第3章 Chapter 3

陀 螺 仪

凡能绕定点高速旋转的物体都可以称为陀螺。

人们利用陀螺的力学性质，所制成的各种功能的陀螺装置称为陀螺仪（Gyroscope）。陀螺仪是敏感物体相对惯性空间角运动的装置，它最主要的基本特性是稳定性和进动性。陀螺仪在科学、技术、军事等各个领域有着广泛的应用，如回转罗盘、定向指示仪、陀螺仪的章动、地球在太阳引力矩作用下的旋进等。

随着科学技术的发展，相继发现了数十种物理现象，可以被用来感测物体相对惯性空间的角运动，人们也把陀螺仪这一名称扩展到没有刚体转子而功能与经典陀螺仪等同的敏感器。

为了便于读者理解，本章仍以机械框架式刚体转子陀螺仪为对象，来阐述陀螺仪的基本理论。这不仅是因为这种陀螺仪至今仍被广泛应用，而且可为掌握其他形式的陀螺仪打下基础。

3.1 机械转子陀螺仪的力学基础

3.1.1 绕定点转动刚体的动量矩

1. 动量矩

设刚体以角速度 ω 绕定点 O 转动，如图 3-1 所示。刚体内任意一质点 i 对 O 点的向径为 $\boldsymbol{r}_i$，则质点 i 的线速度为

$$\boldsymbol{v}_i = \omega \times \boldsymbol{r}_i \tag{3-1}$$

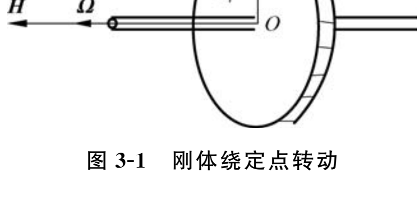


图 3-1 刚体绕定点转动

该质点 i(质量为 m_i)的动量为

$$m_i \boldsymbol{v}_i = m_i \omega \times \boldsymbol{r}_i \tag{3-2}$$

根据物理学知识,动量是衡量平动物体运动强弱的一种量度。

对于绕定点或定轴转动的刚体,则用动量矩来衡量其转动运动的强弱。质点 i 的动量矩 $\boldsymbol{H}_i$ 是指该质点 i 的动量 $m_i \boldsymbol{v}_i$ 对定点 O 的作用矩,即

$$\boldsymbol{H} = \sum \boldsymbol{H}_i = \sum m_i \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{v}_i \tag{3-3}$$

在实际陀螺仪表中,陀螺转子通常是以主轴 X 为对称轴的回转体,且绕 X 轴的自转角速度$\boldsymbol{\Omega}$ 要比绕 Y 轴和 Z 轴的角速度大得多(一般绕 X 轴的自转角速度为 24000r/min 左右,而绕 Y 或 Z 轴的角速度仅在 1°/min 以下)。所以陀螺转子动量矩实际上可以看成为对于 X 轴的动量矩,$\boldsymbol{\Omega}$,$\boldsymbol{v}_i$,$\boldsymbol{r}$ 互相垂直,则动量矩 $\boldsymbol{H}$(在陀螺原理中也称 $\boldsymbol{H}$ 为动量矩)的大小为

$$\boldsymbol{H} = \sum m_i r_i \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{r}_i = \sum m_i \boldsymbol{r}_i^2 \boldsymbol{\Omega} = J\boldsymbol{\Omega} \tag{3-4}$$

式中,$J = \sum m_i r_i^2$ 称为陀螺转子对自转轴的转动惯量。J 是衡量刚体转动时惯性大小的一个物理量,它和平动物体的质量 m 一样,也是一个标量。$\boldsymbol{\Omega}$ 为陀螺转子绕自转轴的旋转角速度,即自转角速度。$\boldsymbol{\Omega}$ 是一个矢量,其方向可用右手定则确定。如图 3-2 所示,四指表示旋转方向,大拇指的指向即代表角速度矢量方向。

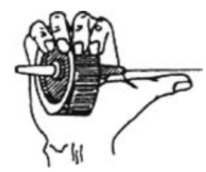


图 3-2　角速度方向确定方法

标量 J 和矢量$\boldsymbol{\Omega}$ 的乘积仍为矢量,因此,动量矩 $\boldsymbol{H}$ 为矢量:

$$\boldsymbol{H} = J \cdot \boldsymbol{\Omega} \tag{3-5}$$

可见,当陀螺仪转子高速旋转时,转子具有动量矩 $\boldsymbol{H}$。动量矩 $\boldsymbol{H}$ 与主轴重合,方向与转子自转角速度$\boldsymbol{\Omega}$ 方向相同。动量矩 $\boldsymbol{H}$ 的大小等于转动惯量 J 和角速度$\boldsymbol{\Omega}$ 的乘积。

2. 动量矩定理

刚体在空间绕支承中心(定点)O 转动时,刚体对 O 点的动量矩 $\boldsymbol{H}$ 对时间求导,即

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{H}}{\mathrm{d}t} = \sum m_i \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}_i}{\mathrm{d}t} \times \boldsymbol{v}_i + \sum m_i \boldsymbol{r}_i \times \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_i}{\mathrm{d}t} \tag{3-6}$$

因为

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}_i}{\mathrm{d}t} \times \boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{v}_i \times \boldsymbol{v}_i = 0 \tag{3-7}$$

根据牛顿第二定律

$$m_i \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_i}{\mathrm{d}t} = m_i \boldsymbol{a}_i = \boldsymbol{F}_i \tag{3-8}$$

$\boldsymbol{F}_i$ 为作用在质点上的外力,则式(3-8)变为

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{H}_i}{\mathrm{d}t} = \sum \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{F}_i \tag{3-9}$$

等式右端 $\sum \boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{F}_i$ 为作用在刚体所有质点上的外力对O点的力矩矢量之总和,用$\boldsymbol{M}_{\mathrm{o}}$ 表示,即

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{H}_{\mathrm{o}}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{M}_{\mathrm{o}} \tag{3-10}$$

上式为动量矩定理的数学表达式，可叙述为：刚体对某点的动量矩对时间的导数等于作用在刚体上所有外力对同一点的总力矩。

同时，已知矢量对时间的导数就是此矢量末端的瞬时速度。动量矩 $\boldsymbol{H}$ 的矢端速度为

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{H}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{v} \tag{3-11}$$

根据动量矩定理，可以推出下面的结论 $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{M}$。因此，动量矩定理又可叙述为：刚体对某一点的动量矩的末端速度 $\boldsymbol{v}$ 在几何上等于作用在刚体上所有外力对同一点的总力矩。即陀螺转子的动量矩 $\boldsymbol{H}$ 的末端速度 $\boldsymbol{v}$ 与外力矩 $\boldsymbol{M}$ 大小相等，方向相同，称之为莱查定理。可见，如果没有外力矩作用在定轴转动的刚体上，则其动量矩为常值，即其大小及其在惯性空间的方向将保持不变。

3.1.2 欧拉动力学方程

欧拉，瑞士数学家、物理学家，1758 年发表"刚体绕定点运动理论"，1765 年建立欧拉动力学方程。欧拉动力学方程式是建立陀螺仪运动方程的理论基础，下面用动量矩定理来阐述欧拉动力学方程。

设动坐标系 $Oxyz$ 与刚体固连，x，y，z 轴与刚体的三惯性主轴重合。在图 3-3 中，坐标系 $OXYZ$ 为惯性坐标系。

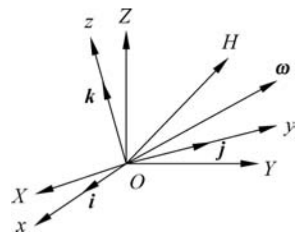


图 3-3 惯性坐标系和刚体坐标系

设刚体以瞬时角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 相对惯性坐标系 $OXYZ$ 转动，则

$$\boldsymbol{\omega}=\omega_x\boldsymbol{i}+\omega_y\boldsymbol{j}+\omega_z\boldsymbol{k} \tag{3-12}$$

式中，ω_x，ω_y，ω_z 分别是 $\boldsymbol{\omega}$ 在动坐标系 $Oxyz$ 的三根轴上的投影值；$\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{k}$ 为坐标系单位矢量。

刚体对定点 O 的动量矩 $\boldsymbol{H}$ 为

$$\boldsymbol{H}=H_x\boldsymbol{i}+H_y\boldsymbol{j}+H_z\boldsymbol{k}=J_x\omega_x\boldsymbol{i}+J_y\omega_y\boldsymbol{j}+J_z\omega_z\boldsymbol{k} \tag{3-13}$$

式中，J_x，J_y，J_z 分别是刚体绕 x，y，z 三根惯性主轴的转动惯量；H_x，H_y，H_z 分别是 $\boldsymbol{H}$ 在 x，y，z 三根坐标轴上的投影值。因此

$$\boldsymbol{H}=H_x\boldsymbol{i}+H_y\boldsymbol{j}+H_z\boldsymbol{k} \tag{3-14}$$

当刚体运动时，动量矩 $\boldsymbol{H}$ 相对惯性坐标系的变化关系为

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{H}}{\mathrm{d}t}=\frac{\partial\boldsymbol{H}}{\partial t}+\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{H} \tag{3-15}$$

等式右边第一项是动量矩 $\boldsymbol{H}$ 相对变化率，而 $\boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{H}$ 可看成动量矩 $\boldsymbol{H}$ 的牵连速度，即动量矩 $\boldsymbol{H}$ 的方向变化。式(3-15)表示动量矩 $\boldsymbol{H}$ 的绝对速度等于相对速度和牵连速度的矢量和。

由动量矩定理可写成

$$\frac{\partial\boldsymbol{H}}{\partial t}+\omega\times\boldsymbol{H}=\boldsymbol{M} \tag{3-16}$$

式(3-16)为刚体定点转动的欧拉动力学方程的矢量式。将其写成沿动坐标系 $Oxyz$ 坐标轴的投影形式，即

$$\begin{cases}\dfrac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t}=\dfrac{\mathrm{d}H_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\dfrac{\mathrm{d}H_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\dfrac{\mathrm{d}H_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} \\ \boldsymbol{\omega}\times\boldsymbol{H}=\begin{vmatrix}\boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k}\\ \omega_x & \omega_y & \omega_z\\ H_x & H_y & H_z\end{vmatrix} \\ \qquad\quad =(\omega_y H_z-\omega_z H_y)\boldsymbol{i}+(\omega_z H_x-\omega_x H_z)\boldsymbol{j}+(\omega_x H_y-\omega_y H_x)\boldsymbol{k}\end{cases} \tag{3-17}$$

外力矩 $\boldsymbol{M}$ 在动坐标系可表示为

$$\boldsymbol{M}=M_x\boldsymbol{i}+M_y\boldsymbol{j}+M_z\boldsymbol{k} \tag{3-18}$$

M_x,M_y,M_z 分别为外力矩 $\boldsymbol{M}$ 在 x,y,z 三个坐标轴上的投影。由上面推导可得

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}H_x}{\mathrm{d}t}+\omega_y H_z-\omega_z H_y=M_x \\ \dfrac{\mathrm{d}H_y}{\mathrm{d}t}+\omega_z H_x-\omega_x H_z=M_y \\ \dfrac{\mathrm{d}H_z}{\mathrm{d}t}+\omega_x H_y-\omega_y H_x=M_z\end{cases} \tag{3-19}$$

式(3-19)为刚体定点转动的欧拉动力学方程式。

3.2 陀螺仪的自由度和运动特性

3.2.1 陀螺仪的自由度

凡是绕回转体的对称轴高速旋转的物体都可称为陀螺。常见的陀螺是一个高速旋转的转子，回转体的对称轴称为陀螺转子的主轴或极轴。转子绕这根轴的旋转称为陀螺转子的自转。把高速旋转的陀螺安装在一个悬挂装置上，使陀螺主轴在空间具有一个或两个转动的自由度，就构成了陀螺仪。

确定一个物体在某坐标系中的位置所需要的独立坐标的数目，称为该物体的自由度。众所周知，在无约束条件下，一个物体在空间运动共有 6 个自由度，即 3 个位移自由度(或线自由度)和 3 个转动自由度(或角自由度)。

现在来考察陀螺仪的自由度。以机械转子陀螺仪为例，这种陀螺仪的核心部分是一个绕自转轴高速旋转的对称刚体转子，转子一般采用高强度和高密度的金属材料，如不锈钢、钨镍钢合金等，做成空心圆柱体形状，并由陀螺电机驱动使其高速旋转，典型转速为 24000r/min。为了测量运载体的角位移或角速度，转子必须被支承起来，使之相对基座具有 3 个或两个转动自由度，或者说，使自转轴相对基座具有两个或一个转动自由度。

陀螺仪的自由度数目，通常是指自转轴可绕其自由旋转的正交轴的数目。因此，机械转子陀螺仪可分为二自由度陀螺仪和单自由度陀螺仪。

二自由度陀螺仪的基本组成如图 3-4 所示。其悬挂装置由内环、外环和基座(包括固定环)所组成。其悬挂装置称为万向支架，也即卡尔丹环。转子借助自转轴上一对轴承

安装于内框轴中，内框架借助内框轴上一对轴承安装于外框架中，外框架借助外框轴上一对轴承安装在基座(仪表壳体)上。在理想情况下，自转轴与内框轴垂直且相交，内框轴与外框轴垂直且相交，这 3 根轴线的交点即为陀螺仪的支承中心。转子通常由陀螺电机驱动绕自转轴高速旋转，转子连同内框架可绕内框架轴转动，转子连同内框架和外框架又可绕外框轴转动。这种陀螺仪中的自转轴具有绕内框轴和外框轴的转动自由度。

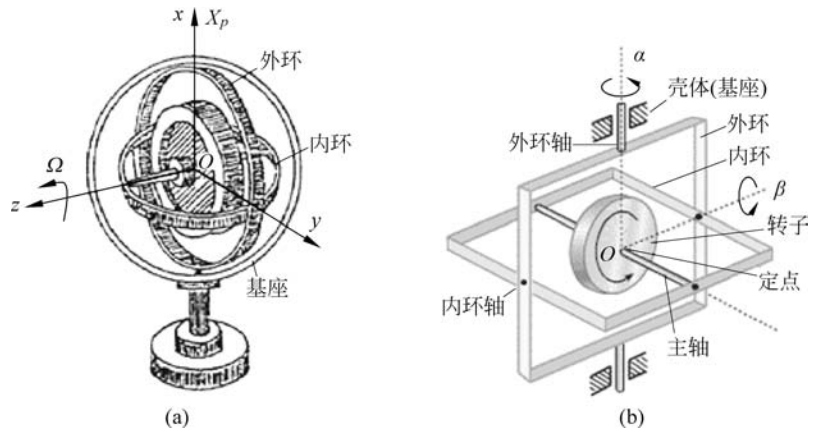


图 3-4 二自由度陀螺仪

在陀螺仪上建立一组右手直角坐标系 $Oxyz$，使 Oz 轴与转子自转轴(即主轴)重合，但不参与自转，Oz 轴的正方向这样选定：从 Oz 轴尖看进去转子做逆时针方向旋转，Oy 轴(又称水平轴)与内环轴固连，Ox 轴始终垂直于 Oyz 平面。称坐标系 $Oxyz$ 为陀螺坐标系，也称莱查坐标系。注意这里 Ox 轴不是外环轴 X_p。陀螺转子能绕 Oz 轴做高速的自转运动，转子连同内环能绕 Oy 轴做倾斜旋转，转子、内环连同外环一起能绕外环轴 X_p 做方位转动。因此，陀螺转子可同时绕 3 个轴自由旋转，指向空间的任何方向。陀螺转子在空间有 3 个自由度。3 根轴的交点 O 称为转子的支架点，也称为陀螺仪的支承中心。

确定主轴 Oz 在空间的位置，只需水平和方位上的转角两个参数，不用关心主轴的自转。因此，上述陀螺仪称为二自由度陀螺仪，与主轴正交的其他两轴用于敏感出载体的角速度或角位移的输出轴向。一个二自由度陀螺仪用内环轴和外环轴角度传感元件可以测量出两个姿态角。

图 3-5 单自由度陀螺仪

如果把内外环中任意一环固定起来，则转子主轴对底座只有一个转动自由度，这样的陀螺仪称为单自由度陀螺仪。假如把内外环都固定起来，陀螺仪则只是一个绕定轴转动的刚体。单自由度陀螺仪基本组成如图 3-5 所示。同二自由度陀螺仪相比，它只有一个框架(相当于只有内框架而无外框架)，因此，这种陀螺仪的自转轴仅具有绕一个框架轴的转动自由度。

3.2.2 陀螺仪的运动

玩具陀螺表现出的运动现象是大家所熟悉的。当玩具陀螺旋转时，它就能够直立在

地上(图 3-6),而且转得越快,立得越稳,即使有冲击作用,也只是产生晃动而不易被冲倒,玩具陀螺的自转轴方向能在空间保持稳定,这是陀螺稳定现象的表现。

一个不旋转的陀螺不能自立于地面,这是由于陀螺的重力对地面支点的力矩使其倾倒。如果使陀螺绕其轴线高速旋转,它会在摇摆中立于地面而不倒下。此时,陀螺自身可有 3 种运动同时存在,如图 3-7 所示。

