)。如果信道在通信"窗口"中，不是一个与时间、频率或空间相关的函数，则它具有相干性。在描述选择性衰落信道时，所定义的相干时间 T_{coh}、相干带宽 B_{coh} 和相干距离 D_{coh} 就是信道表现为静止的时间窗、频率范围和空间范围。

在微波和毫米波频率范围，时间非相干的一般原因是发射机的运动或传播环境中的严重散射。如果传输的数据速率与相干时间可比，接收机将很难可靠地解调发送信号。这是

因为由调制引起的波动和因时变信道引起的波动在同一时间尺度上发生，会造成接收信号很大的畸变。频率非相干的原因是多径传播的色散。由于每个接收到的多径电波经过了不同的路径，同一个发送符号以一簇符号的多径色散形式到达接收机，并且每个符号有各自的时延。在时域，一个色散信道引入了码间干扰；在频域，一个色散信道在感兴趣的带宽上有峰和谷。

空间非相干是由于电波从空间不同的方向到达所致，这些多径电波形成了有利的波峰和有害的波谷，以至于接收信号功率在不同的接收机位置不恒定，表现出空间选择性。如果一个接收机的运动距离大于信道的相干距离，我们就说信道经历了小尺度衰落。

9. 信道对偶性原理

从上文可以看到，信道在时间、频率及空间上的随机特性存在着许多的相似之处。不论是自相关函数、功率谱密度，还是均方根带宽，或者其他量，对某一自变量的分析方法同样可以应用于其他自变量的分析，这种特性称为信道模型的对偶性原理。信道关于时间、频率和空间的对偶性关系如表 3.2.1 所示。

具有时间、频率和空间特性的无线随机信道可以通过其自相关函数进行描述。对该自相关函数进行傅里叶变换就可得到关于多普勒、时延、波数的谱函数。用均方根扩展就可以得到相应的带宽。当这些扩展增大时，信道的时间、频率、空间选择性衰落增大而相干减小。

表 3.2.1 信道关于时间、频率和空间的对偶性关系

信道的特征	时 间	频 率	空 间
自变量	时间，t	频率，f	位置，r
相干	时间，T_{coh}	带宽，B_{coh}	距离，D_{coh}
谱域	多普勒，ω	时延，τ	波数，k
谱函数带宽	多普勒扩展，σ_{ω}	时延扩展，σ_{τ}	波数扩展，σ_{k}

3.3 基带信道的谱域

在物理信道上传输的是高频已调信号，这个信道称为通带信道，但我们仍然可使用基带信道的概念消除通带信道对载频的依赖，以统一和简化信道模型。完整的无线基带信道 $h(f,r,t)$ 是一个以频率、空间和时间为变量的函数。

3.3.1 空时频谱域

定义基带信道的 3 种谱域如下。

(1) 时延域。频率 f 的谱域，其变量记作 τ，f 具有频率单位，τ 具有时间单位。

(2) 波数域。位置 r 的谱域，其变量记作 k，r 具有距离单位，k 的单位为弧度/距离单位。

(3) 多普勒域。时间 t 的谱域，其变量记作 ω，t 具有时间单位，ω 的单位为弧度/时间单位。

这 3 个谱域以及相应的傅里叶变换的数学定义如表 3.3.1 所示。表 3.3.1 中的变换可以对 $h(f,r,t)$ 的变量以任意顺序和组合进行。当一个或多个信道变量已被变换到谱域，就生成了一个传递函数：

$$H(\text{变换变量；未变换变量})$$

其中，变换变量是 τ、k 和 ω 之一；未变换变量是 f、r 和 t 之一。

表 3.3.1 信道的傅里叶变换对

域 对	变 换	反 变 换
频率 $f\leftrightarrow$ 时延 τ	$\int_{-\infty}^{+\infty} h(\cdot)\exp(-\mathrm{j}2\pi\tau f)\mathrm{d}f$	$\int_{-\infty}^{+\infty} h(\cdot)\exp(\mathrm{j}2\pi\tau f)\mathrm{d}\tau$
位置 $r\leftrightarrow$ 波数 k	$\int_{-\infty}^{+\infty} h(\cdot)\exp(-\mathrm{j}kr)\mathrm{d}r$	$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} h(\cdot)\exp(\mathrm{j}kr)\mathrm{d}k$
时间 $t\leftrightarrow$ 多普勒 ω	$\int_{-\infty}^{+\infty} h(\cdot)\exp(-\mathrm{j}\omega t)\mathrm{d}t$	$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} h(\cdot)\exp(\mathrm{j}\omega t)\mathrm{d}\omega$

在表 3.3.1 中，频率 $f\leftrightarrow$时延 τ 的傅里叶变换对不同于其他两种变换对，其反变换没有系数 $1/2\pi$。这个定义不仅是遵循相关文献的习惯，也是为了强调易于混淆的频率↔时延和时间↔多普勒关系。

各种类型的传递函数被广泛用于信道模型中。将几种专门的传递函数归纳如下。

(1) $H(\tau;r;t)$。这个传递函数被称为信道冲激响应(Channel Impulse Response，CIR)，它是当发射机发送一个非常窄的已调脉冲信号时，接收到的基带信号。

(2) $H(k;f;t)$。具有这个一般形式的传递函数被国际电信联盟(International Telecommunication Union，ITU)称为无线信道，它是该组织用于表征无线电传播的正式定义。

(3) $H(\tau;k;\omega)$。这个传递函数是 $h(f,r,t)$关于所有 3 个变量的傅里叶变换，定义它为完全传递函数。

在通信理论中，时间域总是基本的域，所有的变换都以该域作为参照。在信道建模中，还常将频率域也视作基本域。

3.3.2 等效的基带传输

1. 线性时不变信道传输

设基带信号 $\tilde{x}(t)$经调制后变成通带信号 $x(t)$，$X(f)$是相应于基带时域信号 $\tilde{x}(t)$的频域信号，有

$$X(f)=\int_{-\infty}^{+\infty}\tilde{x}(t)\exp(-\mathrm{j}2\pi ft)\mathrm{d}t \tag{3.3.1}$$

则通带信号 $x(t)$的傅里叶变换可以根据基带的频域信号 $X(f)$计算为

$$X_{\mathrm{p}}(f)=\frac{1}{2}X(f-f_{\mathrm{c}})+\frac{1}{2}X^{*}(-f-f_{\mathrm{c}}) \tag{3.3.2}$$

其中，上标 * 表示复数共轭；f_{c} 为载波频率。

描述最简单的无线通信系统需要 3 个函数：在通带上的发送信号 $x_{\mathrm{p}}(t)$、通带信道 $h_{\mathrm{p}}(t)$和通带接收信号 $y_{\mathrm{p}}(t)$。如果信道是线性和时不变的，则能用卷积运算在通带上表示为

$$y_{\mathrm{p}}(t)=x_{\mathrm{p}}(t)*h_{\mathrm{p}}(t) \tag{3.3.3}$$

但在基带上描述时，通常写为

$$y(t)=\frac{1}{2}x(t)*h(t) \tag{3.3.4}$$

其中，在基带上描述的 1/2 系数是为了和通带传输有一样的信号总功率（当基带信号变为通带信号时，它的单边谱功率只有总功率的 1/2），或者写为在频域上的发送信号与信道的乘积，即

$$Y(f)=\frac{1}{2}X(f)H(f) \tag{3.3.5}$$

考虑到频域信道是经过理想频带滤波器之后的产物，假设基带信道的带宽为 B，相应的理想频带滤波器的带宽为 B 并以载频 f_c 为中心，则理想滤波器的频域响应为

$$\begin{aligned}P(f)&=\mathrm{rect}\left(\frac{f-f_c}{B}\right)+\mathrm{rect}\left[\frac{-(f+f_c)}{B}\right]\\&=\mathrm{rect}\left(\frac{f-f_c}{B}\right)+\mathrm{rect}\left(\frac{f+f_c}{B}\right)\end{aligned} \tag{3.3.6}$$

其中，rect(·)表示矩形脉冲函数。这个理想滤波器在时域中等价为

$$p(t)=2B\cos(2\pi f_c t)\mathrm{sinc}(Bt) \tag{3.3.7}$$

其中，sinc(·)为辛格函数。因此，通带滤波信道可写为

$$H_{\mathrm{pf}}(f)=P(f)H_{\mathrm{p}}(f) \tag{3.3.8}$$

其中，$H_{\mathrm{p}}(f)$代表通带物理信道。再对通带滤波信道进行傅里叶变换，可得时域基带响应为

$$\begin{aligned}h(t)&=B\mathrm{sinc}(Bt)*h_{\mathrm{p}}(t)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_c t}\\&=B\int\mathrm{sinc}[B(t-\tau)]h_{\mathrm{p}}(\tau)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi f_c\tau}\,\mathrm{d}\tau\end{aligned} \tag{3.3.9}$$

【例 3.3.1】 假设信号在抵达接收机之前传播了 100m 的距离，遭受了 0.1 比例的衰减，为此信道 $h_{\mathrm{p}}(t)$建立线性时不变模型，然后求解通带滤波信道 $h_{\mathrm{pf}}(f)$以及基带等效信道 $h(t)$。设基带信号带宽为 5MHz，载波频率 $f_c=2\mathrm{GHz}$。

