

栈和队列

第3章

3.1 问答题及其参考答案

3.1.1 问答题

1. 简述线性表、栈和队列的异同。

2. 设输入元素为 1、2、3、P 和 A, 进栈次序为 123PA, 元素经过栈后到达输出序列, 当所有元素均到达输出序列后, 有哪些序列可以作为高级语言的变量名?

3. 假设以 I 和 O 分别表示进栈和出栈操作, 则初态和终态为栈空的进栈和出栈操作序列可以表示为仅由 I 和 O 组成的序列, 称可以实现的栈操作序列为合法序列(例如 IIOO 为合法序列, IOOI 为非法序列)。试给出区分给定序列为合法序列或非法序列的一般准则。

4. 有 n 个不同元素的序列经过一个栈产生的出栈序列个数是多少?

5. 若一个栈的存储空间是 $\text{data}[0..n-1]$, 则对该栈的进栈和出栈操作最多只能执行 n 次。这句话正确吗? 为什么?

6. 若采用数组 $\text{data}[0..m-1]$ 存放栈元素, 回答以下问题:

(1) 只能以 $\text{data}[0]$ 端作为栈底吗?

(2) 为什么不能以 data 数组的中间位置作为栈底?

7. 链栈只能顺序存取, 而顺序栈不仅可以顺序存取, 还能够随机存取。这句话正确吗? 为什么?

8. 什么叫队列的“假溢出”? 如何解决假溢出?

9. 假设循环队列的元素存储空间为 $\text{data}[0..m-1]$, 队头指针 f 指向队头元素, 队尾指针 r 指向队尾元素的下一个位置(例如 $\text{data}[0..5]$, 若队头元素为 $\text{data}[2]$, 则 $\text{front}=2$, 若队尾元素为 $\text{data}[3]$, 则 $\text{rear}=4$), 则在少用一个元素空间的前提下, 表示队空和队满的条件各是什么?

10. 在算法设计中有时需要保存一系列临时数据元素, 如果先保存的后

处理,应该采用什么数据结构存放这些元素? 如果先保存的先处理,应该采用什么数据结构存放这些元素?

3.1.2 问答题参考答案

1. 答: 线性表、栈和队列的相同点是它们的元素的逻辑关系都是线性关系; 不同点是运算不同, 线性表可以在两端和中间任何位置插入和删除元素, 而栈只能在一端插入和删除元素, 队列只能在一端插入元素, 在另外一端删除元素。

2. 答: 高级语言变量名的定义规则是以字母开头的字母数字串。进栈次序为 123PA, 以 A 最先出栈的序列为 AP321, 以 P 最先出栈的序列为 P321A、P32A1、P3A21、PA321。可以作为高级语言的变量名的序列为 AP321、P321A、P32A1、P3A21 和 PA321。

3. 答: 合法的栈操作序列必须满足以下两个条件。

① 在操作序列的任何前缀(从开始到任何一个操作时刻)中, I 的个数不得少于 O 的个数。

② 整个操作序列中 I 和 O 的个数相等。

4. 答: 设 n 个不同元素的序列经过一个栈产生的出栈序列(顺序)的个数是 $f(n)$, 设该输入序列为 a, b, c, d, \dots , 出栈序列有 n 个位置, 元素 a 的各种可能性如下。

① 若元素 a 在出栈序列的第 1 个位置, 则其操作是 a 进栈, a 出栈, 还剩下 $n-1$ 个元素, 出栈序列个数是 $f(n-1)$, 这种情况下的出栈序列个数等于 $f(n-1)$ 。

② 若元素 a 在出栈序列的第 2 个位置, 则一定有一个元素比 a 先出栈, 即有 $f(1)$ 种可能的顺序(只能是 b), 还剩 c, d, \dots , 其顺序个数是 $f(n-2)$ 。根据乘法原理, 顺序个数为 $f(1) \times f(n-2)$ 。

③ 如果元素 a 在出栈序列的第 3 个位置, 那么一定有两个元素比 a 先出栈, 即有 $f(2)$ 种可能顺序(只能是 b, c), 还剩 d, \dots , 其顺序个数是 $f(n-3)$ 。根据乘法原理, 顺序个数为 $f(2) \times f(n-3)$ 。

以此类推, 按照加法原理, 假设 $f(0)=1$, 有

$$f(n) = \sum_{i=0}^{n-1} f(i) \times f(n-1-i)$$

可以求出

$$f(n) = \frac{1}{n+1} C_{2n}^n = \frac{(2n)!}{(n+1) \times (n!)^2}$$

例如, $n=3$ 时,

$$f(3) = \frac{1}{3+1} C_6^3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 5。$$

$n=4$ 时,

$$f(4) = \frac{1}{4+1} C_8^4 = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 14。$$

5. 答: 错误。从理论上讲, 对该栈的进栈和出栈操作次数没有限制, 但连续的进栈操作最多只能执行 n 次。

6. 答: (1) 也可以将 $\text{data}[m-1]$ 端作为栈底。

(2) 栈中元素是从栈底向栈顶方向生长的, 如果以 data 数组的中间位置作为栈底, 那么栈顶方向的另外一端空间就不能使用, 造成空间浪费, 所以不能以 data 数组的中间位置作为栈底。

7. 答: 栈具有顺序存取特性, 假设从栈底到栈顶的元素是 $a_0, a_1, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}$, 出栈栈顶元素 a_{n-1} 后, 下一次可以出栈新栈顶元素 a_{n-2} , 以此类推, 这称为顺序存取特性。链栈和顺序栈都是栈的存储结构, 体现栈的特性, 都只能顺序存取, 而不能随机存取。

8. 答: 在非循环顺序队中, 当队尾指针已经到了数组的上界, 不能再做进队操作, 但其实数组中还有空位置, 这就叫“假溢出”。解决假溢出的方式之一是采用循环队列。

9. 答: 一般教科书中设计循环队列时, 让队头指针 f 指向队头元素的前一个位置, 队尾指针 r 指向队尾元素。这里是队头指针 f 指向队头元素, 队尾指针 r 指向队尾元素的下一个位置。这两种方法本质上没有差别, 实际上最重要的是能够方便设置队空、队满的条件。

对于题目中指定的循环队列, f, r 的初始值为 0, 仍然以 $f == r$ 作为队空的条件, $(r+1) \% m == f$ 作为队满的条件。

元素 x 进队操作: $\text{data}[r] = x; r = (r+1) \% m$ 。队尾指针 r 指向队尾元素的下一个位置。

元素 x 出队操作: $x = \text{data}[f]; f = (f+1) \% m$ 。队头元素出队后, 下一个元素成为队头元素。

10. 答: 如果先保存的后处理, 则应该采用栈数据结构存放这些元素。如果先保存的先处理, 则应该采用队列数据结构存放这些元素。

3.2 算法设计题及其参考答案

3.2.1 算法设计题

1. 给定一个字符串 str , 设计一个算法, 采用顺序栈判断 str 是否为形如“序列 1@序列 2”的合法字符串, 其中序列 2 是序列 1 的逆序, 在 str 中恰好只有一个 @ 字符。

2. 假设有一个链栈 st , 设计一个算法, 出栈从栈顶开始的第 k 个结点。

3. 设计一个算法, 利用顺序栈将一个十进制正整数 d 转换为 r ($2 \leq r \leq 16$) 进制的数, 要求 r 进制数采用字符串 string 表示。