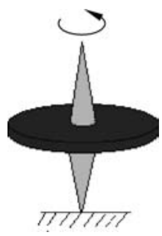


图 3-6 玩具陀螺的运动

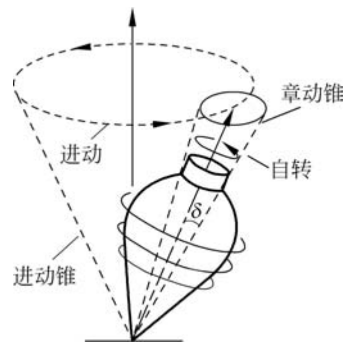


图 3-7 陀螺的 3 种运动

一是陀螺绕其自身轴线高速转动,称为自转。

二是陀螺绕着垂直于地面的轴线缓慢的公转,称为进给运动、进动。

三是瞬时施加干扰力时,陀螺轴相对于垂直轴线做摆动,两轴线间的夹角 δ 由大到小,再由小到大,做周期性的变化,此种摆动称为章动。

陀螺运动一段时间之后,因受空气阻力和地面摩擦阻力的作用,自转角速度逐渐衰减,直到最后翻倒。

陀螺仪的基本特性,通常称为陀螺效应。陀螺效应包括定轴性、进动、章动和陀螺动力效应(陀螺力矩),其中定轴性、进动性和陀螺动力效应常被称为陀螺仪的三特性。

3.2.3 陀螺仪的定轴性

陀螺转子的运动本质是刚体定点转动问题,可简化成绕定点 O 运动的转子。陀螺的重要参数是自转动量矩 $\boldsymbol{H}$,它永远沿着自转轴 Oz。大小 $H=J\Omega=$常量。它说明了转子高速旋转运动的强弱状态与方向。设图 3-4(a)所示的陀螺仪主轴 Oz 轴正向水平指向空间某一方向,现轻轻地将基座倾斜(“轻轻地”即外加的干扰力矩相对于动量矩 $\boldsymbol{H}$ 可忽略),则出现的现象如图 3-8 所示,$\boldsymbol{H}$ 即 Oz 轴正向仍指向原来方向没变;如果轻轻地将基座旋转,也可看到同样的结果,$\boldsymbol{H}$ 即 Oz 轴仍然水平地指示原来的方向。陀螺仪不受任何外力矩作用,它的主轴将保持其空间初始指向不变的特性,称作陀螺仪的定轴性,或称为陀螺仪的稳定指向性,如图 3-8 所示。

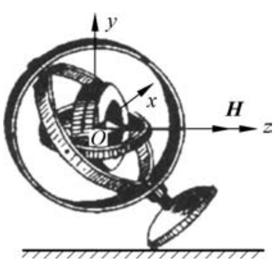


图 3-8 陀螺仪的定轴性

陀螺仪的定轴性可用动量矩定理加以说明。当陀螺仪不受外力矩作用时,根据动量矩定理有 $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{H}}{\mathrm{d}t}=0$,由此表明陀螺动

量矩 $\boldsymbol{H}$ 在惯性空间中既无大小的改变,也无方向的改变,即自转轴在惯性空间中保持原来的初始方位不变。

实际的陀螺仪中,不受任何外力矩作用的情况是不存在的。由于结构和工艺的不尽完善,总是不可避免地存在干扰力矩。因此,在有干扰的情况下考察陀螺仪的定轴性问题,更有实际的意义。

当作用于陀螺仪干扰力矩是冲击力矩时,陀螺仪自转轴的实际运动大都是在进动运动邻近做小幅度的快速振荡,这种振荡称为陀螺仪的章动。最为典型的情况是瞬时冲击力矩作用在陀螺仪上。此时,自转轴是在原来的空间方位附近绕垂直于自转轴的两个正交轴做振荡运动。只要陀螺仪具有较大的动量矩,章动的频率就很高(一般高于100Hz),振幅却很小(一般小于角分量级),因而自转轴在惯性空间中的方位改变是极其微小的。这可以说是陀螺仪定轴性的一个重要表现。陀螺动量矩越大,章动振幅也越微小,陀螺仪的稳定性也就越高。

陀螺仪所表现出来的稳定性,同转子不自转即为一般刚体的情形相比有很大的区别。从常值干扰力矩作用的效果来看,陀螺仪是绕交叉轴按等角速度的进动规律漂移,漂移角度随时间成比例增加;一般刚体则绕同轴按等角度的转动规律偏转,偏转角速度随时间成比例增加,偏转角度随时间的二次方成比例增加。因此在同样大小的干扰力矩作用下,经过相同的时间,陀螺仪相对惯性空间的方位改变远比一般刚体小得多。

3.2.4 陀螺仪的进动性

1. 陀螺仪的进动性及其规律

在二自由度陀螺仪上施加力矩,会引起陀螺动量矩矢量相对惯性空间转动的特性称为陀螺仪的进动性。

更为一般的情况是,在工作过程中始终有一定量值的外力矩作用在陀螺仪上。对图 3-9 所示的二自由度陀螺仪,若外力矩 $\boldsymbol{M}$ 绕内框轴作用在陀螺仪上,则动量矩 $\boldsymbol{H}$ 绕外框轴相对惯性空间转动,见图 3-9(a);若外力矩 $\boldsymbol{M}$ 绕外框轴作用在陀螺仪上,则动量矩 $\boldsymbol{H}$ 绕内框轴相对惯性空间转动,见图 3-9(b)。即陀螺仪在受到垂直于主轴的外力矩 $\boldsymbol{M}$ 作用时,陀螺主轴的运动并不发生在力的作用平面内,而是与此平面垂直,为了同一般刚体的转动相区分,将陀螺仪的这种运动称为进动。其转动角速度 ω 称为进动角速度,有时还把陀螺仪进动所绕的轴(这里即内、外框轴)称为进动轴。进动性是二自由度陀螺仪的基本特性。

进动角速度$\boldsymbol{\omega}$ 的方向取决于动量矩 $\boldsymbol{H}$ 和外力矩 $\boldsymbol{M}$ 的方向,其规律如图 3-9(c)所示。动量矩 $\boldsymbol{H}$ 倒向外力矩 $\boldsymbol{M}$ 的方向就是进动的方向。可以用右手定则来记忆:从动量矩 $\boldsymbol{H}$ 沿最短路径握向外力矩 $\boldsymbol{M}$ 的右手旋进方向,即为进动角速度$\boldsymbol{\omega}$ 的方向。

进动角速度$\boldsymbol{\omega}$ 的大小为

$$\omega = \frac{M}{H} \tag{3-20}$$

这就是说,当动量矩为一定值时,进动角速度与外力矩成正比;当外力矩为一定值时,进

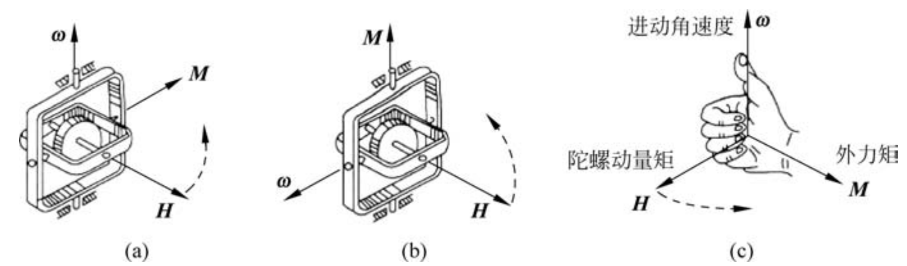


图 3-9 外力矩作用下陀螺仪的进动

动角速度与动量矩成反比；当动量矩和外力矩均为一定值时，进动角速度也保持一定值。

陀螺动量矩 $\boldsymbol{H}$ 等于转子绕自转轴的转动惯量 J 与转子自转角速度 Ω 的乘积，上式也可写成

$$\omega = \frac{M}{J\Omega} \tag{3-21}$$

在计算进动角速度时，动量矩的单位常用 g·cm·s，外力矩的单位常用 g·cm。由此计算出进动角速度的单位是 rad/s。但在实际应用中，进动角速度的单位一般采用(°)/min 或(°)/h 来表示。它们之间的换算关系是

$$1\text{rad/s} = 3.44 \times 10^3\,°/\text{min} = 2.06 \times 10^5\,°/\text{h}$$

例 3-1 设陀螺动量矩 $H=4000\text{g}\cdot\text{cm}\cdot\text{s}$，当作用在内环轴上的外力矩 $M=10\text{g}\cdot\text{cm}$ 时，则陀螺仪绕外框轴的进动角速度为

$$\omega = \frac{M}{H} = \frac{10}{4000} = 2.5 \times 10^{-3}\,\text{rad/s} = 8.6°/\text{min}$$

当作用在内环轴上的外力矩 $M=1\text{g}\cdot\text{cm}$ 时，则陀螺仪绕外框轴的进动角速度为

$$\omega = \frac{M}{H} = \frac{1}{4000} = 2.5 \times 10^{-4}\,\text{rad/s} = 0.86°/\text{min}$$

若作用在内环轴上的外力矩仍是 $M=1\text{g}\cdot\text{cm}$，但陀螺动量矩 $H=24000\text{g}\cdot\text{cm}\cdot\text{s}$，则陀螺仪绕外框轴的进动角速度为

$$\omega = \frac{M}{H} = \frac{1}{24000} = 4.17 \times 10^{-5}\,\text{rad/s} = 0.143°/\text{min}$$

陀螺仪的进动可以说是“无惯性”的。外力矩加到陀螺仪的瞬间，它就立即出现进动；外力矩去除的瞬间，它就立即停止进动；外力矩的大小或方向改变，进动角速度的大小或方向也立即发生相应的改变。当然，完全的“无惯性”在实际上是不存在的，这里只是因为陀螺动量矩较大，用眼睛不易观察出它的惯性表现而已。

2. 陀螺仪进动性的解释

可以从动量矩定理解释进动性。

动量矩定理的表述为

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{H}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{M} \tag{3-22}$$

联系到陀螺仪的动力学问题时，此定理表明的物理意义是：陀螺动量矩 $\boldsymbol{H}$ 在惯性空间中的变化率 $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{H}}{\mathrm{d}t}$，等于作用在陀螺仪上的外力矩 $\boldsymbol{M}$。$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{H}}{\mathrm{d}t}$ 表示陀螺动量矩 $\boldsymbol{H}$ 随时间在惯性空间中可能有大小和方向的变化。

陀螺动量矩通常是由陀螺电机驱动转子高速旋转而产生的。既然动量矩 $\boldsymbol{H}$ 的大小保持不变，那么动量矩 $\boldsymbol{H}$ 在惯性空间中的变化率就意味着动量矩 $\boldsymbol{H}$ 的方向必然要发生改变，这就是陀螺仪的进动。

还应当特别注意，在外力矩 $\boldsymbol{M}$ 作用下，陀螺动量矩 $\boldsymbol{H}$ 的变化率是相对惯性空间的变化率。因此，陀螺仪的进动是相对惯性空间而言的。

其实，利用动量矩定理的另一表达形式即莱查定理，来说明陀螺仪的进动性更为方便。莱查定理的表述为

$$\boldsymbol{v}_H = \boldsymbol{M} \tag{3-23}$$

联系到陀螺仪的动力学问题时，此定理表明的物理意义是：陀螺动量矩 $\boldsymbol{H}$ 的矢端速度 $\boldsymbol{v}_H$，等于作用在陀螺仪上的外力矩 $\boldsymbol{M}$。$\boldsymbol{v}_H$ 与 $\boldsymbol{M}$ 不仅大小相等，而且方向相同。在图 3-10 中表示了这个关系。根据动量矩 $\boldsymbol{H}$ 矢端速度 $\boldsymbol{v}_H$ 的方向与外力矩 $\boldsymbol{M}$ 的方向相一致的关系，便可确定动量矩 $\boldsymbol{H}$ 的方向变化，从而确定进动的方向。这与上述提到的判断规则完全一致。但若把它说成“外力矩 $\boldsymbol{M}$ 拉着动量矩 $\boldsymbol{H}$ 矢端走”用来记忆进动的方法，更是一种形象的方法。

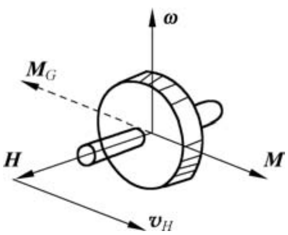


图 3-10　陀螺动量矩 $\boldsymbol{H}$ 矢端速度

如果用陀螺动量矩 $\boldsymbol{H}$ 在惯性空间中的转动角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 来表达 $\boldsymbol{H}$ 的矢端速度 $\boldsymbol{v}_H$，则有 $\boldsymbol{v}_H = \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{H}$。再根据莱查定理 $\boldsymbol{v}_H = \boldsymbol{M}$ 可得如下关系

$$\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{M} \tag{3-24}$$

显然，陀螺动量矩 $\boldsymbol{H}$ 在惯性空间中的转动角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 即为进动角速度。式(3-24)表明了进动角速度、动量矩和外力矩三者之间的关系。若已知 $\boldsymbol{H}$ 及 $\boldsymbol{M}$ 大小和方向，则根据矢量积的运算规则可求出 $\boldsymbol{\omega}$ 的大小和方向。式(3-24)就是以矢量形式表示的陀螺仪进动方程。

从上述分析可见，从动量矩定理还可以看到陀螺仪进动的“无惯性”。陀螺仪产生进动的内因是转子的高速自转即动量矩的存在，外因则是外力矩 $\boldsymbol{M}$ 的作用，而且是外力矩改变了陀螺动量矩的方向。如果转子没有自转，即动量矩为零，或者作用于陀螺仪的外力矩为零，或者外力矩矢量与动量矩矢量共线，那么陀螺仪就不会表现出进动性。

当绕外框轴作用的外力矩使陀螺仪绕内框轴进动到自转轴与外框轴重合，或者仪表壳体绕内框轴转动带动外框轴转到与自转轴重合时，二自由度陀螺仪将失去一个转动自由度。在此情形，动量矩矢量与外框轴共线，绕外框轴作用的外力矩将使外框架连同内框架绕外框轴转动，陀螺仪变得与一般刚体没有区别了。二自由度陀螺仪当其自转轴和一个自由度轴重合，使其失去一个转动自由度因而失掉有用特性的状态，称为“框架自锁”。在二自由度陀螺仪构成的陀螺仪表中，应当避免“框架自锁”情况的出现，否则仪表

将无法正常工作。

根据以上所述可知,陀螺仪进动的内因,是转子的高速自转即动量矩的存在,外因则是外力矩的作用;外力矩之所以会使陀螺仪产生进动,是因为外力矩改变了陀螺动量矩方向的结果。如果转子没有自转,即动量矩为零,或者作用于陀螺仪的外力矩为零,或者外力矩矢量与动量矩共线(如出现“框架自锁”时,作用在外环轴上的外力矩矢量便与动量矩矢量共线),那么陀螺仪就不会表现出进动性。同时还应明确,在外力作用下陀螺动量矩矢量的变化率是相对惯性空间而言的,因此陀螺仪的进动也是相对惯性空间而言的。

3.2.5 陀螺动力效应

根据牛顿第三定律,当外界对陀螺仪施加力矩使它进动时,陀螺仪必然存在反作用力矩,其大小与外力矩相等,方向则相反,并且作用在给陀螺仪施加力矩的那个物体上。陀螺仪进动时的反作用力矩,通常称为“陀螺力矩”。

陀螺力矩 $\boldsymbol{M}_G$ 与外力矩 $\boldsymbol{M}$ 之间的关系显然为

$$\boldsymbol{M}_G = -\boldsymbol{M} = \boldsymbol{H} \times \boldsymbol{\omega} \tag{3-25}$$

当陀螺动量矩 $\boldsymbol{H}$ 与进动角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 垂直时,陀螺力矩 $\boldsymbol{M}_G$ 的大小为

$$M_G = H\omega \tag{3-26}$$

陀螺力矩 $\boldsymbol{M}_G$ 的方向如图 3-10 中虚线箭头所示。从动量矩 $\boldsymbol{H}$ 沿最短路径握向进动角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 的右手旋进方向,即为陀螺力矩 $\boldsymbol{M}_G$ 的方向。

陀螺力矩实为哥氏惯性力矩。假设转子绕自转轴 z 以角速度 $\boldsymbol{\Omega}$ 相对内框架转动,转子又连同内框架绕内框轴 y 以角速度 $\boldsymbol{\omega}_y$ 相对惯性空间运动(进动)。也就是说,转子各质点对内框架作相对运动,同时又参与内框架的牵连运动。由于相对运动与牵连转动的相互影响,转子各质点具有哥氏加速度。哥氏加速度大小为

$$a_e = 2\omega_y v_r \sin\theta = 2\omega_y \Omega r \sin\theta \tag{3-27}$$

方向按右手定则确定。在第一和第二象限中,哥氏加速度的方向垂直于转子的旋转平面且矢端指向读者;在第三和第四象限中,哥氏加速度的方向垂直于转子的旋转平面但矢端背向读者。从式(3-27)看出,转子各质点哥氏加速度的大小与该质点的位置有关,它按角度 θ 成正弦变化,并按半径 r 成比例变化。图 3-11 中示出了实心圆柱形转子上一个薄片各质点哥氏加速度的分布规律。若在转子上取任意一个薄片,其分布规律都与此相同。

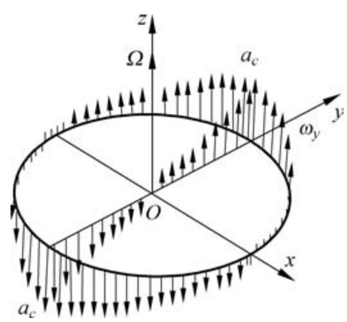


图 3-11 转子哥氏加速度的分布规律

由于转子各质点具有哥氏加速度,故必存在哥氏惯性力。哥氏惯性力的大小为质点的质量 m 与哥氏加速度 a_c 的乘积,即

$$F_c = m a_c \omega_y \Omega r \sin\theta \tag{3-28}$$

方向与哥氏加速度的方向相反。整个转子的哥氏惯性力矩可以通过积分的方法求得,其

大小为 $M_{Gx}=H\omega_y$,方向则与外力矩 $\boldsymbol{M}_x$ 的方向相反。

可见,陀螺力矩的实质是陀螺仪进动时的惯性反抗而产生的哥氏惯性力矩。与一般定轴转动刚体的惯性力矩不同,后者是刚体角加速转动时的惯性反抗而产生的(为了区分,这里称之为转动惯性力矩)。如果转子没有自转,陀螺仪就不存在进动性,陀螺力矩也不复存在。在这种情况下,如有外力矩绕框架轴作用在陀螺仪上,将使它绕同一框架轴作角加速转动;虽然此时仍然存在惯性力矩,但它不是哥氏惯性力矩,而是转动惯性力矩了。