解 考虑到传播速度 $c=3\times10^8\mathrm{m/s}$，则发射机与接收机之间的延迟 $\tau_{\mathrm{d}}=100/c=1/3\mu\mathrm{s}=1/3\times10^{-6}\mathrm{s}$。因此，未滤波前的通带信道可以建模为

$$h_{\mathrm{p}}(t)=0.1\delta(t-1/3\times10^{-6})$$

由于基带信号带宽为 5MHz，因此通带带宽 $B=10\mathrm{MHz}$。设 $p(t)$为滤波器时域响应且为辛格函数时，有

$$\begin{aligned}h_{\mathrm{pf}}(t)&=h_{\mathrm{p}}(t)*p(t)\\&=\int p(t-\tau)h_{\mathrm{p}}(\tau)\mathrm{d}\tau\\&=0.1\int p(t-\tau)\delta(t-1/3\times10^{-6})\mathrm{d}\tau\\&=0.1p(t-1/3\times10^{-6})\\&=0.1\times2\times10^7\cos[2\pi2\times10^9(t-1/3\times10^{-6})]\mathrm{sinc}[10^7(t-1/3\times10^{-6})]\end{aligned}$$

利用式(3.3.9)求解基带信道，可得

$$\begin{aligned}h(t)&=0.1\times10^7\int\mathrm{sinc}[10^7(t-\tau)]\delta(\tau-1/3\times10^{-6})\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\times2\times10^9\tau}\mathrm{d}\tau\\&=0.1\times10^7\mathrm{sinc}[10^7(t-1/3\times10^{-6})]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\frac{2}{3}\times10^3}\end{aligned}$$

进一步简化，得

$$h(t)=10^6\operatorname{sinc}[10^7(t-1/3\times 10^{-6})]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi\frac{4}{3}}$$

2. 线性时变信道传输

如果一个信道是时变的，则无论时域的卷积还是频域的乘积都不能用来计算通过信道的信号传输，而必须使用输入-输出关系，即

$$y(t)=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}X(f)h(f,t)\exp(\mathrm{j}2\pi ft)\mathrm{d}f \tag{3.3.10}$$

在使用式(3.3.10)时，频率 f 和时间 t 将不再像在时不变系统中那样构成变换域对，信道的频率和时间必须始终保持分离。

当一个信号经过随空间、时间和频率变化的线性信道时，接收信号为时间和空间的函数，表示为

$$y(t,r)=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}H(\tau;\ t;\ r)x(t-\tau)\mathrm{d}\tau \tag{3.3.11}$$

式(3.3.11)也可以用未变换的信道 $h(f,r,t)$ 而不是它的时延变换 $H(\tau;\ r;\ t)$ 表示为

$$y(t,r)=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}h(f,t,r)X(f)\exp(\mathrm{j}2\pi ft)\mathrm{d}f \tag{3.3.12}$$

它们是信号通过一发一收(单)天线即单输入单输出(Single-Input Single-Output，SISO)无线信道时的输入-输出关系。

事实上，将式(3.3.10)加上空间变量 r，可得

$$y(t,r)=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}X(f)h(f,t,r)\exp(\mathrm{j}2\pi ft)\mathrm{d}f \tag{3.3.13a}$$

$$=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}\underbrace{\left[\int_{-\infty}^{+\infty}x(\xi)\exp(-\mathrm{j}2\pi f\xi)\mathrm{d}\xi\right]}_{X(f)}h(f,t,r)\exp(\mathrm{j}2\pi ft)\mathrm{d}f \tag{3.3.13b}$$

$$=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}x(\xi)\left\{\int_{-\infty}^{+\infty}h(f,t,r)\exp[\mathrm{j}2\pi f(t-\xi)]\mathrm{d}f\right\}\mathrm{d}\xi \tag{3.3.13c}$$

$$=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}x(\xi)H(t-\xi;\ t;\ r)\mathrm{d}\xi \tag{3.3.13d}$$

在做变量替换 $\xi=t-\tau$ 后，这个表达式即为式(3.3.11)。因此，式(3.3.11)是式(3.3.10)的推广。

虽然无线信道是典型的时变信道，但通过尺度分析等方法，可将一个无线信道分解为两部分，即一个不随时间变化的静态部分和一个随时间变化的动态部分，表示为

$$h(f,r,t)=\underbrace{h(f,r)}_{\text{静态部分}}+\underbrace{\delta h(f,r,t)}_{\text{瞬态部分}} \tag{3.3.14}$$

若瞬态部分是不存在的或是可以忽略的，只考虑静态部分的信道，就是时不变信道，它只依赖于频率 f 和位置 r。对于这样的基带信道，一般的传输公式退化为

$$y(t,r)=\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}H(\tau;\ r)x(t-\tau)\mathrm{d}\tau \tag{3.3.15}$$

它是一个卷积积分形式。所以，接收信号可以写为发射信号和信道的卷积形式，即

$$y(t,r)=\frac{1}{2}H(\tau;\ r)\big|_{\tau=t}*x(t) \tag{3.3.16}$$

也可以写成它的傅里叶对的乘积形式，即

$$Y(f,r)=\frac{1}{2}h(f,r)X(f) \tag{3.3.17}$$

3.3.3 时频信道的统计特性

当接收天线为全向天线，忽略电波传播的空间特性而只考虑时频二维的传输信道时，其短期统计特性由基本统计函数——散射函数表示。散射函数是时域和频域上的 4 个等效相关函数之一，时频之间的二阶统计量关系如图 3.3.1 所示。其中，间隔时间相关函数 $R_C(\tau;\Delta t)$与 $\tau=0$ 时的延迟多普勒功率谱 $S_C(\tau;\Delta f)$构成傅里叶变换对，间隔频率多普勒功率谱 $S_C(\Delta f;\psi)$与时间差-频率差相关函数在时间差 $\Delta t=0$ 时的相关函数 $R_C(\Delta f;t)$构成傅里叶变换对。

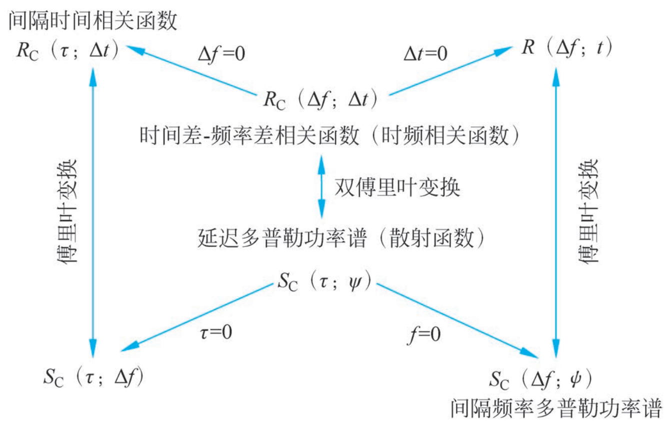

图 3.3.1 时频之间的二阶统计量关系

图 3.3.1 中，4 个二阶统计量如下。

(1) 时频相关函数：

$$R_C(\Delta f;\Delta t)=\mathbb{E}[h(f;t)h^*(f+\Delta f;t+\Delta t)] \tag{3.3.18}$$

(2) 间隔时间相关函数：

$$R_C(\tau;\Delta t)=\mathbb{E}[h(\tau;t)h^*(\tau;t+\Delta t)] \tag{3.3.19}$$

(3) 间隔频率多普勒功率谱：

$$S_C(\Delta f;\psi)=\int_{-\infty}^{+\infty}R_C(\Delta f;\Delta t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f(\Delta t)}\mathrm{d}(\Delta t) \tag{3.3.20}$$

(4) 延迟多普勒功率谱(散射函数)：

$$S_C(\tau;\psi)=\int_{-\infty}^{+\infty}R_C(\tau;\Delta t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f(\Delta t)}\mathrm{d}(\Delta t) \tag{3.3.21}$$

其中，$\psi=2\pi f$ 为多普勒频谱的角频率变量，f 为频率变量。

通常，在忽略角度参数时，假设信道的多径传播时延为 τ，电波传播时间为 t，Δt 为观测时间差，$h(\tau;t)$为信道的冲激响应，则信道的自相关函数为

$$R(\tau_1,\tau_2;t+\Delta t,t)=\mathbb{E}\{h(\tau_1;t+\Delta t)h^*(\tau_2;t)\} \tag{3.3.22}$$

式中涉及 4 个变量，在广义平稳非相关散射(WSSUS)的假设下可简化为

$$R(\tau_1,\tau_2;t+\Delta t,t)=R(\tau_1;\Delta t)\delta(\tau_1-\tau_2) \tag{3.3.23}$$

3.3.4 速率方差的定义

为了描述信道变化的快慢程度，可以使用信道函数的导数。但当信道为广义平稳随机过程时，其导数的均值为 0，因此需要改变描述方法。首先将复信道函数的相位随机过程写为

$$\phi(t)=\arg\{h(t)\} \tag{3.3.24}$$

其中，arg{ · }表示辐角。如果多普勒谱的中心非零，则相位不是平稳的随机过程，其均值是时间的函数，写为

$$\mathbb{E}\{\phi(t)\}=\phi_0+\bar{\omega}t \tag{3.3.25}$$

其中，

$$\bar{\omega}=\frac{\int_{-\infty}^{+\infty}\omega S_h(\omega)\mathrm{d}\omega}{\int_{-\infty}^{+\infty}S_h(\omega)\mathrm{d}\omega} \tag{3.3.26}$$

