

第5章

处理矩阵与更高维数据

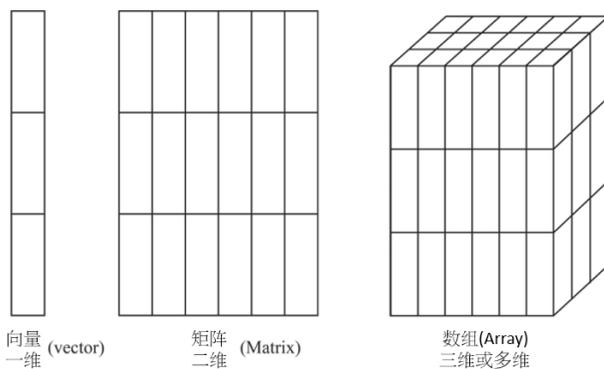


- 5-1 矩阵
- 5-2 取得矩阵元素的值
- 5-3 修改矩阵的元素值
- 5-4 降低矩阵的维度
- 5-5 矩阵的行名和列名
- 5-6 将行名或列名作为索引
- 5-7 矩阵的运算
- 5-8 三维或高维数组
- 5-9 再谈class()函数



向量(vector)对象相当于是Microsoft Excel表格的一行(row)或一列(column)，同时存放着相同类型的数据。在真实的世界里，这是不够的，我们常碰上需要处理不同类型的数据的情况。

在数据中，一维数据称向量，二维数据称矩阵(matrix)，超过二维的数据称三维或多维数组(array)对象。如下图所示。



此外，也可将向量称一维数组，将矩阵称二维数组，其余则依维度数称N维数组。

5-1 矩阵

若是将向量想成线，可将矩阵想成面。对R语言程序设计师而言，首先要思考的是如何建立矩阵。

5-1-1 建立矩阵

建立矩阵可使用`matrix()`函数，格式如下：

```
matrix(data, nrow =, ncol =, byrow = logical, dimnames = NULL)
```

- ◀ **data**: 数据。
- ◀ **nrow**: 预计行的数量。
- ◀ **ncol**: 预计列的数量。
- ◀ **byrow**: 逻辑值。预设是`FALSE`，表示先按列填数据，第1列填满再填第2列，其他依此类推，因此，若先填列则可省略此参数。如果该值是`TRUE`则按行填数据，即第1行填满再填第2行，其他依此类推。
- ◀ **dimnames**: 矩阵的属性，即行名和列名。

实例 ch5_1 : 建立 `first.matrix`，数据为 1:12，4 行的矩阵。

```
> first.matrix <- matrix(1:12, nrow = 4)
> first.matrix
  [,1] [,2] [,3]
[1,]  1  5  9
[2,]  2  6 10
[3,]  3  7 11
[4,]  4  8 12
>
```

实例 ch5_3 : 建立 `third.matrix`，数据为 1:12，4 行矩阵，`byrow` 设为 `FALSE`。这个实例的执行结果与 `ch5_1` 相同。

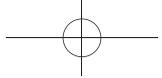
```
> third.matrix <- matrix(1:12, nrow = 4, byrow = FALSE)
> third.matrix
  [,1] [,2] [,3]
[1,]  1  5  9
[2,]  2  6 10
[3,]  3  7 11
[4,]  4  8 12
>
```

实例 ch5_2 : 建立 `second.matrix`，数据为 1:12，4 行矩阵，`byrow` 设为 `TRUE`。

```
> second.matrix <- matrix(1:12, nrow = 4, byrow = TRUE)
> second.matrix
  [,1] [,2] [,3]
[1,]  1  2  3
[2,]  4  5  6
[3,]  7  8  9
[4,] 10 11 12
>
```

5-1-2 认识矩阵的属性

`str()`函数也可以查看矩阵对象的结构。



实例 ch5_4 : 使用 `str()` 函数查看 `first.matrix` 和 `second.matrix` 的结构。

```
> str(first.matrix)
int [1:4, 1:3] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ...
> str(second.matrix)
int [1:4, 1:3] 1 4 7 10 2 5 8 11 3 6 ...
>
```

使用 `nrow()` 函数可以得到矩阵的行数。

实例 ch5_5 : 使用 `nrow()` 函数查看 `first.matrix` 和 `second.matrix` 的行数。

```
> nrow(first.matrix)
[1] 4
> nrow(second.matrix)
[1] 4
>
```

使用 `ncol()` 函数可以得到矩阵的列数。

实例 ch5_6 : 使用 `ncol()` 函数查看 `first.matrix` 和 `second.matrix` 的列数。

```
> ncol(first.matrix)
[1] 3
> ncol(second.matrix)
[1] 3
>
```

使用 `dim()` 函数则可以获得矩阵对象的行数和列数。

实例 ch5_7 : 使用 `dim()` 函数查看 `first.matrix` 和 `second.matrix` 的行数和列数。

```
> dim(first.matrix)
[1] 4 3
> dim(second.matrix)
[1] 4 3
>
```

5-1-3 将向量组成矩阵

R语言提供的 `rbind()` 函数可将两个或多个向量组成矩阵，每个向量各自占用一行。

此外，`length()` 函数也可用于取得矩阵或三维数组或多维数组对象的元素个数。

实例 ch5_8 : 取得 `first.matrix` 和 `second.matrix` 的元素个数。

```
> length(first.matrix)
[1] 12
> length(second.matrix)
[1] 12
>
```

`is.matrix()` 函数可用于检查对象是否是矩阵。

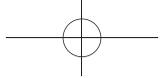
实例 ch5_9 : 检查 `first.matrix` 和 `second.matrix` 是否是矩阵。

```
> is.matrix(first.matrix)
[1] TRUE
> is.matrix(second.matrix)
[1] TRUE
>
```

`is.array()` 函数可用于检查对象是否是数组。

实例 ch5_10 : 检查 `first.matrix` 和 `second.matrix` 是否是数组。

```
> is.array(first.matrix)
[1] TRUE
> is.array(second.matrix)
[1] TRUE
>
```