必须指出,陀螺力矩并不作用于转子本身,而是作用在给陀螺仪施加力矩的物体上。例如,用手绕外框轴给陀螺仪施加力矩,这个力矩通过外框架传递到内框轴上,再通过内框架传递到自转轴上一对轴承而作用到转子上,这样才使转子产生让内框架轴的进动。转子绕内框架轴进动的同时所产生的绕外框轴的陀螺力矩,又通过这些构件传递到外框架而反作用到手上。因此,对陀螺仪中的转子而言,它仅受到外力矩作用,转子处于进动状态,而不处于静止状态。

但是,对于陀螺仪中的外框架而言,由于它在这里传递力矩,所以同时受到外力矩和陀螺力矩的作用,二者方向相反且大小相等,这样就使外框架处于平衡状态,而绕外框轴相对惯性空间保持方位稳定。陀螺力矩所产生的这种外框架稳定效应,叫作陀螺动力稳定效应或简称陀螺动力效应。一旦自转轴绕内框轴进动到与外框轴重合即出现框架自锁时,陀螺力矩就不存在,陀螺动力稳定效应也不复存在了。

3.2.6 陀螺仪的表观进动

由于陀螺仪的转动相对惯性空间保持方向不变,而地球以其自转角速度绕极轴相对惯性空间转动,因此陀螺自转轴相对地球的方向将出现表观变化。观察者以地球作为参考基准所看到的这种表面上的进动现象,叫作陀螺仪的表观进动。

例如,在地球北极处放置一个高精度的二自由度陀螺并使其外框轴处于当地垂线位置,自转轴处于当地水平位置,如图 3-12。这时俯视该陀螺仪会看到:陀螺自转轴在水平面内沿顺时针方向做表现进动,每 24h 进动一周。

又如,在地球赤道处放置一个高精度的二自由度陀螺仪,并使其外框轴处于水平南北位置,如图 3-13。自转轴处于当地水平位置。这时将会看到:陀螺自转轴在东西方向垂直平面相对地球做表观进动,每 24h 进动一周。

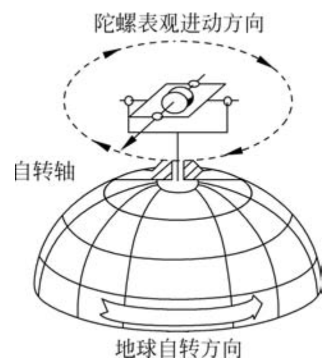


图 3-12　地球北极处陀螺仪的表观进动

再如,在地球任意纬度处放置一个高精度的二自由度陀螺仪,并使其自转轴处于当地垂线位置,如图 3-14(a),将会看到:陀螺自转轴逐渐偏离当地垂线,而相对地球做圆锥面轨迹的表观进动,每 24h 进动一周;若使其自转轴处于当地子午线位置,将会看到:陀螺自转轴逐渐偏离当地子午线,也相对地球做圆锥面轨迹的表观进动,每 24h 进动一周(图 3-14(b))。

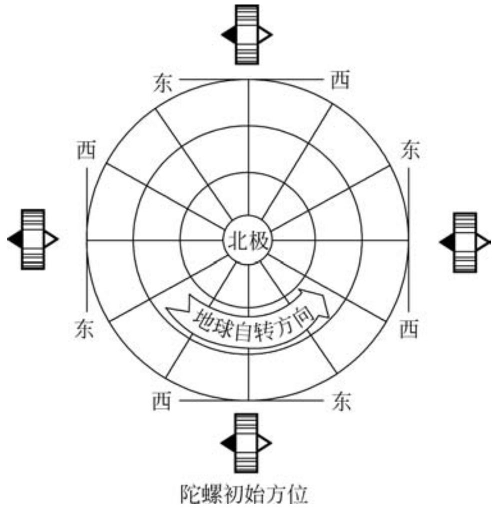


图 3-13 地球赤道处陀螺仪的表观进动

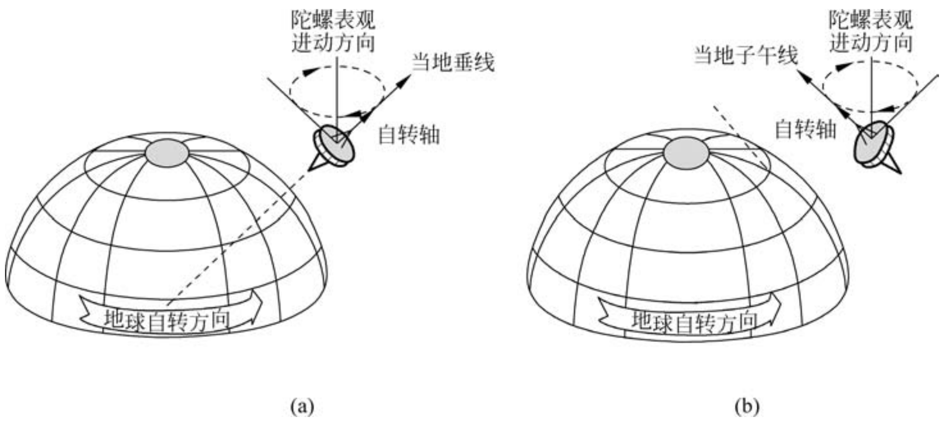


图 3-14 任意纬度处陀螺仪的表观进动

由于当地垂线和当地子午线均随地球一起相对惯性空间转动,并随载体的运动在惯性空间中不断改变方向,而且陀螺仪本身还存在着漂移,因此,欲利用陀螺仪在载体上建立当地垂线和子午线作为姿态的测量基准,就必须对陀螺仪施加一定的控制力矩或修正力矩,以使其自转轴始终跟踪当地垂线或当地子午线在惯性空间中的方位变化。

3.3 陀螺仪数学模型

陀螺仪在外力矩作用下的运动问题,实质上是属于刚体绕定点转动的动力学问题,因此可以用刚体定点转动的欧拉动力学方程或动力学普遍方程——拉格朗日方程来推导陀螺仪的动力学方程,并用方程来分析陀螺仪主轴的运动规律,通过分析可进一步掌握和理解陀螺仪的基本特性。

3.3.1 双自由度陀螺仪数学模型

1. 双自由度陀螺仪动力学方程

刚体定点转动的欧拉动力学方程如下：

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}H_x}{\mathrm{d}t}+\omega_y H_z-\omega_z H_y=M_x\\ \dfrac{\mathrm{d}H_y}{\mathrm{d}t}+\omega_z H_x-\omega_x H_z=M_y\\ \dfrac{\mathrm{d}H_z}{\mathrm{d}t}+\omega_x H_y-\omega_y H_x=M_z\end{cases}\tag{3-29}$$

式中，H_x,H_y,H_z 分别为刚体动量矩 $\boldsymbol{H}$ 在动坐标系各轴上的投影；$\omega_x,\omega_y,\omega_z$ 分别为动坐标系的角速度$\boldsymbol{\omega}$ 在动坐标系各轴上的投影；M_x,M_y,M_z 分别为作用于刚体的外力矩 $\boldsymbol{M}$ 在动坐标系各轴上的投影。

对图 3-15 所示的由转子、内框架和外框架组成的双自由度陀螺仪，取惯性坐标系 $Ox_iy_iz_i$，外框坐标系 $Ox_ay_az_a$，内框坐标系 $Ox_by_bz_b$。其中 Oz_b 轴就是转子的自转轴，Ox_b、Oy_b 是转子的赤道轴。这三个坐标系的原点均与陀螺仪的支承中心重合。当陀螺仪绕外框轴相对惯性空间转动 θ_x 角，并绕内框轴相对惯性空间转动 θ_y 角，各坐标系间的位置关系示于图中。设 J_z 为转子对自转轴的转动惯量；J_e 为转子对赤道轴的转动惯量；J_{bx},J_{by},J_{bz} 为内框架对内框坐标系各轴的转动惯量；J_{ax} 为外框架对外框轴的转动惯量。

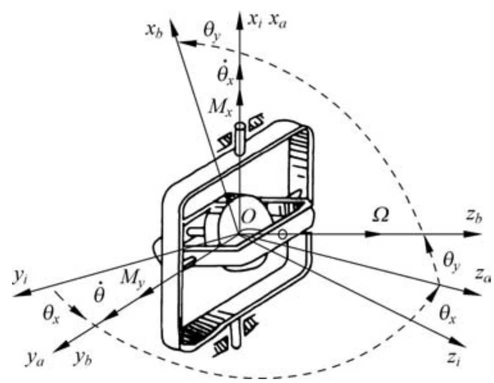


图 3-15 双自由度陀螺仪各坐标系间的运动关系

应用欧拉动力学方程推导出二自由度陀螺仪的动力学方程为

$$\begin{cases}[J_{ax}+(J_{bx}+J_e)\cos^2\theta_y+(J_{bz}+J_z)\sin^2\theta_y]\ddot{\theta}_x+H\dot{\theta}_y\cos\theta_y-\\ \qquad 2(J_{bx}+J_e-J_{bz}-J_z)\cdot\dot{\theta}_x\dot{\theta}_y\sin\theta_y\cos\theta_y=M_x\\ (J_{by}+J_e)\ddot{\theta}_y-H\dot{\theta}_x\cos\theta_y+(J_{bx}+J_e-J_{bz}-J_z)\dot{\theta}_x^2\sin\theta_y\cos\theta_y=M_y\end{cases}\tag{3-30}$$

式(3-30)是二阶非线性微分方程组,其求解是比较复杂的,在应用时往往加以简化,忽略方程组中一些次要因素的影响,使之成为二阶线性微分方程组。

实际上,在陀螺仪进入正常工作状态即转子高速自转的情况下,陀螺动量矩达到较大的量值,就有下列条件

$$\begin{cases}2(J_{bx}+J_e-J_{bz}-J_z)\dot{\theta}_x\dot{\theta}_y\sin\theta_y\cos\theta_y \ll H\dot{\theta}_y\cos\theta_y \\ (J_{bx}+J_e-J_{bz}-J_z)\dot{\theta}_x^2\sin\theta_y\cos\theta_y \ll H\dot{\theta}_x\cos\theta_y\end{cases} \tag{3-31}$$

成立,这样便可忽略动力学方程式中非线性高次微量,从而得到

$$\begin{cases}[J_{ax}+(J_{bx}+J_e)\cos^2\theta_y+(J_{bz}+J_z)\sin^2\theta_y]\ddot{\theta}_x+H\dot{\theta}_y\cos\theta_y=M_x \\ (J_{by}+J_e)\ddot{\theta}_y-H\dot{\theta}_x\cos\theta_y=M_y\end{cases} \tag{3-32}$$

式(3-32)第一式中方括号部分为陀螺仪绕外框轴的转动惯量,第二式中圆括号部分为陀螺仪绕内框轴的转动惯量,现分别用 J_x 和 J_y 代表。于是,可把二自由度陀螺仪的动力学方程写成

$$\begin{cases}J_x\ddot{\theta}_x+H\dot{\theta}_y\cos\theta_y=M_x \\ J_y\ddot{\theta}_y-H\dot{\theta}_x\cos\theta_y=M_y\end{cases} \tag{3-33}$$

一般情况下,陀螺仪绕内框轴的转角 θ_y 很小,可以认为$\cos^2\theta_y\approx1$,$\cos\theta_y\approx1$,$\sin\theta_y\approx\theta_y$,$\sin^2\theta_y\approx0$。因此,二自由度陀螺仪的动力学方程可简化为

$$\begin{cases}J_x\ddot{\theta}_x+H\dot{\theta}_y=M_x \\ J_y\ddot{\theta}_y-H\dot{\theta}_x=M_y\end{cases} \tag{3-34}$$

式中的转动惯量 J_x、J_y 表达式简化为

$$\begin{cases}J_x=J_{ax}+J_{bx}+J_e \\ J_y=J_{by}+J_e\end{cases} \tag{3-35}$$

式(3-34)是二阶线性微分方程组。这组动力学方程通常称为陀螺仪的技术方程,意思是指在工程技术的实际应用中,采用这样的方程来研究陀螺仪的动力学问题是足够精确的。

如果忽略转子赤道转动惯量和框架转动惯量的影响,则双自由度陀螺仪的技术方程式可进一步简化为

$$\begin{cases}H\dot{\theta}_y=M_x \\ -H\dot{\theta}_x=M_y\end{cases} \tag{3-36}$$

式(3-36)就是陀螺仪的进动方程。

2. 用陀螺仪技术方程分析陀螺仪运动特性

现在对图 3-15 所示的二自由度陀螺仪,用陀螺仪数学模型来分析陀螺仪主轴的运动规律,通过分析可进一步掌握和理解陀螺仪的基本运动特性。

1）在脉冲力矩作用下的章动

例如鱼雷或导弹发射的瞬间，对舰船上陀螺仪的干扰可近似认为是脉冲力矩的作用。由于脉冲力矩作用时间极短，力矩作用以后陀螺仪上将无外力矩作用，即 $M_x=0$，$M_y=0$。根据技术方程式(3-34)得

$$\begin{cases} J_x\ddot{\theta}_x + H\dot{\theta}_y = 0 \\ J_y\ddot{\theta}_y - H\dot{\theta}_x = 0 \end{cases} \tag{3-37}$$

对实用陀螺一般都有 $J_x \approx J_y = J$。将式(3-37)微分一次并整理得

$$\begin{cases} \dddot{\theta}_x + \dfrac{H^2}{J^2}\dot{\theta}_x = 0 \\ \dddot{\theta}_y + \dfrac{H^2}{J^2}\dot{\theta}_y = 0 \end{cases} \tag{3-38}$$

式(3-38)解有下列形式

$$\begin{cases} \dot{\theta}_x = C_1\sin\omega_n t + C_2\cos\omega_n t \\ \dot{\theta}_y = C_1\cos\omega_n t - C_2\sin\omega_n t \end{cases} \tag{3-39}$$

式中

$$\omega_n = \frac{H}{J} \tag{3-40}$$

为陀螺仪章动角频率。C_1 和 C_2 是由初始条件决定的常数。为了求积分常数先确定初始条件。设脉冲力矩 M_x 沿 x 轴作用，将引起主轴绕外环轴 x 产生初始进动角速度 $\dot{\theta}_y$ 和角加速度 $\ddot{\theta}_y$。因脉冲力矩 M_x 作用时间 Δt 极短，可认为主轴初始方位并不改变，陀螺仪像一般刚体一样，$M_x=J\ddot{\theta}_x$，于是不难求得其初始角速度

$$\dot{\theta}_{x0} = \frac{M_x}{J}\Delta t \tag{3-41}$$

由此得到 $t=0$ 时，$\dot{\theta}_y(0)=0$，$\dot{\theta}_x(0)=\dot{\theta}_{x0}$。代入式(3-41)可求得 $C_1=\dot{\theta}_{x0}$，$C_2=0$，可得

$$\begin{cases} \dot{\theta}_x = \dot{\theta}_{x0}\cos\omega_n t \\ \dot{\theta}_y = \dot{\theta}_{x0}\sin\omega_n t \end{cases} \tag{3-42}$$

对式(3-42)积分得

$$\begin{cases} \theta_x = \dfrac{\dot{\theta}_{x0}}{\omega_n}\sin\omega_n t + C_3 \\ \theta_y = \dfrac{\dot{\theta}_{x0}}{\omega_n}\mathrm{con}\,\omega_n t + C_4 \end{cases} \tag{3-43}$$

由初始条件 $t=0$ 时，$\theta_x(0)=0$，$\theta_y(0)=0$，可求得 $C_3=0$，$C_4=\dfrac{\dot{\theta}_{x0}}{\omega_n}$，代入式(3-43)通解得

$$\begin{cases} \theta_x = \dfrac{\dot{\theta}_{x0}}{\omega_n}\sin\omega_n t \\ \theta_y = \dfrac{\dot{\theta}_{x0}}{\omega_n}(1-\cos\omega_n t) \end{cases} \tag{3-44}$$

式(3-44)就是陀螺仪在脉冲力矩作用后，主轴绕外、内环轴的运动规律，显然这是一个简谐振荡运动。

将式(3-44)第2式改为

$$\theta_y - \frac{\dot{\theta}_{x0}}{\omega_n} = -\frac{\dot{\theta}_{x0}}{\omega_n}\cos\omega_n t \tag{3-45}$$

取平方，再与式(3-44)第1式的平方相加得到

$$\theta_x^2 + \left(\theta_y - \frac{\dot{\theta}_{x0}}{\omega_n}\right)^2 = \left(\frac{\dot{\theta}_{x0}}{\omega_n}\right)^2 \tag{3-46}$$

式(3-46)表明，在脉冲力矩作用下陀螺仪主轴端点在相平面 θ_x，θ_y 上的运动轨迹是以($\dot{\theta}_{x0}/\omega_n$，0)为圆心，$\dot{\theta}_{x0}/\omega_n$ 为半径，通过初始位置的一个圆周，如图3-16所示。

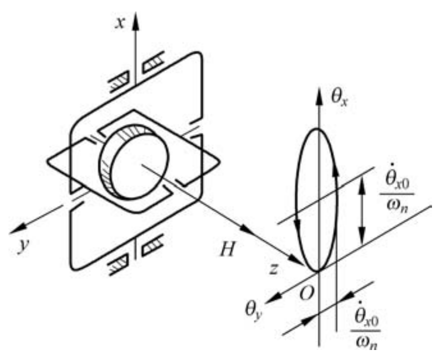


图3-16 脉冲力矩作用下陀螺仪主轴端点的运动轨迹

陀螺仪做振荡运动时的角频率为

$$\omega_n = \frac{H}{J} = \frac{J_z\Omega}{J} \tag{3-47}$$

对于实用陀螺仪，$J \approx \frac{1}{2}J_z$，代入上式，得

$$\omega_n = 2\Omega \tag{3-48}$$

振荡振幅为

$$\frac{\dot{\theta}_{x0}}{\omega_n} = \frac{\dot{\theta}_{x0}J}{H} \approx \frac{\dot{\theta}_{x0}}{2\Omega} \tag{3-49}$$