其中，$S_h(\omega)$为信道的多普勒功率谱密度函数。$\bar{\omega}$ 是一个反映多普勒谱中心的常数。消去非平稳相位的方法就是将信道 $h(t)$与复指数项 $\exp(-\mathrm{j}\bar{\omega}t)$相乘。在对非平稳的相位进行调整之后，可以得到描述信道关于时间变化快慢的参量为

$$\sigma_t^2=\mathbb{E}\left\{\left|\frac{\mathrm{d}[h(t)\exp(-\mathrm{j}\bar{\omega}t)]}{\mathrm{d}t}\right|^2\right\} \tag{3.3.27}$$

其中，σ_t^2 称为衰落速率方差，它反映了信道的包络变化。

类似地，可以定义频率衰落速率方差为

$$\sigma_f^2=\mathbb{E}\left\{\left|\frac{\mathrm{d}[h(f)\exp(-\mathrm{j}2\pi\bar{\tau}t)]}{\mathrm{d}f}\right|^2\right\} \tag{3.3.28}$$

其中，$\bar{\tau}$ 为时延谱的中心。根据信道的对偶性，可以得到静态窄带信道 $h(r)$的空间衰落速率方差为

$$\sigma_r^2=\mathbb{E}\left\{\left|\frac{\mathrm{d}[h(r)\exp(-\mathrm{j}2\bar{k}r)]}{\mathrm{d}r}\right|^2\right\} \tag{3.3.29}$$

其中，$\bar{k}$ 为沿空间某一方向的位置计算得到的波数谱的中心。

这些衰落速率方差与功率谱密度函数的均方根扩展之间有着密切的联系。给定信道的多普勒谱，就可以计算时变信道导数的均方值。由随机过程导数的均方值与其复值功率谱密度函数之间的关系，即

$$\mathbb{E}\left[\left|\frac{\mathrm{d}^n h(t)}{\mathrm{d}t^n}\right|^2\right]=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\omega^{2n}S_h(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{3.3.30}$$

可知当 $n=1$ 时，有

$$\mathbb{E}\left[\left|\frac{\mathrm{d}h(t)}{\mathrm{d}t}\right|^2\right]=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\omega^{2}S_h(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{3.3.31}$$

考虑到因子 $\exp(-\mathrm{j}\bar{\omega}t)$对该随机过程的调制，对多普勒谱进行$-\bar{\omega}$ 的搬移并对积分的上下限也作相应的调整，可得

$$\sigma_t^2=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}(\omega-\bar{\omega})^2S_h(\omega)\mathrm{d}\omega \tag{3.3.32}$$

式(3.3.32)可以改写为

$$\sigma_t^2 = \underbrace{\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} S_h(\omega)\mathrm{d}\omega}_{\mathbb{E}[P(t)]} \underbrace{\frac{\int_{-\infty}^{+\infty}(\omega-\bar{\omega})^2 S_h(\omega)\mathrm{d}\omega}{\int_{-\infty}^{+\infty} S_h(\omega)\mathrm{d}\omega}}_{\sigma_\omega^2} \tag{3.3.33}$$

其中,$P(t)=|h(t)|^2$。因此,衰落速率方差是平均功率和均方根多普勒扩展的函数。这是衰落速率方差和频谱扩展之间的基本结论。对于无线随机信道,关于速率方差有如下结论。

$$\text{时间:}\ \sigma_t^2 = \mathbb{E}[P(t)]\sigma_\omega^2 \tag{3.3.34a}$$

$$\text{频率:}\ \sigma_f^2 = (2\pi)^2\mathbb{E}[P(f)]\sigma_\tau^2 \tag{3.3.34b}$$

$$\text{空间:}\ \sigma_r^2 = \mathbb{E}[P(r)]\sigma_k^2 \tag{3.3.34c}$$

3.4　衰落包络的统计分布

信号经过多径传播,在接收端进行叠加后的包络呈现随机性,这种随机性常服从瑞利(Rayleigh)分布、莱斯(Rician)分布或 Nakagami-m 分布,它们表征的都是接收场强的快速波动,属于小尺度衰落模型的包络特性。

3.4.1　瑞利衰落

瑞利衰落用来描述富含散射体却无直射波的移动信道,广泛应用于无线蜂窝移动通信系统中。它假设多径信号是互相独立的,直射波由于扩散损耗较大而很弱,或者由于遮蔽而没有直射波,仅有大量散射波。瑞利衰落信道的传播场景如图 3.4.1 所示。

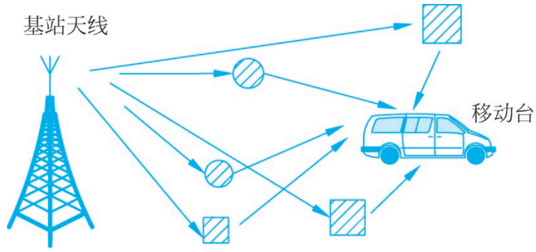

图 3.4.1　瑞利衰落信道的传播场景

假设基站发射的信号为

$$S_0(t) = \alpha_0 \exp[\mathrm{j}(\omega_0 t + \varphi_0)] \tag{3.4.1}$$

其中,ω_0为载波角频率;φ_0为载波初相。经反射或散射到达接收天线的第 i 个接收信号为 $S_i(t)$,设其振幅为 α_i,相移为 φ_i,同时设 $S_i(t)$ 与移动接收台运动方向之间的夹角为 θ_i,多普勒频移为 f_i,因此 $S_i(t)$ 可以写为

$$S_i(t) = \alpha_i \exp[\mathrm{j}(\varphi_i + f_i)]\exp[\mathrm{j}(\omega_0 + \varphi_0)] \tag{3.4.2}$$

假设 N 路接收信号统计独立,将接收信号表示为

$$S(t) = \sum_{i=1}^{N} S_i(t) = (x + \mathrm{j}y)\exp[\mathrm{j}(\omega_0 + \varphi_0)] \tag{3.4.3}$$

其中，x 和 y 都是独立随机变量之和。按照中心极限定理，当 N 趋于无穷时，x 和 y 趋于正态分布，可设 $x\sim N(0,\sigma_x^2)$，$y\sim N(0,\sigma_y^2)$，且 x 和 y 相互独立。

设 $\sigma_x^2=\sigma_y^2=\sigma^2$，则有

$$p(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma^2}\exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right) \tag{3.4.4}$$

采用极坐标的模 $r=\sqrt{x^2+y^2}$ 和辐角 $\theta=\arctan(y/x)$ 替换式(3.4.4)中的变量 $x=r\cos\theta$ 和 $y=r\sin\theta$，且在 $\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta$ 中的取值概率为 $p(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=p(r,\theta)\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta$，可得联合概率密度函数为

$$p(r,\theta)=\frac{r}{2\pi\sigma^2}\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \tag{3.4.5}$$

对 θ 和 r 分别求积分，可分别得到包络和相角的概率密度函数为

$$p(r)=\int_0^{2\pi}\frac{r}{2\pi\sigma^2}\exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)\mathrm{d}\theta=\frac{r}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \tag{3.4.6}$$

$$p(\theta)=\int_0^{+\infty}\frac{r}{2\pi\sigma^2}\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right)\mathrm{d}r=\frac{1}{2\pi} \tag{3.4.7}$$

式(3.4.6)表明，接收信号的包络即接收信号的模服从瑞利分布，故称这种多径衰落为瑞利衰落。换句话说，瑞利信道是指幅值服从瑞利分布且相位服从 $(0,2\pi]$ 均匀分布的衰落信道。

【例 3.4.1】 求服从瑞利分布的信道衰落包络的均值和方差。

解 包络的均值为

$$\mu=\int_0^{+\infty}rp(r)\mathrm{d}r=\int_0^{+\infty}\frac{r^2}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right)\mathrm{d}r$$

根据常用积分公式

$$\int_0^{+\infty}x^2\exp(-ax^2)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{a^3}}$$

可知

$$\mu=\frac{1}{4\sigma^2}\sqrt{\frac{\pi}{\frac{1}{(2\sigma^2)^3}}}=\frac{\sqrt{\pi}}{2}\sigma$$

再求包络的方差为

$$\mathbb{E}(r^2)=\int_0^{+\infty}r^2p(r)\mathrm{d}r=\int_0^{+\infty}\frac{r^3}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right)\mathrm{d}r$$

令 $r^2=t$，则 $r=\sqrt{t}$，且 $2r\mathrm{d}r=\mathrm{d}t$；进行变量代换并采用分部积分法，可得

$$\mathbb{E}(r^2)=\int_0^{+\infty}\frac{t}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{t}{2\sigma^2}\right)\mathrm{d}t=2\sigma^2$$

3.4.2 莱斯衰落

莱斯衰落是指信道衰落的幅值服从莱斯分布。莱斯分布又称为广义瑞利分布，它在瑞

利衰落的基础上考虑了占主导地位的 LOS 路径。设复信号的模为 r，相位 θ 在$(-\pi,\pi]$均匀分布，复信号的实部 x 和虚部 y 都服从均值为 0、方差为 σ^2 的高斯分布，则莱斯分布随机变量的概率密度函数为

$$p(r)=\frac{r}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{r^2+\mu^2}{2\sigma^2}\right)I_0\left(\frac{\mu r}{\sigma^2}\right),\quad r\geqslant 0 \tag{3.4.8}$$

