第 5 章 取样积分与数字式平均

CHAPTER 5

对于淹没在噪声中的正弦信号的幅度和相位，可以利用第 4 章中介绍的锁定放大器进行检测。但是如果需要恢复淹没在噪声中的脉冲波形，则锁定放大器是无能为力的。脉冲波形的快速上升沿和快速下降沿包含丰富的高次谐波分量，锁定放大器输出级的低通滤波器会滤除这些高频分量，导致脉冲波形的畸变。对于这类信号的测量，必须使用其他的有效方法，取样积分与数字式平均就是这样的方法。

早在 20 世纪 50 年代，国外的科学家就提出了取样积分的概念和原理。1962 年，加利福尼亚大学劳伦茨实验室的 Klein 用电子技术实现了取样积分，并命名为 BOXCAR 积分器。为了恢复淹没于噪声中的快速变化的微弱信号，必须把每个信号周期分成若干个时间间隔，间隔的大小取决于恢复信号所要求的精度。然后对这些时间间隔的信号进行取样，并将各周期中处于相同位置（对于信号周期起点具有相同的延时）的取样进行积分或平均。积分过程常用模拟电路实现，称之为取样积分；平均过程常通过计算机以数字处理的方式实现，称之为数字式平均。

多年来，取样积分在物理、化学、生物医学、核磁共振等领域得到了广泛的应用，对于恢复淹没在噪声中的周期或似周期脉冲波形卓有成效，例如，生物医学中的血流、脑电或心电信号的波形测量，发光物质受激后所发出的荧光波形测量，核磁共振信号测量等，并研制出多种测量仪器。对于非周期的慢变信号，常用调制或斩波的方式人为赋予其一定的周期性，之后再进行取样积分或数字式平均处理。随着集成电路技术和微型计算机技术的发展，以微型计算机为核心的数字式信号平均器的应用越来越广泛。

5.1 取样积分的基本原理

取样积分包括取样和积分两个连续的过程，其基本原理示于图 5-1。周期为 T 的被测信号 $s(t)$ 叠加了干扰噪声 $n(t)$，可测信号 $x(t)=s(t)+n(t)$ 经过放大输入到取样开关 K。$r(t)$ 是与被测信号同频的参考信号，也可以是被测信号本身。触发电路根据参考信号波形的情况（例如幅度或上升速率）形成触发信号，触发信号经过延时后，生成一定宽度 T_g 的取样脉冲，控制取样开关 K 的开闭，完成对输入信号 $x(t)$ 的取样。

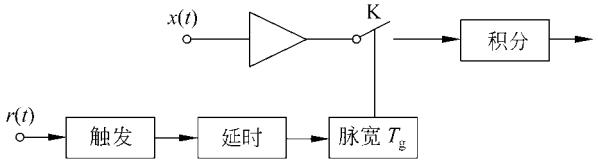

图 5-1 取样积分基本原理

取样积分的工作方式可分为单点式和多点式两大类。单点式取样在每个信号周期内只取样和积分一次，而多点式取样在每个信号周期内对信号取样多次，并利用多个积分器对各点取样分别进行积分。单点式电路相对简单一些，但是对被测信号的利用率低，需要经过很多信号周期才能得到测量结果；与此相反，多点式电路相对复杂一些，对被测信号的利用率高，经过不太多的信号周期就可以得到测量结果。

单点式取样又可以分为定点式和扫描式两种工作方式。定点式工作方式是反复取样被测信号波形上某个特定时刻点的幅度，例如被测波形的最大点或距离过零点某个固定延时点的幅度。扫描工作方式虽然也是每个周期取样一次，但是取样点沿着被测波形周期从前向后逐次移动，这可以用于恢复和记录被测信号的波形。

门积分器是取样积分器的核心，它的特性对于系统的整体特性具有决定性作用。门积分器不同于一般的积分器，由于取样门的作用，在开关 K 的控制下，积分仅在取样时间内进行，其余时间积分结果处于保持状态。根据实现电路的不同，图 5-1 中的积分器可以分为线性门积分器和指数式门积分器。

5.1.1 线性门积分

线性门积分器是由线性积分电路附加电子开关组合而成。为了理解线性门积分器的工作原理，首先分析图 5-2 所示普通线性积分电路的工作过程。

因为图 5-2 中左边放大器 A_1 的负输入端为虚地，而且放大器输入端的输入阻抗可近似为无穷大，当输入电压为 $u_i(t)$时，流过输入电阻 R 的电流 $i(t)$等于流过电容 C 的电流，即

$$i(t)=\frac{u_i(t)}{R}=-\frac{C\mathrm{d}v_o(t)}{\mathrm{d}t} \tag{5-1}$$

由式(5-1)解得

$$v_o(t)=-\frac{1}{RC}\int_0^t u_i(t')\mathrm{d}t'+v_{o0} \tag{5-2}$$

式中，v_{o0} 为 A_1 输出 $v_o(t)$的初始电压，积分时间常数为 $T_c=RC$。

当输入电压 $u_i(t)$是幅度为 V_i 的阶跃电压，而且初始电压 $v_{o0}=0$ 时，由式(5-2)解得，积分器阶跃响应输出为

$$u_o(t)=-v_o(t)=V_i t/(RC) \tag{5-3}$$

式(5-3)所表示的 $u_o(t)$与 t 之间的线性关系如图 5-3 中的点画线所示。

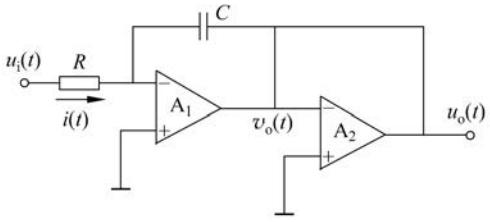

图 5-2 线性积分电路

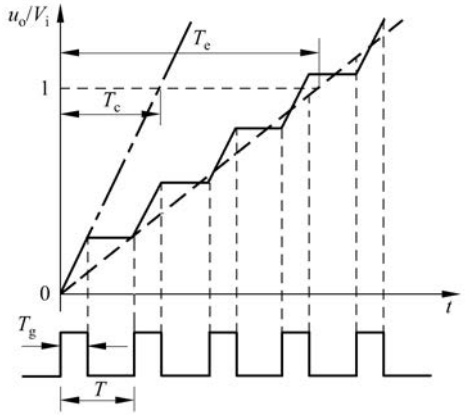

图 5-3 线性门积分器的阶跃响应

线性门积分电路示于图 5-4，图中，$x(t)$为被测信号，它包含有用信号 $s(t)$和噪声 $n(t)$，$s(t)$是周期或似周期信号。$r(t)$是参考信号，由它触发取样脉冲产生电路，在被测信号周期中的指定部位产生宽度为 T_g 的取样脉冲，在 T_g 期间使电子开关 K 闭合，以对被测信号取样。

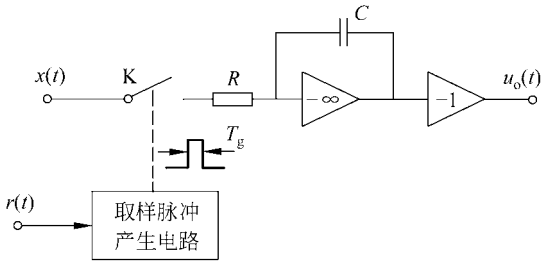

图 5-4　线性门积分器电路

设 $r(t)$的周期为 T，取样门闭合时间宽度为 T_g，在取样门 K 的控制下，在 $r(t)$的每个周期内开关 K 只在 T_g 时段内闭合，这时输入电压 $x(t)$经电阻 R 对 C 进行积分；其余时段开关断开，相当于输入电阻 $R=\infty$，电容 C 两端的电压保持不变。这时的阶跃响应如图 5-3 中的折线所示，该折线可以用一条斜率取决于 T_g/T 的直线来近似。可以看出，由于取样开关 K 的作用，积分的有效时间常数 $T_e>T_c$。

由于开关 K 的开闭作用，门积分器的等效积分电阻为

$$R(t)=\begin{cases}R, & \text{门接通时}\\ \infty, & \text{门断开时}\end{cases} \tag{5-4}$$

设开关闭合的占空因子为 $\Delta=T_g/T$，则平均积分电阻可以近似为 R/Δ，幅度为 V_i 的阶跃响应近似为

$$u_o(t)\approx V_i t\Delta/(RC)=V_i t T_g/(TRC) \tag{5-5}$$

门积分的等效时间常数为

$$T_e\approx T_c/\Delta=RC/\Delta=RCT/T_g \tag{5-6}$$

可见 T_g 越窄，等效时间常数 T_e 越大。

由于线性门积分电路的输出幅度受到运算放大器线性工作范围的限制，所以比较适用于信号幅度较小的场合。如果信号幅度较大，为数不多的若干次取样积分就有可能使运算放大器进入非线性区，导致测量误差，在这种情况下只能使用指数式门积分器。

5.1.2　指数式门积分

指数式门积分电路由普通的 RC 指数式积分器和采样电子开关 K 串联而成，如图 5-5(a)所示。

图 5-5(a)中的 $x(t)$为被测信号，$r(t)$为参考输入。由 $r(t)$触发取样脉冲产生电路，以在被测信号周期的指定部位产生宽度为 T_g 的取样脉冲，控制电子开关闭合，对被测信号进行取样。指数式门积分器电路的阶跃响应曲线示于图 5-5(b)，图中的点画线是开关 K 始终闭合情况下的阶跃响应曲线；当开关 K 以周期 T、闭合时间宽度 T_g 周期性地通断时，电路的阶跃响应曲线如图中的折线所示，这是一种台阶式的指数曲线，其平均值用虚线示出。

(1) 在开关 K 始终闭合的情况下，图 5-5(a)就是一个普通的 RC 积分电路，其输入输出电压关系可以表示为

$$x(t)=RC\frac{\mathrm{d}u_o(t)}{\mathrm{d}t}+u_o(t) \tag{5-7}$$

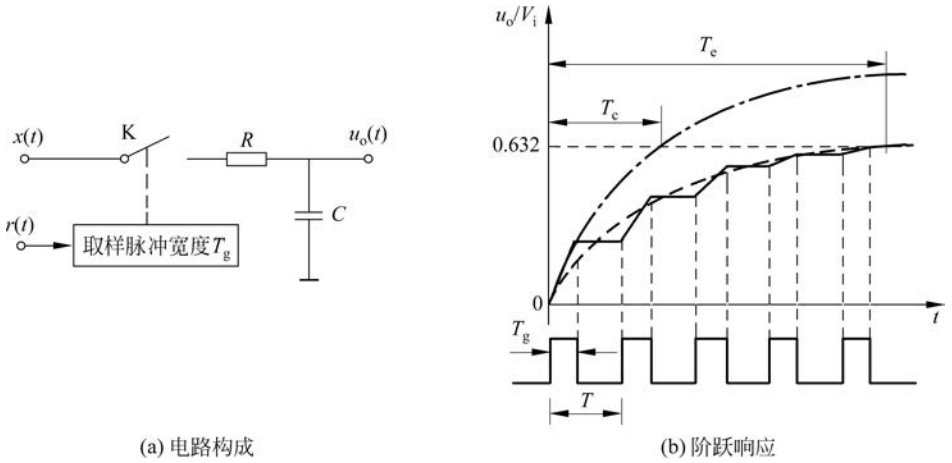

图 5-5　指数式门积分器电路及其阶跃响应

如果 $x(t)$是幅度为 V_i 的阶跃电压，而且 $u_o(t)$的初始电压为 0，则由式(5-7)可解得阶跃响应输出电压为

$$u_o(t)=V_i(1-e^{-\frac{t}{RC}}) \tag{5-8}$$

$u_o(t)$与 t 之间的关系曲线如图 5-5(b)中的点画线所示，这是一条指数曲线。由式(5-8)可以计算出，$u_o(t)$由 0 上升到 $0.632V_i$ 所需要的时间为 $T_c=RC$，这就是 RC 积分电路的时间常数。

(2) 如果 $r(t)$的周期为 T，取样门闭合时间宽度为 T_g，在取样门 K 的控制下，只在 T_g 时段内输入电压 $x(t)$经电阻 R 对 C 进行积分；其余时段开关断开，输出电压 $u_o(t)$保持不变。当 $x(t)$是一个幅度为 V_i 的阶跃电压时，如果初始条件为零，则阶跃响应曲线变成图 5-5(b)中的折线。所以，由于取样门 K 的开关作用，当开关闭合时积分电阻为 R，开关断开时，积分电阻为∞，设开关闭合的占空因子为 $\Delta=T_g/T$，则平均积分电阻为 R/Δ。阶跃响应可近似表示为

$$u_o(t)=V_i(1-e^{-\frac{t\Delta}{RC}}) \tag{5-9}$$

式(5-9)表示的 $u_o(t)$与 t 之间的关系如图 5-5(b)中的虚线所示，该虚线可以看成是图中折线的平均值。在这种情况下，令 $u_o(t)$由 0 上升到 $0.632V_i$ 所需的等效时间常数为 T_e，则

$$T_e=T_c/\Delta=T_cT/T_g=RCT/T_g \tag{5-10}$$

可见，取样门开关的作用使得积分的时间常数加长了很多。

与线性门积分相比，指数式门积分有利有弊。由图 5-5(b)可以看出，随着取样次数的增加，每个取样使积分输出上升的值逐渐减少。经过 5 倍的 T_e 后接近稳定值，此后的取样对积分输出影响很小，因此不会因为积分时间太长而过载。另一方面，当积分时间大于 $2T_e$ 后，每次取样使得积分结果变化很小，而且会越来越小，即积分作用降低。这意味着太长地增加测量时间是没有意义的，因为在 $2T_e$ 之后，继续采样积分对提高信噪比作用不大。

相比之下，对于线性门积分，信噪比的改善会随着积分时间的增加而增加，它不受电路等效时间常数的限制，只受电路工作线性范围的制约。所以在信号幅度较小的情况下，采用线性门积分更为有利。而在信号幅度较大时，为了防止电路进入非线性区导致测量误差，必须采用指数式门积分器。所以，在具体的门积分应用中，要根据实际检测情况和要求选择合适的门积分方式。

5.2　指数式门积分器分析

取样积分的关键部件是门积分器，取样积分抑制噪声的能力及其他一些重要的性能指标也主要取决于门积分器的性能。在 5.1 节介绍的两种门积分器中，指数式门积分器不易因输入 $x(t)$ 幅度过大而过载，抵御大幅度噪声的能力较好，所以得到了广泛的应用。

图 5-5(a)所示的指数式门积分器可以分解为两级电路相串联而成：前一级是取样门电路，它以周期 T、脉冲宽度 T_g 对输入信号进行取样；后一级是 RC 积分电路。下面分别分析它们的传输特性。