实例 ch5_11 : 使用 rbind() 函数, 简单地将两个向量组成矩阵的实例。

```
> v1 <- c(7, 11, 15)           # 向量1
> v2 <- c(5, 10, 9)           # 向量2
> a1 <- rbind(v1, v2)         # 组合
> a1
  [,1] [,2] [,3]
v1   7  11  15
v2   5  10   9
>
```

由以上程序可以看到矩阵左边保留了原向量对象的名称, 后面章节会介绍如何使用这个向量名称。

实例 ch5_12 : 矩阵也可以和向量组合成矩阵。

```
> v3 <- c(3, 6, 12)           # 向量3
> a2 <- rbind(a1, v3)         # 组合
> a2
  [,1] [,2] [,3]
v1   7  11  15
v2   5  10   9
v3   3   6  12
>
```

在上一章笔者讲解了有关 `baskets.NBA2016.Jordon` 和 `baskets.NBA2016.Lin` 这两个向量对象, 下列是将这两个对象组成矩阵的实例。

实例 ch5_13 : 将 baskets.NBA2016.Jordon 和 baskets.NBA2016.Lin 组成矩阵的实例。

```
> baskets.NBA2016.Lin
[1] 7 8 6 11 9 12
> baskets.NBA2016.Jordon
[1] 12 8 9 15 7 12
> baskets.NBA2016.Team <- rbind(baskets.NBA2016.Lin, baskets.NBA2016.Jordon)
> baskets.NBA2016.Team
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6]
baskets.NBA2016.Lin   7   8   6  11   9  12
baskets.NBA2016.Jordon 12   8   9  15   7  12
>
```

`cbind()` 函数可将两个或多个向量组成矩阵, 功能类似 `rbind()`。不过, 它是以每个向量各占一列的方式来组织向量的。

实例 ch5_14 : 使用 cbind() 函数重新设计实例 ch5_11。

```
> v1 <- c(7, 11, 15)           # 向量1
> v2 <- c(5, 10, 9)           # 向量2
> a3 <- cbind(v1, v2)         # 组合
> a3
  v1 v2
[1,] 7  5
[2,] 11 10
[3,] 15  9
>
```

实例 ch5_15 : 使用 cbind() 将两个向量与一个矩阵组成矩阵的应用实例。

```
> cbind(1:3, 11:13, matrix(21:26, nrow = 3))
  [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]  1  11  21  24
[2,]  2  12  22  25
[3,]  3  13  23  26
>
```

5-2 取得矩阵元素的值

使用索引执行矩阵元素的存取与上一章所述的存取向量元素的方法类似。

5-2-1 矩阵元素的取得

与向量相同，索引值必须在中括号内，中括号中的第一个参数是行，第二个是列。

实例 ch5_16：使用实例 ch5_12 所建矩阵对象 a2，取得 a2[2, 1] 和 a2[1, 3] 对应的值。

```
> a2
  [,1] [,2] [,3]
v1  7  11  15
v2  5  10  9
v3  3  6  12
> a2[2, 1]
v2
5
> a2[1, 3]
v1
15
>
```

在取得矩阵元素内容时，如果原矩阵有行名或列名，那么行名与列名也将同时列出。假设有一个 my.matrix 矩阵，其内容如下。

```
> my.matrix <- matrix(1:20, nrow = 4)
> my.matrix
  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]  1  5  9  13  17
[2,]  2  6  10  14  18
[3,]  3  7  11  15  19
[4,]  4  8  12  16  20
>
```

下列是一系列取得 my.matrix 矩阵内容值的实例(ch5_17至ch5_22)。

实例 ch5_17：取得 my.matrix[3, 5] 的实例。

```
> my.matrix[3, 5]
[1] 19
>
```

实例 ch5_18：取得 my.matrix[2,]，相当于取得第 2 行的所有元素。

```
> my.matrix[2, ]
[1] 2 6 10 14 18
>
```

注：当某一索引被省略时，则代表该维度的行或列均必须被计算在内。

实例 ch5_19：取得 my.matrix[, 3]，相当于取得第 3 列的所有元素。

```
> my.matrix[, 3]
[1] 9 10 11 12
>
```

实例 ch5_20：取得 my.matrix[2, c(3,4)]，相当于取得第 2 行第 3 列和第 4 列的元素。

```
> my.matrix[2, c(3,4)]
[1] 10 14
>
```

也可将上述命令改写成下列的命令格式。

```
> my.matrix[2, 3:4]
[1] 10 14
>
```

实例 ch5_21：取得 my.matrix[3:4, 4:5]，相当于取得第 3 行到第 4 行和第 4 列到第 5 列的元素。所取得的也是一个矩阵。

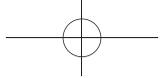
```
> my.matrix[3:4, 4:5]
  [,1] [,2]
[1,] 15 19
[2,] 16 20
>
```

实例 ch5_22：取得第 3 行和第 4 行的所有元素。

```
> my.matrix[3:4, ]
  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]  3  7  11  15  19
[2,]  4  8  12  16  20
>
```

5-2-2 使用负索引取得矩阵元素

对于矩阵，使用负索引，相当于拿掉元素



引所指的行或列。

实例 ch5_23 : 取得第 3 行, 第 4 列以外的所有元素。

```
> my.matrix
  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]  1  5  9 13 17
[2,]  2  6 10 14 18
[3,]  3  7 11 15 19
[4,]  4  8 12 16 20
> my.matrix[-3, -4]
  [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]  1  5  9 17
[2,]  2  6 10 18
[3,]  4  8 12 20
>
```

实例 ch5_24 : 取得第 3 行和第 4 行, 第 4 列以外的所有元素。

```
> my.matrix
  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]  1  5  9 13 17
[2,]  2  6 10 14 18
[3,]  3  7 11 15 19
[4,]  4  8 12 16 20
> my.matrix[-c(3:4), -4]
  [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]  1  5  9 17
[2,]  2  6 10 18
>
```

5-3 修改矩阵的元素值

修改矩阵的值与修改向量的元素值类似。

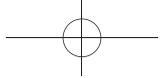
实例 ch5_25 : 将 `my.matrix[3, 2]` 的值为 100。

```
> my.matrix
  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]  1  5  9 13 17
[2,]  2  6 10 14 18
[3,]  3  6 10 14 18
[4,]  4  8 12 16 20
# 修改前
> my.matrix[3, 2] <- 100
# 修改
> my.matrix
  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]  1  5  9 13 17
[2,]  2  6 10 14 18
[3,]  3 100 11 15 19
[4,]  4  8 12 16 20
# 修改后
>
```