由式(3-49)可以看出，陀螺主轴做振荡运动时的角频率约为自转角频率的两倍，因此是高频振荡，其振幅是很微小的，通常不超过4′。

因此，陀螺仪受脉冲力矩作用后，主轴将在其初始位置附近做高频微幅的振荡运动，

称为陀螺仪的章动。动量矩 $\boldsymbol{H}$ 越大，章动角频率 ω_n 就越高，振幅就越小。所以章动运动说明陀螺仪具有抵抗冲击干扰的能力，即具有稳定性。

章动运动会由于支承摩擦和介质阻尼而逐渐衰减下来，最终使主轴稳定在一个很微小的常值偏角 $\theta_{yr}=\dfrac{\dot{\theta}_{x0}}{\omega_n}$ 的位置上（当脉冲力矩沿内环轴作用时），或稳定在偏角 $\theta_{xr}=\dfrac{\theta_{y0}}{\omega_n}$ 的位置上（当脉冲力矩沿外环轴作用时）。章动是在脉冲力矩作用下发生的，此时陀螺仪上已没有外力矩作用，所以章动是一种惯性运动。

举例如下。

例 3-2 设某陀螺转子的赤道转动惯量为 $J=1\text{g}\cdot\text{cm}\cdot\text{s}^2$，动量矩为 $H=4000\text{g}\cdot\text{cm}\cdot\text{s}$，如冲击干扰引起的陀螺仪绕内环轴 y 产生初始角速度为 $\dot{\theta}_0=0.5\text{rad/s}$，则章动角频率为

$$\omega_n=\frac{H}{J}=4000\text{rad/s}=63.6\text{Hz}$$

章动振幅为

$$\frac{\dot{\theta}_{x0}}{\omega_n}=\frac{0.5}{4000}=\frac{1}{8000}=0.45''$$

当然，在上面的讨论中，如果计入陀螺内、外环的质量，陀螺仪绕内、外环的转动惯量就不完全相等，即 $J_x\neq J_y$，这时陀螺仪主轴端点的章动轨迹是一个椭圆。

2）在常值力矩作用下的进动性

外力矩总是在某一瞬间如 $t=0$ 时加到陀螺仪上，这一力矩可看成是阶跃常值力矩，为分析方便，假设只在陀螺仪的绕外框轴作用有常值力矩 M_x，由陀螺仪的技术方程式(3-34)可得此时的运动方程为

$$\begin{cases}J\ddot{\theta}_x+H\dot{\theta}_y=M_x\\ J\ddot{\theta}_y-H\dot{\theta}_x=0\end{cases}\tag{3-50}$$

上述微分方程组的解可写为下列形式：

$$\begin{cases}\dot{\theta}_x=C_1\cos\omega_n t+C_2\sin\omega_n t\\ \dot{\theta}_y=C_3\sin\omega_n t+C_4\cos\omega_n t+\dfrac{M_x}{H}\end{cases}\tag{3-51}$$

其中 $\omega_n=\dfrac{H}{J}$。

设初始条件为 $t=0$ 时，$\dot{\theta}_y(0)=\dot{\theta}_x(0)=0$，$\theta_y(0)=\theta_x(0)=0$，代入式(3-51)运算后，可求得常数 C_1、C_2、C_3、C_4 的值为

$$C_1=C_2=0,\quad C_2=\frac{M_y}{H},\quad C_4=-\frac{M_x}{H}$$

将此结果代入式(3-51)，得

$$\begin{cases} \dot{\theta}_x = \dfrac{M_x}{H}\sin\omega_n t \\ \dot{\theta}_y = \dfrac{M_x}{H}(1-\cos\omega_n t) \end{cases} \tag{3-52}$$

和

$$\begin{cases} \theta_x = \dfrac{M_x}{H\omega_n}(1-\cos\omega_n t) \\ \theta_y = \dfrac{M_x}{H}t - \dfrac{M_x}{H\omega_n}\sin\omega_n t \end{cases} \tag{3-53}$$

式(3-53)和式(3-52)分别表示陀螺仪在常值力矩 M_x 作用下的运动角速度和角度运动规律。由图 3-17(a)可以看出,陀螺仪主轴绕内环轴出现常值偏角$\dfrac{M_x}{H\omega_n}$,并以该偏角为中心位置做简谐振荡运动,绕外环轴出现进动转角的同时,还伴随有简谐振荡运动。

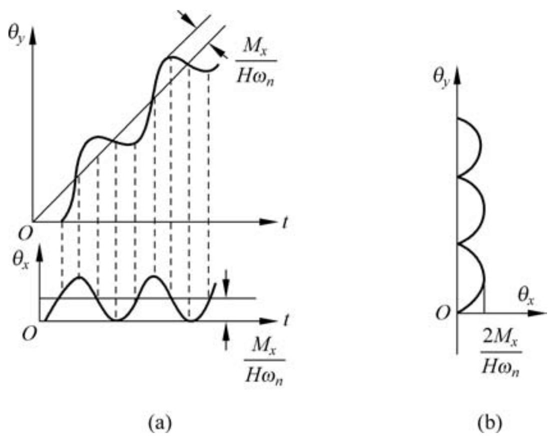


图 3-17 陀螺仪常值力矩 M_x 作用下主轴端点的运动轨迹

由式(3-53)知,陀螺仪主轴端点在相平面 $\theta_x\theta_y$ 上的运动轨迹为一旋轮线,如图 3-17(b)所示。

式(3-53)中含有与式(3-44)相似的项,即陀螺仪章动项,我们把与章动角频率 ω_n 有关的项称为章动分量,而其余的部分称为进动分量。可见,在受常值力矩作用后,陀螺仪的运动是由章动和进动组合而成的。章动的角频率仍为 $\omega_n=\dfrac{H}{J}$,章动的振幅为$\dfrac{M_x}{H\omega_n}$;进动的角速度为$\dfrac{M_x}{H}$,进动的转角为$\dfrac{M_x}{H}t$。陀螺仪的章动在框架轴承中的摩擦和周围介质的阻尼作用下会逐渐衰减。因此,在阶跃常值力矩作用一段时间后,陀螺仪主轴的运动只有进动,其进动角速度为一常值$\dfrac{M}{H}$。

通过以上对二自由度陀螺仪动力学的基本分析,应当明确以下几点:

(1) 在陀螺仪的运动中,陀螺效应和非陀螺效应是同时存在的。陀螺仪技术方程

式为

$$\begin{cases} J_x\ddot{\theta}_x + H\dot{\theta}_y\cos\theta_y = M_x \\ J_y\ddot{\theta}_y - H\dot{\theta}_x\cos\theta_y = M_y \end{cases} \tag{3-54}$$

就反映了这两种效应同时存在的情况。其中 $J_x\ddot{\theta}_x$，$J_y\ddot{\theta}_y$ 项是由转动惯量 J_x，J_y 引起的非陀螺效应项，它们表明与外力矩同轴的角加速转动特性；而 $-H\dot{\theta}_x$，$H\dot{\theta}_y$ 项是由陀螺动量矩 $\boldsymbol{H}$ 引起的陀螺效应项，它们表明了与外力矩正交轴的进动特性。章动可以看成是由于非陀螺效应项的存在，并与陀螺效应项交叉耦合作用而引起来的。

(2) 陀螺动量矩 $\boldsymbol{H}$ 越大，转动惯量 J_x，J_y 越小，则章动频率越高，振幅越小。由于陀螺仪一般都具有较大的动量矩和较小的转动惯量，章动频率很高而振幅极小，因而在通常情况下可以忽略章动的影响。忽略章动的影响，也就是忽略技术方程中含有转动惯量 J_x，J_y 的非陀螺效应项对陀螺仪运动的影响。

(3) 当陀螺仪处于启动状态，陀螺动量矩从零逐渐增大。在这个过程中如受外力矩作用，陀螺仪将从有明显的同轴转动到有明显的章动，并随着动量矩的继续增大，章动频率逐渐增高而振幅逐渐减小，最后转变为进动。陀螺仪的启动过程，实质上就是从一般刚体的运动特性(非陀螺效应)占主导地位，转变为陀螺仪运动特性(陀螺效应)占主导地位的过程，而促使这种运动特性转化的条件就是转子的高速自转。

(4) 当陀螺仪进入正常工作状态，即转子达到额定转速时，陀螺仪运动的主要表现形式就是进动。进动角速度与外力矩之间的关系为

$$\begin{cases} \dot{\theta}_y = \dfrac{M_x}{H} \\ \dot{\theta}_x = -\dfrac{M_y}{H} \end{cases} \tag{3-55}$$

式中负号表示绕内框轴正向作用的外力矩引起陀螺仪绕外框轴负向的进动。

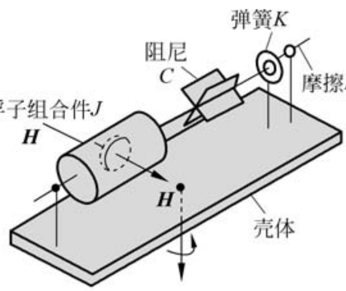
一般情况下，采用陀螺仪简化动力学方程或进动方程，来分析双自由度陀螺仪的运动是足够精确的。所以，陀螺仪的进动方程是研究双自由度陀螺仪动力学问题的最基本和最重要的方程。

3.3.2 单自由度陀螺仪数学模型

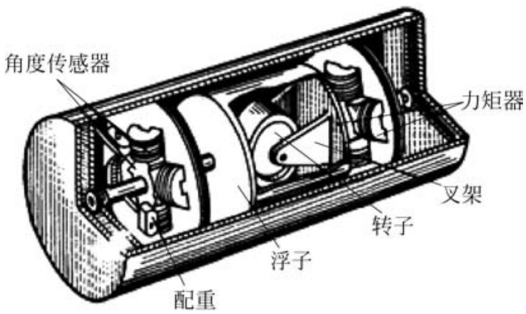
一个单自由度陀螺仪，其输入为基座即壳体相对惯性空间的转动，而输出为陀螺仪绕框架轴相对壳体的转角。框架轴也称为输出轴、敏感轴。我们所关注的是陀螺仪绕框架轴相对壳体的运动(输出)如何反映壳体相对惯性空间的转动(输入)。

图 3-18 给出了浮子式单自由度陀螺仪结构示意图。

陀螺转子和陀螺内环构成陀螺浮子组合件，内环(框架)以密封的圆筒形式给出，输出轴通过精密的宝石轴承固装在壳体上，因而，转子相对壳体只能绕输出轴进动，动量矩 $\boldsymbol{H}$ 相对惯性空间只有一个自由度。



(a) 原理结构图



(b) 实用结构图

图 3-18 浮子式单自由度陀螺仪

在原理上，绕输出轴还有一个阻尼器（阻尼系数为 C）和相对壳体转动有一个弹簧（弹性系数为 K）约束，J 为转动惯量。

单自由度陀螺仪的精度取决于绕输出轴干扰力矩的大小，为了减小绕输出轴的摩擦力矩，采用悬浮技术，即把做成封闭式圆筒的内环放在高密度的浮液中，整个浮子的重量由浮液来承受。这样宝石轴承只起定位作用。而且，人们往往利用了浮液以浮筒所产生的阻尼作用代替图 3-18 中的阻尼器。

参看图 3-19，为了说明问题，将浮子式单自由度陀螺仪简化为框架式单自由度陀螺仪的原理结构。取陀螺（框架）坐标系为 $Ox_by_bz_b$ 和壳体坐标系为 $Ox_ey_ez_e$，这两个坐标系的原点均与陀螺仪的支承中心重合。其中 z_e 轴与自转基准轴（陀螺输出为零时的自转轴位置，即 z_b 轴的零初始位置）重合。这里 x_e 为输入轴，框架轴 y_b 为输出轴（对单自由度陀螺仪，y_e 与 y_b 始终重合）。假设陀螺仪绕输出轴的转动惯量为 J。陀螺动量矩为 $\boldsymbol{H}$，陀螺仪绕输出轴相对壳体的转角为 β；又设壳体绕 $Ox_ey_ez_e$ 坐标系各轴相对惯性空间转动的角速度分别为 $\omega_x,\omega_y,\omega_z$。陀螺仪坐标系与壳体坐标系之间的关系如图 3-19 所示。

沿输出轴的惯性力矩（相对转动惯性力矩和牵连转动惯性力矩）其表达式为

$$M_I = -J\ddot{\beta} - J\dot{\omega}_y \tag{3-56}$$

陀螺力矩的方向按动量矩转向角速度的右手定则确定。其表达式为

$$M_G = H\omega_x\cos\beta - H\omega_z\sin\beta \tag{3-57}$$

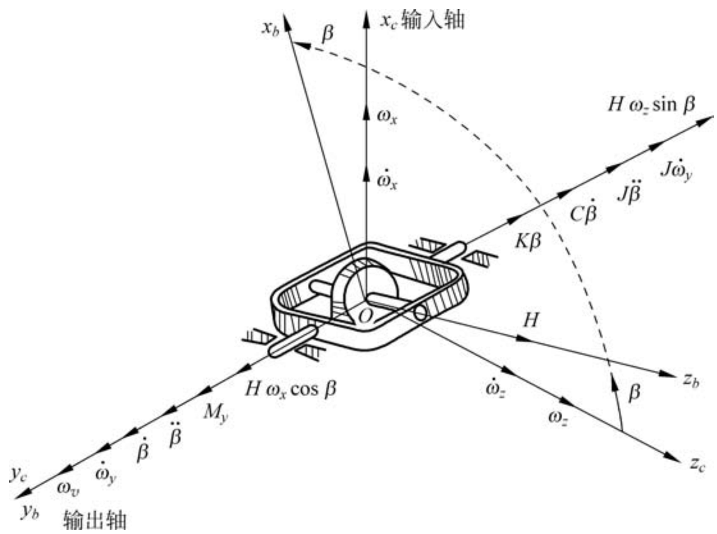


图 3-19　单自由度陀螺仪坐标系

绕输出轴作用在陀螺仪上的外力矩，有弹性约束力矩 M_K、阻尼力矩 M_C 和干扰力矩 M_y，则

$$M_K = K\beta \tag{3-58}$$

$$M_C = C\dot{\beta} \tag{3-59}$$

陀螺仪绕输出轴的力矩平衡方程为

$$M_K + M_C + M_I + M_G + M_y = 0 \tag{3-60}$$

将各力矩的表达式代入并经移项后得

$$J\ddot{\beta} + C\dot{\beta} + K\beta = H(\omega_x\cos\beta - \omega_z\sin\beta) - J_y\dot{\omega}_y + M_y \tag{3-61}$$

式(3-61)就是在考虑黏性约束和弹性约束情况下单自由度陀螺仪的动力学方程。方程左边分别为惯性项、黏滞阻尼项和弹性恢复项，其中角度 β 是由角度传感器检测的量，是输出量；右侧则包含输入项和干扰项；角速度 ω_x 是所要敏感的量；干扰项有沿交叉轴角速度 ω_z 引起的干扰项 $H\omega_z\sin\beta$、沿输出轴角加速度 $\dot{\omega}_y$ 引起的干扰项 $J\dot{\omega}_y$、干扰力矩项 M_y。

在进行基本分析时，可忽略干扰项的影响，并认为转角 β 为小角度，$\cos\beta\approx 1$，式(3-61)简化为

$$J\ddot{\beta} + C\dot{\beta} + K\beta = H\omega_x \tag{3-62}$$

由此可得单自由度陀螺仪的传递函数为

$$W(s) = \frac{\beta(s)}{\omega_x(s)} = \frac{H}{Js^2 + Cs + K} \tag{3-63}$$

(1) 在没有弹簧，或当陀螺的阻尼系数 C 大，而弹性系数 K 可忽略时，称为积分陀螺，其传递函数由式(3-63)有

$$W(s) = \frac{\beta(s)}{\omega_x(s)} = \frac{H}{s(Js + C)} \tag{3-64}$$

在稳态时是用阻尼力矩平衡陀螺力矩，即 $C\dot{\beta}=H\omega_x$，有

$$\beta=\frac{H}{C}\int\omega_x\mathrm{d}t \tag{3-65}$$

表明其输出信号与输入角速度的积分成比例。

（2）而当阻尼作用可以忽略，在输出轴只存在弹性约束，就叫作速率陀螺。在稳态时是用弹性约束力矩平衡陀螺力矩，故有

$$\beta=\frac{H}{K}\omega_x \tag{3-66}$$

（3）当陀螺的阻尼系数和弹性系数都可忽略时，浮子组合件的转角与输入角速度的两次积分成正比，称为二次积分陀螺仪，在工程上无实用价值。

在工程中，可通过将单自由度浮子式积分陀螺仪加一力反馈回路，实现速率陀螺仪的功能，即回路输出的转角和输入角速度成比例。回路输出的转角信号由角度传感器检测，如图 3-20(a)所示。