5.2.1　取样过程频域分析

取样过程就是利用取样脉冲序列 $p(t)$ 从被测连续信号 $x(t)$ 中“抽取”一系列的离散样值，如图 5-6 所示，取样电路输出 $x_s(t)$ 可以看作是取样脉冲序列 $p(t)$ 与连续信号 $x(t)$ 的乘积，即

$$x_s(t)=p(t)x(t) \tag{5-11}$$

设取样脉冲序列 $p(t)$ 的幅度为 A，周期为 T，脉冲宽度为 T_g，这样的周期性脉冲序列可以展开为傅里叶级数的形式

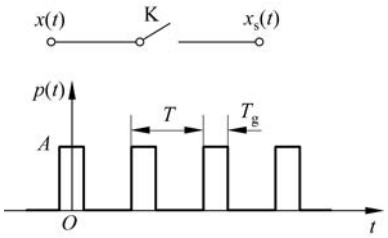

图 5-6　取样门与取样脉冲序列

$$p(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(\mathrm{j}n\omega_s t) \tag{5-12}$$

式中，$\omega_s=2\pi/T$ 为取样脉冲 $p(t)$ 的基波角频率，复数集 c_n 称为 $p(t)$ 的频谱

$$c_n=\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} p(t)\exp(\mathrm{j}n\omega_s t)\mathrm{d}t=\frac{AT_g}{T}\frac{\sin(n\omega_s T_g/2)}{n\omega_s T_g/2} \tag{5-13}$$

令 $\Delta=T_g/T$，Δ 为 $p(t)$ 的占空系数，考虑到用 $p(t)$ 控制取样开关的情况相当于 $p(t)$ 的幅度 $A=1$，而且 $\omega_s=2\pi/T$，则由式(5-13)可得

$$c_n=\Delta\frac{\sin(n\pi\Delta)}{n\pi\Delta} \tag{5-14}$$

将式(5-14)代入式(5-12)得

$$p(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\Delta\frac{\sin(n\pi\Delta)}{n\pi\Delta}\exp(\mathrm{j}n\omega_s t) \tag{5-15}$$

对式(5-15)进行傅里叶变换得 $p(t)$ 的频谱为

$$P(\omega)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\Delta\frac{\sin(n\pi\Delta)}{n\pi\Delta}\delta(\omega-n\omega_s) \tag{5-16}$$

式中，$\omega_s=2\pi/T$ 为取样脉冲的角频率。可见，$P(\omega)$ 的图形是包络线为取样函数(sample function)$\sin(n\pi\Delta)/(n\pi\Delta)$ 的一系列的冲激函数，如图 5-7(a)所示。取样函数在某些文献中又称之为 sinc 函数。

设输入信号 $x(t)$ 的频谱为 $X(\omega)$，如图 5-7(b)所示。根据傅里叶变换的性质，式(5-11)所表示的 $p(t)$ 和 $x(t)$ 的相乘过程在频域表现为两者频谱的卷积，即

$$X_s(\omega)=X(\omega)*P(\omega) \tag{5-17}$$

式中，$X_s(\omega)$ 表示取样信号 $x_s(t)$ 的频谱。将式(5-16)代入式(5-17)，可得

$$X_s(\omega)=X(\omega)*\sum_{n=-\infty}^{\infty}\Delta\frac{\sin(n\pi\Delta)}{n\pi\Delta}\delta(\omega-n\omega_s)$$

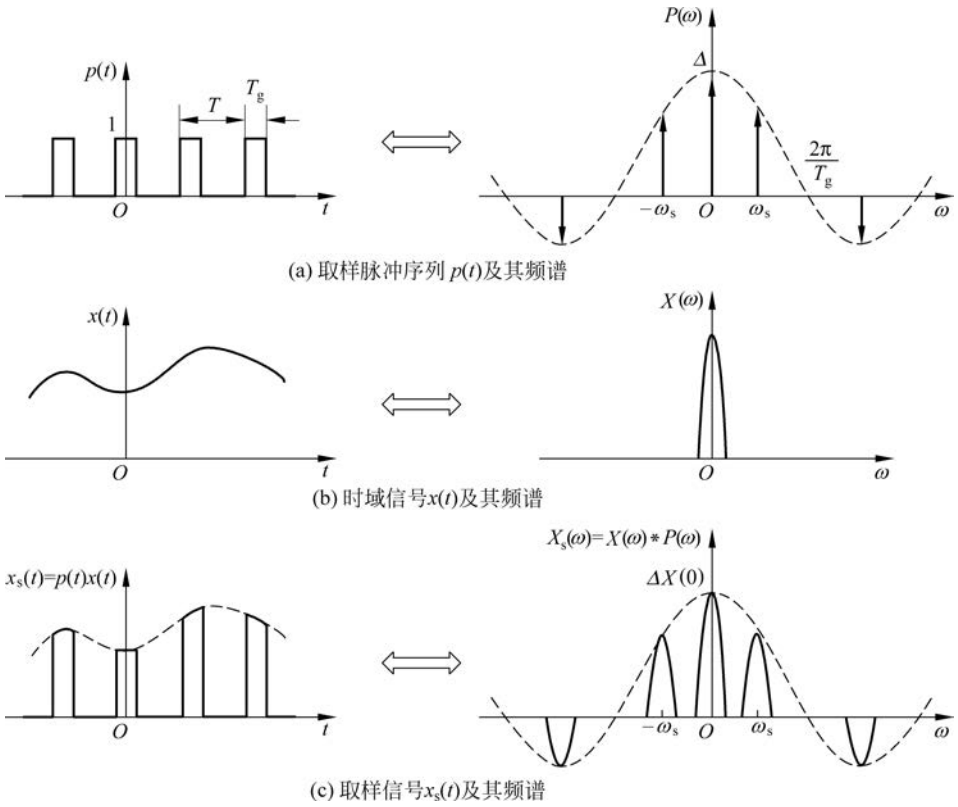

图 5-7　矩形脉冲取样信号的频谱变换

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Delta \frac{\sin(n\pi\Delta)}{n\pi\Delta} X(\omega - n\omega_s) \tag{5-18}$$

或者将式(5-15)代入式(5-11)，可得

$$x_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t)\Delta \frac{\sin(n\pi\Delta)}{n\pi\Delta} \exp(jn\omega_s t) \tag{5-19}$$

取式(5-19)两侧的傅里叶变换，也可以得到式(5-18)的结果。

由式(5-18)可见，取样过程的作用是将输入信号 $x(t)$ 的频谱 $X(\omega)$ 平移到 $n\omega_s$ 各点(n 为 $-\infty \sim +\infty$ 的整数)，再分别乘以相应的 c_n 值。

图 5-7 说明了上述变换过程。图 5-7(a)表示的是取样脉冲序列 $p(t)$ 及其频谱 $P(\omega)$，图 5-7(b)表示的是时域信号 $x(t)$ 及其频谱 $X(\omega)$，$p(t)$ 与 $x(t)$ 相乘得到图 5-7(c)中的取样信号 $x_s(t)$，$X(\omega)$ 与 $P(\omega)$ 卷积的结果得到图 5-7(c)中取样信号的频谱 $X_s(\omega)$，$X_s(\omega)$ 是幅度按取样函数包络分布的离散频谱。

5.2.2　指数式门积分器的输出特性

任何波形的周期信号都可以表示为三角函数的组合，考虑输入被测信号中频率为 ω 的单一频率正弦信号分量为

$$x(t) = x_m \cos[\omega(t-\tau)] \tag{5-20}$$

式中，x_m 是该频率分量的幅度。参考文献[12]中给出了下列几个有用的结论。

1. 当 $\omega = \omega_s = 2\pi/T$ 时

这意味着 $x(t)$ 的频率 ω 等于取样脉冲频率，这时指数式门积分器的稳态输出为

$$u_o(t)=x_m\frac{\sin(\pi\Delta)}{\pi\Delta}\cos(\omega_s\tau)\left[1-\exp\left(-\frac{\Delta}{RC}t\right)\right] \tag{5-21}$$

式中，$\Delta=T_g/T$ 为取样脉冲 $p(t)$ 的占空系数。

由式(5-21)可以得出以下结果：

(1) 式中的指数项说明，取样积分器的输出是沿着指数曲线逐渐积累的过程，时间常数为 $T_e=RC/\Delta$，图 5-5(b)也说明了这一点。取样脉冲宽度 T_g 越窄，占空系数 Δ 越小，则所需积分时间越长。

(2) 当改变延迟时间 τ 时，输出按 $\cos(\omega_s\tau)$ 的规律变化；当 τ 从 0 逐渐变化到 T 时，输出显示出一个完整周期的正弦波。在 $\omega=\omega_s$ 情况下，式(5-21)中的 τ 可以看成是取样脉冲相对于被测信号 $x(t)$ 起始点的延时。这说明，逐渐改变取样点相对于被测信号 $x(t)$ 起始点的时间，可以从噪声中恢复出被测信号的波形，这正是扫描式取样积分器的工作原理。

(3) 取样积分器稳态输出时的衰减系数取决于 $\sin(\pi\Delta)/(\pi\Delta)$，若要求衰减系数小于 3dB，则要求

$$\frac{\sin(\pi\Delta)}{\pi\Delta}<\frac{1}{\sqrt{2}}$$

由上式解得 $\pi\Delta<1.392$，由 $\Delta=T_g/T$ 可得

$$T_g<0.4431T \tag{5-22}$$

式(5-22)说明，为了使取样积分的稳态值衰减不多，取样脉冲宽度 T_g 要足够窄，如果 $T_g>0.4431T$，则衰减系数有可能大于 3dB。

2. 当 $\omega=n\omega_s$ 时

这意味着 $x(t)$ 的频率 ω 等于取样脉冲 $p(t)$ 的某次谐波频率，这时指数式门积分器的稳态输出为

$$u_o(t)=x_m\frac{\sin(n\pi\Delta)}{n\pi\Delta}\cos(n\omega_s\tau)\left[1-\exp\left(-\frac{\Delta}{RC}t\right)\right] \tag{5-23}$$

当 $n=1$ 时，式(5-23)就退化为基波情况下的式(5-21)。由式(5-23)可得如下结论。

(1) 当改变延迟时间 τ 时，输出按 $\cos(n\omega_s\tau)$ 的规律变化，这说明通过改变延迟时间 τ 可以恢复被测信号的任何高次谐波分量的波形。

(2) 式(5-23)右边中括弧中的项说明，输出信号中的高次谐波分量也是按指数规律逐渐积累的过程，积分的时间常数也是 $T_e=RC/\Delta$。

(3) 为了使恢复的被测信号的 n 次谐波分量衰减系数小于 3dB，要求

$$\frac{\sin(n\pi\Delta)}{n\pi\Delta}<\frac{1}{\sqrt{2}}$$

由上式解得 $n\pi\Delta<1.392$，由 $\Delta=T_g/T$ 可得

$$T_g<0.4431T/n \tag{5-24}$$

式(5-24)说明，取样脉冲宽度越窄，输出信号的分辨率越高。要想使恢复信号的 n 次谐波分量衰减系数小于 3dB，取样脉冲的宽度必须小于 n 次谐波周期的 0.4431 倍。

3. 当 $\omega=n\omega_s+\Delta\omega$ 时

这意味着 $x(t)=x_m\cos[\omega(t-\tau)]$ 的频率 ω 偏离取样脉冲的 n 次谐波 $n\omega_s$ 一个 $\Delta\omega$，这时指数式门积分器输出的稳态振幅为

$$u_{om}=x_m\cdot\frac{\sin(n\pi\Delta)}{n\pi\Delta}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+(\Delta\omega RC/\Delta)^2}} \tag{5-25}$$

式(5-25)除以 $x(t)$ 的振幅 x_m，就可以得到在 $\omega=n\omega_s$ 附近的幅度响应

$$|H_n(\omega)|=\frac{\sin(n\pi\Delta)}{n\pi\Delta}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+(\Delta\omega RC/\Delta)^2}} \tag{5-26}$$

式中，$\Delta\omega=\omega-n\omega_s$。

式(5-26)说明，经过取样积分，输入被测信号在各谐波处要经过一阶带通滤波，带宽取决于等效时间常数 $T_e=RC/\Delta$。而且，各次谐波处的幅度按取样函数 $\sin(n\pi\Delta)/(n\pi\Delta)$ 分布。

当取样脉冲的占空比 $\Delta\ll1$ 时，有 $\Delta\omega RC/\Delta\gg1$，$n\pi\Delta\ll1$，那么式(5-26)可以简化为

$$|H_n(\omega)|=\frac{\Delta}{\Delta\omega RC} \tag{5-27}$$

将式(5-26)推广到各次谐波的情况，将各次谐波处的幅度响应求和就得到指数式取样积分器总的幅度响应 $|H(\omega)|$

$$|H(\omega)|=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\sin(n\pi\Delta)}{n\pi\Delta}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+[(\omega-n\omega_s)RC/\Delta]^2}} \tag{5-28}$$

根据式(5-28)，当 $\Delta=T_g/T=0.2$ 时，取样门电路的幅频响应 $|H(f)|$ 示于图 5-8。可以看出，$|H(f)|$ 是一个幅度服从取样函数规律的离散频域窗。

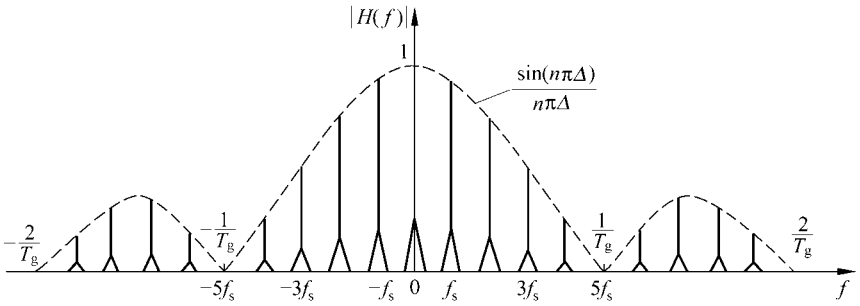

图 5-8　取样门电路的输出特性

由式(5-28)和图 5-8 可以得出以下几点结论。

(1) 在取样频率 f_s 的各次谐波处的带宽随积分时间常数 RC 的增加而减少，随占空比 $\Delta=T_g/T$ 的减少而减少。也就是说，其带宽取决于 $\Delta/(2\pi RC)$。