我们也可以直接更改整行或整列的元素值。

实例 ch5_26 : 修改 `my.matrix` 矩阵, 将第 3 行的元素值都改成 101 的应用实例。

```
> my.matrix
  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]  1  5  9 13 17
[2,]  2  6 10 14 18
[3,]  3 100 11 15 19
[4,]  4  8 12 16 20
# 修改前
> my.matrix[3, ] <- 101
# 修改后
> my.matrix
  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]  1  5  9 13 17
[2,]  2  6 10 14 18
[3,] 101 101 101 101 101
[4,]  4  8 12 16 20
>
```



实例 ch5_27 : 修改my.matrix矩阵, 将整个第4列的元素值修改的应用实例。

```
> my.matrix # 修改前
  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]  1  5  9 13 17
[2,]  2  6 10 14 18
[3,] 101 101 101 101 101
[4,]  4  8 12 16 20
> my.matrix[, 4] <- c(3, 9)
> my.matrix # 修改后
  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]  1  5  9  3 17
[2,]  2  6 10  9 18
[3,] 101 101 101  3 101
[4,]  4  8 12  9 20
>
```

实例 ch5_28 : 修改my.matrix矩阵, 将整个第4列元素值修改的应用实例。

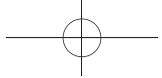
```
> my.matrix # 修改前
  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]  1  5  9  3 17
[2,]  2  6 10  9 18
[3,] 101 101 101  3 101
[4,]  4  8 12  9 20
> my.matrix[, 4] <- c(25:28)
> my.matrix # 修改后
  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]  1  5  9 25 17
[2,]  2  6 10 26 18
[3,] 101 101 101 27 101
[4,]  4  8 12 28 20
>
```

实例 ch5_29 : 修改矩阵子集的应用实例, 这个实例将修改my.matrix[3:4, 2:3]。

```
> my.matrix # 修改前
  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]  1  5  9 25 17
[2,]  2  6 10 26 18
[3,] 101 101 101 27 101
[4,]  4  8 12 28 20
> my.matrix[3:4, 2:3] <- c(10, 31, 22, 99)
> my.matrix # 修改后
  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]  1  5  9 25 17
[2,]  2  6 10 26 18
[3,] 101 10 22 27 101
[4,]  4 31 99 28 20
>
```

实例 ch5_30 : 用一个小矩阵, 修改原矩阵的子集。

```
> my.matrix # 修改前
  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]  1  5  9 25 17
[2,]  2  6 10 26 18
[3,] 101 10 22 27 101
[4,]  4 31 99 28 20
> my.matrix[3:4, 2:3] <- matrix(1:4, nrow = 2)
> my.matrix # 修改后
  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]  1  5  9 25 17
[2,]  2  6 10 26 18
[3,] 101  1  3 27 101
[4,]  4  2  4 28 20
>
```



实例 ch5_31 : 用一个小矩阵, 修改原矩阵的子集, 采用行优先排列的方式。

```
> my.matrix # 修改前
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]  1   5   9  25  17
[2,]  2   6  10  26  18
[3,] 101   1   3  27  101
[4,]  4   2   4  28  20
> my.matrix[3:4, 2:3] <- matrix(5:8, nrow = 2, byrow = TRUE)
> my.matrix # 修改后
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]  1   5   9  25  17
[2,]  2   6  10  26  18
[3,] 101   5   6  27  101
[4,]  4   7   8  28  20
>
```

5-4 降低矩阵的维度

使用负索引取得矩阵的部分元素时, 如果所取得的部分元素仅有一行或一列, 那么R语言将自动降低对象维度, 使其从矩阵对象变向量对象。

实例 ch5_32 : 将3行4列的矩阵降为向量的应用实例, 这个实例会舍弃第2行和第3行。

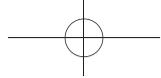
```
> simple.matrix <- matrix(1:12, nrow = 3)
> simple.matrix
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]  1   4   7  10
[2,]  2   5   8  11
[3,]  3   6   9  12
> simple.matrix[-c(2, 3), ]
[1] 1 4 7 10
>
```

其实, 如果舍弃一个矩阵对象的某个元素, 那么整个矩阵对象也将降为向量对象。

实例 ch5_33 : 将3行4列的矩阵降为向量的应用实例, 这个实例会舍弃元素“2”和“3”, 最后整个矩阵将变为向量。

```
> simple.matrix <- matrix(1:12, nrow = 3)
> simple.matrix
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]  1   4   7  10
[2,]  2   5   8  11
[3,]  3   6   9  12
> simple.matrix[-c(2, 3)]
[1] 1 4 5 6 7 8 9 10 11 12
>
```

假设有数行或数列的矩阵, 其部分元素被舍弃, 只剩一行或一列时, 如果仍希望此对象以矩阵方式呈现, 可增加“drop = FALSE”参数。



实例 ch5_34 : 类似实例 ch5_32 将 3 行 4 列的矩阵降为 1 行 4 列, 但对象仍保持矩阵格式。

```
> simple.matrix <- matrix(1:12, nrow = 3)
> simple.matrix
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]   1   4   7  10
[2,]   2   5   8  11
[3,]   3   6   9  12
> simple.matrix[-c(2, 3), , drop = FALSE]
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]   1   4   7  10
>
```

5-5 矩阵的行名和列名

其实直接输入矩阵对象名称就可以了解该矩阵对象的行名和列名。

实例 ch5_35 : 了解前一节所建的 simple.matrix 矩阵对象的行名和列名。

```
> simple.matrix
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]   1   4   7  10
[2,]   2   5   8  11
[3,]   3   6   9  12
>
```

从上述执行结果可知, simple.matrix 没有行名和列名。

实例 ch5_36 : 了解程序实例 ch5_13 所建 baskets.NBA2016.TEAM 对象的行名和列名。

```
> baskets.NBA2016.Team
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6]
baskets.NBA2016.Lin    7    8    6   11    9   12
baskets.NBA2016.Jordon 12    8    9   15    7   12
>
```