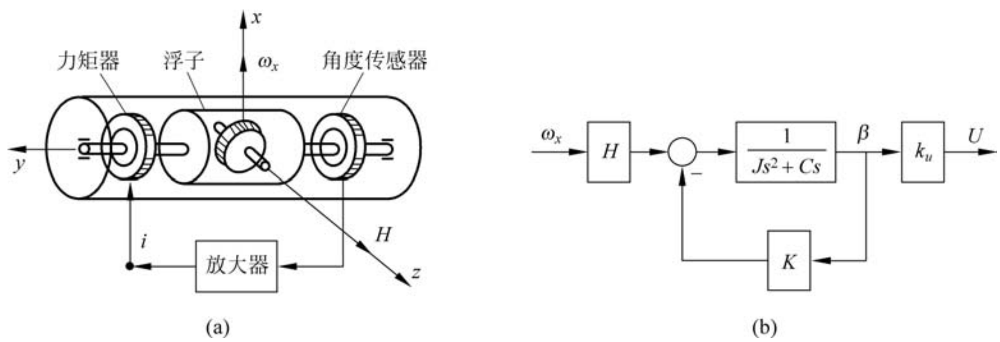


图 3-20 力反馈式速率陀螺仪

设角度传感器标度因数为 k_u，当陀螺仪相对壳体出现转角 β 时，角度传感器的输出电压为

$$U=k_u\beta \tag{3-67}$$

设放大器的放大系数为 k_i，则其输出电流为

$$I=k_iU=k_ik_u\beta \tag{3-68}$$

设力矩器的标度因数为 k_m，则其产生的反馈力矩为

$$M=k_mI=k_mk_ik_u\beta \tag{3-69}$$

即反馈力矩的大小与陀螺转角的大小成正比，而方向则与偏转的方向相反。显然，这个力矩是与机械弹性元件所产生的弹性约束力矩 $M_K=K\beta$ 完全等效的。令 $K=k_mk_ik_u$，力反馈式速率陀螺仪的原理方框图见图 3-20(b)，其工作特性的微分方程为

$$\ddot{U}+\frac{C}{J}\dot{U}+\frac{K}{J}U=k_u\frac{H}{J}\omega_x \tag{3-70}$$

将上式改写为

$$\ddot{U}+2\xi\omega_0\dot{U}+\omega_0^2U=\omega_0^2k_u\frac{H}{K}\omega_x \tag{3-71}$$

式中，$\omega_0=\sqrt{\dfrac{K}{J}}$，$\xi=\dfrac{C}{2J\omega_0}=-\dfrac{C}{2\sqrt{JS}}$。

阶跃响应曲线如图 3-21 所示。

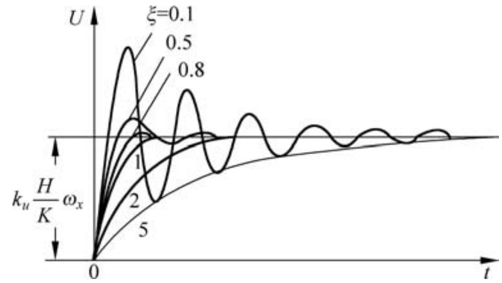


图 3-21 速率陀螺仪阶跃响应曲线

在过渡过程振荡衰减后，其稳态输出电压为

$$U=k_u\frac{H}{K}\omega_x=K_U\omega_x \tag{3-72}$$

即在理想情况下，速率陀螺仪的稳态输出电压与输入角速度成正比。比例系数 K_U 称速率陀螺仪的标度因数，它表示在单位角速度输入时速率陀螺仪的输出电压，其单位常用 (V/°)/s 或 (mV/°)/s。

为使速率陀螺仪获得较好的动态品质指标，阻尼比 ξ 一般取 0.5～0.8，固有角频率 ω_0 一般取 100rad/s 以上。这样，稳定时间 τ 小于 0.1s，超调量 $\sigma\approx13\%\sim24\%$。

例 3-3 已知速率陀螺仪的动量矩 $H=0.024\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$，框架组件的转动惯量 $J=2\times10^{-5}\text{kg}\cdot\text{m}^2$，弹性扭杆的弹性约束系数 $K=0.32\text{N}\cdot\text{m/rad}$，阻尼器的阻尼系数 $C=3.5\times10^{-3}\text{N}\cdot\text{m/rad/s}$，角度传感器标度因数 $k_u=2.7\text{V/°}$。试计算陀螺仪的动态品质指标。

解 速率陀螺仪的标度因数、固有角频率和阻尼比为

$$K_U=k_u\frac{H}{K}=2.7\times\frac{0.024}{0.32}=0.2(\text{V/°})\text{s}$$

$$\omega_0=\sqrt{\frac{K}{J}}=\sqrt{\frac{0.32}{2\times10^{-5}}}=126\text{rad/s}$$

$$\xi=\frac{C}{2J\omega_0}=\frac{3.5\times10^{-3}}{2\times2\times10^{-5}\times126}=0.69$$

过渡过程的稳定时间和超调量为

$$\tau=\frac{1}{\xi\omega_0}\ln\frac{20}{\sqrt{1-\xi^2}}=\frac{1}{0.63\times126}\ln\frac{20}{\sqrt{1-0.63^2}}=0.041\text{s}$$

$$\sigma=\frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\pi\xi}\times100\%=\frac{1}{\sqrt{1-0.63^2}}e^{-0.63\pi}\times100\%=18\%$$

3.3.3 振动陀螺仪的数学模型

振动陀螺仪或谐振陀螺仪是经典力学理论与近代科技成就相结合的结果。同刚体转子陀螺一样,都基于哥氏效应来敏感角运动。但它没有高速旋转的转子和相应的支承系统,是利用高频振动的质量在被基座带动旋转时产生的哥氏效应来敏感角运动。因而具有性能稳定、结构简单、可靠性高、承载能力大、体积小、质量小及成本低等优点。

振动陀螺仪的主体是一个做高频振动的构件,有多种类型:音叉振动陀螺仪、压电振动陀螺仪、壳体振动陀螺仪和微机械振动陀螺仪。音叉、压电、微机械陀螺仪精度较低,可应用于战术导弹、车辆、坦克、雷达等领域;壳体谐振陀螺仪精度较高,可达惯性级,是光学陀螺仪的竞争者。

下面介绍音叉振动陀螺仪的结构及工作原理。了解音叉振动陀螺仪敏感角速度的原理,可为了解其他类型的振动陀螺仪打下基础。

音叉振动陀螺仪又称音叉谐振陀螺仪。它是利用音叉端部的振动质量被基座带动旋转时的哥氏效应来敏感角速度的。

美国斯佩里公司于1953年推出了世界上第一个振动陀螺仪——斯佩里音叉振动陀螺仪。音叉振动陀螺仪是一种小型固态惯性器件,属于单自由度速率陀螺仪,它的主要工作部件是石英音叉及激励电路和感测电路。音叉是用特定切向的石英晶片制成的,其几何宽度和厚度大约只有0.5mm,长度也只有几毫米。

图3-22为音叉振动陀螺仪结构示意图。简单地说,石英音叉振动陀螺仪的原理是:音叉的双臂为弹性臂,在激振装置的激励下,音叉双臂做相向和相背交替的往复直线运动(因为振幅很小,可以近似视为直线运动)。激振装置保证了音叉做等幅振荡运动,双臂振动的振幅相等,而相位相反,其振动频率一般为数百至数千赫兹,振幅一般为百分之几毫米。音叉的底端则通过挠性轴与基座(壳体)相连。音叉在电信号作用下,以恒定频率做等幅振动,当其旋转时受到一个阻止其转动的惯性力作用,从而激发了垂直于原振动平面的振动,这一振动的振幅与转动角速度成正比,它通过石英的压电效应产生一个电信号,从而感测转动角速度。

音叉振动陀螺仪的特点是体积小、结构简单、可靠性高、成本低、性能稳定和抗冲击振动等。它既无机械转子式陀螺仪的转动部件,也没有激光陀螺仪和光纤陀螺仪由于光耦合带来的漂移误差,只有一个工作部件——石英晶片,比起机械转子式陀螺仪的三百多个零部件、光学陀螺仪几十个零部件的优势显而易见,因此音叉振动陀螺仪在中低精度战术武器、民用等领域具有广阔的应用前景。

音叉振动陀螺仪的简化力学模型如图3-23所示。音叉的双臂为弹性臂,在激振装置激励下,音叉双臂做相向和相对交替的往复弯曲运动,音叉两端部的质量就作相向和相背交替的往复直线运动(因为振幅很小,故可视为直线运动)。激振装置保证了音叉做等幅振荡运动,双臂振动的振幅相等,而相位恰好相反。其振动频率一般为数百至数千赫兹,振幅一般为百分之几毫米。音叉的下部则通过挠性轴与基座(壳体)相连。

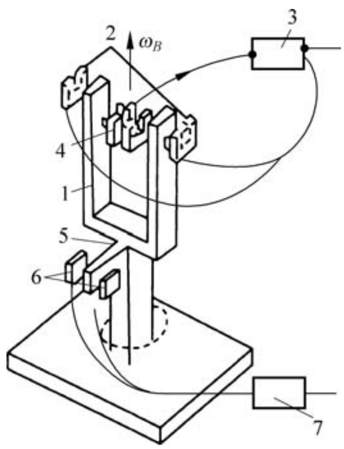


图 3-22 音叉振动陀螺仪结构示意图

1—音叉的双臂；2—激励线圈；3—激励电源；
4—激励反馈控制传感器；5—扭杆弹性片；
6—信号传感器；7—信号输出

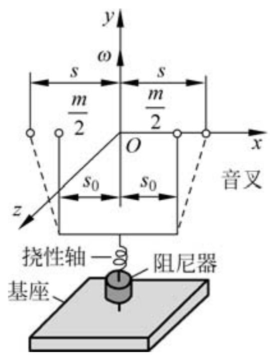


图 3-23 音叉振动陀螺仪的简化力学模型

音叉振动陀螺仪的哥氏效应如图 3-24 所示。在音叉两端部的对称位置上各取 1 个质量为 m 的质点。设在某一瞬间，两个质点相对基座做相向运动，瞬时速度为 $\boldsymbol{v}$，它们到音叉中心轴线的瞬时垂直距离为 s。当基座绕音叉的中心轴（输入轴 y）以角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 相对惯性空间转动时，这两个质点均参与了这一牵连运动，而且牵连角速度为 $\boldsymbol{\omega}$。出于相对运动与牵连运动的相互影响，两个质点均具有哥氏加速度，并受到哥氏惯性力的作用。哥氏加速度大小为 $a_c = \omega v$，方向如图 3-24 中箭头所示。哥氏惯性力的大小为

$$F_c = 2m_1 \omega v \tag{3-73}$$

方向如图 3-24 中箭头所示。这两个哥氏惯性力矢量位于 xOz 平面上，与 y 轴的垂直距离为 s，故对音叉中心轴形成转矩，即哥氏惯性力矩。其大小为

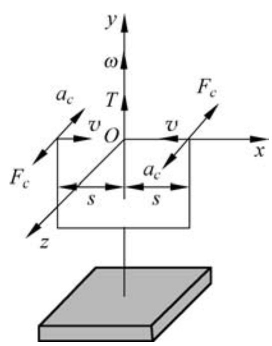


图 3-24 音叉振动陀螺仪的哥氏效应

$$T = 2sF_c = 4sm_1 \omega v \tag{3-74}$$

方向如图 3-24 中所示。若音叉两端部的质点做相背运动，则相对速度、哥氏加速度，以及相应的哥氏惯性力、哥氏惯性力矩的方向均改变成与上述相反。

在音叉两端部所有对称位置上的质点均会出现上述的哥氏效应，亦即均会对音叉中心轴形成哥氏惯性力矩。显然，整个音叉的哥氏惯性力矩应是所有振动质点哥氏惯性力矩的总和。而且，音叉上各质点做简谐振动，其速度按简谐振规律变化，因此哥氏加速度、哥氏惯性力和哥氏惯性力矩也是按简谐规律变化的。

严格地讲，音叉端部各质点的振动幅值不尽相同，从而速度幅值不应相同，而且各质点哥氏惯性力的作用线至中心轴的垂直距离也不尽相同，因此整个音叉的哥氏惯性力矩应当通过积分来求得。但是这里仅取图 3-23 所示的简化力学模型来进行分析，即等效地

认为音叉两端部的质量(设均为 $m/2$)分别集中于两端部的某个点上，这四个点至中心轴的初始距离均为 s_0。

在激振装置的激励下，设集中质量的位移按正弦规律变化，即 $x=x_m\sin\omega_n t$(x_m 为振幅，ω_n 为角频率)。将它对时间求一阶导数，可得集中质量往复移动的速度变化规律为

$$v=x_m\omega_n\cos\omega_n t \tag{3-75}$$

当基座绕音叉中心轴以角速度 ω 相对惯性空间转动时，作用在集中质量上的哥氏惯性力的大小为

$$F_c=2\frac{m}{2}\omega\cdot v=mx_m\omega\omega_n\cos\omega_n t \tag{3-76}$$

因振动速度的方向交变，故哥氏惯性力的方向也是交变的。

两个集中质量的哥氏惯性力对音叉中心轴形成的哥氏惯性力矩大小为

$$T=2sF_c \tag{3-77}$$

其中 s 为集中质量至音叉中心轴的垂直距离，可表示为

$$s=s_0+x=s_0+x_m\sin\omega_n t \tag{3-78}$$

因振动振幅 $x_m\ll s_0$，故 s 可以近似用 s_0 代替。即将此关系及 F_c 的表达式代入式(3-77)，得

$$T=2ms_0\omega x_m\omega_n\cos\omega_n t=T_m\cos\omega_n t \tag{3-79}$$

其中

$$T_m=2ms_0\omega x_m\omega_n \tag{3-80}$$

因哥氏惯性力的方向交变，故哥氏惯性力矩方向也是交变的。不难看出，当输入角速度的方向相反时，这种交变转矩的相位将改变180°。

设音叉两端部对中心轴的转动惯量为 $I=ms_0^2$，于是可把式(3-79)改写为

$$T=\frac{2x_m}{s_0}I\omega_n\omega\cos\omega_n t=L_1\omega\cos\omega_n t \tag{3-81}$$

式中 L_1 为音叉振动部分的线动量(实际上可视为一种等效的动量矩)，其表达式为

$$L_1=\frac{2x_m}{s_0}I\omega_n \tag{3-82}$$

假设音叉绕中心轴的转动惯量为 I，阻力系数为 C，扭转刚度系数为 k，并且音叉绕中心轴的角位移用 θ 表示。容易导出音叉振动陀螺仪的动力方程为

$$I\ddot{\theta}+C\dot{\theta}+k\theta=T_m\cos\omega_n t \tag{3-83}$$

引入音叉无阻尼振动固有角频率 ω_0 和相对阻尼系数(或称阻尼比)ξ，即

$$\omega_0=\sqrt{\frac{k}{I}} \tag{3-84}$$

$$\xi=\frac{C}{2\sqrt{kI}} \tag{3-85}$$

可把式(3-83)写成以下形式

$$\ddot{\theta}=2\xi\omega_0\dot{\theta}_0+\omega_0^2\theta=\frac{T_m}{I}\cos\omega_n t \tag{3-86}$$

音叉振动陀螺仪的动力学方程是一个典型的有阻尼受迫振动二阶微分方程。当输入角速度 ω 为常值时，它的解是

$$\theta = a e^{\xi\omega_0 t}\sin(\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_0 t+\gamma)+\frac{T_m}{I\sqrt{(\omega_0^2-\omega_n^2)^2+(2\xi\omega_0\omega_n)^2}}\cos(\omega_n t-\psi) \tag{3-87}$$

式中，a，γ 为由初始条件决定的任意常数；ψ 为相位移。

$$\psi=\arctan\frac{2\xi\omega_0\omega_n}{\omega_0^2-\omega_n^2} \tag{3-88}$$

从式(3-87)可以看出，音叉绕中心轴的角运动由两个分量组成：一是有阻尼的衰减角振动分量；另一个是强迫角振动分量。因固有角频率 ω_0 通常取得很大，前者很快衰减。如果选取激振角频率 ω_n 等于固有角频率 ω_0，则相位移 $\psi=90°$；在这种谐振状态下，音叉强迫角振动分量为

$$\theta_n=\frac{T_m}{2I\xi\omega_0^2}\sin\omega_0 t=\frac{2ms_0x_m}{c}\omega\sin\omega_0 t \tag{3-89}$$

音叉绕中心轴强迫振动角位移由传感器检测。设传感器标度因数为 k_u，则其输出电压幅值为

$$U_m=k_u\,\frac{2ms_0x_m}{c}\omega=K\omega \tag{3-90}$$

可见，输出电压的幅值 U_m 与输入角速度 ω 成正比。这里 K 为音叉振动陀螺仪标度因数，即

$$K=k_u\,\frac{2ms_0x_m}{c} \tag{3-91}$$

至于输出信号的相位与激振信号的相位关系，则取决于输入角速度的方向。所以，输出信号需经鉴相器与激振信号的相位进行比较，以判明输入角速度的方向。

3.4 陀螺仪的分类及发展趋势

3.4.1 陀螺仪的分类

陀螺仪发展到现在已经种类繁多，它们主要是根据结构特点和工作原理来进行分类的，常见的分类方法有以下几种。

1. 按用途分类

按用途分类，一般分为传感陀螺仪和指示陀螺仪。传感陀螺仪用于飞行体运动的自动控制系统中，作为水平、垂直、俯仰、航向和角速度传感器等。指示陀螺仪用于飞行状况的指示，作为驾驶和领航仪表使用等。比如方位陀螺仪是具有二自由度的陀螺仪，它的主轴在工作状态下处于水平的位置并能保持给定的方位不变，特别是，能固定在某一

子午线上，常用来作为航向指示器。

2. 按陀螺转子主轴所具有的进动自由度数目分类

按陀螺转子主轴所具有的进动自由度数目分类，可分为二自由度陀螺仪和单自由度陀螺仪。

二自由度陀螺仪是自转轴具有两个进动自由度的陀螺仪，即陀螺仪的转子主轴既可以绕水平轴俯仰，又可以绕垂直轴旋转。各式的陀螺罗经都采用二自由度陀螺仪来指示方向，也可以用来组成单轴稳定器。