(2) 在 f_s 的各次谐波处的通带幅度服从取样函数 $\sin(n\pi\Delta)/(n\pi\Delta)$ 的规律。

5.2.3　指数式门积分的信噪改善比

1. 污染噪声为白噪声时的信噪改善比

由图 5-5(b)的响应曲线可知，对于时间常数为 T_c 的指数式积分器，当有效积分时间接近 $5T_c$ 时，积分效果变得不明显。设积分次数为 N，每次取样积分时间为 T_g，则有效积分时间为 NT_g。为了使积分作用有效，应该保证

$$NT_g<5T_c \tag{5-29}$$

在本章后面的数字累加部分将会看到，对于污染噪声是白噪声的情况，取样累积 N 次所能实现的信噪改善比(有效值)为

$$SNIR=\sqrt{N}$$

将式(5-29)代入上式得

$$SNIR<\sqrt{5T_c/T_g} \tag{5-30}$$

式(5-30)只是给出了信噪改善比的大致范围。用数学分析的方法确定准确的信噪改善比 $SNIR$ 比较繁琐，根据文献[15]中的分析，对于污染噪声是白噪声的情况，指数式门积分可以达到的信噪改善比(有效值)为

$$SNIR=\sqrt{2T_c/T_g} \tag{5-31}$$

2. 污染噪声为有色噪声时的信噪改善比

对于污染噪声为有色噪声的情况，例如白噪声通过 RC 低通滤波器后的输出 $x(t)$ 就是一种有色噪声，根据式(1-65a)，其自相关函数可以表示为

$$R_x(\tau)=P_n\exp(-|\alpha\tau|) \tag{5-32}$$

式中，$P_n=R_x(0)$ 为噪声的功率，$\alpha=1/(RC)$ 为有色噪声的相关函数指数因子，则指数式门积分可以达到的信噪改善比 $SNIR$(有效值)为

$$SNIR\approx\sqrt{\frac{2T_c/T_g}{1+2e^{-\alpha T}}} \tag{5-33}$$

式中，T 为取样周期。对于白噪声的情况，相当于 $\alpha=\infty$，式(5-33)可简化为式(5-31)。

5.3　取样积分器的工作方式

取样积分器的工作方式可分为定点式和扫描式两种，一般将这两种工作方式组合在同一仪器中，由用户选择使用哪种工作方式。定点工作方式用于检测信号波形上某一特定位置的幅度，而扫描工作方式用于恢复和记录被测信号的波形。

5.3.1　定点工作方式

在定点工作方式中，参考触发信号与输入被测信号保持同步，经过延时后产生固定宽度为 T_g 的门控信号，这样取样积分总是在被测信号周期的固定部位进行。定点工作方式比较简单，适用于检测处理周期信号或似周期信号固定部位的幅度，例如接收斩波光的光电倍增管(PMT)的输出电流，心电图一定部位(例如 R 波)的幅度等。

图 5-9 所示为定点取样积分电路原理方框图，它由信号通道、参考通道和门积分器组成。信号通道中的前置放大器为宽带低噪声放大器，用于将叠加了噪声的微弱被测信号 $x(t)$ 放大到合适的幅度。参考通道由触发电路、延时电路和取样脉冲宽度形成电路组成。参考信号可以是与被测信号相关的信号(例如交流电桥测量电路的交流电源)，也可以是被测信号本身。当参考信号的一定特征(例如幅度或变化率)达到一定数值时，则产生触发信号，触发信号经过延时后触发门控电路，以形成宽度为 T_g 的取样脉冲，在被测信号周期中的固定部位进行取样和积分。延时电路的延时量可调，以便调整取样的部位。对取样积分输出信号 $u_o(t)$ 可以进一步放大，以便于观测或记录。

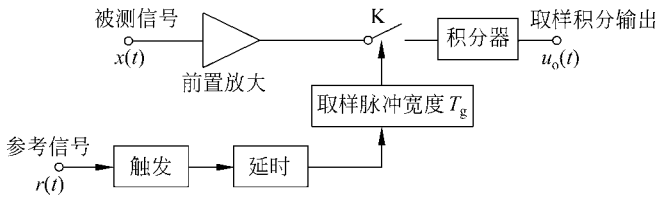

图 5-9　定点取样积分原理示意图

定点工作方式中的各点波形示于图 5-10。图中，参考触发信号经过一定时间的延迟 T_d

之后，电路产生宽度为 T_g 的取样脉冲，对被测信号的固定部位进行取样积分。可以看出，在每个信号周期内，取样积分只进行了一次，在 T_g 期间取样并积分，而在其他时间开关 K 断开，保持积分结果，输出信号呈现阶梯式累积的波形。经过多个周期的取样积分，输出信号趋向于被测信号取样点处的平均值。

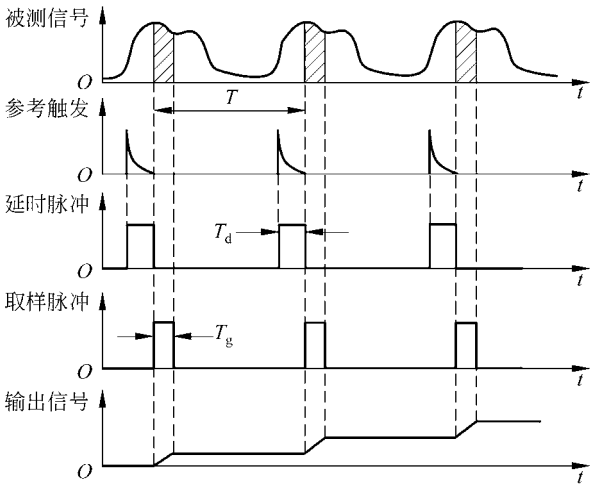

图 5-10　定点工作方式取样积分的各点波形

在定点工作方式中，因为取样点相对于信号起始时刻的延时是固定的，取样脉冲宽度 T_g 也保持不变，所以取样总是在被测信号距离原点为固定延时的某个小时段重复进行，积分得到的结果是该时段的多次累加积分值。利用信号的确定性和噪声的随机性，重复取样积分的结果将使信噪比得以改善。

图 5-11 所示是一种比较特殊的定点差值取样积分电路[12]，图中的触发整形电路和延时电路用于产生相对于参考信号原点固定延时 T_d 的取样脉冲，其宽度 T_g 由取样脉冲宽度控制电路设定。电阻 R、电容 C 和 A_2 组成积分器，放大器 A_1 和 A_3 组成差值积分电路。被测信号经前置放大与上次取样积分结果的分压值相比较，在 A_1 的输出端得到差值信号，该差值信号被送到取样门进行定点取样，再经积分器积分得到输出信号。在电子开关 K 接通期间，积分器对 A_1 输出进行积分；在电子开关 K 打开期间，由于运算放大器 A_2 的输入阻抗很高，积分器保持上次的积分结果。图中的 R_1、R_2 以及 A_3 组成反馈支路，A_1 将当前的前置放大输出与上次取样积分的输出进行比较，输出给取样门 K 的电压为

$$u_1(t)=A_1\left(A_0x(t)-\frac{R_2A_3}{R_1+R_2}\cdot u_o(t)\right) \tag{5-34}$$

所以这是一种差值取样积分，其工作原理类似于密勒积分器。

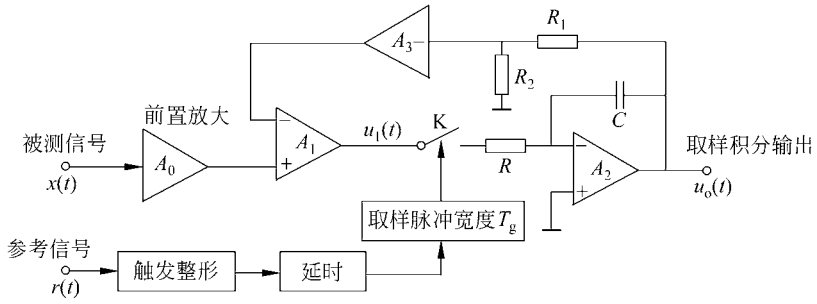

图 5-11　定点差值取样积分电路

5.3.2　扫描工作方式

定点式取样积分器只能用于测量周期或似周期信号固定部位的电压，却不能用于恢复被测信号的整个波形。在取样积分器的扫描工作方式中，取样点距离波形原点的延时量被逐渐延长。随着一个个信号周期的到来，取样点沿着信号周期波形从前向后进行扫描，从而恢复被噪声污染的波形。

扫描式取样积分器的结构方框图示于图 5-12，图中的慢扫描电路用于产生覆盖很多个信号周期的锯齿波，其宽度为 T_s；时基电路用于产生覆盖被测信号周期中需要测量部分的锯齿波，其宽度为 T_B。比较器电路对两个锯齿波进行比较，从而产生逐渐增加的延时，这样就可以在被测信号的逐个周期中从前向后延时取样，以便实现对原信号的逐点恢复。门控电路用于产生宽度为 T_g 的取样脉冲。

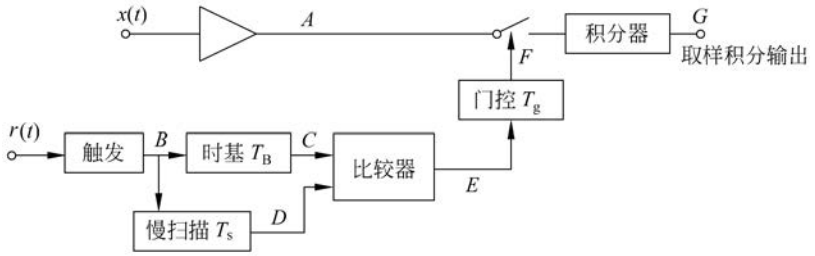

图 5-12　扫描式取样积分结构框图

图 5-13 示出扫描式取样积分器的各点波形，(a)为被测信号 $x(t)$ 波形；(b)为由参考信号 $r(t)$ 产生的触发信号波形；(c)为由慢扫描电路产生的长周期 T_s 锯齿波(虚线)，以及覆盖被测信号需要测量部分的时基 T_B 锯齿波(实线)；比较器根据两个锯齿波的相交点产生延时脉冲，如图 5-13(d)所示，其上升沿相对于触发脉冲的延时逐渐增加；由延时脉冲触发门控电路产生逐次后移的取样脉冲，如图 5-13(e)所示。可以看出，随着被测信号周期的逐个到来，取样点在信号周期中的位置从前向后逐次移动，在经历了很多个信号周期后(为简单计，图 5-13 只

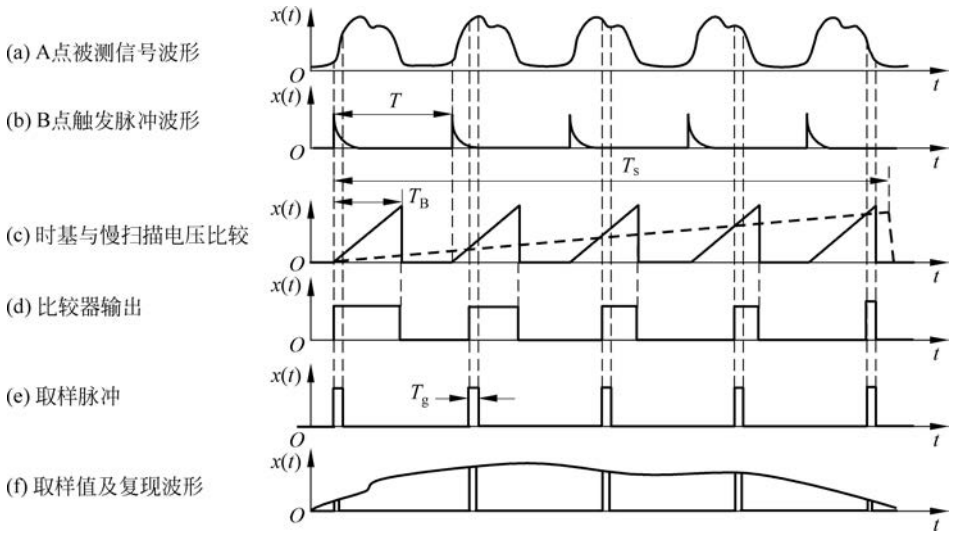

图 5-13　扫描式取样积分各点波形

画出 5 个周期)，由取样值的包络线可以显现被测信号的波形，不过周期比原信号长了很多倍，如图 5-13(f)所示。因此，利用 X-Y 记录仪可以记录显示被测信号的波形。把记录仪的 X 输入端连接到慢扫描锯齿波输出，Y 输入端连接到取样积分输出信号端就能实现这种记录。

设取样脉冲相对于信号周期起始点的延迟量在每个信号周期中增加 Δt，如果时基锯齿波宽度为 T_B，慢扫描锯齿波宽度为 T_s，时基锯齿波与慢扫描锯齿波的幅度相同，则根据图 5-13(c)中的几何关系，可得

$$\Delta t = \frac{T_B T}{T_s - T_B} \tag{5-35}$$

式中，T 为信号周期。考虑到 $T_s \gg T_B$，式(5-35)可简化为

$$\Delta t \approx \frac{T_B T}{T_s} \tag{5-36}$$

扫描式取样积分的工作过程是一种移动平均式的积分，如图 5-14 所示。图中，$x(t)$是被测信号波形，取样积分器对 T_g 时段内(虚线框内)的 $x(t)$进行积分，得到一个 $u_o(t)$输出值，在信号的下一个周期虚线框向右移动一个小小的时段 Δt，再次进行积分。重复上述过程直到扫描完要测量的时段，就像积分框沿着信号周期向前移动一样，所以这种积分方式又叫作运转积分(running integration)，或称 Boxcar 积分。

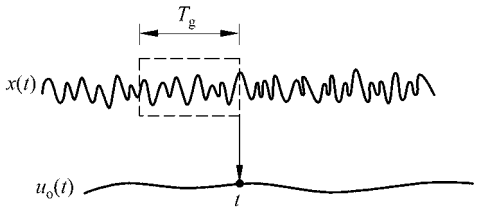

图 5-14　扫描式移动取样积分示意图

任何信号都可以分解成不同频率分量的组合，设 $x(t)$的频率为 ω 的分量为

$$x_i(t) = V_m \exp(j\omega t) \tag{5-37}$$

式中，V_m 为该频率分量的幅度，则在时刻 t 的积分平均结果为

$$\begin{aligned} u_o(t) &= \frac{1}{T_g}\int_{t-T_g}^{t} V_m \exp(j\omega t')\,dt' \\ &= \frac{V_m \exp(j\omega t')}{j\omega T_g}\bigg|_{t-T_g}^{t} = \frac{V_m \exp(j\omega t)}{j\omega T_g}[1-\exp(-j\omega T_g)] \\ &= \frac{x_i(t)}{j\omega T_g}[1-\cos(\omega T_g)+j\sin(\omega T_g)] \\ &= x_i(t)\exp(-j\omega T_g/2)\,\frac{\sin(\omega T_g/2)}{\omega T_g/2} \end{aligned} \tag{5-38}$$

对比式(5-37)和式(5-38)可得，取样积分的频率响应为

$$|H(\omega)| = \frac{|u_o|}{|x_i|} = \frac{\sin(\omega T_g/2)}{\omega T_g/2} \tag{5-39}$$