由上述执行结果可知, baskets.NBA2016.TEAM 对象有 2 个行名, 分别是 baskets.NBA2016.Lin 和 baskets.NBA2016.Jordon。不过, 此对象没有列名。

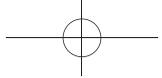
5-5-1 取得和修改矩阵对象的行名和列名

rownames() 函数可以取得和修改矩阵对象的行名。

colnames() 函数可以取得和修改矩阵对象的列名。

实例 ch5_37 : 使用 rownames() 函数取得 baskets.NBA2016.Team 和 simple.matrix 的行名。

```
> rownames(simple.matrix)
NULL
> rownames(baskets.NBA2016.Team)
[1] "baskets.NBA2016.Lin" "baskets.NBA2016.Jordon"
>
```



从上述实例可知，我们已经使用rownames()函数取得了baskets.NBA2016.Team的行名，但是名称似乎太长了，下一个实例是更改行名。

实例 ch5_38：将矩阵对象baskets.NBA2016.Team的两个行名分别改成Lin和Jordon。

```
> rownames(baskets.NBA2016.Team) <- c("Lin", "Jordon")
> rownames(baskets.NBA2016.Team)
[1] "Lin" "Jordon"
>
```

从实例ch5_36可知baskets.NBA2016.Team矩阵对象共有6列，其实每一列代表每一场球，我们可参考下列实例，设定对象的列名。

实例 ch5_39：设定baskets.NBA2016.Team对象的列名。

```
> colnames(baskets.NBA2016.Team) # 了解目前没有列名
[1] "1st" "2nd" "3th" "4th" "5th" "6th"
> colnames(baskets.NBA2016.Team) <- c("1st", "2nd", "3th", "4th", "5th", "6th") # 设定列名
> colnames(baskets.NBA2016.Team) # 验证结果
[1] "1st" "2nd" "3th" "4th" "5th" "6th"
> baskets.NBA2016.Team # 另一方式验证结果
      1st 2nd 3th 4th 5th 6th
Lin    7  8  6 11  9 12
Jordon 12  8  9 15  7 12
>
```

如果我们想要修改某个列名，那么可参考下列实例。

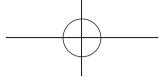
实例 ch5_40：将第4列的列名由“4th”改成“4”。本实例笔者会先复制一份矩阵对象baskets.New，然后再使用这份新的对象执行修改列名的操作。

```
> baskets.NBA2016.Team
      1st 2nd 3th 4th 5th 6th
Lin    7  8  6 11  9 12
Jordon 12  8  9 15  7 12
> baskets.New <- baskets.NBA2016.Team
> colnames(baskets.New)[4] <- "4"
> baskets.New # 验证结果
      1st 2nd 3th 4 5th 6th
Lin    7  8  6 11  9 12
Jordon 12  8  9 15  7 12
>
```

如果我们想要将整个列名或行名删除，那么只要将整个列名或行名设为NULL即可。

实例 ch5_41：将baskets.New对象的列名删除。

```
> baskets.New # 检查列名
      1st 2nd 3th 4 5th 6th
Lin    7  8  6 11  9 12
Jordon 12  8  9 15  7 12
> colnames(baskets.New) <- NULL
> baskets.New # 验证结果
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6]
Lin    7  8  6 11  9 12
Jordon 12  8  9 15  7 12
>
```



5-5-2 dimnames()函数

行名和列名事实上是存在于dimnames的属性中，我们可以使用dimnames()函数取得和修改这个属性值。

实例 ch5_42 : 使用 dimnames() 函数取得矩阵对象的行名和列名。

```
> dimnames(baskets.New)
[[1]]
[1] "Lin" "Jordan"

[[2]]
NULL
```

由上述执行结果可以知道，目前baskets.New对象的两个行名分别是“Lin”“Jordan”，没有列名。

实例 ch5_43 : 使用 dimnames() 函数设定矩阵对象的列名。

```
> dimnames(baskets.New)[[2]] <- c("1st", "2nd", "3rd", "4th", "5th", "6th")
> dimnames(baskets.New)
[[1]]
[1] "Lin" "Jordan"

[[2]]
[1] "1st" "2nd" "3rd" "4th" "5th" "6th"

>
```

5-6 将行名或列名作为索引

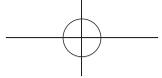
R语言的重要特色是，当一个矩阵有了行名和列名后，可以用这些名称代替数字型的索引，取得矩阵对象的元素，让整个程序的可读性更高。

实例 ch5_44 : 使用 baskets.New 对象，取得 Lin 第 3 场的进球数。

```
> baskets.New["Lin", "3rd"]
[1] 6
>
```

实例 ch5_45 : 使用 baskets.New 对象，取得 Jordan 第 2 场和第 5 场的进球数。

```
> baskets.New["Jordan", c("2nd", "5th")]
2nd 5th
 8 7
>
```



实例 ch5_46 : 使用 `baskets.New` 对象, 取得 Jordon 所有场次的进球数。

```
> baskets.New["Jordon", ]
1st 2nd 3rd 4th 5th 6th
 12   8   9  15   7  12
>
```

实例 ch5_47 : 使用 `baskets.New` 对象, 取得第 5 场所有球员的进球数。

```
> baskets.New[ , "5th"]
Lin Jordon
   9     7
>
```

5-7 矩阵的运算

5-7-1 矩阵与一般常数的四则运算

当碰上矩阵对象与一般常数的运算时, 只要将各个元素与该常数分别执行运算即可。在正式介绍实例前, 笔者先建立下列 `m1.matrix` 矩阵。

```
> m1.matrix <- matrix(1:12, nrow = 3)
> m1.matrix
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]    1    4    7   10
[2,]    2    5    8   11
[3,]    3    6    9   12
```

实例 ch5_48 : 将 `m1.matrix` 矩阵加 3 的实例。

```
> m2.matrix <- m1.matrix + 3
> m2.matrix
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]    4    7   10   13
[2,]    5    8   11   14
[3,]    6    9   12   15
>
```