单自由度陀螺仪是指转子相对于壳体只能绕垂直于转子自转轴的一个轴自由进动的陀螺仪。单自由度陀螺仪以及它所组成的陀螺平台、平台罗盘，被广泛地应用在各种飞行器的惯性制导及姿态控制系统中。

3. 按陀螺仪的输出性质分类

按陀螺仪的输出性质分类可分为位置陀螺仪、速率陀螺仪和速率积分陀螺仪等。

位置陀螺仪是指用于测量载体相对惯性空间姿态角的二自由度陀螺仪。它由转子、内环、外环、力矩器和信号传感器组成。力矩器用于对陀螺仪转子轴偏离零位进行修正。信号传感器把转角变换成电信号输出。根据使用的需求，也可由两个陀螺仪组成，这两个陀螺仪由于在载体上安装方式不同，分别称为水平陀螺仪和垂直陀螺仪。例如，水平陀螺仪的转子轴与当地水平面平行，内环轴与载体纵轴平行，外环轴与载体横轴平行，安装在外环轴上的信号传感器测量载体的俯仰角偏差；垂直陀螺仪的内环轴与载体纵轴平行，外环轴与载体法向轴平行，安装在内、外环轴上的信号传感器，可分别测量载体的滚转角和偏航角。水平陀螺仪的外环轴、垂直陀螺仪的内环轴和外环轴分别模拟了基准坐标系的三根轴。由于陀螺仪的稳定性，无论载体姿态在惯性空间如何变化，由这两个陀螺仪模拟的这三根轴都不会转动。当载体相对惯性空间出现姿态角误差时，安装在这三根轴上的信号传感器就能分别输出与载体三个姿态角偏差成正比并能反映极性的电信号。

速率陀螺仪，是用以直接测定运载体角速率的陀螺装置。当运载体连同外环以角速度绕测量轴旋进时，陀螺力矩将迫使内环连同转子一起相对运载体旋进。陀螺仪中有弹簧限制这个相对旋进，而内环的旋进角正比于弹簧的变形量。由平衡时的内环旋进角即可求得陀螺力矩和运载器的角速率。

积分陀螺仪是输出信号与输入角速度的积分成正比的陀螺仪，一般也用它测量和控制闭环系统，以提高整个系统的性能。

速率积分陀螺仪，是导弹姿态控制系统不可缺少的关键元件，主要用于敏感弹体的姿态角速率，输出与角速率成正比的直流电压信号，通过伺服机构带动发动机调整弹体的姿态，以实现弹体的稳定飞行。该陀螺主要由信号器、电机、浮筒、力矩器、浮子支承结构、信号传输结构、浮液、波纹管和控制回路等组成。它的精度和稳定性决定了控制系统的精度和可靠性。衡量陀螺稳定性的主要指标是漂移误差，漂移误差是控制系统的主要误差之一。

4. 按陀螺仪重心的几何位置分类

按陀螺仪重心的几何位置分类,可分为平衡陀螺仪和重力陀螺仪。

平衡陀螺仪是重心与支架中心相重合的二自由度陀螺仪。平衡陀螺仪是陀螺转子能绕与其主轴互相垂直的两个旋转轴(即内环旋转轴——水平轴 OY 和外环旋转轴——垂直轴 OZ)进动的陀螺仪,这样陀螺仪的主轴能指向空间的任意方向。支架中心又称支架点,它为陀螺仪主轴、内环轴(水平轴)及外环轴(垂直轴)的交点。这种陀螺仪的主轴无方位选择性,在任何一个位置都能平衡。飞机的平衡就是用的平衡陀螺仪原理。

重力陀螺仪是指陀螺仪重心与支架中心有某一偏移的二自由度陀螺仪。这种陀螺仪可保持其转子主轴在某确定方位,因此又称为定位陀螺仪。

5 . 按陀螺仪的支承方式分类

按陀螺仪的支承方式不同,可以分为框架式、液浮式、动压式、静电式、超导式等。框架陀螺仪的内外环通常是用滚珠轴承来支承的,由于轴承中存在着较大的摩擦,使框架陀螺仪的精度较低。液浮陀螺仪、气浮陀螺仪、静电陀螺仪和挠性陀螺仪就是为了减小支承摩擦所发展起来的不同支承方式的陀螺仪。

1) 框架陀螺仪

图 3-4 所示的是框架陀螺仪。转子绕定点 O 运动时受到的干扰力矩较大,陀螺仪的精度不高。

2) 挠性陀螺仪

为解决轴承摩擦问题,取消滚珠轴承,图 3-25 是挠性陀螺仪的示意图,转子借助挠性接头与驱动轴相连,故称为挠性陀螺仪。挠性接头是一种无摩擦的弹性支承,分细颈式图 3-25(a)和动力调谐式图 3-25(b)两种。细颈式的转轴改用弹性细轴且与中间环及转子固结,陀螺主轴仍可指向任意方向,转子所受的弹性恢复力矩可由中间环运动时的惯性力矩抵消,因而大大减少干扰力矩。

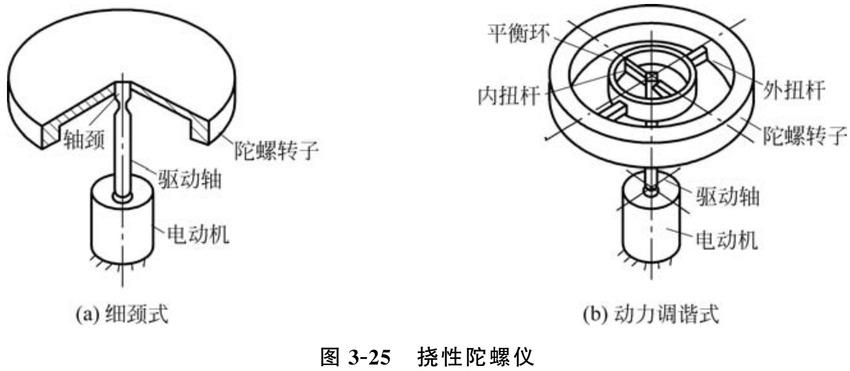


图 3-25 挠性陀螺仪

动力调谐式的挠性接头由内扭杆、平衡环和外扭杆组成。挠性接头一方面将驱动轴的高速旋转运动传递给转子,另一方面又允许转子主轴 Z 轴绕垂直于它的两个正交轴 X 和 Y 轴做小角度转动,这是因为挠性接头沿 X 和 Y 轴的扭转刚度很小,即很柔软。所以

这种陀螺仪的主轴也具有两个转动自由度。挠性陀螺仪其结构简单、成本低、准备时间短、体积小。但承受加速度和冲击的能力较小。

3）浮子式陀螺仪

图 3-26 是液浮陀螺仪的示意图，结构与框架陀螺仪相同，但内环做成密闭的球形，称为浮子，圆球在液体中呈中性悬浮，使框架轴不承受力而只起定位作用，摩擦干扰力矩也接近于零。液浮陀螺仪的精度比轴承框架陀螺仪高几个数量级。但为保持确定的浮力，需增加温控装置。通常在液浮的基础上增加磁悬浮，即由液浮承担浮子组件的重量，而用磁场形成的推力使浮子组件悬浮在中心位置。现在高精度的单自由度液浮陀螺仪常是液浮、磁浮和动压气浮并用的三浮陀螺仪。

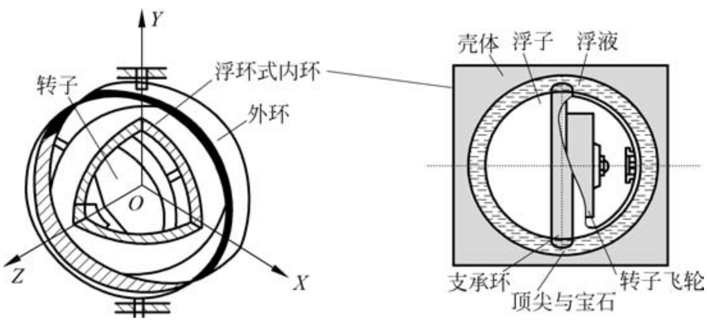


图 3-26 液浮陀螺仪

图 3-27 是动压气浮陀螺仪的示意图。转子做成法兰盘式样包在固定的圆球外面，两个球面之间的间隙只有几微米。圆球上刻有沟槽。不转动时转轴与轴承之间接触；当转子在外磁场驱动下高速自转时，在球面轴承的间隙内形成具有一定刚度的气膜，产生气体动压，可将转子可靠地支承起来。如果转子相对支承中心偏移时，则间隙变小一侧的气动压力增大，而间隙变大一侧的气体动压减小，使转子回到中心位置，起到支承转子的作用。球面支承能使转子绕垂直于 Z 轴的两个正交轴 X 和 Y 做小角度转动，即陀螺主轴具具有两个转动自由度。陀螺主轴只能在小角度范围内转动，为扩大工作范围，需在壳体上加上随动系统，使壳体不断转动去跟踪陀螺主轴的运动。

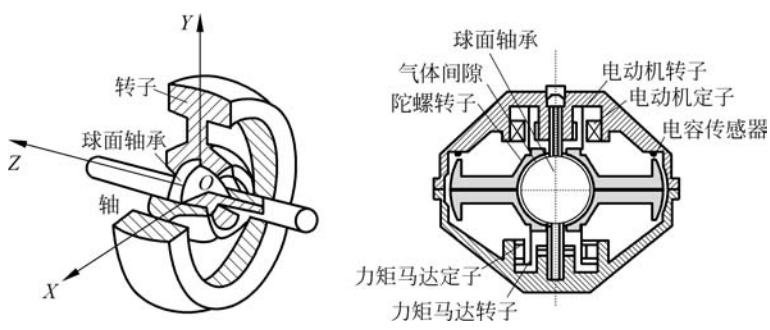


图 3-27 动压气浮陀螺仪

图 3-28 是静电陀螺仪示意图。与动压陀螺仪相反，此处转子是球形的，由铝或铍做成的空心或实心球体，转子被放置在超高空的陶瓷球腔内。球腔壁经过金属化处理后开

出沟槽，使球腔面分割成三对电极，即相当于图 3-28 所示的球形转子的左右、前后和上下方向都各配置有一对球面电极，并且每对电极上所加的电压都是可自动调节的。通电时依靠球腔内壁三对电极的静电吸附力来支承转子，球形转子就被支承在三对球面电极的中心位置上，即球形转子的中心即为支承点。转子与支承电极间的间隙有几十微米。如果转子相对于球腔中心偏移时，利用电桥平衡电路，和借助于电路的调谐特性来自动调节电极的电压，使间隙变小一边的电极电压减小，从而减小静电吸力；同时间隙变大一边的电极电压增大，从而增大静电吸力，使转子回到中心位置。转子内壁有一赤道带以区分转子的主轴与赤道轴。转子表面刻有图谱，当转子旋转时可由光电传感器识别转子主轴的方向。静电陀螺的精度极高，但要工作在高真空状态，以防止高压静电击穿。

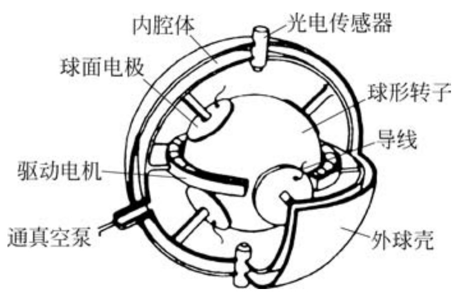


图 3-28　静电陀螺仪

由于静电陀螺仪转子相对壳体的转角不受限制，故可用来对运动物体进行全姿态测角，还可承受较大的加速度振动和冲击。但其制造工艺和电子线路复杂，成本高，适用于高精度的陀螺平台和捷联式惯性导航系统。

4）超导（磁悬浮）陀螺仪

结构与静电陀螺仪相同，但不是依靠静电力支承，而是磁悬浮。超导陀螺仪需要超低温环境。如果能找到常温下的超导材料，这种陀螺仪就有实际意义。

6. 按产生陀螺效应的工作机理分类

按该分类方法，可分为以经典力学为基础的陀螺仪与非经典力学为基础的陀螺仪。

以经典力学为基础的陀螺仪包括刚体转子陀螺仪、流体转子陀螺仪、振动陀螺仪（音叉陀螺、振梁式陀螺、壳体谐振陀螺）等。其用来测量运动物体的角位移或角速度的原理是：刚体转子陀螺仪是支承起来的高速旋转刚体转子的陀螺效应；流体转子陀螺仪的转子则是在特殊容器内按一定速度旋转的流体；振动陀螺仪是利用对称的高频振动物体代替高速旋转的转子来产生陀螺效应。例如音叉陀螺仪是利用振动叉旋转时的哥氏加速度效应，壳体谐振陀螺仪则是利用振动杯旋转时的哥氏加速度效应。

以非经典力学为基础的陀螺仪，包括光学陀螺仪（激光陀螺仪、光纤陀螺仪）、压电晶体陀螺仪、粒子陀螺仪和核磁共振陀螺仪等，在这些陀螺仪表中，没有高速旋转的转子和谐振构件，但它们具有转子陀螺仪相同作用的惯性敏感元件，是用来测量运动物体的角速度。

激光陀螺仪是利用同一光源的两束激光在三角形或方形回路中沿相反方向循环时，

因为载体的转动使两束激光的行程不一样而产生频率差来产生陀螺效应。在激光陀螺仪中如果采用光纤作为闭合环形回路,即构成光纤陀螺仪。

粒子陀螺仪是利用基本粒子(如电子)的磁矩在磁场作用下,或某些物质(如电介质)的分子在电磁场作用下来产生陀螺效应。

3.4.2 陀螺仪的发展趋势

粒子陀螺仪、光学陀螺仪(激光陀螺仪、光纤陀螺仪)和微机械陀螺等一般称为现代陀螺仪。

通常使用的陀螺仪有液浮陀螺仪、气浮陀螺仪、挠性陀螺仪、静电陀螺仪、光学陀螺仪、微机械陀螺仪等。

MEMS陀螺仪即微机电陀螺仪,是指集机械元素、微型传感器、微型执行器以及信号处理和控制电路、接口电路、通信和电源于一体的完整微型机电系统。微机械陀螺仪具有体积小、可靠性高、大量程、低功耗、低成本,适用于大批量生产,易于数字化、智能化,可数字输出,温度补偿,零位校正等特点,是未来低、中精度惯性仪表理想换代产品,也是惯性技术向汽车、生物医学、环境监控等民用领域大量推广应用最有前途的仪表。

由于不同类型的陀螺仪性价比不一样,而兵器、舰船、导弹、飞机和机器人等不同应用领域,对陀螺的性价比要求也不一样。至今多种陀螺仪在不同领域已经得到广泛应用。

因此,只能说一种新型陀螺的出现弥补了原有某种陀螺的缺陷,从而满足了某一应用领域的要求,而不能说某种陀螺的出现代替了其他陀螺。总的发展趋势是研制高精度、高可靠性和低成本的陀螺仪,如光纤陀螺仪、半球谐振子陀螺仪和超导陀螺仪等。建立准确的陀螺仪误差模型,采用系统软件补偿技术,全面提高仪表系统性能。

自从20世纪70年代以来,现代陀螺仪的发展已经进入了一个全新的阶段。1976年提出了现代光纤陀螺仪的基本设想,到80年代以后,现代光纤陀螺仪就得到了非常迅速的发展,同时激光谐振陀螺仪也有了很大的发展。由于光纤陀螺仪具有结构紧凑、灵敏度高、工作可靠等优点,所以光纤陀螺仪在很多的领域已经完全取代了机械式的传统的陀螺仪,成为现代导航仪器中的关键部件。和光纤陀螺仪同时发展的除了环式激光陀螺仪外,还有现代集成式的振动陀螺仪,其具有更高的集成度,体积更小,也是现代陀螺仪的一个重要的发展方向。

3.5 光学陀螺仪

机械转子式陀螺仪的工作原理是建立在牛顿力学基础上的,动量矩定理是分析陀螺动力学特性的基本方程,具有动量矩是机械转子式陀螺仪与一般刚体的根本区别。动量矩是由机械旋转产生的,机械旋转必须依靠支承,所以支承技术是机械转子式陀螺仪的关键技术。对陀螺仪的性能指标要求越高,支承技术就越复杂,成本也就越高,这就是机械式转子陀螺仪的局限性。同时由于复杂的机械结构,机械转子式陀螺仪在抗击振动等

环境适应性方面也存在局限性。为此,随着相关技术的发展,出现了建立在量子力学基础上的光学陀螺仪。光学陀螺仪与机械转子式陀螺仪的工作原理有本质区别,具有全固态、启动快、耐冲击、动态测量范围宽、数字输出和工作可靠等优点,同时受温度影响小。因此光学陀螺仪是构建捷联式惯性导航系统的理想元件,同时也可用于构建惯性稳定装置。

1897 年英国物理学家洛奇(Oliver Lodge)最早提出光学陀螺仪的概念。1913 年,法国科学家萨格奈克(Sagnac)论证了光学陀螺仪的工作原理及基本效应——Sagnac 效应。1925 年,加莱(Gale)和米切尔森(Michelson)利用一个面积为 600m×300m 巨大的环形干涉仪测量出地球的旋转角速度。1960 年,美国休斯(Hughes)实验室首次研制成功"红宝石激光器"。同年,美国贝尔(Bell)电话公司实验室研制成功了波长为 1.5μm 的"氦氖气体激光器"。此后,希尔(Heer)在 1961 年、罗森塔尔(Rosenthal)在 1962 年、马切克(Macek)和戴维斯(Davis)在 1963 年,先后提出了用 Sagnac 效应设计环形光路激光器构成激光陀螺的设想。1963 年,美国斯佩里(Sperry)公司马切克和戴维斯宣布研制成功了世界上第一台"激光陀螺仪",该设备采用波长为 0.633μm、光程为 4m(边长为 1m)的正方形环形光路。同年斯佩里公司首次报道的环形激光陀螺仪原理性试验中,使用 1m×1m 正方形闭合回路,测得 50°/h 的低转速,这一消息引起惯性技术领域的轰动。随即在 1964 年前后,全世界几十家研究机构开展了对环形激光陀螺仪的研究。在对提高环形激光陀螺仪精度的研究过程中,1976 年世界上第一台光纤陀螺仪问世。