其中，$I_0(\cdot)$为第一类零阶修正贝塞尔函数。图 3.4.2 和图 3.4.3 分别给出了瑞利分布和莱斯分布随机变量的概率密度函数(PDF)曲线。

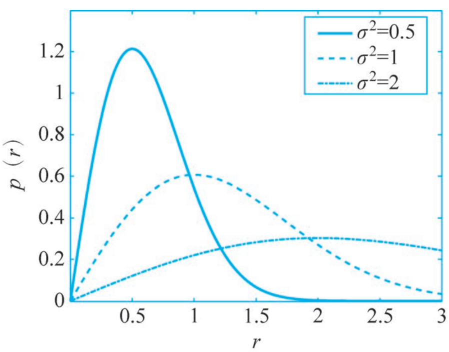

图 3.4.2 瑞利分布随机变量的 PDF 曲线

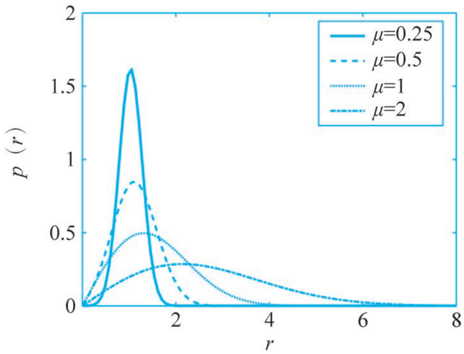

图 3.4.3 莱斯分布随机变量的 PDF 曲线($\sigma^2=1$)

为了方便，可对莱斯分布进行归一化处理。令 $u=r/\sigma$，并记 $d=\mu/\sigma$，则归一化的莱斯分布为

$$p(u)=u\exp\left(-\frac{u^2+d^2}{2}\right)I_0(du),\quad u\geqslant 0 \tag{3.4.9}$$

对莱斯衰落信道可以这样理解：在式(3.4.8)中，r 为正弦信号加窄带高斯随机信号的包络，μ 为主信号幅度的峰值，σ^2 为多径信号分量的功率，将主信号的功率与多径分量功率之比定义为莱斯因子 K，$K=|\mu|^2/\sigma^2$，且有 $\mu^2+\sigma^2=1$，由莱斯因子可以完全确定莱斯分布。

分析莱斯分布的统计参数，可知该分布的均值为$|\mu|=\sqrt{K/(1+K)}$，方差为 $\sigma^2=1/(1+K)$。当莱斯因子 K 趋于 0 时，μ 趋于 0，$I_0(\mu r/\sigma^2)$趋于 1，莱斯分布退化为瑞利分布；当莱斯因子 K 趋于无穷时，$I_0(x)\approx \mathrm{e}^x/\sqrt{2\pi x}$，在 $r=u$ 附近，$p(r)$近似为高斯分布。

莱斯信道模型是一个单模平面波与无数个散射波叠加的结果。如果散射波的功率关于方位角的分布为偶函数，那么信道可以用功率函数 $P(\theta)$建模为

$$P(\theta)=\frac{P_{\mathrm{T}}}{2\pi(K+1)}[1+2\pi K\delta(\theta-\theta_0)] \tag{3.4.10}$$

其中，P_{T} 为常数；K 为莱斯因子。

这种分布的角度扩展、角度压缩和最大衰落的方位角方向分别为

$$\Lambda=\frac{\sqrt{2K+1}}{K+1},\quad \gamma=\frac{K}{K+1},\quad \theta_{\max}=\theta_0 \tag{3.4.11}$$

对于较小的莱斯因子 K，信道表现为全方向性。随着莱斯因子 K 的增加，莱斯信道的角度扩展减小并且角度压缩增加，这意味着莱斯信道的衰落速率减小，并且衰落速率方差的

最大值和最小值之差减小，但是不同方向上的差值增加。

3.4.3 Nakagami-m 衰落

瑞利衰落信道和莱斯衰落信道有时与实验数据不太吻合，因此人们提出了一种能吻合更多实验数据、更通用的信道衰落分布，就是 Nakagami-m 衰落，用于描述频率选择性信道的衰落幅值服从 Nakagami-m 分布，即

$$p(r)=\frac{2m^m r^{2m-1}}{\Gamma(m)\Omega^m}\mathrm{e}^{-\frac{mr^2}{\Omega}} \tag{3.4.12}$$

其中，Ω 为平均功率，$\Omega=\mathbb{E}(r^2)$；$\Gamma(m)$ 为伽马函数；m 为衰落参数，$m=\mathbb{E}^2(r^2)/\mathrm{Var}(r^2)$，$\mathrm{Var}(\cdot)$表示方差。

图 3.4.4 给出了 $m=1$ 和 $m=2$ 时的 Nakagami-m 分布随机变量的概率密度函数曲线。当 $m=1$ 时，Nakagami-m 衰落退化为瑞利衰落；改变 m 的值，Nakagami-m 衰落还可以转化为多种衰落模型。

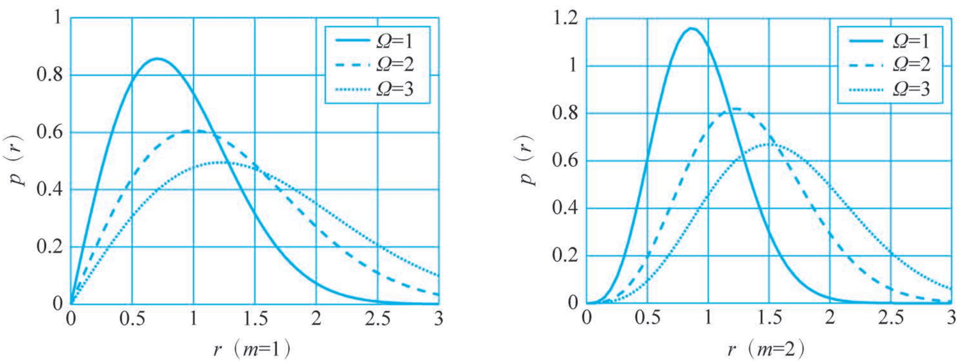

图 3.4.4 Nakagami-m 分布随机变量的概率密度函数曲线

3.5 衰落信道的性能分析

本节以瑞利衰落信道为例，讨论衰落信道的性能。已知标量随机变量的概率密度函数和其特征函数是一对傅里叶变换对，包络的概率密度函数 $p(r)$与其特征函数 $\phi(v)$的关系为

$$\phi(v)=\int_0^{+\infty}p(r)J_0(vr)\mathrm{d}r \tag{3.5.1}$$

$$p(r)=r\int_0^{+\infty}\phi(v)J_0(vr)\mathrm{d}v \tag{3.5.2}$$

它们以傅里叶-贝塞尔的形式定义了一对变换对，也称为汉克尔(Hankel)变换。

通常，随机包络低于某一电平 ρ 的概率称为累积分布函数。瑞利衰落包络的累积分布函数 $F(\rho)$可以通过对联合概率密度函数 $p(x,y)$进行积分得到，有

$$F(\rho)=\Pr[r<\rho]=\int_0^{2\pi}\int_0^{\rho}p(r\cos\theta,r\sin\theta)\rho\mathrm{d}\rho\mathrm{d}\theta \tag{3.5.3}$$

将该累积分布函数对 ρ 求导数，把式(3.4.5)代入，得到

$$\begin{aligned} p(\rho) &= \frac{\mathrm{d}F(\rho)}{\mathrm{d}\rho} \\ &= \rho\int_0^{2\pi} \phi(\rho\cos\phi, \rho\sin\phi)\mathrm{d}\phi \\ &= \frac{\rho}{2\pi\sigma^2}\int_0^{2\pi} \exp\left[-\frac{(\rho\cos\phi)^2+(\rho\sin\phi)^2}{2\sigma^2}\right]\mathrm{d}\phi \\ &= \frac{\rho}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{\rho^2}{2\sigma^2}\right) \end{aligned} \tag{3.5.4}$$

若以 $P_{\mathrm{dif}}=2\sigma^2$ 替换，则可得

$$p(\rho)=\frac{2\rho}{P_{\mathrm{dif}}}\exp\left(-\frac{\rho^2}{P_{\mathrm{dif}}}\right) \tag{3.5.5}$$

在这个表达式中，P_{dif} 的物理意义是散射电压成分功率的均值，即 $P_{\mathrm{dif}}=\mathbb{E}\{|V_{\mathrm{dif}}|^2\}$。

将式(3.5.5)代入式(3.5.1)，可得

$$\phi(v)=\exp\left(-\frac{v^2P_{\mathrm{dif}}}{4}\right) \tag{3.5.6}$$

【例 3.5.1】 链路掉话率的预测：某室内无线链路在瑞利衰落信道上发送数据包，如果该链路中信号受到的衰落比平均功率低 10dB 以上，包就会丢掉，数据就会丢失。试求数据包的丢失率。