实例 ch5_49 : 将 `m2.matrix` 矩阵减 1 的实例。

```
> m3.matrix <- m2.matrix - 1
> m3.matrix
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]    3    6    9   12
[2,]    4    7   10   13
[3,]    5    8   11   14
>
```

实例 ch5_50 : 将 `m3.matrix` 矩阵乘 5 的实例。

```
> m4.matrix <- m3.matrix * 5
> m4.matrix
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]   15   30   45   60
[2,]   20   35   50   65
[3,]   25   40   55   70
>
```

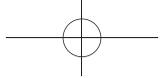
实例 ch5_51 : 将 `m4.matrix` 矩阵除以 2 的实例。

```
> m5.matrix <- m4.matrix / 2
> m5.matrix
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]  7.5 15.0 22.5 30.0
[2,] 10.0 17.5 25.0 32.5
[3,] 12.5 20.0 27.5 35.0
>
```

实例 ch5_52 : 将 `m1.matrix` 加上 `m2.matrix`, 执行两个矩阵相加的实例。

```
> m6.matrix <- m1.matrix + m2.matrix
> m6.matrix
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]    5   11   17   23
[2,]    7   13   19   25
[3,]    9   15   21   27
>
```

注: 两个矩阵能进行四则运算的先决条件是它们彼此的维度相同, 否则会出现错误信息



息。有意思的是，R语言是允许矩阵对象和向量对象相加的，只要矩阵的行数与向量长度相同即可，可参考下列实例。

实例 ch5_53：矩阵与向量相加的运算实例。

```
> m1.matrix
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]  1   4   7  10
[2,]  2   5   8  11
[3,]  3   6   9  12
> m7.matrix <- m1.matrix + 11:13
> m7.matrix
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,] 12  15  18  21
[2,] 14  17  20  23
[3,] 16  19  22  25
>
```

如果矩阵的列数与向量长度相同，也可以进行相加运算，但一般不常用，读者可以自行测试了解。矩阵也可与向量相乘，只要向量长度与矩阵行数相同即可。

实例 ch5_54：矩阵与向量相乘的运算实例。

```
> m1.matrix
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]  1   4   7  10
[2,]  2   5   8  11
[3,]  3   6   9  12
> m8.matrix <- m1.matrix * 1:3
> m8.matrix
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]  1   4   7  10
[2,]  4  10  16  22
[3,]  9  18  27  36
>
```

上述命令在执行时，相当于矩阵第一行所有元素与向量的第一个元素相乘，此例是乘1。矩阵第二行所有元素与向量第二个元素相乘，此例是乘2。矩阵第三行的所有元素与向量的第三个元素相乘，此例是乘3。

注：“×”乘号是对单一元素逐步操作的，如果是要计算矩阵的内积，则需使用另一个特殊的矩阵相乘符号“%*%”，详细信息将在5-7-4节说明。

5-7-2 行和列的运算

在4-2节中笔者介绍了向量常用的函数sum()和mean()，这些函数已被修改可应用于矩阵。

- ◀ rowSums(): 计算行中元素的总和。
- ◀ colSums(): 计算列中元素的总和。
- ◀ rowMeans(): 计算行中元素的平均数。
- ◀ colMeans(): 计算列中元素的平均数。

实例 ch5_55：利用rowSums()和rowMeans()函数，以及baskets.New对象计算Lin和Jordan的总进球数和平均进球数。

```
> baskets.New
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6]
Lin    7   8   6  11   9  12
Jordan 12   8   9  15   7  12
> rowSums(baskets.New) # 计算总进球数
Lin Jordan
 53    63
> rowMeans(baskets.New) # 计算平均进球数
Lin Jordan
8.833333 10.500000
>
```

使用上述rowSums()和rowMeans()函数一次可计算所有行的数据，假设只想要一个人的数据，可使用sum()和mean()函数。

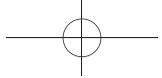
实例 ch5_56：利用sum()和mean()函数，以及baskets.New对象计算Lin的总进球数和平均进球数。

```
> baskets.New
      1st 2nd 3rd 4th 5th 6th
Lin    7   8   6  11   9  12
Jordan 12   8   9  15   7  12
> sum(baskets.New["Lin", ])
[1] 53
> mean(baskets.New["Lin", ])
[1] 8.833333
>
```

实例 ch5_57：使用baskets.New对象计算各场次的总进球数和平均每位球员的进球数。

```
> baskets.New
      1st 2nd 3rd 4th 5th 6th
Lin    7   8   6  11   9  12
Jordan 12   8   9  15   7  12
> colSums(baskets.New)
1st 2nd 3rd 4th 5th 6th
19 16 15 26 16 24
> colMeans(baskets.New)
1st 2nd 3rd 4th 5th 6th
9.5 8.0 7.5 13.0 8.0 12.0
>
```

使用上述colSums()和colMeans()函数一次可计算所有列的数据，假设只想要一场比赛的数据，可使用sum()和mean()函数。



实例 ch5_58：使用**baskets.New**对象计算第3场次的总进球数和平均每位球员的进球数。

```
> baskets.New
      1st 2nd 3rd 4th 5th 6th
Lin    7  8  6 11  9 12
Jordan 12  8  9 15  7 12
> sum(baskets.New[, "3rd"])
[1] 15
> mean(baskets.New[, "3rd"])
[1] 7.5
>
```

5-7-3 转置矩阵

t()函数可执行矩阵转置，转置矩阵后，矩阵的行列元素将互相对调。

实例 ch5_59：对**baskets.New**矩阵执行转置。

```
> baskets.New
      1st 2nd 3rd 4th 5th 6th
Lin    7  8  6 11  9 12
Jordan 12  8  9 15  7 12
> t(baskets.New)
      Lin Jordan
1st    7    12
2nd    8     8
3rd    6     9
4th   11    15
5th    9     7
6th   12    12
>
```