上述结论也可以由下面的数学推导得出。对于图 5-14 所示移动取样积分过程，时刻 t 积分器的输出为

$$u_o(t) = \frac{1}{T_g}\int_{t-T_g}^{t} x(u)\,du$$

式中的 T_g 为固定积分时间。积分器在时刻 $t-\tau$ 的输出为

$$u_o(t-\tau) = \frac{1}{T_g}\int_{t-\tau-T_g}^{t-\tau} x(v)\,dv$$

积分输出 $u_o(t)$的自相关函数为

$$R_{u_o}(\tau)=E[u_o(t)u_o(t-\tau)]=E\left[\frac{1}{T_g}\int_{t-T_g}^{t}x(u)\mathrm{d}u\cdot\frac{1}{T_g}\int_{t-\tau-T_g}^{t-\tau}x(v)\mathrm{d}v\right]$$

$$=\frac{1}{T_g^2}\int_{t-T_g}^{t}\mathrm{d}u\cdot\int_{t-\tau-T_g}^{t-\tau}\mathrm{d}vE[x(u)x(v)]$$

$$=\frac{1}{T_g^2}\int_{t-T_g}^{t}\mathrm{d}u\cdot\int_{t-\tau-T_g}^{t-\tau}\mathrm{d}vR_x(u-v) \tag{5-39a}$$

根据式(1-37),有

$$R_x(u-v)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}S_x(\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega(u-v)}\mathrm{d}\omega$$

将上式代入式(5-39a),并改变积分顺序,得

$$R_{u_o}(\tau)=\frac{1}{T_g^2}\cdot\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}S_x(\omega)\mathrm{d}\omega\int_{t-T_g}^{t}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega u}\mathrm{d}u\cdot\int_{t-\tau-T_g}^{t-\tau}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega v}\mathrm{d}v \tag{5-39b}$$

上式中,对 u 的积分为

$$\int_{t-T_g}^{t}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega u}\mathrm{d}u=\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega T_g})}{\mathrm{j}\omega}$$

对 v 的积分为

$$\int_{t-\tau-T_g}^{t-\tau}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega v}\mathrm{d}v=\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega(t-\tau)}(1-\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega T_g})}{-\mathrm{j}\omega}$$

它们的乘积为

$$\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\tau}\frac{\sin^2(\omega T_g/2)}{(\omega/2)^2}$$

代入式(5-39b),得

$$R_{u_o}(\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}S_x(\omega)\frac{\sin^2(\omega T_g/2)}{(\omega T_g/2)^2}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega\tau}\mathrm{d}\omega$$

根据式(1-37)所表示的自相关函数与功率谱密度的关系,由上式的被积函数可以看出,$u_o(t)$的功率谱密度为

$$S_{u_o}(\omega)=S_x(\omega)\frac{\sin^2(\omega T_g/2)}{(\omega T_g/2)^2}$$

与式(1-60)对比,可知 Boxcar 积分的频率响应函数为

$$|H(\omega)|=\frac{\sin(\omega T_g/2)}{\omega T_g/2} \tag{5-39c}$$

上式与式(5-39)的结果相同。据此可画出取样积分器的幅频响应曲线,如图 5-15 所示。

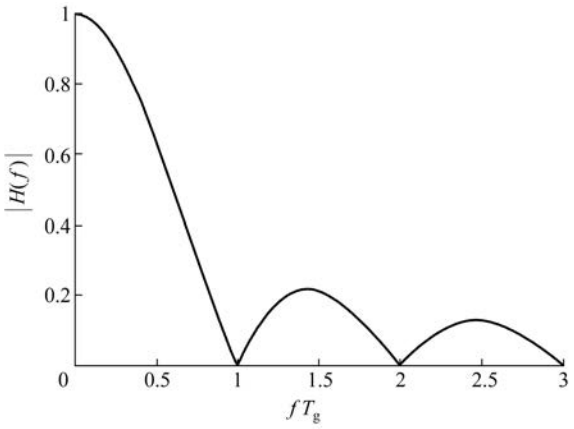

图 5-15　线性取样积分的幅频响应曲线

由时基电路产生的 T_B 锯齿波的起始点及斜率都可以根据需要进行调节,这有利于选择恢复波形的位置和宽度。例如,图 5-16(a)中的 T_B 覆盖了被测波形的大部分,而图 5-16(b)中 T_B 只覆盖了被测波形的中间部分。

在实际仪器中,一般都把图 5-9 电

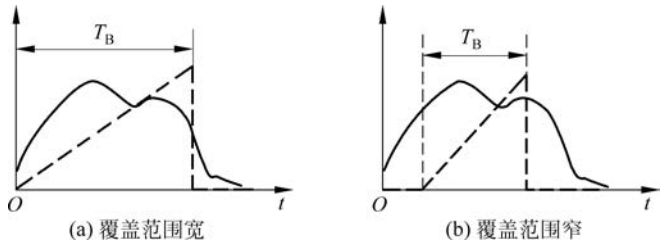

图 5-16　T_B 变化与波形恢复的关系

路和图 5-12 电路组合在一起，由使用者选择定点或扫描工作方式，如图 5-17 所示。当开关 K_1 打到上部时为单点工作方式；当 K_1 打到下部时为扫描工作方式。

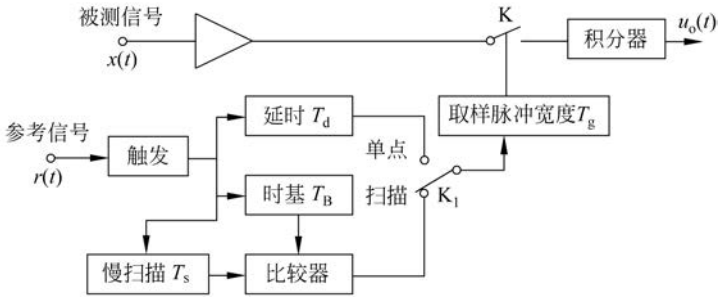

图 5-17　具有单点和扫描两种工作方式的取样积分器结构框图

5.4　取样积分器的参数选择及应用

5.4.1　取样积分器的参数选择

1. 取样脉冲宽度 T_g 的选择

取样脉冲宽度 T_g 不能选得太宽，否则会造成信号中高频分量的损失，使得恢复的信号失真。下面以正弦信号为例，说明取样脉冲宽度 T_g 的选择原则。

对于图 5-18 所示的正弦波 $x(t)=V_m\sin\omega t$，以取样脉冲宽度 T_g 对 $x(t)$ 取样，设取样脉冲的中心时刻为 t_0，则信号取样后的输出电压为

$$x(t)=V_m\sin\omega t,\quad t_0-\frac{T_g}{2}\leqslant t\leqslant t_0+\frac{T_g}{2}$$

经积分器积分后的输出为

$$u_o(t_0)=\int_{t_0-\frac{T_g}{2}}^{t_0+\frac{T_g}{2}}V_m\sin\omega t\,dt=\frac{2V_m}{\omega}\sin\left(\frac{\omega T_g}{2}\right)\sin(\omega t_0)\tag{5-40}$$

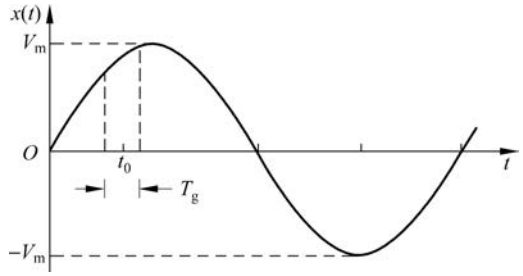

图 5-18　正弦波定点取样

式(5-40)是对任何 ω 都适合的结果。当频率 ω 很低时，$\omega T_g \to 0$，$\sin(\omega T_g/2) \approx \omega T_g/2$，式(5-40)可以近似为

$$u_o(t_0) \approx \frac{2V_m}{\omega}\frac{\omega T_g}{2}\sin(\omega t_0) \tag{5-41}$$

对比式(5-40)与式(5-41)可知，当频率较高时，因为 $\sin(\omega T_g/2) < \omega T_g/2$，积分输出电压会下降，所以会引起信号中高频分量的损失，损失程度可表示为

$$A = \frac{u_o|_\omega}{u_o|_{\omega\to 0}} = \frac{\sin(\omega T_g/2)}{\omega T_g/2} \tag{5-42}$$

式(5-42)与式(5-39c)的结果相同。式(5-42)说明，取样积分对被测信号高频分量的衰减系数 A 与 fT_g 相关，根据式(5-42)可画出 A 与 fT_g 的关系，如图 5-19 所示。若要求取样积分对被恢复信号的最高频率 f_c 的衰减不大于 3dB，即要求 $A \geqslant 1/\sqrt{2}$，则由式(5-42)得

$$f_c T_g \leqslant 0.42$$

或

$$T_g \leqslant 0.42/f_c \tag{5-43}$$

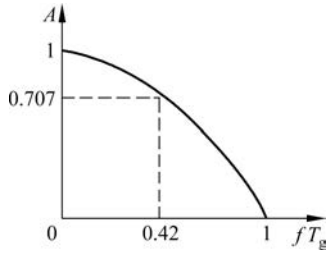

图 5-19　取样积分衰减系数 A 与 fT_g 的关系

可见，希望恢复的信号频率越高，要求取样脉冲宽度 T_g 越窄。式(5-43)与式(5-22)及式(5-24)对 T_g 的要求基本一致。

如果要恢复的信号波形包含很陡的上升沿或下降沿，则取样脉冲宽度 T_g 必须很窄。根据脉冲技术和宽带放大器的分析，脉冲上升时间 t_r 和频带宽度的关系为[12]

$$f_c \approx 0.35/t_r \tag{5-44}$$

由式(5-44)可见，信号波形的上升沿或下降沿越陡，则信号的最高频率 f_c 越高，T_g 应该越窄。但是 T_g 也不能选得太窄，从后面的分析可知，T_g 越窄，测量时间就越长。式(5-43)和式(5-44)可以用作取样脉冲宽度 T_g 的选择原则之一，实际应用中还要与测量时间综合权衡。

2. 时基锯齿波宽度 T_B 的选择

时基锯齿波的起始点及斜率都可以根据需要进行调节，T_B 的范围取决于被测信号周期中需要恢复的区段长度，考虑到各种不确定因素，选择 T_B 时，要在测量区段的两端都留有一定的余地。

3. 积分器时间常数 $T_c = RC$ 的选择

根据取样积分器的工作原理，对于指数式取样积分器，在每个取样脉冲作用期间，取样开关闭合对积分电容充电，充电时间为 T_g；而在两次取样脉冲间隔期间，电容电压保持不变，如图 5-5(b)所示。对于指数式门积分器，当 N 次取样总的积分时间 NT_g 接近 5 倍的积分器时间常数时，信号累积速度减慢，信噪比改善很少。在两倍的时间常数内，信噪比改善得比较明显。根据式(5-31)可得

$$T_c = \frac{(SNIR)^2 T_g}{2} \tag{5-45}$$

而对于线性门积分器，信噪比的改善不受积分器时间常数的限制，仅受电路的动态范围限制。取样积分次数 N 越大，信噪改善比 $SNIR$ 越大，两者之间的关系为

$$SNIR = \sqrt{N} \tag{5-46}$$

这时就要根据取样脉冲宽度、测量范围、慢扫描测量时间的要求，综合考虑来确定积分时间常数。

4. 慢扫描时间 T_s 的选择

设取样脉冲 T_g 相对于信号周期起始点的延迟量在每个信号周期中增加 Δt，在许多个被测信号周期内，T_g 相对于被测波形移动的情况示于图 5-20。被测信号的每一点只有在取样脉冲宽度 T_g 内才能被取样，而 T_g 又以时间间隔 Δt 在跳跃移动。所以，对于被测信号的任何一点，被取样次数为

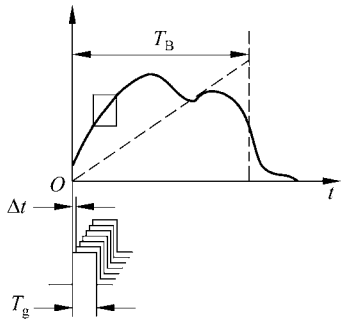

图 5-20 取样脉冲相对于被测信号周期起始点移动示意图

$$N=\frac{T_g}{\Delta t} \tag{5-47}$$

将式(5-36)代入式(5-47)得

$$N=\frac{T_g T_s}{T_B T} \tag{5-48}$$

将式(5-48)代入式(5-46)得

$$SNIR=\sqrt{\frac{T_g T_s}{T_B T}} \tag{5-49}$$

对于线性门积分器，给定所要求的 $SNIR$ 后，由式(5-49)可以估计出需要的测量时间 T_s

$$T_s \geqslant \frac{(SNIR)^2 T_B T}{T_g} \tag{5-50}$$

在指数式门积分器中，为了使电容充电充分，须使总的积分时间 NT_g 比积分器的时间常数 T_c 大很多。当 $NT_g=5T_c$ 时，积分器充电值与稳定值之间的误差为 0.67%。若要求总的积分时间

$$NT_g \geqslant 5T_c$$

则将式(5-48)代入上式得

$$\frac{T_g^2 T_s}{T_B T} \geqslant 5T_c$$

或

$$T_s \geqslant \frac{5T_B T_c T}{T_g^2} \tag{5-51}$$

若按式(5-45)选择积分器时间常数 T_c，则

$$T_s \geqslant \frac{2.5T_B T(SNIR)^2}{T_g} \tag{5-52}$$

由式(5-51)和式(5-52)可见，波形恢复测量的总时间 T_s 正比于要恢复波形宽度 T_B 和信号周期 T，这是比较容易理解的。要达到的信噪改善比 $SNIR$ 对测量时间影响很大，二者为平方关系。

取样脉冲宽度 T_g 的选择要考虑两方面的因素，即既要满足被测信号频率分辨率的要求(见式(5-43))，又要考虑测量时间的问题。如果所选 T_g 太窄导致测量时间 T_s 太长，那么电容的漏电和放大器的漂移也会引起测量误差，所以需要综合权衡两方面的因素。

例 5-1 被测信号周期 $T=10\text{ms}$，测量范围 $T_B=2\text{ms}$，要求信噪改善比 $SNIR=10$，选 $T_B=3\text{ms}$ 以覆盖测量区，$T_g=100\mu\text{s}$，试求指数式取样积分器的参数 T_c 和 T_s。