3.5.1 Sagnac 效应

1913 年,法国实验物理学家萨格奈克发现了 Sagnac 效应。为了观察转动系统中光的干涉现象,他做了一个类似于旋转陀螺仪力学实验的光学实验,该实验装置如图 3-29 所示。从光源 O 发出的光到达半镀银反射镜 M 后分成两束:一束为反射光,经过反射镜 M_1、M_2、M_3 及 M 后到达光屏 P;另一束是透射光,经过 M_3、M_2、M_1 及 M 后到达光屏 P。这两束沿相反方向传播的光汇合在光屏上,形成干涉条纹,用照相机可以记录下干涉条纹。当整个装置(包括光源和照相机)开始转动时,干涉条纹开始发生移动。这个实验被称为 Sagnac 实验。它证明了处于一个系统中的观察者确定该系统的转动速度的可能性。但是,由于当时只有普通光源,观察到的效应非常微小,很难达到实际应用所要求的精确度,因此一直没有得到实际应用。直到 20 世纪 60 年代出现了激光器,该效应才被广泛应用于激光陀螺仪及光纤陀螺仪。下面介绍 Sagnac 效应测量旋转角速度的原理。

如图 3-30 所示,考虑在一个半径为 R 的环形光路的激光谐振腔内,运转着正、反两束光,当这个环形谐振腔绕环形光路的法线以角速率 ω 匀速旋转时,对于腔外(惯性坐标系内)的观察者,与 ω 转动方向相同的光绕环形光路一圈的时间为

$$t^{+}=\frac{2\pi R+\omega R t^{+}}{c} \tag{3-92}$$

与 ω 转动方向相反的光绕环形光路一圈的时间为

$$t^{-}=\frac{2\pi R-\omega R t^{-}}{c} \tag{3-93}$$

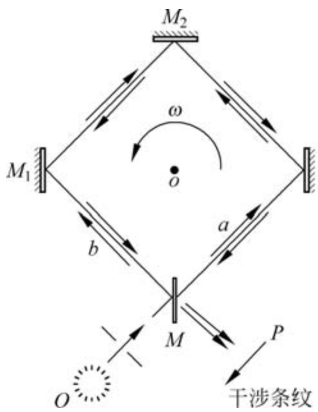


图 3-29 Sagnac 实验

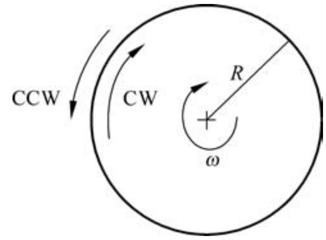


图 3-30 Sagnac 效应原理示意图

另 $\Delta t = t^{+} - t^{-}$ 为正反两束光束绕环形光路一圈的时间差，则

$$\Delta t = \frac{4\pi R^2 \omega}{c^2 - R^2\omega^2} = \frac{4\pi R^2}{c^2}\omega\left(1 + \frac{R^2\omega^2}{c^2} + \cdots\right) \tag{3-94}$$

因此，正反光束的光程差为

$$\Delta L = c\,\Delta t = \frac{4A}{c}\omega \tag{3-95}$$

其中，A 为环形光路所包围的面积，c 为光速。从式(3-95)可以看出，只要能够测量出光程差 ΔL，就可以得到角速度值 ω。

Sagnac 效应从理论上给出了角速度和光程差的关系式，但真正用到实际测量中却是非常困难的。1925 年，加莱和米切尔森的巨型干涉仪由于采用普通光源，其环形光路按 Sagnac 公式也仅仅产生 0.1745μm 的光程差，这样小的光程差根本无法测量。激光器的发明使 Sagnac 效应到了实际的应用。把激光增益介质引入环形谐振腔中，构成环形激光器，才极大地提高了闭合光路测量角速度的灵敏度。

在闭合光路中，当激光束在谐振腔中谐振时，光程的长度是光波长的整数倍。该光程长为 L，波长为 λ，则

$$L = n\lambda \tag{3-96}$$

由于光波长与频率的乘积就是光速，即

$$c = f\lambda \tag{3-97}$$

所以有

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{n}{L}c \tag{3-98}$$

据此可以推断出顺、逆两束激光调谐的频率差为

$$\Delta f = f_2 - f_1 = \frac{n}{L_2}c - \frac{n}{L_1}c \tag{3-99}$$

已知环路的光程长度为 L，两束光的光程差 ΔL 为 $\frac{4A}{c}\omega$，光程 $L_2 = L - \frac{1}{2}\Delta L$，$L_1 = L +$

$\frac{1}{2}\Delta L$，故有

$$\Delta f=\frac{4A}{L\lambda}\omega=S\omega \tag{3-100}$$

式中，$S=\frac{4A}{L\lambda}$为标度因数，只要确定了 S，就可以通过检测环形光路中两束激光的偏差而计算出闭合光路相对于惯性空间的角速率。

3.5.2 激光陀螺仪

激光陀螺仪是现代物理学的突破和现代技术革命的产物，它是基于爱因斯坦相对论和激光技术发展的一种全新概念的角速率传感器。激光陀螺仪是捷联式惯性导航系统的理想惯性器件，与机械转子陀螺仪相比，它具有启动快、可靠性高、寿命长、动态范围宽、标度因数线性度好、数字输出、对加速度不敏感、耐冲击和耐大过载等优点。

1. 激光陀螺仪的结构

激光陀螺仪的主体是一个三角形或四边形的环形谐振腔，谐振腔环路中有沿相反方向传播的两束激光，通过测量两束激光的频率差即可获得被测角速度。因为激光陀螺仪的工作物质是激光束，是全固态装置，从而具有非常优良的特性。图 3-31 是一个三角形环形激光陀螺仪的结构示意图。主要由环形谐振腔体、反射镜、增益介质和读出机构相关的电子线路组成。

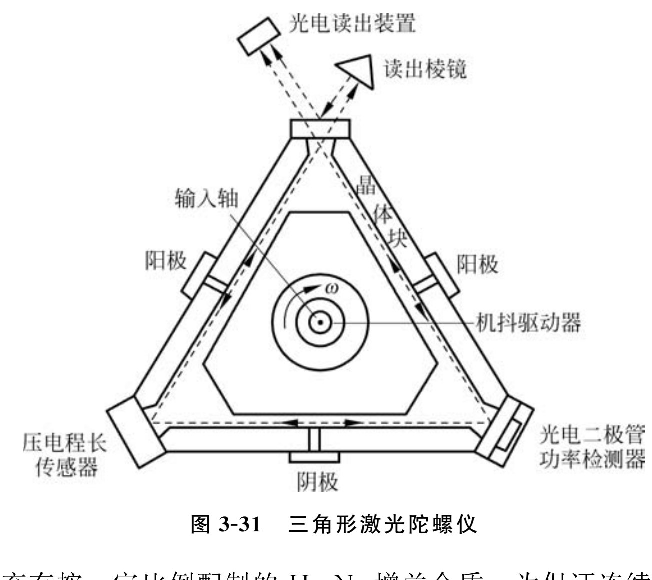


图 3-31　三角形激光陀螺仪

在环形腔内充有按一定比例配制的 He-Ne 增益介质。为保证连续激光的产生，三个光学平面反射镜形成闭合光路（环形激光谐振器），由光电二极管组成的光电读出电路可以检测相向运行的两束光的光程差。

顺时针和逆时针两束光的光程差如式（3-95）所示。

激光陀螺仪在谐振状态频率的偏移比 $\Delta f/f$ 等于光程长度的变化比 $\Delta L/L$，因而描述旋转光束频率差的公式同式(3-100)。

式(3-100)中 L 和 λ 均为已知量。式(3-100)表明，通过测量 Δf 即可测量输入角速度 ω，这是理想的激光陀螺仪的方程式。即在理想的激光陀螺仪中，输出差频正比于输入角速率，其比例系数为 S。

下面就几个问题进一步讨论。

1）激光陀螺仪腔体形状的确定

激光陀螺的腔体主要有三角形或正方形正两种结构形式，标度因数可以如下计算。

对于三角形环形激光陀螺，设边长为 $L/3$，则等边三角形的面积

$$A = L^2/20.785 \tag{3-101}$$

有

$$S = \frac{4A}{L\lambda} = \frac{1}{\lambda}\left(\frac{1}{3\sqrt{3}}\right) \tag{3-102}$$

对于正方形环形激光陀螺，设边长为 $L/4$，则面积

$$A = L^2/16 \tag{3-103}$$

$$S = \frac{4A}{L\lambda} = \frac{1}{\lambda}\left(\frac{L}{4}\right) \tag{3-104}$$

可见，在光路长度 L 给定的条件下，正方形的面积比三角形的大，其标度因数(灵敏度)要高于同等长度光路的三角形环形激光陀螺。

氦-氖环形激光陀螺(RLG)可以工作在两个波长：0.6328μm 和 1.5μm，工作频率取决于反射镜和光路的长度。两个相向传播的光波将形成驻波，每一个光波必须满足如下条件，即环路是波长的整数倍，所以较短的波长有较大的分辨率，也就是有较高的精度，较长的波长对于一个给定长度的增益介质提供有较大的增益。这样，较短波长有希望用于大量的较精确的激光陀螺。灵敏度的量纲表示为角秒/脉冲，比如 SLG-15 激光陀螺仪灵敏度是 3.5″/脉冲。

2）激光陀螺腔体

大多数环形激光陀螺的设计采用整体式，在玻璃上钻孔，提供激光陀螺光束的光路。常用的材料是零膨胀系数的石英玻璃体或特殊制造的陶瓷玻璃，腔体材料必须具有特别的性质：一是要有很小的温度膨胀系数，以减少回路长度的压电控制的控制量，即降低温度标度因数；二是用整体材料制作的激光陀螺具有对氦气不渗透的特性。但是，加工的难易性、成本等也要考虑。

在另外一种环形激光陀螺设计中，采用一个分离的激光发射管和一个整体的腔体。即增益介质放在一个分离的增益管中，而增益管被放置在腔体中的两个反射镜之间。这种模式设计的环形激光陀螺体积要大于一个整体式的环形激光陀螺。

3）反射镜

反射镜是环形激光陀螺最重要的部件，它的作用就是无损失地、准确改变光在光路中的运行方向，需要特殊的工艺和设计。一般的三角形激光陀螺应用 3 个反射镜，反射镜的数量由设计折中考虑。无论如何设计，反射镜一般都放在光同腔体接触的位置，构

成一个无应力、密封的腔体。反射镜的平面要加工得平滑和有正确的角度。由于表面不光滑和制造的光模特性不一致将引起光的散射，由于吸收和传递，每一个反射镜都引起部分激光能量的损失，即部分激光能量被散射掉了，导致锁定。

4）增益介质

应用在大多数氦-氖环形激光陀螺（RLG）中的增益介质是一个高纯度氦（3He）的三重混合物和两个氖的同位素（20Ne 和 22Ne）在适当的压力下以一定的比例形成的混合物。增益介质充满谐振腔，它的作用是确保在腔内产生激光，向腔内谐振状态提供增益，使其保持谐振状态。

5）读出机构

为了敏感两个相向激光束之间的频率差，两个激光束从反射镜出来后，利用五棱镜或七棱镜使它们几乎平行，导致一个叉指模式，可由光电检测器检测。如果激光陀螺旋转，叉指在检测器上移动。光电检测器利用外差技术敏感两个光学频率的差频，即记录叉指。这个值被转换为数字输出，输出的脉冲速率正比于输入角速率，累积的脉冲数就是陀螺相对参考点变化的测量。

6）激光陀螺电路

激光陀螺电路主要包括放电电流控制、路径长度控制、抖动驱动和读出放大与方向判定等部分。

整体式三角形氦-氖环形激光陀螺的设计有两个阳极和一个阴极，在两个阳极和阴极之间加上对称的直流高压以使其启动放电。在放电启动后，由电流控制电路解调。一个控制电路完成激光束路径长度的控制。一个压电传感器附加在一个反射镜上，在环境温度变化时保持环路长度是常值。光路长度上的任何变化，都相当于标度因数和零点稳定性的变化，导致整个敏感器的精度变化。

环形激光陀螺采用抖动技术以改善性能，因为产生的旋转偏置可以使陀螺工作在死区之外。在本质上，偏置由正弦振动组成，陀螺本体在 100～500Hz 之间的设计频率抖动，每一个抖动周期偏置的平均值为零。抖动必须是对称的，否则产生误差。此外有逻辑电路用于判断输出的脉冲数，以判定是顺时针还是逆时针旋转。

2. 激光陀螺仪的分类

激光陀螺仪的分类方法主要有三种，分别是按激光谐振腔的类型、按采用何种偏频方案、根据同一玻璃基体上敏感轴的数目来划分。

1）按腔型分类

激光陀螺仪的激光谐振腔腔型主要有三角形腔和四边形腔两类。三角形腔有三面激光反射镜，其腔型可以是正三角形，也可以是等腰三角形。绝大多数四边形腔都是正方形平面腔。

2）按采用的偏频方式分类

按偏频方式来分，激光陀螺仪主要有抖动偏频式、速率偏频式和磁镜偏频式等。

3）按敏感轴数量分类

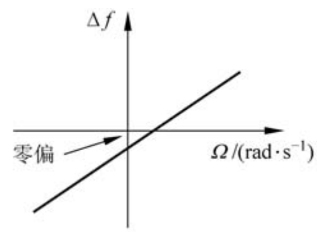
如果在同一玻璃基体上，激光陀螺仪只敏感一个方向的转动角速度，则称其为单轴

激光陀螺仪；如果在同一玻璃基体上，激光陀螺仪可以敏感三个方向的转动角速率，则称其为三轴激光陀螺仪。

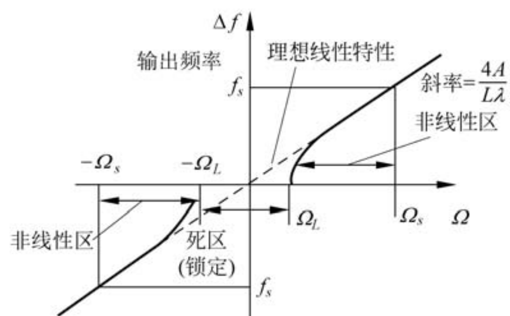
3. 激光陀螺仪的误差特性分析

在理想情况下，激光陀螺仪输出的频差与输入的角速度成正比，输出特性应该是一条过原点的、斜率为激光陀螺仪标度因数 S 的直线。但对于实际的激光陀螺仪来说，在环形激光产生的物理过程中存在多种误差因素，比如，氦-氖混合气体的变化、镜面背向散射、激光束在活性介质中传输时的波动和衰减、自我预热时工作模式的变化、相位频率的波动以及随机误差和人为噪声引起的误差等，都将导致激光陀螺仪的输入输出特性偏离理想输出直线。这些因素就构成了激光陀螺仪的误差源。

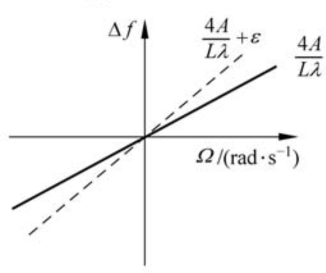
在设计一个氦-氖环形激光陀螺(RLG)时，主要应考虑如下三个误差源：零偏误差、锁定误差、标度因数误差。这些误差源在图 3-32 中给予说明。不加抖动的 RLG 显示在低旋转速率的情况下，频率差的线性关系不成立。下面讨论这些误差源。



(a) 零偏误差



(b) 锁定误差



(c) 标度因数误差

图 3-32 激光陀螺的主要误差源

1）零偏

在一个零旋转速率下有一个非零的频率差输出，即零偏。当光路对于相向运动的光波是各向异性时就会出现零偏。原因大概有：两束光反射性能指标不一致性；为避免锁定而加入的“机抖”幅值的不对称性；有源介质流的温度梯度和电流差；以及各向异常的不规则的色散效应和原子流可以产生零偏。

2）锁定

激光陀螺在小角速度输入下存在死区的现象，即锁定。锁定现象的最重要结果是标度因数是旋转速率 Ω 的函数，在激光陀螺中，相向运动的两束光在低转速情况下存在耦合现象，主要是由不完善的反射镜引起的。进一步说，在低旋转速率时，反向散射、局部损坏和极化的各向异常会引起状态的频率锁定，锁定是死区，对于小于 Ω_L 的角速率其输出是零。在数学上，频率差 Δf 可以表示为

$$\Delta f = \begin{cases} 0, & \Omega^2 \leqslant \Omega_{L2} \\ (4A/L\lambda)\sqrt{\Omega^2 - \Omega_{L2}}, & \Omega^2 > \Omega_{L2} \end{cases} \tag{3-105}$$

锁定的典型值是大约 0.1°/s。为了避免锁定问题，用偏置法或机械抖动可改善陀螺的输出特性。

3）标度因数误差

在激光腔内的增益介质可以影响其标度因数偏离其理想值，表示为 $1+\varepsilon$，ε 是其误差项，也可分为常值和随机两类误差。标度因数误差主要是由增益介质参数波动和谐振腔的参数变化引起的，如传递光束的频率 f 和介质的反射系数有关联，将引起色散效应。对于 RLG，这意味光腔长度 L 或标度因数是频率的函数。对于带“机抖”的 RLG，其锁定区补偿非线性、环境温度的变化均会引起标度因数误差。激光陀螺的标度因数误差很小，易做到 $\varepsilon \leqslant 1\times 10^{-5}$。