5-7-4 %*%矩阵相乘

矩阵对象相乘的运算基本上和数学矩阵相乘是一样的。

实例 ch5_60：分别使用“*”和“%*%”计算矩阵和向量的乘法。

```
> m1.matrix
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]  1  4  7 10
[2,]  2  5  8 11
[3,]  3  6  9 12
> m9.matrix <- m1.matrix * 1:4
> m9.matrix
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]  1 16 21 20
[2,]  4  5 32 33
[3,]  9 12  9 48
> m10.matrix <- m1.matrix %*% 1:4
> m10.matrix
      [,1]
[1,]  70
[2,]  80
[3,]  90
>
```

读者可以试着比较上述运算结果。

实例 5_61：两个3行3列的矩阵乘法的应用。

```
> m11.matrix <- matrix(1:9, nrow = 3)
> m11.matrix %*% m11.matrix
      [,1] [,2] [,3]
[1,]  30  66 102
[2,]  36  81 126
[3,]  42  96 150
>
```

矩阵相乘时最常发生的错误是两个相乘矩阵的维度不符合矩阵运算原则，此时会出现“非调和自变量”错误信息，如下列程序所示。

```
> n1 <- matrix(1:9, nrow = 3)
> n2 <- matrix(1:8, nrow = 2)
> n1 %*% n2
Error in n1 %*% n2 : 非调和自变量
>
```

5-7-5 diag()函数

diag()函数很灵活，当第一个参数是矩阵时，可传回矩阵对角线的向量值。

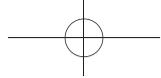
实例 ch5_62：在各种不同维度的数组中，传回矩阵对角线的向量值。

```
> m1.matrix
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]  1  4  7 10
[2,]  2  5  8 11
[3,]  3  6  9 12
> diag(m1.matrix)
[1] 1 5 9
> baskets.New
      1st 2nd 3rd 4th 5th 6th
Lin    7  8  6 11  9 12
Jordan 12  8  9 15  7 12
> diag(baskets.New)
[1] 7 8
>
```

diag()函数的另一个用法是传回矩阵，此矩阵对角线是使用第一个参数的向量值，其余填0。该命令的格式如下所示。

```
diag(x, nrow, ncol)
```

其中x是向量，nrow是矩阵行数，ncol是矩阵列数。若省略nrow和ncol则用x向量元素个数(假设是n)建立n行n列矩阵。



实例 ch5_63 : 使用 diag() 函数传回矩阵的实例。

```
> diag(1:5)
      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
[1,]  1   0   0   0   0
[2,]  0   2   0   0   0
[3,]  0   0   3   0   0
[4,]  0   0   0   4   0
[5,]  0   0   0   0   5
> diag(1, 3, 3)
      [,1] [,2] [,3]
[1,]  1   0   0
[2,]  0   1   0
[3,]  0   0   1
> diag(1, 2, 4)
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]  1   0   0   0
[2,]  0   1   0   0
> diag(1:2, 3, 4)
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]  1   0   0   0
[2,]  0   2   0   0
[3,]  0   0   1   0
```

5-7-6 solve() 函数

使用 solve() 这个函数可传回反矩阵，使用

这个函数时要小心，有时会碰上小数被舍弃的问题。

实例 ch5_64 : 反矩阵的应用。

```
> n3 <- matrix(1:4, nrow = 2)
> solve(n3)
      [,1] [,2]
[1,] -2  1.5
[2,]  1 -0.5
>
```

5-7-7 det() 函数

det 是指数学中的行列式 (determinant)，这个函数可以计算矩阵的行列式值。

实例 ch5_65 : det() 函数的应用。

```
> n3
      [,1] [,2]
[1,]  1   3
[2,]  2   4
> det(n3)
[1] -2
>
```

5-8 三维或高维数组

在 R 语言中，如果将矩阵的维度加 1，则得三维数组，这个维度是可视需要而持续增加的。虽然 R 程序设计师较少用到三维或更高维的数组数据结构，但在某些含时间序列的应用中，是有可能用到的。

5-8-1 建立三维数组

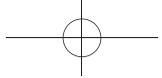
array() 函数可用于建立三维数组，笔者直接以实例解说。

实例 5_66: 建立一个元素为 1:24 的三维数组，行数是 3，列数是 4，表格数是 2。

```
> first.3array <- array(1:24, dim = c(3, 4, 2))
> first.3array
, , 1
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]  1   4   7  10
[2,]  2   5   8  11
[3,]  3   6   9  12

, , 2
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,] 13  16  19  22
[2,] 14  17  20  23
[3,] 15  18  21  24
>
```

由上述实例可知，第一个表格填完后再填第二个表，而填表方式与填矩阵方式相同。此外，我们也可以使用 dim() 函数建立三维数



组，方法是将一个向量，利用dim()函数转成三维数组。

实例 5_67：用dim()函数重建上一个实例的三维数组的实例。

```
> second.3array <- 1:24
> dim(second.3array) <- c(3, 4, 2)
> second.3array
, , 1
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]    1    4    7   10
[2,]    2    5    8   11
[3,]    3    6    9   12
, , 2
      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]   13   16   19   22
[2,]   14   17   20   23
[3,]   15   18   21   24
>
```

5-8-2 identical()函数

identical()函数主要是用于比较两个对象是否完全相同。

实例 ch5_68：比较first.3array和second.3array对象是否完全相同。

```
> identical(first.3array, second.3array)
[1] TRUE
>
```

5-8-3 取得三维数组的元素

取得三维数组元素的方法与取得向量或矩阵元素的方法相同，也是使用索引，可参考下列实例。

实例 ch5_69：取得第2个表格中，第1行，第3列元素。

```
> first.3array[1, 3, 2]
[1] 19
>
```

实例 ch5_70：取得第2个表格中，除去第3行，第1至3列的元素。

```
> first.3array[-3, 1:3, 2]
      [,1] [,2] [,3]
[1,]   13   16   19
[2,]   14   17   20
>
```

由上述结果可以发现，初始first.3array为数组对象，经筛选后，变成矩阵。如果期待筛选完，对象仍是三维数组，那么可加上参数“drop = FALSE”。

实例 ch5_71：重新设计ch5_70，保持筛选结果是三维数组。

```
> first.3array[-3, 1:3, 2, drop = FALSE]
, , 1
      [,1] [,2] [,3]
[1,]   13   16   19
[2,]   14   17   20
>
```