解：根据式(5-45)及所要求的 $SNIR$ 求出积分器时间常数 T_c 如下

$$T_c=\frac{(SNIR)^2 T_g}{2}=5 \quad (\text{ms})$$

再根据式(5-51)计算总的测量时间

$$T_s \geqslant \frac{5T_B T_c T}{T_g^2} = 75 \quad (s)$$

综上所述，线性取样积分器和指数式取样积分器的参数选择过程分别如图 5-21(a)和图 5-21(b)所示。

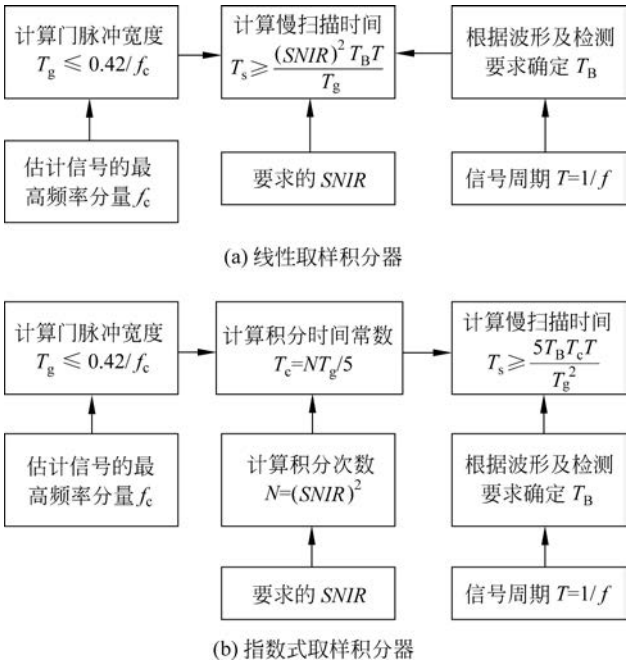

图 5-21　取样积分器参数选择过程框图

5.4.2　基线取样与双通道取样积分器

1. 基线取样

利用取样积分的方法来改善被测信号的信噪比是以时间为代价的。因为在被测信号的每个周期只取样一次，为了改善信噪比，必须对很多个信号周期进行取样积分，这就对系统的稳定性提出了很高的要求。当被测信号周期较长或要求的 $SNIR$ 较大时，必须进行长时间的测量，才能达到要求。而在长时间的测量过程中，由于电容漏电、放大器的零点和增益变化、其他元器件的温度漂移和时间漂移、激励源的起伏等因素，被测信号的零点基线已经发生了变化，称之为基线漂移。

图 5-22 示出没有漂移的信号波形和漂移后的信号波形。可以看出，消除基线漂移对于信号的精确测量是十分重要的。采用低漂移器件，对器件进行老化筛选，改进电路设计等措施对改善漂移都有一定的作用，但实际实现起来往往具有一定的困难，改善效果也很有限。而基线取样方法对于改善取样积分测量的漂移是行之有效的。

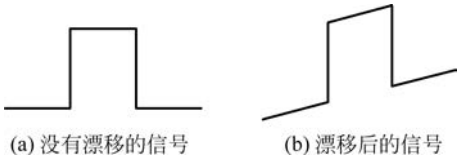

图 5-22　基线漂移示意

基线取样的基本原理是：在每个信号周期内先取样一次信号的有效成分，再取样一次信号的基线，两者相减得到扣除漂移后信号成分的有效幅值。

具有基线取样补偿的取样积分器的结构框图示于图 5-23，它包括两个相同的取样积分

器，由时基控制实现在不同时刻对信号和基线的交替选通，通过积分器 1 和积分器 2 分别对信号和基线的取样值进行积分，两者相减就在输出中消除了基线漂移。

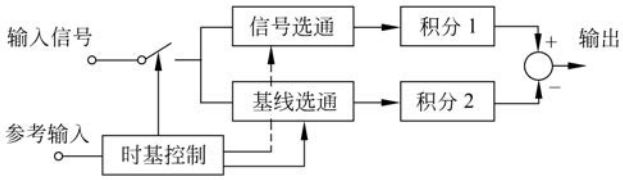

图 5-23　具有基线取样补偿的取样积分器结构框图

图 5-24 示出基线取样的工作波形。图 5-24(a)所示为被测斩波信号波形，其低电压处的起伏反映了背景噪声和基线漂移。在时基控制电路中，参考输入在每个信号周期产生一个触发脉冲，如图 5-24(b)所示；由触发脉冲触发产生一个覆盖被测信号周期的锯齿波，如图 5-24(c)所示；利用比较器将锯齿波与交替的固定电压 V_1 和 V_2 相比较，从而在时刻 t_1 和 t_2 分别产生取样脉冲 A 和 B，如图 5-24(d)所示；用取样脉冲 A 和 B 分别对基线和有用信号进行取样，并分别积分。长时间的 A 点和 B 点交替取样积分的结果为，积分器 1 输出为信号的累积平均值，积分器 2 输出为基线的累积平均值，两者相减就实现了对基线漂移的补偿。

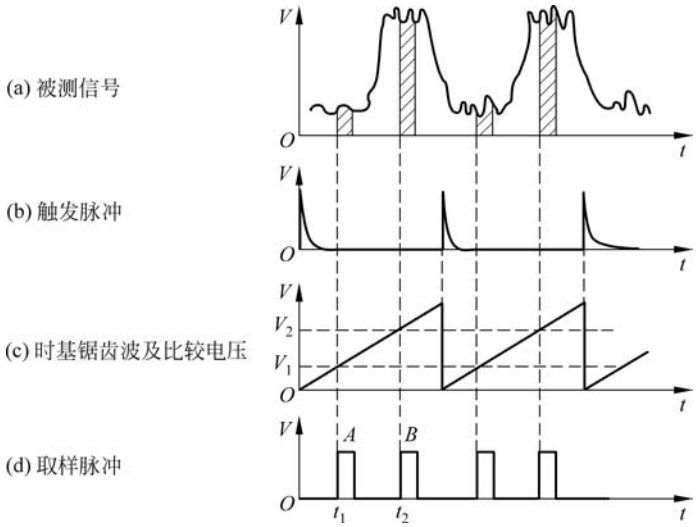

图 5-24　基线取样工作原理

如果 V_1 为固定电压，V_2 用慢扫描锯齿波 T_s 来代替，则上述交替取样积分过程对于基线为定点取样积分，而对于信号为扫描式取样积分，这样的取样积分可以用来恢复被测信号所需部分的波形，又克服了基线漂移的不利影响。

2. 双通道取样积分器

双通道取样积分器系统由两路基线取样积分器组成，如图 5-25(a)所示。它利用两路取样积分器分别对被测信号和作为标准的另一路信号进行消除基线的取样积分，将被测量与标准量对比，以消除由信号基线以及激励源起伏造成的误差，使测量更为准确和可靠。

信号通道对被测信号及其基线进行取样积分，以消除信号基线漂移的影响，输出为 A。标准通道对用作激励源的标准信号及其基线进行取样积分，消除标准通道基线漂移的影响，输出为 B。之后进行 A/B 的运算，对测试结果进行归一化处理，从而克服激励源起伏引起的测量误差。图 5-25(b)示出对信号和标准分别取样的波形。为了实现各取样点的准确定时，确定取样脉冲宽度等功能，系统还必须包括时基和延时控制部件，在图中未示出。

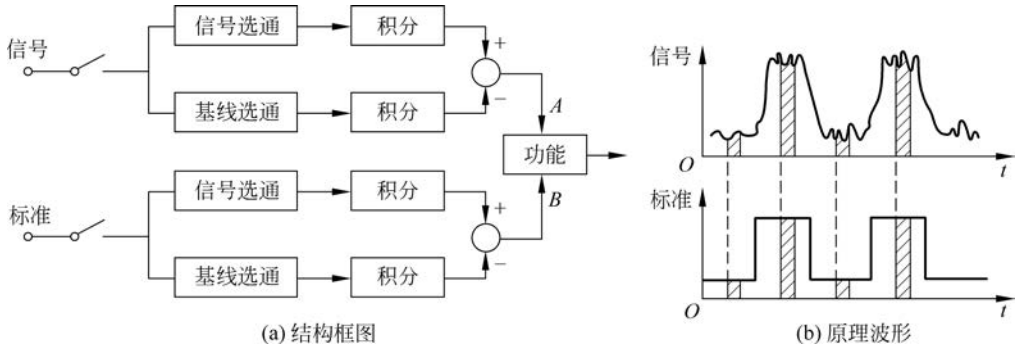

图 5-25　双通道取样积分器

例如在激光测量中，当测量时间较长时，激光光源的强度可能发生变化，从而导致测量误差。在这种情况下可以利用 A 通道作基本测量，利用 B 通道检测光源的强度，从而补偿光源强度变化带来的影响。

除了常用的 A/B 运算外，功能插件还可以选择 A 输出、B 输出、$A-B$、$A\times B$、$\lg(A/B)$ 等功能，给测试带来很大方便。

5.4.3　多点取样积分器系统

上面介绍的定点式和扫描式取样积分器都属于单点式取样，即每个信号周期内只取样积分一次，所以取样效率很低，需要经过很多信号周期才能得到测量结果。当被测信号重复频率较低时，必然导致检测时间太长。尤其是当被测信号包含快速跳变沿时，为了恢复被测信号的高频分量，根据式(5-43)，取样脉冲宽度 T_g 必须很窄。这样一来，在扫描式工作方式中，为了恢复被测信号波形，由式(5-51)计算出的测量时间 T_s 会很长，电容漏电和电路漂移都会造成测量结果的误差。

例如，对于 10Hz 的被测信号，若选 $T_g=0.1\text{ms}$，要求 $SNIR=100$，全周期恢复波形则要求 $T_B=T=0.1\text{s}$，那么按式(5-52)计算出的测量时间 $T_s\approx 29$ 天，这当然是很不现实的。

多点式取样积分器是在每个被测信号周期内取样多点，其电路相对要复杂一些，但是对被测信号的利用率高，经过不太多的信号周期就可以得到测量结果。图 5-26 示出多点式取样积分器的电路结构，它包括多个电子开关和积分电容，相当于多个单点取样积分器组合在一起。在取样时间控制逻辑的控制下，各个电子开关轮流闭合，在每个取样脉冲 T_g 期间只有一个开关闭合，M 个开关轮流闭合一次，扫描完一个被测信号周期中要测量的时段。当下一个信号周期到来时，重复上述工作过程。这样就可以在信号周期的不同时段对不同的电容充电，达到多点取样积分的目的。

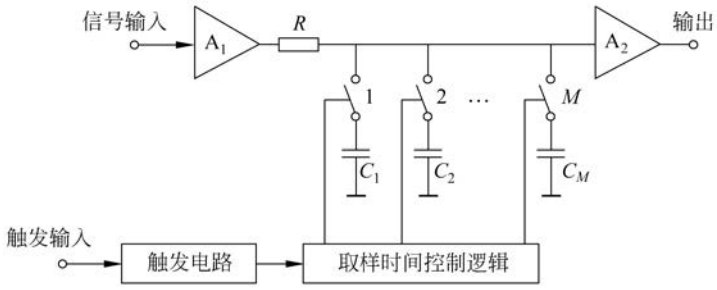

图 5-26　多点取样积分器电路结构

多点取样积分器工作波形示于图 5-27，图中，T 为信号周期，T_g 为取样脉冲宽度，每个信号周期只画出了 3 个取样间隔和 3 个相应的积分器。注意，图 5-26 中轮流闭合的电子开关具有两个作用：一个作用是在信号周期的不同取样时段开关切换到不同的电容进行积分；另一个作用是使输出放大器的输入端也轮流切换到不同电容的积分电压上，也就是实现图 5-27 中轮流输出选择的功能。因此，输出放大器 A_2 的输出波形就反映了扫描式取样积分的结果。经过多个信号周期的扫描式取样积分，输出波形的信噪比将得以改善，所实现的 $SNIR$ 正比于信号周期数 i 的平方根。

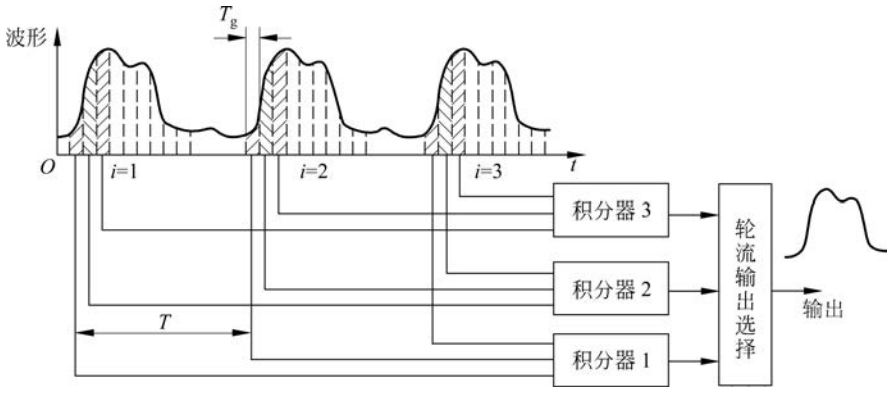

图 5-27　多点取样积分器工作波形示意图

图 5-26 电路正常工作的关键是，在信号周期中需要测量的时段内，取样时间控制逻辑电路依次给各个电子开关输出取样脉冲，其余电路比较容易实现。这种多点取样积分器成本低、取样效率高、工作速度快。但是，由于每个取样点都需要一套单独的电子开关和积分电容，所以每个信号周期中的取样点数不可能太多，一般为 50～100 点。此外因为电容存在漏电问题，所以信号电压保持时间有限，很难实现对低频信号的恢复。

5.4.4　取样积分器应用实例

取样积分器已广泛应用于物理、化学、生物学以及工业检测技术等许多领域，国内外已经研制开发出若干种实用的取样积分检测仪器。这里只列举几种比较典型的应用实例。

1. 材料的光学特性检测

为了检测某种材料的光学特性，例如光学材料对某种特定波长的单色光的吸收特性，可以利用马达带动等距开槽的斩光盘，使经过斩波的单色光透射过被测材料样品，如图 5-28 所示。光电倍增管 PMT 将透射过被测材料的斩波光转换为电信号，其中包含杂散光、漏电流、暗电流等各种噪声。利用定点式取样积分提高输出信号的信噪比，并利用基线取样补偿基线的漂移，就可以根据输出信号判别被测材料的吸收特性。在斩波盘两侧装设小灯和光敏器件，光敏器件输出的脉动信号可以用作取样积分的参考信号。