解　如果瑞利衰落信道链路的平均功率为 P_{dif}，那么 10dB 的衰落就是 $0.1P_{\mathrm{dif}}$，或等价地，包络衰减为 $0.3162\sqrt{P_{\mathrm{dif}}}$。计算瑞利信道低于该门限的概率为

$$\begin{aligned} \Pr\left[0\leqslant r<0.3162\sqrt{P_{\mathrm{dif}}}\right] &= \int_0^{0.3162\sqrt{P_{\mathrm{dif}}}} \frac{2}{P_{\mathrm{dif}}}\exp\left(\frac{-\rho^2}{P_{\mathrm{dif}}}\right)\mathrm{d}\rho \\ &= -\exp\left(\frac{-\rho^2}{P_{\mathrm{dif}}}\right)\Bigg|_0^{\rho=0.3162\sqrt{P_{\mathrm{dif}}}} \\ &= 0.0952 \end{aligned}$$

因此，我们可以得出 9.52% 的包丢失率。

3.5.1　电平通过率

随机过程表示为时间的函数。电平通过率定义为该随机过程每秒通过并低于某一特定门限的平均次数，可以通过包络 r 和它对时间的一阶微分的联合概率分布密度计算为

$$N_t=\int_0^{+\infty}\dot{\rho}f_{r\dot{r}}(r,\dot{\rho})\mathrm{d}\dot{\rho} \tag{3.5.7}$$

其中，r 代表感兴趣的门限值；$f_{r\dot{r}}(r,\dot{\rho})$是包络 $r(t)$和包络对时间导数的联合概率密度函数。

对于瑞利衰落过程，其包络关于时间的导数服从高斯分布，并且与包络本身是相互独立的，写为

$$f_{r\dot{r}}(r,\dot{\rho})=\underbrace{\frac{2\rho}{P_{\mathrm{dif}}}\exp\left(-\frac{\rho^2}{P_{\mathrm{dif}}}\right)}_{f_r(\rho)}\underbrace{\frac{1}{\sigma_t\sqrt{\pi}}\exp\left(-\frac{\dot{\rho}^2}{P_{\mathrm{dif}}}\right)}_{f_{\dot{r}}(\rho)} \tag{3.5.8}$$

其中，P_{dif} 为信号的平均功率；σ_t 为时间衰落速率方差的均方根。

根据谱扩展的基本原理式(3.3.34a)，时间衰落速率方差可表示为

$$\sigma_t^2 = P_{\mathrm{dif}}\sigma_\omega^2 \tag{3.5.9}$$

其中，σ_ω^2 为多普勒扩展平方。

将式(3.5.8)代入式(3.5.7)，并利用式(3.5.9)，可得

$$N_t = \frac{\sigma_\omega}{\sqrt{\pi}}\rho_{\mathrm{RMS}}\exp(-\rho_{\mathrm{RMS}}^2) \tag{3.5.10}$$

其中，ρ_{RMS} 为包络门限相对于包络均方根的归一化值，并且有 $\rho_{\mathrm{RMS}}^2 = r^2/P_{\mathrm{dif}}$。

图 3.5.1 所示为衰落信道的一段样本，用以说明电平通过点、衰落持续时间和包络门限的含义。

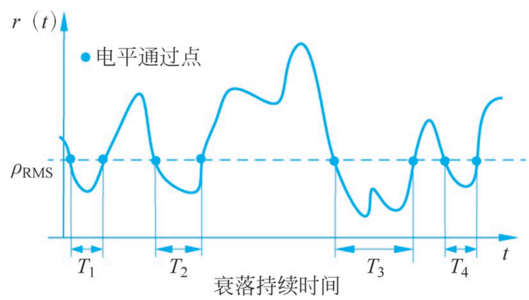

图 3.5.1 衰落信道的一段样本

【例 3.5.2】 在一个窄带无线通信系统中，每 20ms 经由一个多普勒扩展为 5Hz 的时间选择性瑞利信道传输一个数据包，如果接收到的信号强度比平均接收信号功率低 10dB 以上，那么数据包将丢失，也就是说，该系统不能容忍每 5 个数据包传输中有超过 1 包的衰落，试问该系统是否能达到这个要求？

解 5Hz 的多普勒扩展意味着 $\sigma_w = 2\pi\times 5\mathrm{Hz} = 31.4\mathrm{rad/s}$。低于平均接收功率 10dB 即 $\rho_{\mathrm{RMS}} = \sqrt{0.1}$，将这些值代入式(3.5.10)，可得

$$\begin{aligned} N_t &= \frac{31.4}{\sqrt{\pi}}\sqrt{0.1}\exp(-0.1) \\ &= 5.06 \text{ 电平通过次数 / 秒} \end{aligned}$$

如果每秒有 5.06 个门限电平通过点，那么平均每 200ms 通过平均门限一次。由于该系统考虑每 20ms 发送一个数据包，在 200ms 中将有 10 个数据包被发送，而只有 1 个丢包，说明可以达到系统要求。

3.5.2 平均衰落持续时间

平均衰落持续时间指当包络通过某一电平值后，持续低于该电平的平均时间。给定电平门限，平均衰落持续时间计算为

$$\bar{t} = \frac{1}{N_t}\int_0^r p_r(\rho)\rho\,\mathrm{d}\rho \tag{3.5.11}$$

对于时间选择瑞利衰落的情况，平均衰落持续时间计算为

$$\bar{t}=\frac{\sqrt{\pi}}{\sigma_w\rho_{\mathrm{RMS}}}[\exp(-\rho_{\mathrm{RMS}}^2)-1] \tag{3.5.12}$$

【例 3.5.3】 如果在例 3.5.2 的传输系统中，假定一旦包络电平通过低于平均功率 10dB 的门限，衰落持续时间应当低于一个数据包传输的持续时间(20ms)。从平均衰落持续时间上分析，这个假定正确吗？

解 该瑞利信道的特征是多普勒扩展 $\sigma_w=2\pi\times5=31.4\mathrm{rad/s}$，平均接收功率 $\rho_{\mathrm{RMS}}=\sqrt{0.1}$，将其代入式(3.5.12)，可得

$$\bar{t}=\frac{\sqrt{\pi}}{31.4\sqrt{0.1}}[\exp(-0.1)-1]=18.8\mathrm{ms}$$

它低于包传输的 20ms 持续时间，故假定是正确的。

3.5.3 频率电平通过率

对于时不变的静态信道，可以用每赫兹的电平通过次数定义电平通过率。应用对偶性质($\sigma_\omega\to2\pi\sigma_\tau$)，将频率选择信道的电平通过率写为

$$N_f=2\sqrt{\pi}\sigma_\tau\rho_{\mathrm{RMS}}\exp(-\rho_{\mathrm{RMS}}^2) \tag{3.5.13}$$

其中，σ_τ 为时延扩展。

同样地，平均衰落带宽可以由时延扩展计算为

$$\bar{f}=\frac{\exp(\rho_{\mathrm{RMS}}^2)-1}{2\sqrt{\pi}\sigma_\tau\rho_{\mathrm{RMS}}} \tag{3.5.14}$$

平均衰落带宽对于采用调频方式的通信系统是一个有用的参数。为了保持可以接受的信噪比，相邻的频率跳变在平均意义上应使发送载波频率的变化超过平均衰落带宽。

3.5.4 空间电平通过率

将静态窄带接收信号包络作为空间的函数，也可以对无线信道进行电平通过率的分析，应用对偶性质($\sigma_w\to\sigma_k$)，得到每单位距离电平通过点数为

$$N_r=\frac{\sigma_k}{\sqrt{\pi}}\rho_{\mathrm{RMS}}\exp(-\rho_{\mathrm{RMS}}^2) \tag{3.5.15}$$

同样地，平均衰落距离可计算为

$$\bar{r}=\frac{\sqrt{\pi}[\exp(\rho_{\mathrm{RMS}}^2)-1]}{\sigma_k\rho_{\mathrm{RMS}}} \tag{3.5.16}$$

这表明，空间电平通过率和平均衰落距离均由波数扩展 σ_k 决定。

将形状因子与波数扩展的关系式(3.2.51)依次代入式(3.5.15)和式(3.5.16)，可以进一步分别得到空间电平通过率和平均衰落距离为

$$N_r=\frac{\sqrt{2\pi}\Lambda\rho_{\mathrm{RMS}}}{\lambda}\sqrt{1+\gamma\cos[2(\theta_{\mathrm{R}}-\theta_{\max})]}\exp(-\rho_{\mathrm{RMS}}^2) \tag{3.5.17}$$

$$\bar{r}=\frac{\lambda[\exp(\rho_{\mathrm{RMS}}^2)-1]}{\sqrt{2\pi}\rho_{\mathrm{RMS}}\Lambda\sqrt{1+\gamma\cos[2(\theta_{\mathrm{R}}-\theta_{\max})]}} \tag{3.5.18}$$

其中，λ 为传播电波波长；θ_{R} 为水平指向。

3.6 常用的衰落信道模型

在通信系统的设计和研究中，从信号角度对信道建模的方法主要有两类，第一类为多径衰落信道模型，这类模型主要考虑功率、多普勒特性和功率时延谱；第二类为空时信道模型，包含衰落、多普勒扩展、时延扩展、到达角度和自适应天线阵列几何分布等信息，多用于智能多天线系统。

3.6.1 多径衰落信道模型

一个全向单发单收天线系统的多径信道模型通常可表示为

$$h(t)=\sum_{l=1}^{L}\alpha_l\delta(t-\tau_l)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_l} \tag{3.6.1}$$