4. 用于列车编组的铁路转轨网络是一种栈结构, 如图 3.1 所示。其中, 右边轨道是输入端, 左边轨道是输出端。当右边轨道上的车皮编号顺序为 1、2、3、4 时, 如果执行操作进栈、进栈、出栈、进栈、进栈、出栈、出栈、出栈, 则在左边轨道上的车皮编号顺序为 2、4、3、1。设计一个算法, 给定 n 个整数序列 a 表示右边轨道上的车皮编号顺序, 用上述转轨栈对这些车皮重新编号, 使得编号为奇数的车皮都排在编号为偶数的车皮的前面, 要求产生所有操作的字符串 op 和最终结果字符串 ans 。

5. 设计一个算法, 利用一个顺序栈将一个循环队列中的所有元素倒过来, 队头变队尾, 队尾变队头。

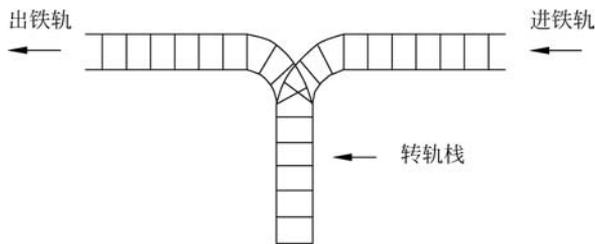


图 3.1 铁路转轨网络

6. 对于给定的正整数 $n(n > 2)$, 利用一个队列输出 n 阶杨辉三角形。5 阶杨辉三角形如图 3.2(a) 所示, 其输出结果如图 3.2(b) 所示。

1	1
1 1	1 1
1 2 1	1 2 1
1 3 3 1	1 3 3 1
1 4 6 4 1	1 4 6 4 1
(a) $n=5$ 时的杨辉三角形	(b) 输出结果

图 3.2 5 阶杨辉三角形及其生成过程

7. 有一个整数数组 a , 设计一个算法, 将所有偶数位的元素移动到所有奇数位的元素的前面, 要求它们的相对次序不变。例如, $a = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, 移动后 $a = \{2, 4, 6, 8, 1, 3, 5, 7\}$ 。

8. 设计一个循环队列 $QUEUE < T >$, 用 $data[0..MaxSize-1]$ 存放队列元素, 用 $front$ 和 $rear$ 分别作为队头和队尾指针, 另外用一个标志 tag 标识队列可能空 ($false$) 或可能满 ($true$), 这样加上 $front == rear$ 可以作为队空或队满的条件。要求设计队列的相关基本运算算法。

3.2.2 算法设计题参考答案

1. 解: 设计一个栈 st 。遍历 str , 将其中 '@' 字符前面的所有字符进栈, 再扫描 str 中 '@' 字符后面的所有字符, 对于每个字符 ch , 退栈一个字符, 如果两者不相同则返回 $false$ 。当循环结束时, 若 str 扫描完毕并且栈空则返回 $true$, 否则返回 $false$ 。对应的算法如下:

```
bool match(string str)
{ SqStack<char> st; //定义一个顺序栈
  char e;
  int i=0;
  while (i < str.length() && str[i] != '@')
  { st.push(str[i]);
    i++;
  }
  if (i == str.length()) //没有找到@, 返回 false
    return false;
  i++; //跳过@
  while (i < str.length() && !st.empty()) //str 没有扫描完毕并且栈不空时循环
```

```

{ st.pop(e);
  if (str[i] != e) //两者不等返回 false
    return false;
  i++;
}
if (i == str.length() && st.empty()) //str 扫描完毕并且栈空时返回 true
  return true;
else //其他返回 false
  return false;
}

```

2. 解：从链栈头结点 head 开始查找第 $k-1$ 个结点 pre, p 指向其后继结点。本算法是通过结点 pre 删除结点 p 并且取该结点的值, 若删除成功则返回 true, 若参数错误则返回 false。对应的算法如下:

```

bool popk(LinkStack < int > &st, int k, int &e)
{ if (k <= 0) return false;
  LinkNode < int > * pre = st.head, * p;
  int j = 0;
  while (pre != NULL && j < k - 1) //查找第 k-1 个结点 pre
  { pre = pre->next;
    j++;
  }
  if (pre == NULL) return false; //参数 k 错误
  p = pre->next; //p 指向第 k 个结点
  if (p == NULL) return false; //参数 k 错误
  e = p->data; //取结点 p 的值
  pre->next = p->next; //删除结点 p
  delete p;
  return true;
}

```

3. 解：设置一个顺序栈 st, 采用辗转相除法将十进制数 d 转换成 r 进制数, 从低到高产生各个位并进栈, 再通过栈从高到低将各个位连接起来生成字符串 s , 最后返回 s 。对应的算法如下:

```

string trans(int d, int r)
{ int x;
  SqStack < int > st; //定义一个顺序栈
  while (d > 0) //产生转换后的各个位并进栈
  { st.push(d % r);
    d /= r;
  }
  string chars = "0123456789ABCDEF";
  string s = "";
  while (!st.empty()) //将各个位从高到低连接起来
  { st.pop(x);
    s += chars[x];
  }
  return s;
}

```

4. 解: 将铁路转轨网络看成一个栈, a 数组表示进栈序列, 要求编号为奇数的车皮都排在编号为偶数的车皮的前面, 所以遇到奇数的车皮将其进栈保存, 遇到偶数的车皮将其进栈后立即出栈, 最后将栈中的所有车皮出栈。op 表示操作字符串, ans 表示重编后的车皮序列(初始时均为空串)。对应的算法如下:

```
void solve(int a[], int n, string &op, string &ans)
{ SqStack<int> st; //定义一个顺序栈
  for (int i=0; i<n; i++)
  { if (a[i]%2==1) //若车皮编号为奇数, 则进栈
    { st.push(a[i]);
      op+="\t"+to_string(a[i])+"进栈\n";
    }
    else //若车皮编号为偶数, 则进栈后立即出栈
    { op+="\t"+to_string(a[i])+"进栈\n";
      op+="\t"+to_string(a[i])+"出栈\n";
      ans+=to_string(a[i])+" ";
    }
  }
  int x;
  while (!st.empty()) //出栈所有的车皮
  { st.pop(x);
    op+="\t"+to_string(x)+"出栈\n";
    ans+=to_string(x)+" ";
  }
}
```

5. 解: 设置一个顺序栈 st, 先将循环队列 qu 中的所有元素出队并进到 st 栈中, 再将栈 st 中的所有元素出栈并进到 qu 队列中。对应的算法如下:

```
void Reverse(CSqQueue<int> &qu)
{ int x;
  SqStack<int> st; //定义一个顺序栈
  while (!qu.empty()) //出队所有元素并进栈
  { qu.pop(x);
    st.push(x);
  }
  while (!st.empty()) //出栈所有元素并进队
  { st.pop(x);
    qu.push(x);
  }
}
```

6. 解: 由 n 阶杨辉三角形的特点可知, 其高度为 n , 第 r ($1 \leq r \leq n$) 行恰好包含 r 个数字。在每行前后添加一个 0 (第 r 行包含 $r+2$ 个数字), 采用迭代方式, 定义一个队列 qu, 由第 r 行生成第 $r+1$ 行:

① 先输出第 1 行, 仅输出 1, 将 0、1、0 进队。

② 当队列 qu 中包含第 r 行的全部数字时(队列中共 $r+2$ 个元素), 生成并输出第 $r+1$ 行的过程是进队 0, 出队元素 s (第一个元素为 0), 再依次出队元素 t (共执行 $r+1$ 次), $e = s+t$, 输出 e 并进队, 重置 $t=s$, 最后进队 0, 这样输出了第 $r+1$ 行的 $r+1$ 个元素, 队列中含

$r+3$ 个元素。图 3.3 所示为生成前 3 行的过程。

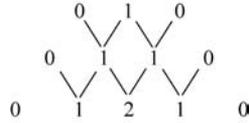


图 3.3 生成前 3 行的过程

对应的算法如下：

```

void YHTriangle(int n)
{ int s, t, e;
  CSqQueue<int> qu; //定义一个循环队列
  printf("%4d\n", 1); //输出第 1 行
  qu.push(0); //第 1 行进队
  qu.push(1);
  qu.push(0);
  for (int r=2; r<=n; r++) //输出第 2 行到第 n 行
  { qu.push(0);
    qu.pop(s);
    for (int c=0; c<r; c++) //输出第 r 行的 r 个数字
    { qu.pop(t);
      e=s+t;
      printf("%4d", e);
      qu.push(e);
      s=t;
    }
    qu.push(0);
    printf("\n");
  }
}
    
```

7. 解：采用两个队列来实现，先将 a 中的所有奇数位元素进队 $qu1$ 中，所有偶数位元素进队 $qu2$ 中，再将 $qu2$ 中的元素依次出队并放到 a 中， $qu1$ 中的元素依次出队并放到 a 中。对应的算法如下：

```

void Move(int a[], int n)
{ CSqQueue<int> qu1; //存放奇数位元素
  CSqQueue<int> qu2; //存放偶数位元素
  int i=0, x;
  while (i<n)
  { qu1.push(a[i]); //奇数位元素进 qu1 队
    i++;
    if (i<n)
    { qu2.push(a[i]); //偶数位元素进 qu2 队
      i++;
    }
  }
  i=0;
  while (!qu2.empty()) //先取 qu2 队列的元素
  { qu2.pop(x);
    a[i]=x;
    i++;
  }
}
    
```

```

        a[i] = x;
        i++;
    }
    while (!qu1.empty())           //再取 qu1 队列的元素
    {
        qu1.pop(x);
        a[i] = x;
        i++;
    }
}

```

8. 解：初始时 $\text{tag} = \text{false}$, $\text{front} = \text{rear} = 0$, 成功的进队操作后 $\text{tag} = \text{true}$ (任何进队操作后队列都不可能空, 但可能满), 成功的出队操作后 $\text{tag} = \text{false}$ (任何出队操作后队列都不可能满, 但可能空), 因此这样的队列的四要素如下。

- ① 队空条件: $\text{front} == \text{rear}$ and $\text{tag} = \text{false}$
- ② 队满条件: $\text{front} == \text{rear}$ and $\text{tag} = \text{true}$
- ③ 元素 x 进队: $\text{rear} = (\text{rear} + 1) \% \text{MaxSize}$; $\text{data}[\text{rear}] = x$; $\text{tag} = \text{true}$;
- ④ 元素 x 出队: $\text{front} = (\text{front} + 1) \% \text{MaxSize}$; $x = \text{data}[\text{front}]$; $\text{tag} = \text{false}$;

设计对应的循环队列类 `QUEUE < T >` 如下:

```

#define MaxSize 100           //队列的容量
template < typename T >
class QUEUE                   //循环队列类模板
{
public:
    T * data;                 //存放队中元素
    int front, rear;         //队头和队尾指针
    bool tag;                 //为 false 表示可能队空, 为 true 表示可能队满
    QUEUE()                  //构造函数
    {
        data = new T[MaxSize]; //为 data 分配容量为 MaxSize 的空间
        front = rear = 0;      //队头、队尾指针置初值
        tag = false;          //初始时队空, tag 置为 false
    }
    ~QUEUE()                 //析构函数
    {
        delete [] data;
    }
    //-----循环队列基本运算算法-----
    bool empty()             //判队空运算
    {
        return front == rear && tag == false;
    }
    bool full()              //判队满运算
    {
        return front == rear && tag == true;
    }
    bool push(T e)           //进队列运算
    {
        if (full())          //队满上溢出
            return false;
        rear = (rear + 1) % MaxSize;
    }

```

```

    data[rear]=e;
    tag=true;           //进队操作,队可能满
    return true;
}
bool pop(T &e)         //出队列运算
{ if (empty())        //队空下溢出
    return false;
  front=(front+1)%MaxSize;
  e=data[front];
  tag=true;           //出队操作,队可能空
  return true;
}
bool gethead(T &e)    //取队头运算
{ if (empty())        //队空下溢出
    return false;
  int head=(front+1)%MaxSize;
  e=data[head];
  return true;
}
};

```

3.3 基础实验题及其参考答案

3.3.1 基础实验题

1. 设计整数顺序栈的基本运算程序,并用相关数据进行测试。
2. 设计整数链栈的基本运算程序,并用相关数据进行测试。
3. 设计整数循环队列的基本运算程序,并用相关数据进行测试。
4. 设计整数链队的基本运算程序,并用相关数据进行测试。

3.3.2 基础实验题参考答案

1. 解: 顺序栈的基本运算算法的设计原理参见《教程》中的第3.1.2节。包含顺序栈基本运算算法类 SqStack 以及测试主程序的 Exp1-1.cpp 文件如下:

```

#include <iostream>
using namespace std;
const int MaxSize=100;           //栈的容量
template < typename T >
class SqStack                     //顺序栈类
{ T * data;                       //存放栈中元素
  int top;                         //栈顶指针
public:
  SqStack()                       //构造函数
  { data=new T[MaxSize];          //为 data 分配容量为 MaxSize 的空间
    top=-1;                       //栈顶指针初始化
  }
  ~SqStack()                      //析构函数

```

```

    {
        delete [] data;
    }
//-----栈基本运算算法-----
bool empty() //判断栈是否为空
{
    return(top == -1);
}
bool push(T e) //进栈算法
{ if (top == MaxSize - 1) //栈满时返回 false
    return false;
    top++; //栈顶指针增 1
    data[top] = e; //将 e 进栈
    return true;
}
bool pop(T &e) //出栈算法
{ if (empty()) return false; //栈为空的情况,即栈下溢出
    e = data[top]; //取栈顶指针位置的元素
    top--; //栈顶指针减 1
    return true;
}
bool gettop(T &e) //取栈顶元素算法
{ if (empty()) return false; //栈为空的情况,即栈下溢出
    e = data[top]; //取栈顶指针位置的元素
    return true;
}
};
int main()
{ SqStack < char > st; //定义一个字符顺序栈 st
  char e;
  cout << "\n 建立空顺序栈 st\n";
  cout << " 栈 st" << (st.empty()?"空":"不空") << endl;
  cout << " 字符 a 进栈\n"; st.push('a');
  cout << " 字符 b 进栈\n"; st.push('b');
  cout << " 字符 c 进栈\n"; st.push('c');
  cout << " 字符 d 进栈\n"; st.push('d');
  cout << " 字符 e 进栈\n"; st.push('e');
  cout << " 栈 st" << (st.empty()?"空":"不空") << endl;
  st.gettop(e);
  cout << " 栈顶元素:" << e << endl;
  cout << " 所有元素出栈次序: ";
  while (!st.empty()) //栈不空时循环
  { st.pop(e); //出栈元素 e 并输出
    cout << e << " ";
  }
  cout << endl;
  cout << " 销毁栈 st" << endl;
  return 0;
}