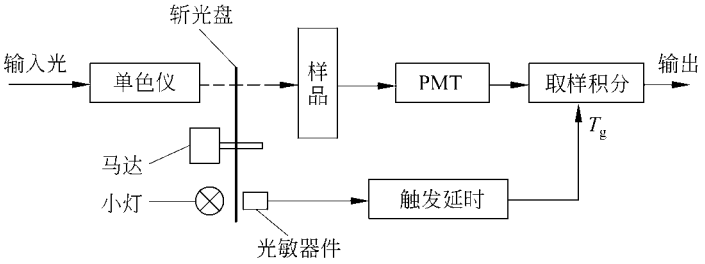

图 5-28　利用斩波光检测材料的光吸收特性

2. 霍尔效应测量

对于如图 5-29 所示的半导体薄片，若在它的两端通以控制电流 I，并在薄片的垂直方向施加磁感应强度为 B 的磁场，则在磁场和电流的垂直方向上将产生电动势 V_H，这种现象称为霍尔效应(Hall effect)。

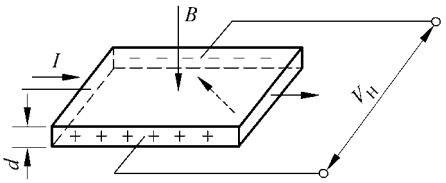

图 5-29　霍尔效应原理图

霍尔效应的产生是由于半导体中的运动电荷受洛伦兹(Lorentz)力作用的结果。设在 N 型半导体薄片的控制电流端通以电流 I，则半导体中电子的运动方向与电流方向相反。如果在垂直于半导体薄片的方向上施加磁场 B，洛伦兹力的作用会使电子向一边偏转，见图 5-29 中的虚线箭头方向。这会导致该边的电子堆积，而另一边则积累正电荷，于是产生电场。该电场阻止运动电子的继续偏转，当电场作用力与洛伦兹力相等时，电子的积累就达到动态平衡。这时，在薄片积累了电荷的两个端面之间建立的电场称为霍尔电场，相应的电位差称为霍尔电势 V_H，当 I 与 B 垂直时，V_H 的大小为

$$V_H = R_H IB/d \quad (\mathrm{V})$$

式中，R_H 为霍尔常数，取决于材料的物理性质，m^3/C；I 为控制电流，A；B 为磁感应强度，T；d 为霍尔元件的厚度，m。由上式可知，对于给定的霍尔元件，如果给定 I 和 B 中的任一项，就可以由 V_H 测出另一项，而且检测的特性曲线是线性的。在实际应用中常使用霍尔元件检测位移或磁场。

图 5-30 所示是利用霍尔元件检测磁场强度，由于干扰磁场的存在，霍尔元件的输出电势常常夹杂着明显的噪声。利用取样积分器抑制噪声，可以使输出信噪比得以改善。霍尔元件输出电势中还包含了不等位电势、寄生直流电势、感应电势、温度误差等因素，这些因素都会影响测量结果的精确度。如果霍尔元件的激励电流 I 是频率为 f 的方波，这相当于对磁场强度进行斩波测量，那么前面介绍的基线取样方法可以用来补偿检测元件固有的偏差以及基线的漂移。

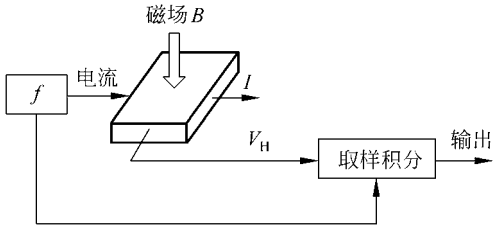

图 5-30　利用取样积分器检测霍尔电势

3. 利用超声波检测材料特性

超声波是频率高于 20kHz 的机械振动波。当超声波入射到某种物体中时，部分超声波被反射，部分超声波被吸收，部分超声波透射过该物体。当超声发射源与反射物体之间存在相对运动时，接收到的超声频率会发生偏移，即出现多普勒效应。超声波的这些性质可以用来检测多种物理量，例如距离、流速、料位等，还可以用来探测构件中的裂缝、气泡或其他缺陷，称之为超声波探伤。此外，超声波在医学诊断领域也获得广泛应用。

超声波发送器和接收器一般都是由压电材料构成，在受到电脉冲激励时，超声波传感器会发送一串短时段逐渐衰减的超声波，频率等于其共振频率。如果激励电压是频率等于其共振频率的持续正弦波，则超声波传感器会发送持续的超声波；如果超声波传感器接收到等于其共振频率的超声波，它又可以把超声波转换为电信号。

利用超声波检测材料特性的原理框图示于图 5-31。图中的脉冲发生器产生不断重复的短时脉冲，该短时脉冲经驱动电路激励超声波发送探头发送断续的但波形重复的超声波。超声波接收探头接收透射过被测材料的超声波，并将其转换为比较微弱的电信号，电信号经放大

后再由取样积分器提高信噪比。通过对被测材料声波速度特性和声波衰减特性的研究，可以揭示材料的弹性系数和材料中压力、张力的关系。由脉冲发生器输出的重复脉冲是超声波的激励源，它可以用作取样积分的同步参考信号。

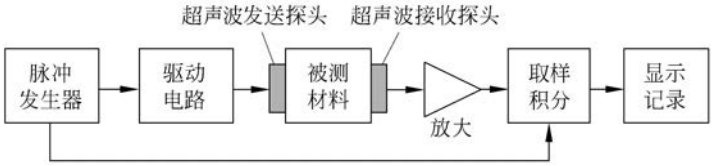

图 5-31　超声波检测材料特性

4. 荧光光谱测量

在荧光光谱测量中，通过测量荧光的衰减特性可以了解其发光机理。图 5-32 所示是利用双通道取样积分器测量纳秒荧光光谱的结构框图。可调染料激光器光源经分光镜分成两路光束 A 和 B，光束 A 照射样品激发荧光，经单色仪用光电倍增管检测；光束 B 用于对激光源强度进行检测。因为测量时间长，光源强度会发生变化，利用双通道取样积分器作 A/B 运算，可以补偿光源强度的变化，消除光源波动的影响。

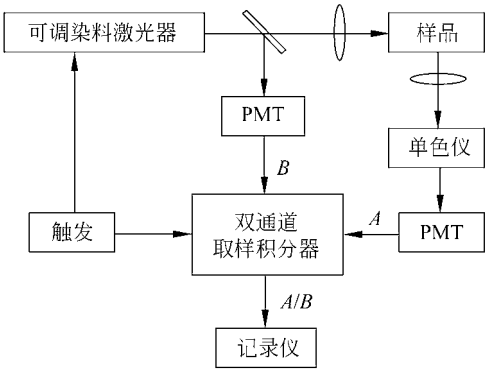

图 5-32　双通道取样积分器测量荧光光谱

5.5　数字式平均

随着集成电路技术和计算机技术的日益发展，数字处理方法得到越来越广泛的应用。与单点取样积分器系统相比，多点数字式平均方法在每个信号周期内取样多次，信号利用率高，利用数字式累加代替模拟电路积分，并利用数字式存储器存储处理结果，没有漏电和漂移问题。这些特点使得数字式多点平均方法得到广泛应用，计算机的普及也为这种推广应用提供了条件。

模拟式取样积分和数字式多点平均的特点对比示于表 5-1。

表 5-1　取样积分和数字式多点平均方法的特点比较

方法	*SNIR*	取样效率	频率	保持时间	取样脉冲宽度 T_g
取样积分	$\sqrt{2T_c/T_g}$	$T_g/T\times100\%$	适于高频	差(电容)	窄(分辨好)
数字式平均	$\sqrt{N}$(N 为累加次数)	100%	适于低频	好(存储器)	不太窄(分辨差)

从表 5-1 可见，取样积分和数字式平均各有特点，取样积分的取样门可以做得很窄，适用于恢复高频信号；数字式平均必须用 A/D 转换器将模拟信号转换为数字信号。因为模数转

换需要时间，取样脉冲宽度不容易做得很窄，所以更适用于低频和中频信号。但是，随着微电子技术的发展，取样保持电路和 A/D 转换器芯片的工作速度越来越快，计算机的运行速度也在不断提高。这样一来，数字式平均的取样脉冲宽度也可以做得很窄，也能适应恢复高频信号的需要，所以数字式平均得到了越来越广泛的应用。

5.5.1　数字式平均的原理及实现

在微弱信号检测领域中，常常遇到有限时段的信号重复出现许多次，相邻出现的信号之间的时间间隔可能是固定值，也可能是变化量。这样的信号称之为重复信号。当各次重复信号之间的时间间隔为固定值时，该信号就是周期信号。如果这样的信号被噪声污染，通过对多次重复的信号进行数字式平均，就可以改善其信噪比。

数字式平均的工作过程为：由采样保持器对被测信号进行取样，再由 A/D 转换器将被测信号取样值变换为数字量，并将其存储在寄存器或存储器中；累加平均的运算过程由微处理单元(MPU)或数字信号处理器(DSP)完成，运算结果存储在寄存器或存储器中，并可由 D/A 转换器输出相应的模拟量。

图 5-33 所示为周期信号的取样和数字式平均运算过程，被测信号的周期为 T，在每个周期的起始处触发取样过程，每个周期内均匀取样 M 次，取样时间间隔为 Δt。对比图 5-33 与图 5-27 可见，两者的工作过程非常类似，只不过实现方法不同。

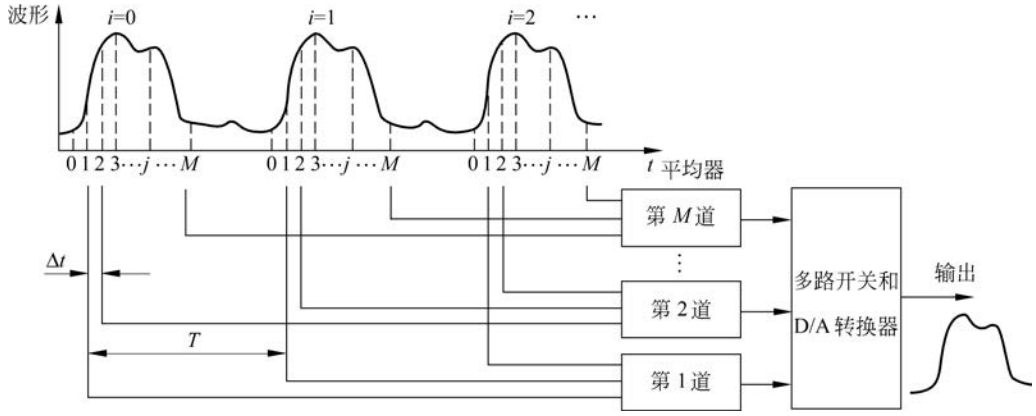

图 5-33　数字式平均的取样和运算过程

对于第 j 道取样信号，数字式平均的运算过程可以表示为

$$A(j)=\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}x(t_j+iT),\quad j=1,2,3,\cdots,M \tag{5-53}$$

式中，T 为被测信号周期，t_j 是第一次对第 j 道信号取样的时刻。对于 $j=1,2,3,\cdots,M$，按式(5-53)分别计算出各种 j 所对应的数字平均值 $A(j)$，并经过 D/A 转换器依次输出 $A(j)$，就可得到平均后的被测信号波形。因为被测信号为确定性的信号，所以多次平均后仍然为信号本身；而干扰噪声为随机噪声，多次平均后其有效值会大为减少，从而提高信噪比。

对于周期不同的重复信号，运用数字式平均的关键是如何确定每段信号的起始点，换言之，取样过程要与信号的出现保持同步。如果重复信号是由某个其他信号源激励产生的，即使该激励信号是非周期或不规则的，那么也可以利用该激励信号作为每次重复开始取样的同步信号。如果无法从其他信号源或先验知识确定每段信号的起始点，则只能由测量信号本身来确定各次重复的起始点，例如利用被测信号的幅度或斜率来触发取样过程。对于噪声污染严重的信号，上述确定起始点的方法会遇到困难，必须采用比较复杂的检测和处理方法，这往往

需要一定的时间。为了在确定信号起点的过程中不丢失信号的前段数据，需要在信号通道中设置延时环节或记录装置，这样才能在确定信号的起始点后（这需要一段时间的信号），再从起始点处开始取样；也可以在确定信号起点的过程中就对信号进行取样和存储，确定起始点后，再确定这些取样数据的取舍及序号。

数字式平均器的功能结构框图示于图 5-34。被测信号经预处理和取样保持（S/H），由模数转换器（ADC）将其数字化后送入计算机进行累加，累加结果存入存储器。如果开关 K 处于位置 B，则无反馈，当下一次取样值被数字化后，与同一序号 j 的存储值相累加，并将结果存入同一地址，这就完成了一步式（5-53）所表示的线性累加平均。如果开关 K 处于位置 A，上次的累加存储值还要经过 DAC，变换成模拟量反馈到 S/H，计算机分别对信号值和反馈值进行取样，经运算后进行累加，这样可以实现下面将要介绍的归一化平均或指数式平均。上述所有与时间相关的操作都由定时及控制电路来同步，以保证各步操作协调一致。平均后的数字式信号波形可以经 DAC 作模拟量显示，也可以直接进行数字量显示。

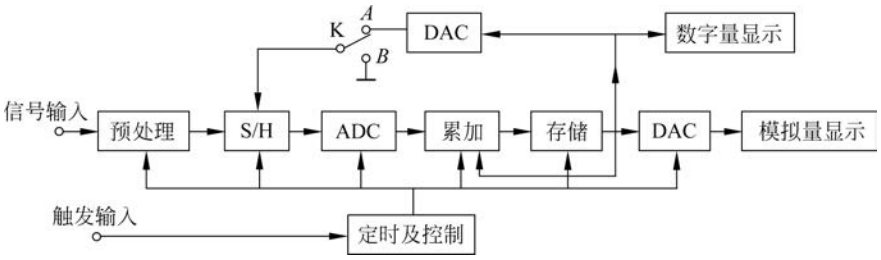

图 5-34　数字式平均器的功能结构框图

图 5-34 所表示的各种功能可以用普通计算机附加必要的接口插板来实现，也可以用单片机附加相应的接口电路开发成专用的检测仪器，还可以开发成嵌入式微机系统与其他设备联合使用。