其中，L 为可分辨的多径数目；α_l 为每个多径的幅值；τ_l 为多径的时延(相对时延差)；φ_l 为多径的相位。

1. Clarke-Jakes 仿真模型

假设发射机静止，接收机以速度 v 向发射机移动，传播环境中存在大量散射体，信号从不同方向到达并且具有不同的多普勒频移，则多径信道可以描述为

$$y(t)=\sum_{n=0}^{N}a_n\mathrm{e}^{\mathrm{j}[w_{\mathrm{d}}t\cos\alpha_n+\phi_n]} \tag{3.6.2}$$

其中，N 为多径数；a_n 为第 n 条路径的幅值；w_{d} 为多普勒角频率；α_n 为接收机移动方向与第 n 条路径方向的夹角；ϕ_n 为第 n 条路径的相位。

将 ϕ_n 等效为时延后，多径信道可以用如图 3.6.1 所示的仿真模型来仿真。

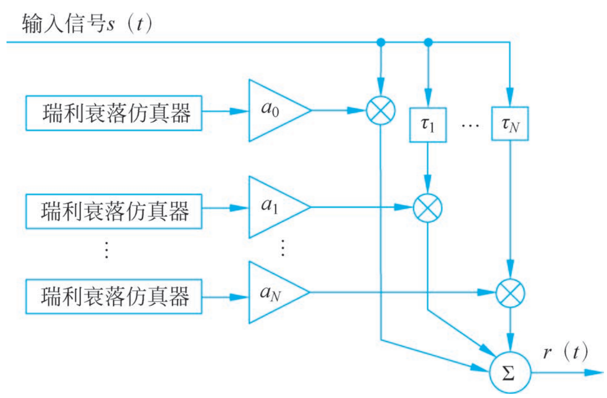

图 3.6.1 多径信道仿真模型

在这种电波传播环境假设下，多径信道的功率谱为多普勒频谱，表示为

$$P(f)=\begin{cases}\dfrac{P_{\mathrm{av}}}{\pi f_{\mathrm{m}}\sqrt{1-(f/f_{\mathrm{m}})^2}}, & -f_{\mathrm{m}}\leqslant f\leqslant f_{\mathrm{m}}\\ 0, & |f|>f_{\mathrm{m}}\end{cases} \tag{3.6.3}$$

其中，P_{av} 为每路信号的平均功率。式(3.6.3)称为典型多普勒谱，也被称作 U 形谱，如

图 3.6.2 所示。

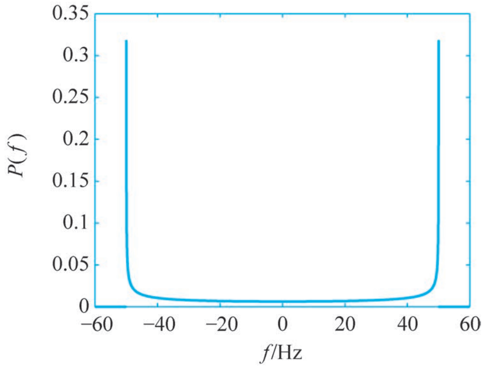

图 3.6.2　典型多普勒谱($f_m=50$Hz)

当有直射路径分量时,信道幅值的功率谱由典型的多普勒谱和直射路径谱组成,可以表示为

$$P(f)=\frac{0.41}{2\pi f_m\sqrt{1-(f/f_m)^2}}+0.91\delta(f-0.7f_m) \tag{3.6.4}$$

式(3.6.4)称为莱斯多普勒谱。

运用 Clarke-Jakes 方法可以从 U 形功率谱的角度对多径信道进行仿真。假设最大多普勒频移为 f_m,每条路径的幅度均服从瑞利分布,即 $r(t)=\sqrt{n_c^2(t)+n_s^2(t)}$,其中 $n_c(t)$和 $n_s(t)$分别为窄带高斯过程的同相和正交支路的基带信号。首先产生独立的复高斯噪声样本,经过 FFT 后形成频域样本,然后与 $S(f)$开方后的值相乘,获得满足多普勒频谱特性要求的信号,再经 IFFT 后变换成时域波形,经过平方,将两路信号相加并通过开方运算后,形成瑞利衰落的信号,如图 3.6.3 所示。

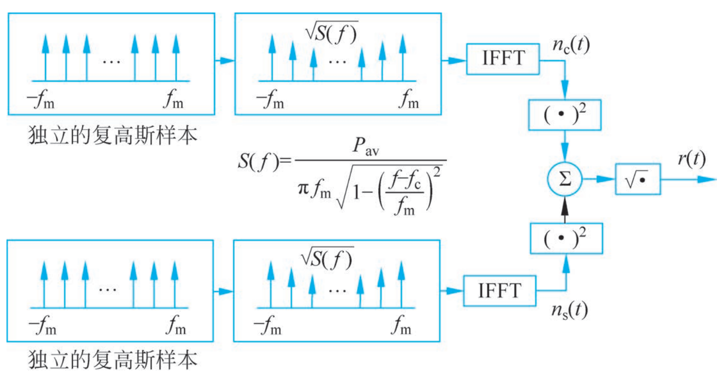

图 3.6.3　瑞利衰落信号的生成

2. 功率时延谱模型

另一种描述多径信道的方式是采用功率时延谱(Power Delay Profile,PDP),用以表征不同多径时延下多径功率的取值。在 COST-207 标准信道模型中,给出了 4 种典型环境下的 PDP 或各路径的功率取值和多普勒频谱。这 4 种典型环境分别是乡村地区、典型市区、恶劣城市地区和山区地形,在这些典型环境中的功率时延谱均为指数形式,即

$$P(\tau)=\exp(-\alpha\tau),\quad \tau_1<\tau<\tau_2 \tag{3.6.5}$$

其中，α 为衰减指数。

3. ARMA 模型

无线移动信道可以用数字滤波器来模拟。自回归平均滑动(Auto-Regressive Moving Average，ARMA)模型是信道滤波器模型中的典型代表，可以表示为

$$c(t)=-a_1c(t-1)-a_2c(t-2)+w(t) \tag{3.6.6}$$

其中，系数 a_1 和 a_2 与最大多普勒频移 f_d 和功率谱的滚降程度有关，可设 $a_1=-2r_d\cos(2\pi f_dT)$，$a_2=r_d^2$，T 为符号周期，r_d 为极点半径，它反映了功率谱衰减的滚降程度；$w(t)$ 为零均值高斯白噪声。

该信道模型可用传递函数表示为

$$H(z)=\frac{C(z)}{W(z)}=\frac{1}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}} \tag{3.6.7}$$

将式(3.6.7)写成状态方程，有

$$\boldsymbol{x}(k+1)=\boldsymbol{A}(k)\boldsymbol{x}(k)+\boldsymbol{G}(k)\boldsymbol{w}(k) \tag{3.6.8}$$

其中，$\boldsymbol{x}(k)=[c_k(k)\quad c_k(k-1)]^{\mathrm{T}}$；$\boldsymbol{A}(k)=\begin{bmatrix}-a_1 & -a_2\\ 1 & 0\end{bmatrix}$；$\boldsymbol{G}(k)=[1\quad 0]$；$\boldsymbol{w}(k)$为输入信号，可假设为高斯白噪声。

3.6.2 空时信道模型

上述多径衰落信道模型是当天线为全向天线时的信道模型。当系统采用方向性天线时，接收机对不同方向到达的信号具有不同的响应特征，在天线方向的主瓣方向内到达的多径信号被正常接收，而在其他方向上到达的多径信号被大大衰减。典型的空时向量信道模型包括 Lee 模型、高斯广义平稳非相关散射模型(GWSSUS)、Saleh-Valenzuela 模型、第三代合作伙伴计划(3rd Generation Partnership Project，3GPP)的空间信道模型，以及多天线模型等。

1. Lee 模型

Lee 模型用等效的散射体描述在宏小区中移动台附近的多径传播场景，如图 3.6.4 所示。假设散射体均匀分布在移动台附近半径为 R 的圆周上，其中有一个散射体处于移动台与基站的视线传播路径上，在给定散射体的位置和数量后，传输时延、路径损耗、到达角、到达角对应的天线增益都可以确定。

设 N 条路径中，第 i 条路径的到达角为

$$\theta_i=\frac{R}{D}\sin\left(\frac{2\pi}{N}i\right) \tag{3.6.9}$$

其中，D 为移动台与基站之间的传输距离。

各路径之间的相关性可以表示为

$$\rho(d,\theta_0,R,D)=\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}\exp[-\mathrm{j}2\pi d\cos(\theta_0+\theta_i)] \tag{3.6.10}$$

其中，d 为基站天线阵元之间的距离；θ_0 为移动台到基站连线中点与基站阵元之间连线的夹角。为了在该模型中反映出多普勒频移，还可以使散射体在环上以一定的角速度绕环运动。