```

上述程序的一次执行结果如图 3.4 所示。

```

建立空顺序栈at
栈空
字符a进栈
字符b进栈
字符c进栈
字符d进栈
字符e进栈
栈顶元素:e
栈顶元素:e
所有元素出栈次序: e d c b a
销毁栈at

```

图 3.4 第 3 章基础实验题 1 的执行结果

2. 解：链栈的基本运算算法的设计原理参见《教程》中的第 3.1.4 节。包含链栈基本运算算法类 LinkStack 以及测试主程序的 Exp1-2.cpp 文件如下：

```

#include <iostream>
using namespace std;
template < typename T >
struct LinkNode //链栈结点类型
{ T data; //数据域
  LinkNode * next; //指针域
  LinkNode():next(NULL) {} //构造函数
  LinkNode(T d):data(d),next(NULL) {} //重载构造函数
};
template < typename T >
class LinkStack //链栈类模板
{
public:
  LinkNode< T > * head; //链栈的头结点
  LinkStack() //构造函数
  {
    head=new LinkNode< T >();
  }
  ~LinkStack() //析构函数
  { LinkNode< T > * pre=head, * p=pre->next;
    while (p!=NULL)
    { delete pre;
      pre=p; p=p->next; //pre,p 同步后移
    }
    delete pre;
  }
  bool empty() //判栈空算法
  {
    return head->next==NULL;
  }
  bool push(T e) //进栈算法
  { LinkNode< T > * p=new LinkNode< T >(e); //新建结点 p
    p->next=head->next; //插入结点 p 作为首结点
    head->next=p;
    return true;
  }
  bool pop(T &e) //出栈算法
  { LinkNode< T > * p;

```

```

        if (head->next == NULL)                //栈空的情况
            return false;
        p = head->next;                        //p 指向开始结点
        e = p->data;
        head->next = p->next;                  //删除结点 p
        delete p;                             //释放结点 p
        return true;
    }
    bool gettop(T &e)                          //取栈顶元素
    {
        LinkNode< T > * p;
        if (head->next == NULL)              //栈空的情况
            return false;
        p = head->next;                       //p 指向开始结点
        e = p->data;
        return true;
    }
};
int main()
{
    LinkStack< char > st;                      //定义一个字符链栈 st
    char e;
    cout << "\n 建立空链栈 st\n";
    cout << " 栈 st" << (st.empty()?"空":"不空") << endl;
    cout << " 字符 a 进栈\n"; st.push('a');
    cout << " 字符 b 进栈\n"; st.push('b');
    cout << " 字符 c 进栈\n"; st.push('c');
    cout << " 字符 d 进栈\n"; st.push('d');
    cout << " 字符 e 进栈\n"; st.push('e');
    cout << " 栈 st" << (st.empty()?"空":"不空") << endl;
    st.gettop(e);
    cout << " 栈顶元素:" << e << endl;
    cout << " 所有元素出栈次序: ";
    while (!st.empty())                      //栈不空时循环
    {
        st.pop(e);                          //出栈元素 e 并输出
        cout << e << " ";
    }
    cout << endl;
    cout << " 销毁栈 st" << endl;
    return 0;
}

```

上述程序的一次执行结果如图 3.5 所示。

```

建立空链栈st
栈st空
字符a进栈
字符b进栈
字符c进栈
字符d进栈
字符e进栈
栈st不空
栈顶元素:e
所有元素出栈次序: e d c b a
销毁栈st

```

图 3.5 第 3 章基础实验题 2 的执行结果

3. 解：循环队列的基本运算算法的设计原理参见《教程》中的第3.2.2节。包含循环队列基本运算算法类 CSQueue 以及测试主程序的 Exp1-3.cpp 文件如下：

```

#include <iostream>
using namespace std;
#define MaxSize 100 //队列的容量
template < typename T >
class CSQueue //循环队列类模板
{
public:
    T * data; //存放队中元素
    int front, rear; //队头和队尾指针
    CSQueue() //构造函数
    { data=new T[MaxSize]; //为 data 分配容量为 MaxSize 的空间
      front=rear=0; //队头、队尾指针置初值
    }
    ~CSQueue() //析构函数
    {
        delete [] data;
    }
    //-----循环队列基本运算算法-----
    bool empty() //判队空算法
    {
        return (front==rear);
    }
    bool push(T e) //进队列算法
    { if ((rear+1)%MaxSize==front) //队满上溢出
      return false;
      rear=(rear+1)%MaxSize;
      data[rear]=e;
      return true;
    }
    bool pop(T &e) //出队列运算
    { if (front==rear) //队空下溢出
      return false;
      front=(front+1)%MaxSize;
      e=data[front];
      return true;
    }
    bool gethead(T &e) //取队头运算
    { if (front==rear) //队空下溢出
      return false;
      int head=(front+1)%MaxSize;
      e=data[head];
      return true;
    }
};

int main()
{ CSQueue < char > qu; //定义一个字符顺序队 sq
  char e;

```

```

cout << "\n 建立空顺序队 sq\n";
cout << "  队列 sq" << (qu.empty()? "空": "不空") << endl;
cout << "  元素 a 进队\n"; qu.push('a');
cout << "  元素 b 进队\n"; qu.push('b');
cout << "  元素 c 进队\n"; qu.push('c');
cout << "  元素 d 进队\n"; qu.push('d');
cout << "  元素 e 进队\n"; qu.push('e');
cout << "  队列 sq" << (qu.empty()? "空": "不空") << endl;
cout << "  所有元素出队次序: ";
while (!qu.empty())                //队不空时循环
{  qu.pop(e);                       //出队元素 e
   cout << e << " ";               //输出元素 e
}
cout << endl;
cout << "  销毁队 sq" << endl;
return 0;
}

```

上述程序的一次执行结果如图 3.6 所示。

```

建立空顺序队 sq
队列 sq 空
元素 a 进队
元素 b 进队
元素 c 进队
元素 d 进队
元素 e 进队
队列 sq 不空
所有元素出队次序: a b c d e
销毁队 sq

```

图 3.6 第 3 章基础实验题 3 的执行结果

4. 解：链队的基本运算算法的设计原理参见《教程》中的第 3.2.4 节。包含链队基本运算算法类 LinkQueue 以及测试主程序的 Exp1-4. cpp 文件如下：

```

#include <iostream>
using namespace std;
template < typename T >
struct LinkNode                //链队数据结点类型
{  T data;                    //结点数据域
   LinkNode * next;          //指向下一个结点
   LinkNode() : next(NULL) {} //构造函数
   LinkNode(T d) : data(d), next(NULL) {} //重载构造函数
};
template < typename T >
class LinkQueue                //链队类模板
{
public:
   LinkNode< T > * front;      //队头指针
   LinkNode< T > * rear;      //队尾指针
   LinkQueue() : front(NULL), rear(NULL) {} //构造函数
   ~LinkQueue()              //析构函数
   {  LinkNode< T > * pre=front, * p;
      if (pre!=NULL)          //非空队的情况