5.5.2　数字式平均的信噪改善比

设被测信号为

$$x(t)=s(t)+n(t) \tag{5-54}$$

式中，$s(t)$为有用信号，$n(t)$为干扰噪声。设每个信号周期中的取样道数为 $j=1,2,\cdots,M$，取样间隔为 Δt，重复次数为 $i=0,1,2,\cdots,N-1$（见图 5-33）。第 j 道第 i 次的取样值可以表示为

$$x(t_i+j\Delta t)=s(t_i+j\Delta t)+n(t_i+j\Delta t) \tag{5-55}$$

式中，t_i 是第 i 个取样周期中开始取样的时刻。因为 $s(t)$是确定性信号，所以对于不同的采样周期 i，第 j 道的取样值基本相同，可以用 s_j 来表示；而噪声 $n(t)$是随机的，其数值既取决于 i，又取决于 j，所以式（5-55）可简记为

$$x_{ij}=s_j+n_{ij} \tag{5-56}$$

数字式累加平均的计算过程可以表示为

$$A_j=\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}x_{ij} \tag{5-57}$$

下面根据不同的情况，分析用式（5-57）所表示的数字式平均可以达到的信噪改善比 $SNIR$。

1. 平均次数 $N\to\infty$ 时的 $SNIR$

当 $N\to\infty$ 时，x_{ij} 的平均结果为其数学期望值，由式（5-56）可得

$$E[x_{ij}]=E[s_j]+E[n_{ij}]$$

对于确定性信号 s_j，其数学期望值 $E[s_j]$为信号本身 s_j；对零均值噪声 n_{ij}，其数学期望值为零，即

$$E[n_{ij}]=0$$

所以

$$E[x_{ij}]=s_j \tag{5-58}$$

也就是说，当平均次数 $N\to\infty$时，平均器输出信号的信噪比 $SNR_o=s_j/0=\infty$，达到的信噪改善比 $SNIR$ 也为无穷大。换言之，通过增加平均次数 N 可使 $SNIR$ 达到任何希望的值。

2. 平均次数 N 有限时的 $SNIR$

1）n_{ij} 为高斯分布白噪声

设高斯分布零均值白噪声 n_{ij} 的有效值（均方根值）为 σ_n，则对单次取样 $x_{ij}=s_j+n_{ij}$，其有用信号数值为 s_j，则平均处理之前的信噪比（有效值之比）为

$$SNR_i=s_j/\sigma_n \tag{5-59}$$

N 次累加后的结果为

$$\sum_{i=0}^{N-1}x_{ij}=\sum_{i=0}^{N-1}s_j+\sum_{i=0}^{N-1}n_{ij} \tag{5-60}$$

因为 s_j 为确定性信号，N 次累加后幅度会增加 N 倍。而噪声 n_{ij} 的幅度是随机的，累加的过程不会是简单的幅度相加，只能从其统计量的角度来考虑。取样累加后噪声的均方值为

$$\overline{n_{ij}^2}=E[n_{0j}+n_{1j}+\cdots+n_{(N-1)j}]^2=E\left[\sum_{i=0}^{N-1}n_{ij}^2\right]+2E\left[\sum_{i=0}^{N-2}\sum_{m=i+1}^{N-1}n_{ij}n_{mj}\right] \tag{5-61}$$

式中右边的第 1 项表示噪声的各次取样值平方和的数学期望值，第 2 项表示噪声在不同时刻的取样值两两相乘之和的数学期望值。

只要信号周期 T 足够大，则不同时刻的噪声取样值 n_{ij} 与 $n_{mj}(i\neq m)$ 互不相关，其乘积的数学期望值为零，式(5-61)右边第 2 项为零，则

$$\overline{n_{ij}^2}=E\left[\sum_{i=0}^{N-1}n_{ij}^2\right]=N\sigma_n^2 \tag{5-62}$$

累加后噪声的有效值为

$$\sigma_{no}=(\overline{n_{ij}^2})^{1/2}=\sqrt{N\sigma_n^2}=\sqrt{N}\sigma_n \tag{5-63}$$

累加后信号的电压值为

$$\sum_{i=0}^{N-1}s_j=Ns_j \tag{5-64}$$

累加后输出信号的信噪比（有效值之比）为

$$SNR_o=\frac{Ns_j}{\sqrt{N}\sigma_n}=\frac{\sqrt{N}s_j}{\sigma_n} \tag{5-65}$$

由式(5-59)和式(5-65)可得

$$SNIR=\frac{SNR_o}{SNR_i}=\sqrt{N} \tag{5-66}$$

式(5-66)说明，当污染噪声为白噪声时，N 次不同时刻取样值的累积平均可以使信噪比改善 $\sqrt{N}$ 倍，这就是常说的 $\sqrt{N}$ 法则。在取样积分的分析过程中，已经多次使用过这一结论。

2）n_{ij} 为高斯分布有色噪声

对于零均值有色噪声，式(5-61)中右边第 2 项所表示的噪声的不同时刻取样值两两相乘

之和的数学期望值不为零，设$|i-m|=k$，考虑到

$$E[n_{ij}n_{(i+k)j}]=R_n(k) \tag{5-67}$$

式中，$R_n(k)$表示噪声的自相关函数，$R_n(0)=\sigma_n^2$ 表示噪声的功率。取样累加后噪声的均方值为

$$\overline{n_{ij}^2}=E[n_{0j}+n_{1j}+\cdots+n_{(N-1)j}]^2=E\left(\sum_{i=0}^{N-1}n_{ij}^2\right)+2E\left(\sum_{i=0}^{N-2}\sum_{m=i+1}^{N-1}n_{ij}n_{mj}\right)$$

$$=NR_n(0)+2\sum_{k=1}^{N-1}(N-k)R_n(k) \tag{5-68}$$

平均后噪声的均方值为

$$\sigma_{no}^2=\overline{n_{ij}^2}/N^2=[R_n(0)/N]\left[1+\frac{2}{N}\sum_{k=1}^{N-1}(N-k)\rho_n(k)\right] \tag{5-69}$$

式中

$$\rho_n(k)=R_n(k)/R_n(0) \tag{5-70}$$

为噪声 $n(t)$的归一化自相关函数。考虑到 $R_n(0)=\sigma_n^2$，平均后输出信号的信噪比(有效值之比)为

$$SNR_o=S_j/\sigma_{no}=s_j\Bigg/\sqrt{\frac{\sigma_n^2}{N}\cdot\left[1+\frac{2}{N}\sum_{k=1}^{N-1}(N-k)\rho_n(k)\right]} \tag{5-71}$$

由式(5-59)和式(5-71)可得

$$SNIR=\frac{SNR_o}{SNR_i}=\sqrt{N}\Bigg/\sqrt{1+\frac{2}{N}\sum_{k=1}^{N-1}(N-k)\rho_n(k)} \tag{5-72}$$

当污染噪声 $n(t)$为白噪声时，对于 $k\neq0$，其归一化自相关函数 $\rho_n(k)=0$，式(5-72)就简化为式(5-66)。对比式(5-72)与式(5-66)可知，在污染噪声为有色噪声的情况下，数字式平均所达到的信噪改善比要低于白噪声的情况。

5.5.3 数字式平均的频域分析

1. 用傅里叶变换方法分析

被测信号 $x(t)$的第 i 个取样 $x(t-iT)$可以看成是 $x(t)$与 $\delta(t-iT)$的卷积，即

$$x(t-iT)=x(t)*\delta(t-iT) \tag{5-73}$$

式中，T 为取样周期。数字式平均的结果为

$$A(t)=\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}x(t-iT) \tag{5-74}$$

将式(5-73)代入式(5-74)得

$$A(t)=\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}[x(t)*\delta(t-iT)]=x(t)*\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}\delta(t-iT) \tag{5-75}$$

如果将平均器看作一个线性系统，其输入信号是 $x(t)$，输出信号是平均结果 $A(t)$，系统的冲激响应函数为 $h(t)$，频率响应函数为 $H(j\omega)$，如图 5-35 所示，则

$$A(t)=x(t)*h(t) \tag{5-76}$$

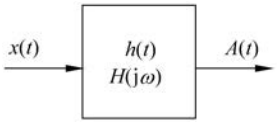

图 5-35 平均器系统表示

对比式(5-75)与式(5-76)可知，平均器的冲激响应函数为

$$h(t)=\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}\delta(t-iT) \tag{5-77}$$

对式(5-77)作傅里叶变换，得平均器的频率响应函数 $H(j\omega)$为

$$H(\mathrm{j}\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}h(t)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}\,\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}\delta(t-iT)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t}\,\mathrm{d}t=\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega T} \tag{5-78}$$

式(5-78)右边的级数是长度有限的几何级数,求和结果可以表示为

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{1}{N}\frac{1-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}N\omega T}}{1-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega T}} \tag{5-79}$$

根据欧拉公式,得

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{1}{N}\frac{\sin(N\omega T/2)}{\sin(\omega T/2)}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(N-1)\omega T/2} \tag{5-80}$$

相应的幅频响应特性为

$$|H(\mathrm{j}\omega)|=\frac{1}{N}\left|\frac{\sin(N\omega T/2)}{\sin(\omega T/2)}\right| \tag{5-81}$$

根据极限定理有

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin mx}{\sin nx}=\frac{m}{n}$$

将上式关系应用于式(5-81)可知,当 $\omega T=0$ 或 ωT 为 2π 的整数倍时,$|H(\mathrm{j}\omega)|=1$。

根据式(5-81),图 5-36 示出对于几种不同 N 的 $|H(\mathrm{j}\omega)|$ 图形。

由式(5-81)和图 5-36 所示图形可见,当平均次数 $N=1$ 时,其传输特性为全通滤波器;当 $N>1$ 时,平均器的传输特性表现为梳状滤波器,每个齿是一个带通滤波器,各齿的中心频率位于 fT 为整数处,$|H(\mathrm{j}\omega)|$ 的最大值为 1。N 值越大,各齿所表示的带通滤波器的带宽越窄。

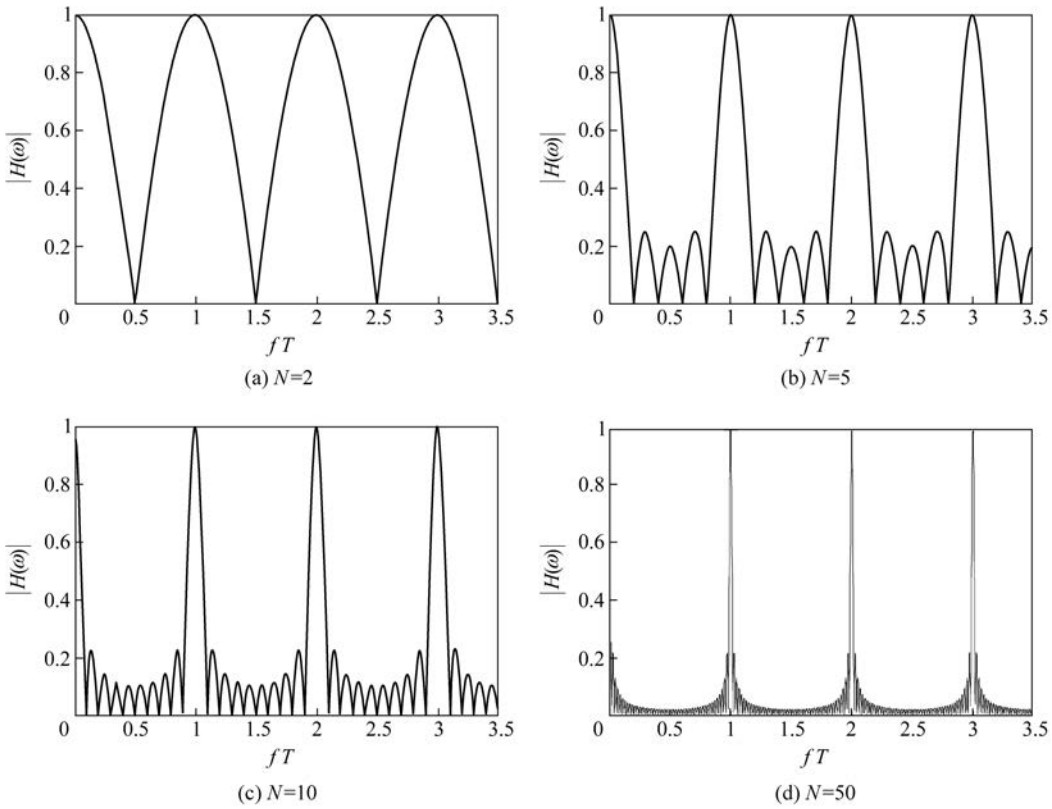

图 5-36　平均器幅频响应

令$|H(j\omega)|=1/\sqrt{2}$，可得平均器的-3dB带宽B为

$$B \approx \frac{0.886}{NT} \tag{5-82}$$

可见，平均器的带宽反比于总测量时间NT。例如，若被测信号周期为$T=1$ms，平均次数$N=10^6$，则总测量时间为$NT=16.7$min，带宽$B=8.86\times10^{-4}$Hz。所以，时域平均也是频域的窄带化技术。

2. 用Z变换方法分析

用序列号$i(i=0,1,2,\cdots,N-1)$代替式(5-74)中的$t-iT$，平均器计算过程为

$$A(t)=[x(i)+x(i-1)+x(i-2)+\cdots+x(i-N+1)]/N \tag{5-83}$$

利用Z变换方法，由式(5-83)可得平均器的离散传递函数为

$$H(z)=\frac{A(z)}{x(z)}=\frac{1}{N}(1+z^{-1}+z^{-2}+\cdots+z^{-N+1}) \tag{5-84}$$

令$z=e^{j\omega T}$，T为取样间隔，得平均器的稳态频率响应为

$$H(e^{j\omega T})=\frac{1}{N}(1+e^{-j\omega T}+e^{-j2\omega T}+\cdots+e^{-j(N-1)\omega T}) \tag{5-85}$$

对式(5-85)中的等比级数求和，可得

$$H(e^{j\omega T})=\frac{1}{N}\frac{1-e^{-j\omega NT}}{1-e^{-j\omega T}} \tag{5-86}$$

这与式(5-79)的结果是一致的。

5.5.4 数字式平均算法

1. 线性累加平均算法

式(5-74)所表示的累加平均过程是一种线性累加平均过程，每个取样数据在累加中的权重都一样。为简单计，用序号n来表示时刻$t-iT$，$n=i=0,1,2,\cdots,N-1$，则式(5-74)可以改写为

$$A(t)=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1}x(n) \tag{5-87}$$

这是一种批量算法，采集完N个数据后，再由计算机计算其平均值。这种算法的缺点是计算量较大，需要做N次累加和一次除法才能得到一个平均结果，所以获得结果的频次较低。

根据前面的分析，对于噪声为白噪声的情况，平均过程能够实现的信噪改善比为

$$SNIR=\sqrt{N}$$

2. 递推式平均算法

为了增加获得平均结果的频次，可以在每次取样数据到来时利用上次的平均结果做更新运算，以获得新的平均结果。用$A(N-1)$表示时刻$N-1$的前$N-1$个数据的平均结果，$A(N)$表示时刻N的平均结果，$x(N)$表示时刻N的取样值，式(5-87)可改写为

$$\begin{aligned}A(N)&=\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}x(n)=\frac{N-1}{N}\frac{1}{N-1}\sum_{n=1}^{N-1}x(n)+\frac{1}{N}x(N)\\&=\frac{N-1}{N}A(N-1)+\frac{x(N)}{N}\end{aligned} \tag{5-88}$$