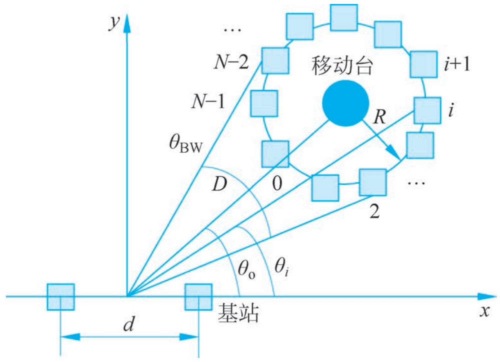

图 3.6.4　Lee 模型的传播场景

2. 高斯广义平稳不相关散射模型

在高斯广义平稳不相关散射(Gaussian Wide Sense Stationary Uncorrelated Scattering,GWSSUS)模型中,假定散射体在空间分成 d 簇,在每个簇中,多径是不可分辨的,簇与簇之间的衰落不相关,簇衰落统计特性服从复高斯分布。假定每簇中的平均到达角为 $\theta_{0,k}$,在数据传输的连续 b 个突发中,每个簇的位置和时延保持不变,则接收信号向量可表示为

$$\boldsymbol{x}_b(t)=\sum_{k=1}^{d}\boldsymbol{v}_{k,b}s(t-\tau_k) \tag{3.6.11}$$

其中,d 为散射体簇数;$\boldsymbol{v}_{k,b}$ 为在第 b 个突发中第 k 个散射体簇的复合导向向量,表示为

$$\boldsymbol{v}_{k,b}=\sum_{i=1}^{N_k}a_{k,i}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_{k,i}}\boldsymbol{\beta}(\theta_{0,k}-\theta_{k,i}) \tag{3.6.12}$$

其中,N_k 为第 k 个散射体簇中散射体的个数;$a_{k,i}$、$\varphi_{k,i}$ 和 $\theta_{k,i}$ 分别为第 k 个散射体簇中第 i 个散射体对应的幅度、相位和到达角度;$\boldsymbol{\beta}(\cdot)$为方向 θ 的阵列响应向量。

当 N_k 足够大($\geqslant 10$)时,根据中心极限定理,$\boldsymbol{v}_{k,b}$ 服从高斯分布,并假定$\boldsymbol{v}_{k,b}$ 为高斯广义平稳随机过程,其特征由其均值和方差决定。当无视距分量时,假定相位在$(0,2\pi)$均匀分布,则$\mathbb{E}\{\boldsymbol{v}_{k,b}\}$的均值为 0。在有视距分量时,$\mathbb{E}\{\boldsymbol{v}_{k,b}\}$正比于$\boldsymbol{\beta}(\theta_{0,k})$,并且第 k 个散射体簇的协方差矩阵为$\boldsymbol{R}_k=\mathbb{E}\{\boldsymbol{v}_{k,b}\boldsymbol{v}_{k,b}^{\mathrm{H}}\}$。

3. Saleh-Valenzuela 模型

Saleh-Valenzuela 模型是毫米波信道的典型模型。它假设多径信号以空间扩展角度和时间簇到达接收天线,并假设时间和角度统计独立,可以表示为

$$\boldsymbol{H}=\sqrt{\frac{NM}{L}}\sum_{l=1}^{L}\rho_l\boldsymbol{\alpha}_r(\theta_l^{\mathrm{r}},\varphi_l^{\mathrm{r}})\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{H}}(\theta_l^{\mathrm{t}},\varphi_l^{\mathrm{t}}) \tag{3.6.13}$$

其中,M 和 N 分别为收发天线阵元个数;L 为可分辨路径(波束)的数目;ρ_l 为第 l 条路径的复衰落系数;$(\theta_l^{\mathrm{r}},\varphi_l^{\mathrm{r}})$和$(\theta_l^{\mathrm{t}},\varphi_l^{\mathrm{t}})$分别为接收端和发送端平面阵列的方位角和仰角;$\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{r}}(\cdot)$和$\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{t}}(\cdot)$分别为收发阵列的波束导向向量,可以统一表示为

$$\boldsymbol{\alpha}(\theta_l,\varphi_l)=\frac{1}{\sqrt{Q}}\left[1,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}d\cos\theta_l\sin\varphi_l},\cdots,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}d(N-1)\cos\theta_l\sin\varphi_l}\right]^{\mathrm{T}} \tag{3.6.14}$$

其中,Q 为发送端或接收端平面阵列天线的个数;d 为天线之间的间距,通常设 $d=0.5\lambda$。

当天线阵列为线阵时,波束导向向量可以写为

$$\boldsymbol{\alpha}(\gamma_l)=\frac{1}{\sqrt{Q}}[1,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}d\cos\gamma_l},\cdots,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}d(N-1)\cos\gamma_l}]^{\mathrm{T}} \tag{3.6.15}$$

其中，γ_l 为波束的到达角或离开角。

式(3.6.13)对于线阵或平面阵的天线配置场景都适用。这种信道模型的 MATLAB 实现程序如下。

```
Nt = 4; Nr = 4; P = 2;                          % Nr 和 Nt 为收发端的天线数目,P 为路径数
H = generate_channel(Nt, Nr, P);
function H = generate_channel(Nt, Nr, L)
    AOD1 = unifrnd( - pi,pi,L,1);               % 发送端仰角
    AOD2 = unifrnd( - pi/2,pi/2,L,1);           % 发送端方位角
    AOA1 = unifrnd( - pi,pi,L,1);               % 接收端仰角
    AOA2 = unifrnd( - pi/2,pi/2,L,1);           % 接收端方位角
    alpha(1) = (randn(1) + 1j * randn(1)) / sqrt(2);    % 主径的功率
    alpha(2:L) = 10^( - 0.5) * (randn(1,L - 1) + 1i * randn(1,L - 1))/sqrt(2);
                                                % 其他径的功率
    H = zeros(Nr, Nt);
    for l = 1:1:L
        ar = array_response(AOA1(l,1),AOA2(l,1), Nr);
        at = array_response(AOD1(l,1),AOD2(l,1), Nt);
        H = H + sqrt(Nr * Nt) * alpha(l) * ar * at';
    end
    H = H ./ sqrt(L);
end
function y = array_response(phi,theta, N)
    for m = 0:sqrt(N) - 1
        for n = 0:sqrt(N) - 1
            y(m * (sqrt(N)) + n + 1) = exp(1i * pi * (m * sin(phi) * cos(theta) + n * cos(phi)));
                                                                        % 方形的阵列
        end
    end
    y = y.'/sqrt(N);
end
```

4. 空间信道模型

在 3GPP 的空间信道模型(Spatial Channel Model,SCM)中,假设有若干单独的主反射物,每个主反射物对应一条可分辨径,所包含的不可分辨径的角度扩展不为零,并在扩展的抽头时延线模型上加入角度信息。

图 3.6.5 所示为空间信道模型中第 n 条可分辨路径的角度参数。设在远场存在若干单独的主反射物,对于每个主反射物有一条明显的可分辨多径信道,每条可分辨路径包含了许多由于散射产生的具有微小相对时延(近似相等)的不可分辨径,使得角度扩展不为零,但可分辨径之间互相独立,符合 WSSUS 模型的假设,接收天线(移动台)在发射天线(基站)的远场内,故接收的信号被视为平面波。

设 N 为不可分离子径数,则第 p 根发射天线和第 q 根接收天线间第 n 条路径的信道冲激响应为

$$h_{p,q,n}(t)=\sqrt{\frac{P_{p,q,n}\sigma_{\mathrm{F}}}{N}}\sum_{m=1}^{N}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\Phi_{n,m}}\sqrt{G_{\mathrm{BS}}(\theta_{n,m,\mathrm{AoD}})}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}d_j\sin(\theta_{n,m,\mathrm{AoD}})}\sqrt{G_{\mathrm{MS}}(\theta_{n,m,\mathrm{AoA}})}\times$$
$$\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}d_i\sin(\theta_{n,m,\mathrm{AoA}})}\times\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}\|v\|\cos(\theta_{n,m,\mathrm{AoA}}-\theta_v)t} \tag{3.6.16}$$

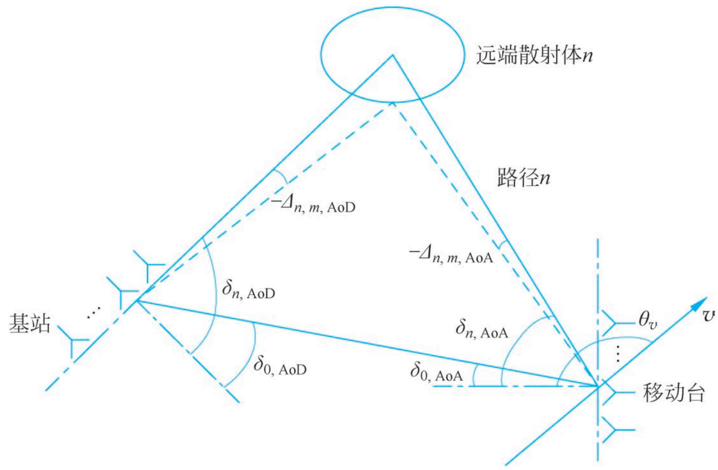

图 3.6.5 空间信道模型中第 n 条可分辨路径的角度参数

其中，$P_{p,q,n}$ 为第 n 条路径的功率；σ_F 为由阴影衰落与自由空间传播损耗合成的大尺度衰落；$\Phi_{n,m}$ 为第 n 条路径的第 m 条子径的相位；$G_{\mathrm{MS}}(\theta_{n,m,\mathrm{AoA}})$和 $G_{\mathrm{BS}}(\theta_{n,m,\mathrm{AoD}})$分为收、发端天线增益，$\theta_{n,m,\mathrm{AoA}}=\delta_{n,\mathrm{AoA}}+\Delta_{n,m,\mathrm{AoA}}$ 为第 n 条路径第 m 条子径的到达角度，$\theta_{n,m,\mathrm{AoD}}=\delta_{n,\mathrm{AoD}}+\Delta_{n,m,\mathrm{AoD}}$ 为离开角，$\delta_{n,\mathrm{AoA}}$ 和 $\delta_{n,\mathrm{AoD}}$ 分别为平均到达角和离开角；d_i 和 d_j 为收发端天线到参考天线的间距；θ_v 为移动速度方向；v 为移动速度。