```

```

    { if (pre == rear) //只有一个数据结点的情况
      delete pre; //释放 pre 结点
      else //有两个或多个数据结点的情况
      { p = pre->next;
        while (p != NULL)
        { delete pre; //释放 pre 结点
          pre = p; p = p->next; //pre, p 同步后移
        }
        delete pre; //释放尾结点
      }
    }
}

bool empty() //判队空运算
{
    return rear == NULL;
}

bool push(T e) //进队运算
{ LinkNode< T > * p = new LinkNode< T >(e);
  if (rear == NULL) //链队为空的情况
    front = rear = p; //新结点既是队首结点又是队尾结点
  else //链队不空的情况
    { rear->next = p; //将 p 结点链到队尾, 并将 rear 指向它
      rear = p;
    }
  return true;
}

bool pop(T &e) //出队运算
{ if (rear == NULL) //队列为空
  return false;
  LinkNode< T > * p = front; //p 指向首结点
  if (front == rear) //队列中只有一个结点时
    front = rear = NULL;
  else //队列中有多个结点时
    front = front->next;
  e = p->data;
  delete p; //释放出队结点
  return true;
}

bool gethead(T &e) //取队头运算
{ if (rear == NULL) //队列为空
  return false;
  e = front->data; //取首结点的值
  return true;
}
};

int main()
{ LinkQueue< char > qu; //定义一个字符链队 qu
  char e;
  cout << "\n 建立空链队 qu\n";
  cout << " 队列 qu" << (qu.empty()?"空":"不空") << endl;
  cout << " 元素 a 进队\n"; qu.push('a');
}

```

```

cout << " 元素 b 进队\n"; qu.push('b');
cout << " 元素 c 进队\n"; qu.push('c');
cout << " 元素 d 进队\n"; qu.push('d');
cout << " 元素 e 进队\n"; qu.push('e');
cout << " 队列 qu" << (qu.empty()?"空":"不空") << endl;
cout << " 所有元素出队次序: ";
while (!qu.empty()) //队不空时循环
{ qu.pop(e); //出队元素 e
  cout << e << " "; //输出元素 e
}
cout << endl;
cout << " 销毁队 qu" << endl;
return 0;
}

```

上述程序的一次执行结果如图 3.7 所示。

```

建立空栈队qu
队列qu不空
元素a进队
元素b进队
元素c进队
元素d进队
元素e进队
队列qu不空
所有元素出队次序: a b c d e
销毁队qu

```

图 3.7 第 3 章基础实验题 4 的执行结果

3.4 应用实验题及其参考答案

3.4.1 应用实验题

1. 改进用栈求解迷宫问题的算法, 累计如图 3.8 所示的迷宫的路径条数, 并输出所有的迷宫路径。

2. 括号匹配问题。在某个字符串(长度不超过 100)中有左括号、右括号和大小写字母, 规定(与常见的算术表达式一样)任何一个左括号都从内到外与在它右边且距离最近的右括号匹配。编写一个实验程序, 找到无法匹配的左括号和右括号, 输出原来的字符串, 并在下一行标出不能匹配的括号。不能匹配的左括号用“\$”标出, 不能匹配的右括号用“?”标出。例如, 输出样例如下:

```

((ABCD(x)
$$
)(rtty())sss)(
?          ?$

```

3. 修改《教程》第 3 章 3.2 节中的循环队列算法, 增加数据成员 length 表示长度, 并且其容量可以动态扩展, 在进队元素时若容量满则按两倍扩大容量, 在出队元素时若当前容量

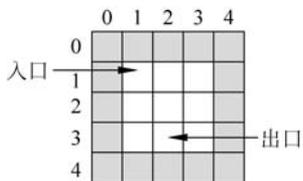


图 3.8 迷宫示意图

大于初始容量并且元素的个数只有当前容量的 1/4,则栈当前容量缩小为一半。通过测试数据说明队列容量变化的情况。

4. 采用一个不带头结点、只有一个尾结点指针 rear 的循环单链表存储队列,设计出这种链队的进队、出队、判队空和求队中元素个数的算法。

5. 设计一个队列类 QUEUE,其包含判断队列是否为空、进队和出队运算。要求用两个栈 st1、st2 模拟队列,其中栈用 stack<T>容器表示。

6. 设计一个栈类 STACK,其包含判断栈是否为空、进栈和出栈运算。要求用两个队列 qu1、qu2 模拟栈,其中队列用 queue<T>容器表示。

3.4.2 应用实验题参考答案

1. 解: 修改《教程》中第 3.1.7 节用栈求解迷宫问题的 mgpath()算法,用 cnt 累计找到的迷宫路径条数(初始为 0)。当找到一条路径后并不返回,而是将 cnt 增加 1,输出该迷宫路径,然后出栈栈顶方块 b 并将该方块的 mg 值恢复为 0,继续前面的过程,直到栈空为止,最后返回 cnt。对应的实验程序 Exp2-1.cpp 如下:

```
#include <iostream>
#include <stack>
using namespace std;
const int MAX=10;
int cnt=0; //累计迷宫路径条数
int mg[MAX][MAX]={{1,1,1,1,1},{1,0,0,0,1},{1,0,0,0,1},{1,0,0,0,1},{1,1,1,1,1}};
int m=5,n=5; //一个 5 行 5 列的迷宫图
int dx[]={-1,0,1,0}; //x 方向的偏移量
int dy[]={0,1,0,-1}; //y 方向的偏移量
struct Box //方块结构体
{ int i; //方块的行号
  int j; //方块的列号
  int di; //di 是下一可走相邻方块的方位号
  Box() {} //构造函数
  Box(int i1,int j1,int di1) //重载构造函数
  { i=i1;
    j=j1;
    di=di1;
  }
};
int mgpath(int xi,int yi,int xe,int ye) //求一条从(xi,yi)到(xe,ye)的迷宫路径
{ int i,j,di,il,jl;
  bool find;
  Box b,b1;
  stack<Box> st,st1; //定义一个顺序栈
  b=Box(xi,yi,-1); //建立入口方块对象
  st.push(b); //入口方块进栈
  mg[xi][yi]=-1; //为避免来回找相邻方块,置 mg 值为-1
  while (!st.empty()) //栈不空时循环
  { b=st.top(); //取栈顶方块,称为当前方块
    if (b.i==xe && b.j==ye) //找到了出口,输出栈中的所有方块构成一条路径
    { cnt++;
      printf("  迷宫路径%d: ",cnt);
      while(!st.empty()) //将 st 的所有方块出栈并进栈 st1
```

```

    { st1.push(st.top());
      st.pop();
    }
    while (!st1.empty()) //输出一条迷宫路径
    { b1=st1.top(); st1.pop();
      st.push(b1); //恢复 st 栈
      printf("[%d,%d] ", b1.i, b1.j);
    }
    printf("\n");
    mg[b.i][b.j]=0; //让该位置变为其他路径可走方块
    st.pop(); //退栈
}
else //继续找路径
{ find=false; //找 b 的一个相邻可走方块
  di=b.di; //找下一个方位的相邻方块
  while (di<3 && find==false) //找 b 的 di 方位的相邻方块(i,j)
  { di++; //找 b 的 di 方位的相邻方块(i,j)
    i=b.i+dx[di]; j=b.j+dy[di];
    if (i>=0 && i<m && j>=0 && j<n && mg[i][j]==0)
      find=true; // (i,j) 方块有效且可走
  }
  if (find) //找到了一个相邻可走方块(i,j)
  { st.top().di=di; //修改栈顶方块的 di 为新值
    b1=Box(i, j, -1); //建立相邻可走方块(i,j)的对象 b1
    st.push(b1); //b1 进栈
    mg[i][j]=-1; //为避免来回找相邻方块,置 mg 值为-1
  }
  else //没有路径可走,则退栈
  { mg[b.i][b.j]=0; //恢复当前方块的迷宫值
    st.pop(); //将栈顶方块退栈
  }
}
}
return cnt; //返回找到的迷宫路径数
}
int main()
{ int xi=1, yi=1, xe=3, ye=2;
  printf("\n 求(%d,%d)到(%d,%d)的迷宫路径\n", xi, yi, xe, ye);
  int cnt=mgpath(xi, yi, xe, ye);
  printf(" 共有%d条迷宫路径\n", cnt);
  return 0;
}