实例 ch5_72：筛选出每个表格的第3行数据。

```
> first.3array[3, , ]
      [,1] [,2]
[1,]    3   15
[2,]    6   18
[3,]    9   21
[4,]   12   24
>
```

细心的读者应该发现，原先第3行的数据，已经不是筛选后第3行的数据了。这是因为降维度后，第1个表格的数据以列优先方式先填充，第2个表格再依方式填充，所以可以得到上述结果。

实例 ch5_73：筛选每个表格第2列的数据。

```
> first.3array[ , 2, ]
      [,1] [,2]
[1,]    4   16
[2,]    5   17
[3,]    6   18
>
```

5-9 再谈class()函数

在前一章我们介绍使用class()函数时，如果将向量变量放在此函数内，可列出此向量变量元素的数据类型，如果将矩阵放入此函数内，结果如何呢？

实例 ch5_74 : class() 函数的参数是矩阵变量的应用。

```
> first.matrix <- matrix(1:12, nrow = 4)
> class(first.matrix)
[1] "matrix"
>
```

上述执行结果是矩阵“matrix”。

实例 ch5_75 : class() 函数的参数是数组变量的应用。

```
> first.3array <- array(1:24, dim = c(3, 4, 2))
> class(first.3array)
[1] "array"
>
```

上述命令的执行结果是“array”。同样的方法可以应用于未来几章要介绍的因子(factor)、数据框(data frame)和列表(list)。但是如果class()函数放入的参数是变量(例如矩阵)的特定元素，则将显示该元素的数据类型。

实例 ch5_76 : class() 函数参数是矩阵特定元素的应用。

```
> first.matrix <- matrix(1:12, nrow = 4)
> class(first.matrix[2, 3])
[1] "integer"
>
```

本章习题

一. 判断题

() 1. 使用rbind() 函数将两个向量做行合并，向量的长度不一定要相等。

() 2. 有如下两个命令。

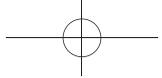
```
> x <- matrix(1:12, nrow = 4, byrow = TRUE)
> x
```

上述命令执行后，下列的执行结果是正确的。

```
  [,1] [,2] [,3]
[1,]  1  5  9
[2,]  2  6 10
[3,]  3  7 11
[4,]  4  8 12
```

() 3. 有如下命令。

```
> str(x)
 int [1:4, 1:3] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ...
```



由上述执行结果可知，x是一个矩阵。

() 4. 有如下两个命令。

```
> x <- matrix(1:12, nrow = 4)
> is.array(x)
```

上述命令的执行结果如下所示。

```
[1] TRUE
```

() 5. 有如下两个命令。

```
> x <- matrix(1:12, nrow = 3)
> x[-c(2, 3)]
```

上述命令的执行结果如下所示。

```
 [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]  1   4   7  10
```

() 6. 使用names()函数可以更改矩阵的行名和列名。

() 7. 有如下命令。

```
> dimnames(x)
[[1]]
[1] "A" "B" "C"
```

```
[[2]]
NULL
```

由上述执行结果可以知道，目前x对象行名分别是“A”“B”“C”，没有列名。

() 8. R语言是允许矩阵和向量相加的，只要矩阵的行数与向量长度相同即可。

() 9. 如下两个命令。

```
> x1 <- matrix(1:9, nrow = 3)
> x2 <- matrix(1:8, nrow = 2)
> x1 %*% x2
```

上述命令的执行结果如下所示。

```
 [,1] [,2] [,3]
[1,] 30  66 102
[2,] 36  81 126
[3,] 42  96 150
```

() 10. 有如下命令。

```
> diag(1, 3, 3)
```

上述命令执行结果如下所示。

```
 [,1] [,2] [,3]
[1,]  1   0   0
[2,]  0   1   0
[3,]  0   0   1
```

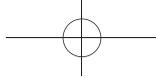
() 11. 可使用下列命令，建立一个元素为1:24的三维数组，行数是3，列数是4，表格数是2。

```
> x <- array(1:24, dim = c(3, 4, 2))
```

二. 单选题

() 1. 已知如下3个向量。

```
a <- c(1, 2, 3)
```



```
b <- c(4, 5, 6)
```

```
c <- c(7, 8, 9)
```

想要生成如下矩阵。

```
1 2 3
```

```
4 5 6
```

```
7 8 9
```

可以使用下列哪个命令？

A. `cbind(a, b, c)`

C. `matrix(a, b, c)`

B. `rbind(a, b, c)`

D. `matrix(c(a, b, c), ncol = 3)`

() 2. 以下命令会得到哪个输出结果？

```
> x <- c(1, 3, 5)
> y <- c(3, 2, 10)
> cbind(x, y)
```

A. 长度为3的向量

C. 一个3x3的矩阵

B. 一个3x2的矩阵

D. 一个2x3的矩阵

() 3. 以下命令会得到哪个输出结果？

```
> x <- matrix(4:15, nrow = 3)
> x
```

```
A.      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]    4    7   10   13
[2,]    5    8   11   14
[3,]    6    9   12   15
```

```
C.      [,1] [,2] [,3] [,4]
[1,]    4    5    6    7
[2,]    8    9   10   11
[3,]   12   13   14   15
```

```
B.      [,1] [,2] [,3]
[1,]    4    8   12
[2,]    5    9   13
[3,]    6   10   14
[4,]    7   11   15
```

```
D.      [,1] [,2] [,3]
[1,]    4    5    6
[2,]    7    8    9
[3,]   10   11   12
[4,]   13   14   15
```

() 4. 以下命令会得到下列哪个结果？

```
> x <- matrix(1:12, nrow = 3)
> x[2, 3]
```

A. [1] 6

B. [1] 5

C. [1] 8

D. [1] 9

() 5. 以下命令会得到哪个输出结果？

```
> x <- matrix(1:12, nrow = 3)
> ncol(x)
```

A. [1] 3

B. [1] 4

C. [1] 5

D. [1] 6

() 6. 以下命令会得到哪个结论？

```
> dim(x)
[1] 3 4
```

A. x对象行数是3

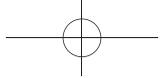
C. x对象列数是3

B. x对象行数是4

D. x对象行数是7

() 7. 以下命令会得到哪个输出结果？

```
> dim(x)
[1] 3 4
> length(x)
```



- () 8. 以下命令会得到哪个输出结果?
 A. [1] 3 B. [1] 4 C. [1] 7 D. [1] 12

```
> cbind(4:6, 11:13, matrix(1:6, nrow = 3))
```