式(5-88)所表示的差分方程的运算过程示于图5-37。

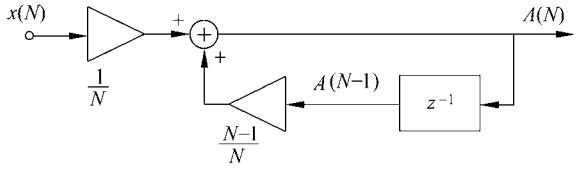

图 5-37　递推式平均运算过程框图

利用这种递推式平均算法，当每个取样数据到来后，可以利用新数据对上次的平均结果进行更新，这样相对于每个取样数据都会得到一个平均结果。随着一个个取样数据的到来，平均结果的信噪比越来越高，被测信号的波形逐渐清晰。针对几种不同的平均次数 N，图 5-38 示出这种逐渐清晰的被测波形。

由式(5-88)可得

$$A(N)=A(N-1)+\frac{x(N)-A(N-1)}{N} \tag{5-89}$$

可见，每次递推的过程都是对上次的运算结果附加一个修正量，修正量的大小取决于新的取样数据与上次平均结果的差值以及平均次数 N。随着时间的推移，平均次数 N 越来越大，式(5-89)中右边的第 2 项所表示的修正量会越来越小，也就是新数据的作用越来越小。数字电路和计算机中的数据都有一定的字长和范围，当 N 大到一定程度后，该修正量会趋向于零，此后继续取样和递推都不会对信噪比的改善起作用，平均结果稳定不变。如果被测信号波形发生了变化，平均结果也不能跟踪这种变化，所以该算法不适于对时变信号进行处理。

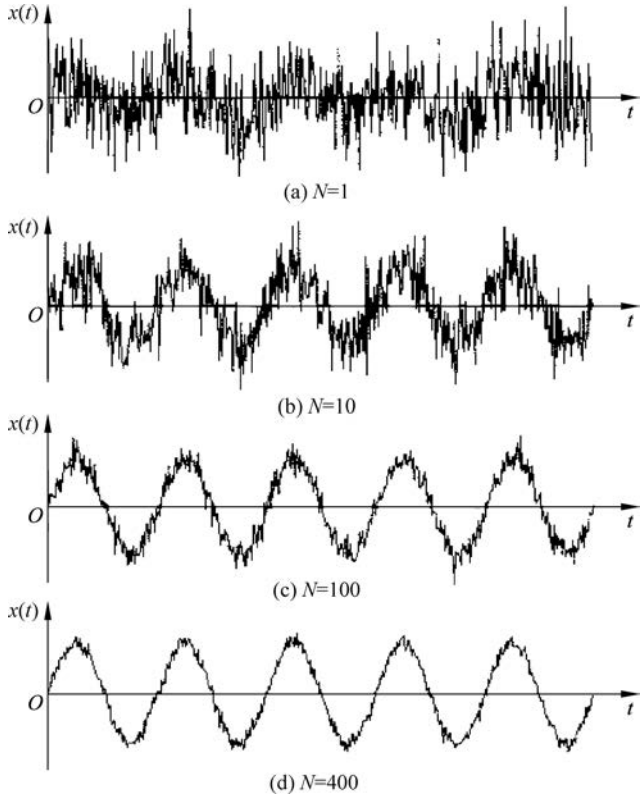

图 5-38　递推式平均输出波形

3. 指数加权平均算法

1）算法

如果把式(5-89)中的 N 用较大的固定正数 α 代替，可得

$$A(N)=\frac{\alpha-1}{\alpha}A(N-1)+\frac{1}{\alpha}x(N) \tag{5-90}$$

令 $\beta=(\alpha-1)/\alpha$，若 $\alpha\gg1$，则有 $0<\beta<1$ 且接近于 1，则式(5-90)可改写为

$$A(N)=\beta A(N-1)+(1-\beta)x(N) \tag{5-91}$$

这就是指数加权数字式平均的算法，它也是在每次取样数据到来时，根据新数据对上次的平均结果进行修正，得到本次的平均结果。参数 β 决定了递推更新过程中新数据和原平均结果各起多大作用，算法的特性对 β 的依赖性很大。相应的运算过程方框图示于图 5-39。

2）对取样数据的指数加权

将式(5-91)展开，得

$$A(N)=(1-\beta)\sum_{n=1}^{N}\beta^{N-n}x(n) \tag{5-92}$$

由式(5-92)可见，平均过程是把每个取样数据乘以一个指数函数，再进行累加，所以这是一种指数加权平均，数据的序号 n 越大，权越重。因此，在平均结果中，新数据比老数据起的作用要大，最新的数据($n=N$)权重为 1。图 5-40 示出 $n=N$ 和 $n=N+1$ 时的加权函数 β^{N-n} 的图形。

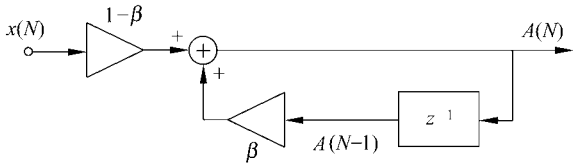

图 5-39　指数加权数字式平均流程框图

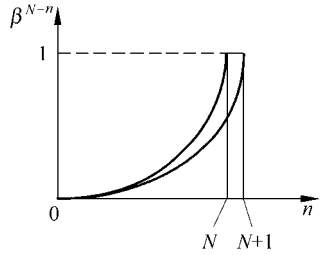

图 5-40　加权函数 β^{N-n} 的图形

3）传递函数

对式(5-91)两边做 Z 变换，得

$$A(z)=\beta z^{-1}A(z)+(1-\beta)x(z)$$

由此可得，指数加权数字式平均的离散传递函数为

$$H(z)=\frac{A(z)}{x(z)}=\frac{1-\beta}{1-\beta z^{-1}} \tag{5-93}$$

令式(5-93)中的 $z=e^{j\omega T}$，T 为取样间隔，得指数加权平均器的稳态频率响应为

$$H(e^{j\omega T})=\frac{1-\beta}{1-\beta e^{-j\omega T}} \tag{5-94}$$

其幅频响应为

$$|H(e^{j\omega T})|=\frac{1-\beta}{\sqrt{1+\beta^2-2\beta\cos\omega T}} \tag{5-95}$$

根据式(5-95)画出几种不同 β 情况下的 $|H(e^{j\omega T})|$ 图形，如图 5-41 所示。可见，当 $\beta=0$ 时，平均器为全通滤波器；当 $0<\beta<1$ 时，由 $x(k)$ 到 $A(k)$ 的传输过程为一阶低通滤波器，其带宽取决于 β，β 越接近于 1，带宽越窄。这种算法的特点是：可以用于对时变信号进行低通滤波处

理，而且算法简单，易于实现。

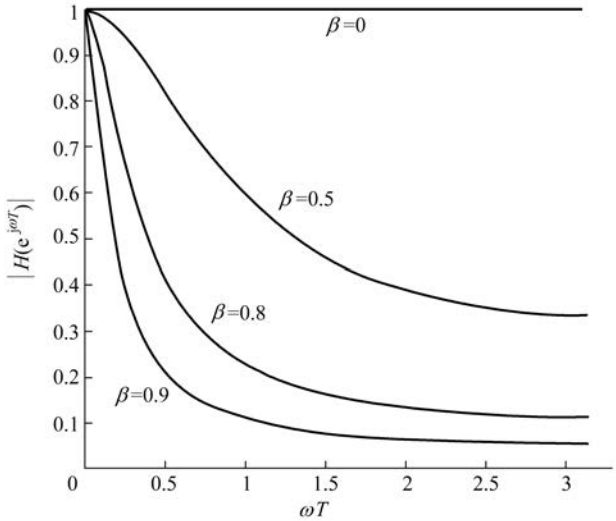

图 5-41　指数加权平均器的幅频响应

4. 移动平均算法

数字式移动平均算法的工作原理类似于图 5-14 所示的扫描式移动取样积分，下面以常用的几种移动平均算法为例说明其原理。

1）三点移动平均

三点移动平均算法为

$$A(n)=0.25[x(n-1)+2x(n)+x(n+1)] \tag{5-96}$$

对式(5-96)两边做 Z 变换，得

$$A(z)=0.25\ x(z)\ [z^{-1}+2+z] \tag{5-97}$$

由此可得，三点移动平均算法的传递函数为

$$H(z)=A(z)/\ x(z)=0.25(z^{-1}+2+z) \tag{5-98}$$

令式(5-98)中的 $z=e^{j\omega T}$，得稳态频率响应为

$$H(e^{j\omega T})=0.25(2+e^{-j\omega T}+e^{j\omega T})=0.25(2+2\cos\omega T)=\cos^2(\omega T/2) \tag{5-99}$$

该函数在 $\omega T=0\sim\pi$ 区间(相应于 $f/f_s=0\sim0.5$，f_s 为采样频率)是单调减函数，因此具有低通特性，对采样数据具有平滑功能。式(5-96)所表示的算法又叫作海宁滤波器。

2）五点移动平均

五点移动平均算法为

$$A(n)=[x(n-2)+x(n-1)+2x(n)+x(n+1)+x(n+2)]/6$$

其传递函数为

$$H(z)=(z^{-2}+z^{-1}+2+z+z^2)/6$$

令 $z=e^{j\omega T}$，得稳态频率响应为

$$H(e^{j\omega T})=[\cos(2\omega T)+\cos(\omega T)+1]/3 \tag{5-100}$$

3）七点移动平均

七点移动平均算法为

$$\begin{aligned}A(n)=[\ &x(n-3)+x(n-2)+x(n-1)+2x(n)+\\&x(n+1)+x(n+2)+x(n+3)]/8\end{aligned}$$

其传递函数为

$$H(z)=(z^{-3}+z^{-2}+z^{-1}+2+z+z^{2}+z^{3})/8$$

令 $z=e^{j\omega T}$，得稳态频率响应为

$$H(e^{j\omega T})=[\cos(3\omega T)+\cos(2\omega T)+\cos(\omega T)+1]/4 \tag{5-101}$$

相应于式(5-99)、式(5-100)和式(5-101)的频率响应曲线示于图 5-42。可见，移动平均的点数越多，通带的带宽越窄，对信号中高频分量的平滑作用越明显，但是计算工作量也越大。

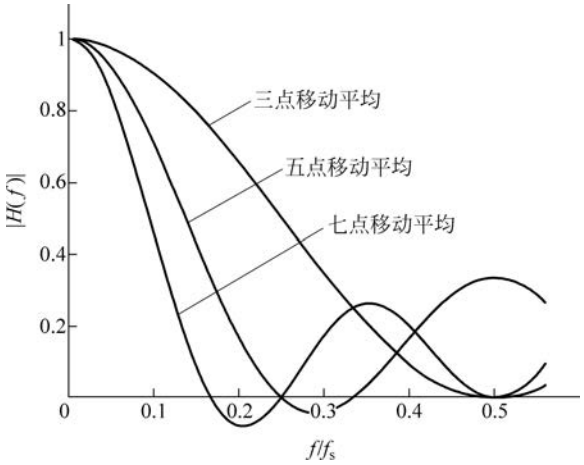

图 5-42　三点、五点和七点移动平均的幅频响应

上述平均算法都具有低通特性。利用数字信号处理的不同算法，还可以实现高通、带通和带阻等滤波功能。

数字式运算的计算装置都有一定的字长，计算过程中数值的量化必然会有舍入误差，关于这种误差导致的算法频响偏差，以及由此产生的“死带”问题，读者可查阅《数字信号处理》的有关章节。

在实际应用中，数字式平均算法一般都是以微型计算机为中心，可以实现多种平均模式及其他数字信号处理功能；而取样积分具有快速取样的优点，如果将其与微型计算机组合在一起，就可以兼有两种方式的优点。在这种新型的时域平均系统中，一般都是把高速取样部分做成几种不同指标的组件，可以根据需要进行选择。例如，在某种已经产品化的以微型机为核心的平均系统中，一种高速取样头的取样脉冲宽度为 25ps～1ns，而另一种高速取样头的取样脉冲宽度为 2ns～2ms，使用者还可以对取样单元的参数进行设定。

利用时域平均方法提高信噪比，可以把有用信号从噪声中提取出来，取样积分还可以实现很高的分辨率，这种方法已经在很多领域中得到广泛的应用，例如用于荧光衰减测量、激光探测实验、激光诊断、深能级瞬变光谱、脉冲超声波检测裂缝或缺陷、脉冲核磁共振、噪声分析、拉曼光谱测量、光纤特性测量、光吸收研究、电子自旋共振、脑电波测定、振动分析、电化学研究、光电检测、地震信号与生物物理学信号采集与处理等。

习题

5-1　指数式取样门积分器工作于定点模式，积分器时间常数 $T_C=RC$，取样门宽度为 T_g。如果污染噪声为白噪声，要求功率信噪改善比 $SNIR_P>100$，试求 T_g 选择范围。

5-2　污染信号 $s(t)$ 的噪声 $n(t)$ 为白噪声，经过带宽为 B 的滤波器后再累积平均。对于

给定的 $SNIR$，须使平均重复次数$\geqslant N$ 才能满足要求。试证明 $N \propto B$。

5-3　指数加权平均算法如下：

$$A(n)=0.96\,A(n-1)+0.04x(n)$$

由于计算装置字长有限，运算结果都四舍五入为整数。设 $x(n)$输入值都是 100，$A(n)$初始值为(a)85，(b)115。找出这两种情况下 $A(n)$输出的稳态值，以及这种输入数据条件下的“死带(dead band，数据进入此带不能再更新)”宽度。

5-4　加权系数相同的 12 点移动平均算法为

$$A(n)=\frac{1}{12}[\,x(n)+x(n-1)+\cdots+x(n-11)]$$

(1) 写出其递推公式。

(2) 画出其阶跃响应。

(3) 在 $0<f<1/(2T)$(T 为取样周期)频率范围内画出其幅频响应。

5-5　数字滤波器传递函数为

$$H(z)=\frac{z}{z+0.9}$$

在 z 平面画出其零点极点分布图，给出其输入和输出关系的递推公式，在$-2\pi/T<\omega<2\pi/T$(T 为取样周期)范围内画出其幅频响应曲线，说明滤波器功能。

5-6　对于图 P5-6 所示变形的移动累加电路，$y(n)=x(n)-2Ax(n-1)+x(n-2)$。若 $A=1$，试求其幅频响应函数$|H(f)|$。若 $A<1$ 且可调，试求其幅频响应函数$|H(f)|$。讨论上述两种情况下电路实现的功能。

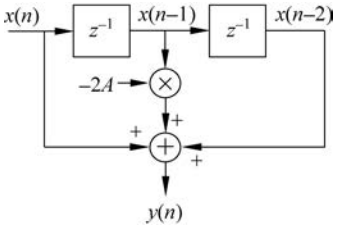

图　P5-6