```

上述程序的执行结果如图 3.9 所示。

```

求(1,1)到(3,2)的迷宫路径
迷宫路径 1: [1,1] [1,2] [1,3] [2,3] [3,3] [3,2]
迷宫路径 2: [1,1] [1,2] [1,3] [2,3] [2,2] [3,2]
迷宫路径 3: [1,1] [1,2] [1,3] [2,3] [2,2] [2,1] [3,1] [3,2]
迷宫路径 4: [1,1] [1,2] [2,2] [2,3] [3,3] [3,2]
迷宫路径 5: [1,1] [1,2] [2,2] [3,2]
迷宫路径 6: [1,1] [1,2] [2,2] [2,1] [3,1] [3,2]
迷宫路径 7: [1,1] [2,1] [2,2] [1,2] [1,3] [2,3] [3,3] [3,2]
迷宫路径 8: [1,1] [2,1] [2,2] [2,3] [3,3] [3,2]
迷宫路径 9: [1,1] [2,1] [2,2] [3,2]
迷宫路径 10: [1,1] [2,1] [3,1] [3,2]
共有10条迷宫路径

```

图 3.9 第 3 章应用实验题 1 的执行结果

2. 解: 对于字符串 s , 设对应的输出字符串为 $mark$, 采用栈 st 来产生 $mark$ 。遍历字符串 $s[i]$, 遇到 '(' 时将其下标 i 进栈, 遇到 ')' 时, 若栈中存在匹配的 '(', 置 $mark[i] = ''$, 否则置 $mark[i] = '?'$ 。当 s 遍历完毕时, 若 st 栈不空, 则 st 栈中的所有左括号都是没有右括号匹配的, 将相应位置 j 的 $mark$ 值置为 '\$'。对应的实验程序 Exp2-2.cpp 如下:

```
#include <iostream>
#include <stack>
using namespace std;
string solve(string s)           //求解算法
{ stack<int> st;                 //定义一个栈
  string mark(s.length(), '* '); //定义输出字符串
  for (int i=0; i<s.length(); i++)
  { if (s[i] == '(')             //遇到 '(' 则入栈
    { st.push(i);               //将 '(' 的下标暂存在栈中
      mark[i] = '';             //对应输出字符串暂且为 ''
    }
    else if (s[i] == ')')       //遇到 ')'
    { if (st.empty())           //栈空, 即没有 '(' 相匹配
      mark[i] = '?';           //对应输出字符串改为 '?'
      else                       //有 '(' 相匹配
      { mark[i] = '';           //对应输出字符串改为 ''
        st.pop();              //栈顶位置的左括号与其匹配, 弹出已经匹配的左括号
      }
    }
    else                         //其他字符与括号无关
      mark[i] = ' ';           //对应输出字符串改为 ' '
  }
  while (!st.empty())           //若栈不空, 则都没有匹配的左括号
  { mark[st.top()] = '$';       //对应输出字符串改为 '$'
    st.pop();
  }
  return mark;
}

int main()
{ printf("\n");
  printf(" 测试 1\n");
  string s = "(ABCD(x)";
  cout << " 表达式: " << s << endl;
  string ans = solve(s);
  cout << " 结果: " << ans << endl;
  printf(" 测试 2\n");
  s = ") (rttyy()) sss (";
  cout << " 表达式: " << s << endl;
  ans = solve(s);
  cout << " 结果: " << ans << endl;
  return 0;
}
```

上述程序的执行结果如图 3.10 所示。

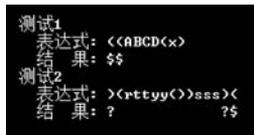


图 3.10 第 3 章应用实验题 2 的执行结果

3. 解: 用全局变量 `Initcap` 存放初始容量, 队列中增加 `capacity` 属性表示队列的当前容量, 增加 `recap(newcap)` 方法用于将当前容量改变为 `newcap`。其过程如下:

- ① 当参数 `newcap` 正确时($newcap > n$), 建立长度为 `newcap` 的列表 `tmp`。
- ② 出队 `data` 中的所有元素并依次存放到 `tmp` 中(从 `tmp[1]` 开始)。
- ③ 置 `data` 为 `tmp`, 队头指针 `front` 为 0, 队尾指针 `rear` 为 `n`, 新容量为 `newcap`。

在进队中队满和出队中满足指定的条件时调用 `recap(newcap)` 方法。对应的实验程序 `Exp2-3.cpp` 如下:

```
#include <iostream>
using namespace std;
const int Initcap=3; //全局变量,初始容量为 3
template <typename T>
class CSQueue //非循环队列类
{
public: //为了方便测试,将所有成员设置为公有的
    T * data; //存放队中元素
    int capacity; //data 容量
    int length; //队中实际元素个数,即长度
    int front; //队头指针
    int rear; //队尾指针
    CSQueue() //构造函数
    { data=new T[Initcap]; //为 data 分配容量为 Initcap 的空间
      capacity=Initcap; //设置容量
      front=rear=0; //初始化队头和队尾指针
      length=0; //初始化长度
    }
    ~CSQueue() //析构函数
    { delete [] data; }
    void recap(int newcap) //改变队列容量为 newcap
    { if (newcap < length)
      throw("新容量大小错误"); //检测 newcap 参数的错误
      printf(" 原容量=%d,原长度=%d,修改容量=%d",capacity,length,newcap);
      T * tmp=new T[newcap]; //新建存放队列元素的空间
      int head=(front+1)%capacity;
      for (int i=0;i<length;i++) //出队所有元素存放到 tmp[1..length]中
      { tmp[i+1]=data[head]; //从 tmp[1]开始,tmp[0]暂时不用
        head=(head+1)%capacity;
      }
      delete [] data; //释放原 data 空间
      data=tmp; //data 指向新空间
      front=0; //重置 front
      rear=length; //重置 rear
    }
};
```

```

        capacity=newcap;                //重置 capacity
    }
    bool empty()                        //判队空运算
    { return length==0; }
    bool full()                         //判队满运算
    { return length==capacity; }
    bool push(T e)                       //进队列运算
    { cout << " 进队" << e;
      if (full())                        //队满上溢出
          recap(2 * capacity);          //队满时倍增容量
      printf("\n");
      rear=(rear+1)%capacity;
      data[rear]=e;
      length++;                          //增加一个元素
      return true;
    }
    bool pop(T &e)                       //出队列运算
    { if (empty())                       //队空下溢出
        return false;
      front=(front+1)%capacity;
      e=data[front];
      length--;                          //减少一个元素
      cout << " 出队" << e;
      if (capacity > Initcap && length==capacity/4)
          recap(capacity/2);           //满足要求则容量减半
      printf("\n");
      return true;
    }
    bool gethead(T &e)                  //取队头运算
    { if (front==rear)                   //队空下溢出
        return false;
      int head=(front+1)%capacity;
      e=data[head];
      return true;
    }
};
int main()
{ int x;
  printf("\n");
  CSQueue<int> qu;
  printf(" (1)进队 1,2\n");
  qu.push(1);
  qu.push(2);
  printf(" 元素个数=%d,容量=%d\n",qu.length,qu.capacity);
  printf(" (2)进队 3~13\n");
  for (int i=3;i<=13;i++) qu.push(i);
  printf(" 元素个数=%d,容量=%d\n",qu.length,qu.capacity);
  printf(" (3)出队所有元素\n");
  while (!qu.empty()) qu.pop(x);
  printf(" 元素个数=%d,容量=%d\n",qu.length,qu.capacity);
}