A. [,1] [,2] [,3] [,4]
 [1,] 1 4 7 10
 [2,] 2 5 8 11
 [3,] 3 6 9 12

B. [,1] [,2] [,3] [,4]
 [1,] 4 7 10 13
 [2,] 5 8 11 14
 [3,] 6 9 12 15

C. [,1] [,2] [,3] [,4]
 [1,] 4 11 1 4
 [2,] 5 12 2 5
 [3,] 6 13 3 6

D. [,1] [,2] [,3] [,4]
 [1,] 2 5 8 11
 [2,] 3 6 9 12
 [3,] 4 7 10 13

- () 9. 以下命令会得到哪个输出结果?

```
> x <- matrix(10:21, nrow = 3)  
> x[2, ]
```

A. [1] 11 14 17 20
 C. [1] 10 11 12

B. [1] 10 13 16 19
 D. [1] 13 14 15

- () 10. 以下命令会得到哪个输出结果?

```
> x <- matrix(1:20, nrow = 4)  
> x[3:4, 4:5]
```

A. [,1] [,2]
 [1,] 9 13
 [2,] 10 14

B. [,1] [,2]
 [1,] 15 19
 [2,] 16 20

C. [,1] [,2]
 [1,] 3 7
 [2,] 4 8

D. [,1] [,2]
 [1,] 6 10
 [2,] 7 11

- () 11. 以下命令会得到哪个输出结果?

```
> x <- matrix(1:20, nrow = 4)  
> x[-c(3:4), -2]
```

A. [,1] [,2] [,3] [,4]
 [1,] 1 9 13 17
 [2,] 2 10 14 18

B. [,1] [,2] [,3] [,4]
 [1,] 5 9 13 17
 [2,] 6 10 14 18

C. [,1] [,2] [,3] [,4]
 [1,] 2 10 14 18
 [2,] 3 11 15 19
 [3,] 4 12 16 20

D. [,1] [,2] [,3]
 [1,] 1 5 17
 [2,] 3 7 19
 [3,] 4 8 20

- () 12. 以下命令会得到哪个输出结果?

```
> x <- matrix(1:20, nrow = 4)  
> rowSums(x)
```

A. [1] 2.5 6.5 10.5 14.5 18.5
 C. [1] 45 50 55 60

B. [1] 10 26 42 58 74
 D. [1] 9 10 11 12

- () 13. 以下命令会得到哪个输出结果?

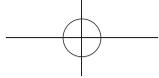
```
> x <- array(1:24, dim = c(3, 4, 2))  
> x[1, 2, 2]
```

A. [1] 13

B. [1] 14

C. [1] 15

D. [1] 16



```
x2 <- c(7, 14, 5)
```

```
x3 <- c(15, 3, 19)
```

(1) 使用rbind()函数将上述向量组成矩阵A1。

```
> A1
  [,1] [,2] [,3]
x1  10  12  14
x2   7  14   5
x3  15   3  19
```

(2) 使用cbind()函数将向量组成矩阵A2。

```
> A2
      x1 x2 x3
[1,] 10  7 15
[2,] 12 14  3
[3,] 14  5 19
```

(3) 列出A1矩阵[1:2,]对应的元素。

```
  [,1] [,2] [,3]
x1  10  12  14
x2   7  14   5
```

(4) 列出A1矩阵[1:2, 2:3]对应的元素。

```
  [,1] [,2]
x1  12  14
x2  14   5
```

(5) 列出A2矩阵[, 2:3]对应的元素。

```
      x2 x3
[1,]  7 15
[2,] 14  3
[3,]  5 19
```

(6) 列出A2矩阵[2:2, 2:3]对应的元素。

```
x2 x3
14  3
```

(7) 取得A1矩阵第1行以外的矩阵元素。

```
  [,1] [,2] [,3]
x2   7  14   5
x3  15   3  19
```

(8) 取得A2矩阵第2列以外的矩阵元素。

```
      x1 x3
[1,] 10 15
[2,] 12  3
[3,] 14 19
```

3. NBA 球星5人得分向量数据如下：

Lin. 7, 8, 6, 11, 9, 12

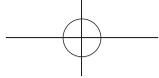
Jordan. 12, 8, 9, 15, 7, 12

Curry. 13, 9, 6, 11, 9, 13

Antony. 12, 11, 9, 13, 8, 14

Kevin. 7, 10, 8, 6, 5, 9

请转成矩阵。



```

      [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6]
Lin      7   8   6  11   9  12
Jordan  12   8   9  15   7  12
Curry  13   9   6  11   9  13
Antony  12  11   9  13   8  14
Kevin   7  10   8   6   5   9

```

4. 为上一题的NBA球星数据矩阵设置行名(使用球星名字)和列名(使用场次编号)。

```

      1st 2nd 3rd 4th 5th 6th
Lin   7   8   6  11   9  12
Jor  12   8   9  15   7  12
Cur 13   9   6  11   9  13
Ant  12  11   9  13   8  14
Kev   7  10   8   6   5   9

```

5. 使用rowSums()函数为上述球星计算总得分。

```

Lin Jor Cur Ant Kev
53  63  61  67  45

```

6. 使用rowMeans()函数为上述球星计算平均得分。

```

      Lin      Jor      Cur      Ant      Kev
8.833333 10.500000 10.166667 11.166667  7.500000

```

7. 收集2个班级, 5位同学的数学和R语言成绩, 学生数据用ID表示, 然后将数据建立为三维数组。

```

, , class-A

```

```

      R-score math
ID-01      71   76
ID-02      72   77
ID-03      73   78
ID-04      74   79
ID-05      75   80

```

```

, , class-B

```

```

      R-score math
ID-01      81   86
ID-02      82   87
ID-03      83   88
ID-04      84   89
ID-05      85   90

```