若只考虑小尺度衰落并设天线增益为 1，则有

$$h_{p,q,n}(t)=\sqrt{\frac{P_{p,q,n}}{N}}\sum_{m=1}^{N}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\Phi_{n,m}}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}d_j\sin(\theta_{n,m,\mathrm{AoD}})}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}d_i\sin(\theta_{n,m,\mathrm{AoA}})}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}\|v\|\cos(\theta_{n,m,\mathrm{AoA}}-\theta_v)t} \tag{3.6.17}$$

定义任意天线对之间的空间相关函数为

$$\rho_{p_2,q_2}^{p_1,q_1}=\mathbb{E}\left\{\frac{h_{p_1,q_1,n}(t)h_{p_2,q_2,n}^{*}(t)}{\sigma_{p_1,q_1,n}\sigma_{p_2,q_2,n}}\right\} \tag{3.6.18}$$

其中，标准差 $\sigma_{p_1,q_1,n}=\sqrt{P_{p_1,q_1,n}}$，$\sigma_{p_2,q_2,n}=\sqrt{P_{p_2,q_2,n}}$。

为简化分析，假设当 $m_1\neq m_2$ 时，有$\mathbb{E}\{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\Phi_{n,m_1}-\mathrm{j}\Phi_{n,m_2}}\}=0$。根据式(3.6.18)，可得

$$\rho_{p_2,q_2}^{p_1,q_1}=\frac{1}{N}\sum_{m=1}^{N}\mathbb{E}\left\{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}\Delta d_p\sin(\theta_{n,m,\mathrm{AoD}})}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}\Delta d_q\sin(\theta_{n,m,\mathrm{AoA}})}\right\} \tag{3.6.19}$$

其中，

$$\rho_{p,q_2}^{p,q_1}=\frac{1}{N}\sum_{m=1}^{N}\mathbb{E}\left\{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}\Delta d_q\sin(\theta_{n,m,\mathrm{AoA}})}\right\},\quad \Delta d_p=0 \tag{3.6.20}$$

$$\rho_{p_2,q}^{p_1,q}=\frac{1}{N}\sum_{m=1}^{N}\mathbb{E}\left\{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{2\pi}{\lambda}\Delta d_p\sin(\theta_{n,m,\mathrm{AoD}})}\right\},\quad \Delta d_q=0 \tag{3.6.21}$$

显然，$\rho_{p_2,q_2}^{p_1,q_1}\neq\rho_{p,q_2}^{p,q_1}\rho_{p_2,q}^{p_1,q}$，表明该模型的空间相关函数是不可分的，收发端存在相关性。如果传播环境可分离，即收发端不存在相关性，则空间相关矩阵可以由发射端相关矩阵和接收端相关矩阵的 Kronecker 乘积得到。

5. 空时多天线信道的矩阵模型

考虑一个典型城区的 MIMO 系统传播环境，发送端的 N_T 根发送天线和接收端的 N_R 根接收天线都处于有丰富散射体的传播环境中。假定在接收天线的远场区只存在较少的强反射体，每个反射信号代表一条可分辨径，由大量的相对时延很小的入射波经反射合成。假定接收机的可分辨径数目为 L，则宽带 MIMO 无线信道可表示为

$$\boldsymbol{H}(\tau)=\sum_{l=1}^{L}\boldsymbol{H}_l\delta(\tau-\tau_l)\rho_1(\phi_l)\rho_2(\theta_l) \tag{3.6.22}$$

其中，$\boldsymbol{H}_l$ 为第 l 条可分辨径的信道衰落矩阵，由 $N_R\times N_T$ 矩阵描述：

$$\boldsymbol{H}_l=\begin{bmatrix} h_{1,1}^l & h_{1,2}^l & \cdots & h_{1,N_T}^l \\ h_{2,1}^l & h_{2,2}^l & \cdots & h_{2,N_T}^l \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_R,1}^l & h_{N_R,2}^l & \cdots & h_{N_R,N_T}^l \end{bmatrix} \tag{3.6.23}$$

其中，每个元素代表一对收发天线信道响应，有

$$h_{r,t}(t)=\sum_{l=1}^{L}\alpha_{r,t}^l\delta(t-\tau_{r,t}^l)\rho_1(\phi_{r,t}^l)\rho_2(\theta_{r,t}^l) \tag{3.6.24}$$

其中，$\alpha_{r,t}^l$ 为对应于收发天线 r 和 t 之间第 l 径的复衰落；$\tau_{r,t}^l$ 为该条路径的时延，其方向响应分别为 ρ_1 和 ρ_2，对应于离开角 $\phi_{r,t}^l$ 和到达角 $\theta_{r,t}^l$。

设信道的传输系数向量为 $\tilde{\boldsymbol{h}}_l=[h_{1,1}^l,h_{2,1}^l,\cdots,h_{N_R,1}^l,h_{1,2}^l,h_{2,2}^l,\cdots,h_{N_RN_T}^l]^{\mathrm{T}}$，由 $N_RN_T\times1$ 个子信道的第 l 条径的复衰落组成，并设 P_l 为功率延迟谱分布中第 l 条径的功率，由大尺度衰落确定，$\boldsymbol{\alpha}_l=[\alpha_{1,1}^l,\alpha_{1,2}^l,\cdots,\alpha_{N_R,N_T}^l]^{\mathrm{T}}$ 为 $N_RN_T\times1$ 个相互独立的小尺度衰落，$\boldsymbol{R}_l$ 为第 l 条径的 $N_RN_T\times N_RN_T$ 维的空间相关矩阵，$\boldsymbol{R}_l=\boldsymbol{C}_l\boldsymbol{C}_l^{\mathrm{H}}$，则在给定 MIMO 信道的相关矩阵下，信道的传输系数向量可表示为 $\tilde{\boldsymbol{h}}_l=\sqrt{P_l}\boldsymbol{C}_l\boldsymbol{\alpha}_l$，将信道向量组成矩阵，可得到信道第 l 条径的传输衰落矩阵 $\boldsymbol{H}_l$。

一个 MIMO 系统可以看作 N_T 个单输入多输出(Single-Input Single-Output，SIMO)系统或 N_R 个多输入单输出(Multiple-Input Single-Output，MISO)系统的叠加。当分别考查收发两端的散射环境并考虑空间相关性时，MIMO 信道可表示为

$$\bar{\boldsymbol{H}}_l=\boldsymbol{R}_{N_R}^{1/2}\boldsymbol{H}_l\boldsymbol{R}_{N_T}^{\mathrm{H}/2} \tag{3.6.25}$$

其中，$\boldsymbol{R}_{N_R}^{1/2}$ 代表接收相关矩阵的下三角矩阵；$\boldsymbol{R}_{N_T}^{\mathrm{H}/2}$ 代表发送相关矩阵的上三角阵。通常可以假设相关矩阵在连续的多个符号周期内保持不变。

天线的空间相关性随着天线的间距增大而下降。在天线间距为定值时，角度扩展越小，即散射环境越弱，则信号的空间相关性越强。在天线间距和角度扩展都一定的情况下，平均离开角越小，则信号的空间相关性越强。

本章小结

本章阐述无线信道的相关概念、分析方法与模型。首先介绍物理信道的定义和电波传播方式；随后阐述无线信道的一般特性，包括大尺度衰落及其传播模型、小尺度衰落的种类

和特点，以及空间选择性衰落中的角度谱和多径形状因子等概念；接着总结基带信号的谱域，分析时延域、波数域和多普勒域的特点，阐述时频空三维信道的二阶统计特性和描述信道变化快慢的速率方差；并给出了衰落包络的统计分布，以瑞利信道为例讨论了衰落信道的性能，如电平通过率、平均衰落持续时间等；最后总结了常用的衰落信道模型。

本章习题

3.1　一个数字通信系统的平均包传输间隔为 600μs，信道为瑞利衰落信道，可以忍受的平均接收功率为 20dB，多普勒扩展为 30Hz。

(1) 这个信道的相干时间是多少?

(2) 信道每隔多久就衰落到可以忍受的信号强度门限以下?

3.2　一个时变、频率选择性信道，它有指数衰减的色散和振荡的相位，$h(\tau,t)=\exp(-\alpha\tau+\mathrm{j}\beta t)u(\tau)$，一个宽度为 T 的方波脉冲信号 $x(t)=u(t-T/2)$ 经过这个无线信道，请计算：

(1) 接收信号的同相部分；

(2) 接收信号的正交部分；

(3) 接收信号的包络；

(4) 接收信号的功率。

3.3　某些类型的通信系统工作于无载波调制的基带状态，如果用 $f_c=0$ 建模一个物理信道，这对于通带信道 $\tilde{h}(f,r,t)$ 和基带信道 $h(f,r,t)$ 各意味着什么?