```

```

return 0;
}

```

上述程序的执行结果如图 3.11 所示。

```

<1>进队1,2
进队1
进队2
元素个数=2,容量=3
<2>进队3~13
进队3
进队4 原容量=3,原长度=3,修改容量=6
进队5
进队6
进队7 原容量=6,原长度=6,修改容量=12
进队8
进队9
进队10
进队11
进队12
进队13 原容量=12,原长度=12,修改容量=24
元素个数=13,容量=24
<3>出队所有元素
出队1
出队2
出队3
出队4
出队5
出队6
出队7 原容量=24,原长度=6,修改容量=12
出队8
出队9
出队10 原容量=12,原长度=3,修改容量=6
出队11
出队12 原容量=6,原长度=1,修改容量=3
出队13
元素个数=0,容量=3

```

图 3.11 第 3 章应用实验题 3 的执行结果

4. 解：用只有尾结点指针 rear 的循环单链表作为队列存储结构，如图 3.12 所示，其中每个结点的类型为 LinkNode(同第 3 章基础实验题 4 中链队的结点类)。

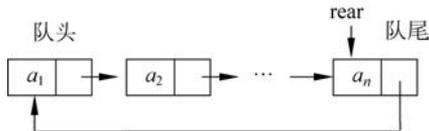


图 3.12 用只有尾结点指针的循环单链表作为队列存储结构

在这样的链队中，队列为空时 rear = NULL，进队在链表的表尾进行，出队在链表的表头进行。例如，在空链队中进队 a、b、c 元素的结果如图 3.13(a)所示，出队两个元素后的结果如图 3.13(b)所示。

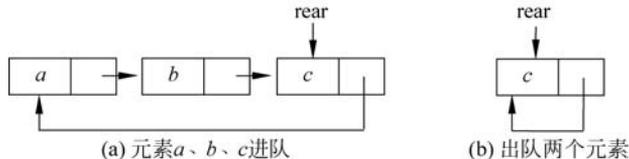


图 3.13 链队的进队和出队操作

对应的实验程序 Exp2-4.cpp 如下：

```

#include <iostream>
using namespace std;
template < typename T >

```

```

struct LinkNode //链栈结点类型
{
    T data; //数据域
    LinkNode * next; //指针域
    LinkNode():next(NULL) {} //构造函数
    LinkNode(T d):data(d),next(NULL) {} //重载构造函数
};

template < typename T >
class LinkQueue //链队类模板
{
public:
    LinkNode< T > * rear; //链队的尾结点指针
    LinkQueue():rear(NULL) {} //构造函数
    ~LinkQueue() //析构函数
    {
        if (rear == NULL) return;
        LinkNode< T > * pre, * p;
        pre = rear; p = pre->next;
        while (p != rear) //用 p 遍历结点并释放其前驱结点
        {
            delete pre; //释放 pre 结点
            pre = p; p = p->next; //pre, p 同步后移一个结点
        }
        delete pre; //p 等于 rear 时 pre 指向尾结点, 此时释放尾结点
    }

    bool empty() //判队空运算
    {
        return rear == NULL;
    }

    bool push(T e) //进队运算
    {
        LinkNode< T > * p = new LinkNode< T >(e);
        if (rear == NULL) //链队为空的情况
        {
            rear = p; //新结点既是队首结点又是队尾结点
            rear->next = rear; //构成循环单链表
        }
        else //链队不空的情况
        {
            p->next = rear->next; //将 p 结点插入 rear 结点之后
            rear->next = p;
            rear = p; //让 rear 指向 p 结点
        }
        return true;
    }

    bool pop(T &e) //出队运算
    {
        if (empty()) return false;
        if (rear->next == rear) //原链队只有一个结点
        {
            e = rear->data; //取该结点值
            rear = NULL; //置为空队
        }
        else //原链队有多个结点
        {
            e = rear->next->data; //取队头结点值
            rear->next = rear->next->next; //删除队头结点
        }
        return true;
    }

    bool gethead(T &e) //取队头运算
    {
        if (empty()) return false;
        e = rear->next->data;
    }
};

```

```

        return true;
    }
};
int main()
{ LinkQueue<char> qu;           //定义一个字符队 qu
  char e;
  cout << "\n 建立一个空队 qu\n";
  cout << " 队 qu" << (qu.empty()?"空":"不空") << endl;
  cout << " 元素 a 进队\n"; qu.push('a');
  cout << " 元素 b 进队\n"; qu.push('b');
  qu.gethead(e); cout << " 队头元素: " << e << endl;
  cout << " 元素 c 进队\n"; qu.push('c');
  cout << " 元素 d 进队\n"; qu.push('d');
  cout << " 元素 e 进队\n"; qu.push('e');
  cout << " 队 qu" << (qu.empty()?"空":"不空") << endl;
  qu.gethead(e); cout << " 队头元素: " << e << endl;
  cout << " 所有元素出队次序: ";
  while (!qu.empty())          //队不空时循环
  { qu.pop(e);                  //出队元素 e
    cout << e << " ";          //输出元素 e
  }
  cout << endl;
  cout << " 销毁队 qu" << endl;
  return 0;
}

```

上述程序的执行结果如图 3.14 所示。

5. 解: 由于栈的特点是先进后出,而队列的特点是先进先出,在用两个栈 st1、st2 模拟队列时, st1 栈负责“进队”, st2 栈负责“出队”(反向),在 st1 和 st2 都非空时保证 st2 中的元素都是先于 st1 中的元素进队。

队空的条件: 栈 st1 和 st2 均为空。

元素 e 进队的操作: 此时只需要直接将 e 进到 st1 栈,如图 3.15(a)所示(这里没有考虑栈满,若考虑栈满的情况,当 st1 栈满时先将 st1 的所有元素出栈并进栈 st2,再将 e 进到 st1 栈)。

出队元素 e 的操作: 若 st1 和 st2 均为空,则返回 false; 若 st2 不空,则 st2 出栈元素 e ; 若 st2 空但栈 st1 不空,则将栈 st1 中的所有元素出栈并进到 st2 栈中,再从 st2 出栈元素 e ,如图 3.15(b)所示。

```

建立一个空队qu
队qu空
元素a进队
元素b进队
队头元素: a
元素c进队
元素d进队
元素e进队
队qu不空
队头元素: a
所有元素出队次序: a b c d e
销毁队qu

```

图 3.14 第 3 章应用实验题 4 的执行结果

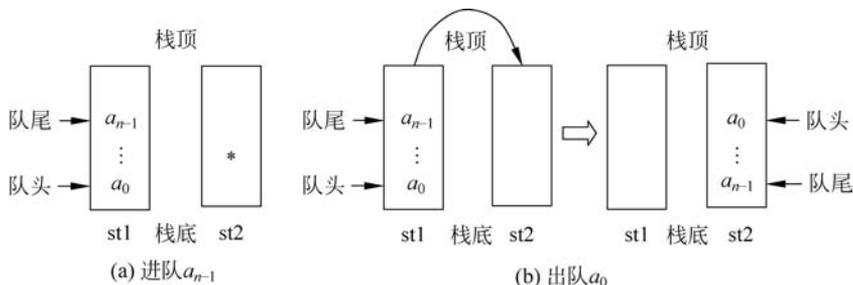


图 3.15 两个栈模拟队列

对应的实验程序 Exp2-5.cpp 如下：

```

#include <iostream>
#include <stack>
using namespace std;
template <typename T>
class QUEUE //两个栈模拟的队列
{
    stack<T> st1, st2;
public:
    bool empty() //判队空运算
    {
        return st1.empty() && st2.empty();
    }
    void push(T e) //进队运算
    {
        st1.push(e);
    }
    bool pop(T &e) //出队运算
    {
        if (empty()) return false;
        if (!st2.empty()) //st2 不空时从 st2 出栈元素 e
        { //st2 出栈元素 e
            e=st2.top();
            st2.pop();
        }
        else //st2 空时
        { //将栈 st1 中的所有元素出栈并进到 st2 栈中
            while (!st1.empty())
            {
                st2.push(st1.top());
                st1.pop();
            }
            e=st2.top(); //st2 出栈元素 e
            st2.pop();
        }
        return true;
    }
};

int main()
{
    QUEUE<int> qu; //定义一个整数队 qu
    int e;
    cout << "\n 建立一个空队 qu\n";
    cout << " 队 qu" << (qu.empty()?"空":"不空") << endl;
    cout << " 元素 1 进队\n"; qu.push(1);
    cout << " 元素 2 进队\n"; qu.push(2);
    qu.pop(e); cout << " 出队元素: " << e << endl;
    cout << " 元素 3 进队\n"; qu.push(3);
    cout << " 元素 4 进队\n"; qu.push(4);
    qu.pop(e); cout << " 出队元素: " << e << endl;
    cout << " 元素 5 进队\n"; qu.push(5);
    cout << " 队 qu" << (qu.empty()?"空":"不空") << endl;
    cout << " 其他元素出队次序: ";
    while (!qu.empty()) //队不空时循环
    { //出队元素 e
        qu.pop(e);
        cout << e << " "; //输出元素 e
    }
}

```

```

    }
    cout << endl;
    cout << " 销毁队 qu" << endl;
    return 0;
}

```

上述程序的执行结果如图 3.16 所示。

6. 解：由于队列不会改变顺序，在用两个队列 qu1 和 qu2 模拟栈时采用来回倒的方法，保证一个队列是空的，用空队列临时存储队尾外的所有元素。

栈空的条件：两个队列均为空。

元素 e 进栈的操作：总有一个队列是空的，将 e 进到非空队中。假设 qu1 非空，进栈 a_{n-1} 的操作如图 3.17(a)所示。

出队元素 e 的操作：总有一个队列是空的，假设 qu1 非空，先将 qu1 中的前 $n-1$ 个元素 $a_0 \sim a_{n-2}$ 出队并进到 qu2，如图 3.17(b)所示，再从 qu1 出队元素 a_{n-1} 。qu2 非空的操作与之类似。

```

建立一个空队qu
队qu空
元素1进队
元素2进队
出队元素: 1
元素3进队
元素4进队
出队元素: 2
元素5进队
队qu不空
其他元素出队次序: 3 4 5
销毁队qu

```

图 3.16 第 3 章应用实验题 5 的执行结果

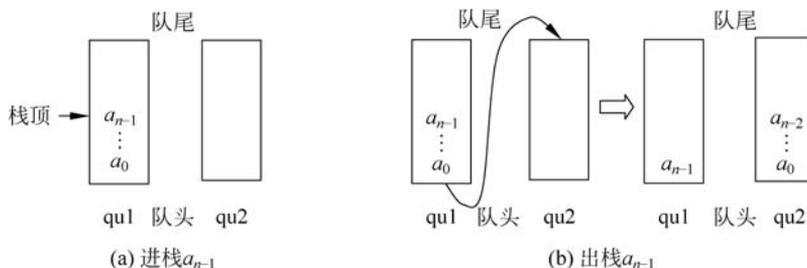


图 3.17 两个队列模拟栈

对应的实验程序 Exp2-6.cpp 如下：

```

#include <iostream>
#include <queue>
using namespace std;
template < typename T >
class STACK //两个队列模拟的栈
{
    queue< T > qu1, qu2;
public:
    bool empty() //判栈空运算
    {
        return qu1.empty() && qu2.empty();
    }
    void push(T e) //进栈运算
    {
        if (!qu1.empty())
            qu1.push(e);
        else
            qu2.push(e);
    }
    bool pop(T &e) //出栈运算
    {
        if (empty()) return false;

```

```

if (!qu1.empty()) //qu1 不空时
{ while (qu1.size()>1) //qu1 中的前 n-1 个元素出队并进到 qu2
  { qu2.push(qu1.front());
    qu1.pop();
  }
  e=qu1.front(); qu1.pop(); //qu1 出队最后一个元素 e
}
else //qu1 空时
{ while (qu2.size()>1) //qu2 中的前 n-1 个元素出队并进到 qu1
  { qu1.push(qu2.front());
    qu2.pop();
  }
  e=qu2.front(); qu2.pop();
}
return true;
}
};
int main()
{ STACK<int> st; //定义一个整数栈 st
  int e;
  cout << "\n 建立一个空栈 st\n";
  cout << " 栈 st" << (st.empty()?"空":"不空") << endl;
  cout << " 元素 1 进栈\n"; st.push(1);
  cout << " 元素 2 进栈\n"; st.push(2);
  st.pop(e); cout << " 出栈元素: " << e << endl;
  cout << " 元素 3 进栈\n"; st.push(3);
  cout << " 元素 4 进栈\n"; st.push(4);
  st.pop(e); cout << " 出栈元素: " << e << endl;
  cout << " 元素 5 进栈\n"; st.push(5);
  cout << " 栈 st" << (st.empty()?"空":"不空") << endl;
  cout << " 其他元素出栈次序: ";
  while (!st.empty()) //队不空时循环
  { st.pop(e); //出队元素 e
    cout << e << " "; //输出元素 e
  }
  cout << endl;
  cout << " 销毁栈 st" << endl;
  return 0;
}

```

上述程序的执行结果如图 3.18 所示。

```

建立一个空栈st
栈st空
元素1进栈
元素2进栈
出栈元素: 2
元素3进栈
元素4进栈
出栈元素: 4
元素5进栈
栈st不空
其他元素出栈次序: 5 3 1
销毁栈st

```

图 3.18 第3章应用实验题6的执行结果