3.5.3 光纤陀螺仪

光纤陀螺仪是另一种光学陀螺，是激光陀螺仪的改进型，由于使用了光纤圈（光纤绕成圈），使得总光程大大增加，从而转动时的光程差也大大增加，提高了检测精度。

光纤陀螺作为光学陀螺仪的典型代表，具有启动快、不需预热、可承载高动态环境（包括振动和冲击）、对交叉轴转速不敏感、动态范围宽、标度因数线性度好、系统稳定性高等优点，自从 1976 年美国犹他州大学瓦利（Vali）和肖特希尔（Shorthill）提出光纤陀螺的概念以来，光纤陀螺仪就一直受到人们的青睐。

在光纤陀螺仪精度方面，美国 Honeywell 公司研制的光纤陀螺仪实验室精度为 0.00038°/h。Litton 公司的陀螺仪为 0.011°/h，标度因数稳定性达到 10^{-5}。日本航空电子有限公司研制的陀螺仪精度为 0.008°/h，标度因数稳定性达到 10^{-4}。

从光纤陀螺未来发展看，高精度和低成本是两大方向。高精度的光纤陀螺主要应用在空间技术、军事应用和科学研究领域，而低成本光纤陀螺主要作为角度传感器在汽车导航、机器人等许多精度要求不高的领域中有广阔的应用前景。随着光纤技术、激光技术和数据处理技术的迅速发展，基于光纤陀螺的惯性组合导航系统将大量推广应用。

1. 光路的互易性

光路的互易性是光纤陀螺仪实现高精度角速率测量的基础,基于 Sagnac 干涉仪的光纤陀螺仪光路中相向传播的光波沿数百米以上的光纤传播后才产生干涉,光路传播引起的相移(相位累积值)达到 $10^{8}\sim10^{10}$ rad,而相位差的检测精度需要达到 $10^{-8}\sim10^{-10}$ rad,相位的相对检测精度达到 $10^{-18}\sim10^{-14}$。因此必须排除 Sagnac 效应以外的任何因素引起的相移。这就要求光学系统保持高度稳定的互易性结构,以使系统中顺时针、逆时针传播的两束光受到的外部干扰完全一致,在输出中不反映任何外界干扰的影响。满足这种光学互易性的系统应该是一个线性可逆的时间不变系统,对于光纤陀螺仪来说,满足互易性,要具有同光路、同偏振态和同模式三个特征,即光路要满足:

(1) 顺时针、逆时针传播的两束光应通过完全相同的光路。这样可以确保光纤陀螺仪在零角速率输入下,其输出的光程差为零。

(2) 顺时针、逆时针传播的两束光完全是单模的。光在光纤中的传播有几种模式,传播模式不同,光纤对所形成的光路的损耗是不一致的,而且每个模式对环境条件波动的敏感程度也不同。因此,在光纤陀螺光路中,沿顺、逆时针传播的两束光应该是单一模式,在原理上可实现对光路互易性工作条件的要求。

(3) 顺时针、逆时针传播的两束光是同一偏振态。光在传播中表现为横波,在一般的单模光纤构成的光路中,存在独立传播的两个正交偏振态,由于光纤结构的不对称性以及环境的影响,光的传播呈椭圆偏振状态,使得沿顺时针、逆时针方向传播的两束光互易性不能得到保证。在光路中插入偏振器,使干涉光路只导入单一的偏振光,而在出射光中也只取相同的偏振光,保证了沿顺时针和逆时针方向传播两束光为同一偏振态,实现了光路互易性的条件。

图 3-33 所示为一种光纤陀螺仪的互易性结构。图中偏振器用于滤除光纤中光波导的两个偏振态中的一个,并滤除光波中杂散模式,确保检测到的是与入射光模态相同的光波。因此,在干涉仪输入输出光路上放置一个单模滤波器,来检测从这个单模滤波器返回的光波,这样便满足了同偏振、同模式的条件。耦合器 1(光源分束器)的作用是将部分返回光引导到探测器上进行相位调节,耦合器 2(光纤环耦合器)起到精确分光的作用。顺时针的光和逆时针的光在耦合器 2 处分别经过透射-耦合和耦合-透射使两束光经过耦合器 2 有相同的相位改变。耦合器 1 是必需的,它一方面起到分光的作用,另一方面保证两束相反方向传播的光有相同的光路。

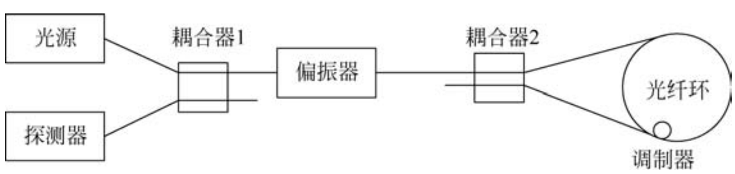


图 3-33 光纤陀螺仪的互易性结构

2. 光纤陀螺仪的功能元件

从光纤陀螺仪的光路构成来看，光纤陀螺仪光路需要多种发挥不同作用的功能元件，下面分别加以简要介绍。

1）光纤和光纤环

光纤是光导纤维的简称，它是用石英、玻璃或特质材料拉成的柔弱细丝，直径为几微米至 100 多微米。像水流过导管一样，光能沿着这种细丝在其内部传播。光纤之所以能导光，是因为折射率沿细丝界面径向有不同的数值，靠近中心的折射率大于外皮的折射率。由于折射率分布的这种特点，根据几何光学全反射规律，进入光纤的光线能沿着光纤传播。由于光纤可以弯曲成任意形状，因而人们能任意改变光的传播方向，这是光纤得到实际应用的基本特点之一。通常用的光纤，要求损耗低并具有良好的物理性能和力学性能，而在光纤陀螺仪中，光纤是用于构成干涉回路的传感部件，需要根据环路中顺、逆时针传播光的相位差来敏感转动速率，因此所用的光纤应该是单模光纤。为了保证干涉环路偏振态的稳定，最好使用保偏光纤。为提高转动检测的灵敏度，一般光纤的长度为几百米到几千米不等，与所要求的精度有关。

所谓单模光纤，是指芯径在 $10\mu m$ 以下，芯皮折射差在 0.3%左右，归一化截止频率小于 2.4Hz 的光纤。这种光纤在轴对称情况下，在两个垂直正交的方向上存在两个独立的偏振模态，如果光纤的波导结构完全对称，则这两个正交模态具有相同的传播常数，两者没有区别。但是，实际的光纤都存在芯的椭圆度和偏心等，将引起轴的非对称性，造成两个正交偏振模态传播常数的变化。另外，这种单模光纤在弯曲和温度波动干扰情况下会出现两模式之间的变换，造成偏振态变化。因此，在利用干涉仪检测转动速率的光纤陀螺仪中，使用这种单模光纤就会因为外部干扰使输出变化，降低检测精度。为了解决这些问题，科研人员专门研制出保偏光纤，又称为高双折射光纤，有意识地加大两模之间的传播常数差，提高偏振稳定性。

光纤陀螺仪所用的单模光纤和保偏光纤，应具有足够的长度，并以小体积多匝光纤环的形式出现，因此光纤环的绕制是一种极其重要的工艺，应做到绕制过程中不使光纤性能恶化，且在绕制后又保持光纤性能稳定可靠。一般应考虑光纤环的层数和圈数的最佳匹配、骨架（有、无）和材料选择以及多匝光纤圈的相对位置固定、绕制过程的张力控制及光纤的空间对称分布等。

2）光源和探测器

由于光纤陀螺仪基于 Sagnac 效应工作，光源是必不可少的。要求光源输出功率高、稳定性好。为降低光纤光路的瑞利后向散射与信号光发生二次干涉引起的噪声，还要求光源具有宽的光谱宽度及相干性差等特点。光纤陀螺仪可以选用的光源有半导体激光器（LD）、发光二极管（LED）、超辐射发光二极管（SLD）和掺铒超荧光光纤光源（SFS）等。其中 LD 具有高输出功率和高耦合效率，但由于相干性好会带来明显的干涉噪声，限制了其在光纤陀螺仪中的应用；LED 光谱宽、模式噪声小，但是输出功率和耦合效率低；SLD 性能介于两者之间，既具有较高的输出功率，又具有较大的光谱宽度，是光纤陀螺仪较为理想的光源，也是目前普遍使用的光源。值得注意的是，SLD 的输出功率、光谱特性及偏

振特性与注入电流和温度有关，在使用中应该注意注入电流的选定、稳定控制以及温度补偿等。SFS是一种相干性低、单横模的宽带光源，它基于掺铒光纤的放大自发辐射，具有很好的温度稳定性和宽的荧光频谱，中心波长位于1550nm波段，而且输出光功率大，是高精度光纤陀螺仪的首选光源。

光纤陀螺仪中的探测器是光路系统中的接收器件，主要功能是实现光信号向电信号的转换，其输出是检测电路部分的信号来源，是影响光纤陀螺仪检测信噪比的关键因素，也是决定光纤陀螺仪随机游走系数指标的重要环节。目前国内光纤陀螺仪中采用的光电探测器由半导体PIN光电二极管和跨阻抗前置放大器(场效应管)组成。

3）光纤定向耦合器

光纤定向耦合器在光纤陀螺仪干涉光路中起分束与合束的作用。这类耦合器应具有保偏特性和偏振分波特性，一般包括耦合比为50%的耦合器和任意耦合比的耦合器。

4）光纤偏振器

光纤偏振器在光纤陀螺仪干涉光路中发挥起偏器和检偏器的作用。光纤偏振器有两种：一种是利用光纤小直径弯曲时引起偏振分量损耗差制成光纤圆形偏振器；另一种是磨制光纤包层直至几乎将纤芯裸露，再将此磨面镀以金属或双折射晶体，制成研磨型光纤偏振器。

评价光纤偏振器性能优劣主要用消光比和插入损耗两个参数，其中消光比表示出射光接近线偏振光的程度，消光比越大，线偏振光的程度越高，偏振性能越好。

5）光纤消偏器

偏振器是在一个方向选择线偏振分量的光纤器件，而消偏器的作用相反，是一种造成非偏振态光的光纤器件。消偏器是消偏光纤陀螺仪必备的器件。如果在强度相等且正交的两个线偏振光之间存在一个与所用光源相干长度相比足够长的延迟时间差，则两个偏振分量不会发生干涉，这种状态就是非偏振状态。利用高双折射的保偏光纤就可以实现这种功能。

6）光纤相位调制器

这是光纤陀螺仪光路系统中的一种相位调制器，它既能实现$\frac{\pi}{2}$的相位偏差，使系统处于最灵敏的工作状态，又可进行正弦调制，实现相敏检测的目的。这种相位调制器通过在光纤应变状态下改变其长度和折射率，对光纤中传输的光波进行相位调制。

7）集成光学芯片

光纤陀螺仪用的多功能集成光学芯片是利用钛扩散技术和质子交换技术，将偏振器、分束/合束器和相位调制器都集成在晶片上。通常这种集成光学芯片有两种，即单Y波导和双Y波导，其消光比可达60dB，带宽为500MHz～1GHz，插入损耗为6dB左右。将这种芯片与光源探测器及光纤环连接并封装，就可以制成一个完整的光纤陀螺仪光路系统，这种集成光纤陀螺仪具有高性能、低成本、高可靠性、体积小以及易于批量生产等优点。

3. 光纤陀螺仪的分类

就原理与结构而言，可以将光纤陀螺仪分为干涉式光纤陀螺仪和谐振式光纤陀螺仪

等。就有无反馈信号而言，可以将光纤陀螺仪分为开环光纤陀螺仪和闭环光纤陀螺仪。从相位调制方式来看，光纤陀螺仪可以分为相位差偏置式光线陀螺仪、光外差式光线陀螺仪及延时调制式光纤陀螺仪。下面主要介绍干涉式光纤陀螺仪和谐振式光纤陀螺仪的原理及结构特点。

当光学环路转动时，在不同的前进方向上，光学环路的光程相对于环路在静止时的光程都会产生变化。利用这种光程的变化，如果使不同方向上前进的光之间产生干涉来测量环路的转动速度，就可以制造出干涉式光纤陀螺仪。如果利用这种环路光程的变化来实现在环路中不断循环的光之间的干涉，也就是通过调整光纤环路的光的谐振频率进而测量环路的转动速度，就可以制造出谐振式光纤陀螺仪。可以看出，干涉式陀螺仪在实现干涉时的光程差小，所以它所要求的光源可以有较大的频谱宽度，而谐振式的陀螺仪在实现干涉时，它的光程差较大，所以它所要求的光源必须有很好的单色性。

1）干涉式光纤陀螺仪

干涉式光纤陀螺仪实际上是一种由单模光纤做光通路的 Sagnac 干涉仪，其基本原理可以用图 3-34(a)所示的圆形环路干涉仪来说明。该干涉仪由光源、分束板、反射镜和光纤环组成。

光在 A 点入射，并被分束板分成等强的两束光。反射光 b 进入光纤环沿着圆形环路逆时针方向传播；透射光 a 被反射镜反射回来后又被分束板反射，进入光纤环沿着圆形环路顺时针方向传播。这两束光绕行一周后，又在分束板汇合。

当干涉仪相对惯性空间无旋转时，相反方向传播的两束光绕行一周的光程相等，都等于圆形环路的周长，即

$$L_a = L_b = L = 2\pi R \tag{3-106}$$

当干涉仪绕着与光路平面垂直的轴以角速度（设为逆时针方向）相对惯性空间旋转时，由于光纤环和分束板均随之转动，相反方向传播的两束光绕行一周的光程就不相等，时间也不相等，如图 3-34(b)所示。由式(3-95)可以求出两束光绕行一周到达分束板的光程差 ΔL，表明两束光的光程差 ΔL 与输入角速度 ω 成正比。

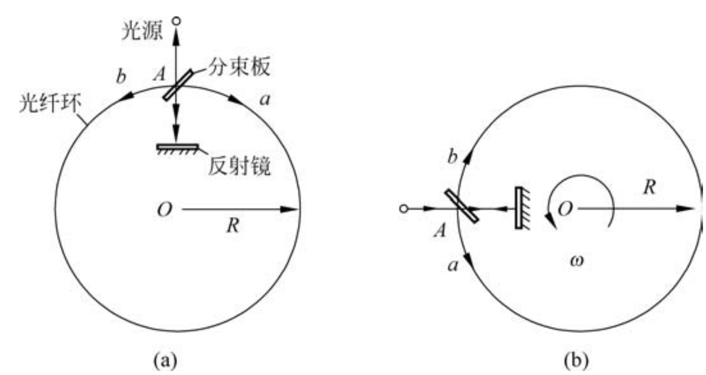


图 3-34　干涉式光纤陀螺基本原理

可以通过测量两束光之间的相位差，即相移，来获得被测角速度。两束光之间的相移 $\Delta\varphi$ 与光程差 ΔL 有如下关系：

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\Delta L \tag{3-107}$$

式中，λ 为光源的波长。将式(3-95)代入式(3-107)，并考虑光纤环的周长 $L=2\pi R$，可得两束光绕行一周再次汇合时的相移

$$\Delta\varphi=\frac{4\pi Rl}{c\lambda}\omega \tag{3-108}$$

光纤陀螺仪采用的是多匝光纤环(设为 N 匝)的光纤线圈，两束光绕行 N 周再次汇合时的相移是

$$\Delta\varphi=\frac{4\pi RlN}{c\lambda}\omega \tag{3-109}$$

由于光速 c 和圆周率 π 均为常数，光源发光的波长 λ 以及光纤圈半径 R、匝数 N 等结构参数均为定值，因此光纤陀螺仪的输出相移 $\Delta\varphi$ 与输入角速度 ω 成正比，即 $\Delta\varphi=K\omega$，其中，K 称为光纤陀螺刻度因数

$$K=\frac{4\pi RlN}{c\lambda} \tag{3-110}$$

式(3-110)表明，在光纤线圈半径一定的条件下，可以通过增加线圈匝数即增加光纤总长度来提高测量的灵敏度。由于光纤直径很小，虽然长度很长，整个仪表的体积仍然可以做得很小，例如光纤长度为 500～2500m 的陀螺其直径仅 10cm 左右。但光纤长度也不能无限地增加，因为光纤传输光具有一定的损耗，所以光纤长度一般不超过 2500m。

2）谐振式光纤陀螺仪

谐振式光纤陀螺仪的工作原理与谐振式激光陀螺仪的区别在于用光纤环形谐振腔替代了光学玻璃制作的谐振腔。激光源在谐振腔外，构成了一个无源的谐振腔，在原理上无闭锁效应。光纤的长度则可依据陀螺的标度因数要求而确定。

目前影响谐振型光纤型光纤陀螺仪实用化的主要技术关键仍然是不能有效地克服各种噪声的影响。

4. 光纤陀螺仪的噪声因素及抑制措施

理想的互易特性是实现光纤陀螺仪高灵敏度、高精度的关键，但在实际的光纤陀螺仪中，影响互易特性的因素很多，下面将分别介绍各种噪声因素及其抑制措施。

1）散射噪声

光纤中瑞利后向散射及来自光界面的后向散射是光纤陀螺仪的主要噪声源。瑞利后向散射是由于光纤内部介质的不均匀性、光纤通路中的焊接点以及器件的耦合点引起的。这些散射光会通过对其原点进行寄生干涉而引起测量误差。目前抑制这些散射噪声的方法主要有：采用超发光二极管等低相干光源；对后向散射光提供频差并对光源进行脉冲调制；采用光隔离器；用宽带激光器、跳频激光器、相位调制器等作为光源，以破坏光源的时间相干性，使其后向散射光的干涉平均为零。

2）温度噪声

光纤由于其物理特性使之对温度十分敏感。一方面，环境温度变化时，光纤环的面积随之改变，将直接影响对转动角速度检测的标度因数的稳定性；另一方面，温度效应表现在热辐射造成光纤环局部温度梯度，引起左、右旋光路光程不等，从而会引起非互易相移的随机漂移。一般对光纤线圈进行恒温处理，以及采用四极对称方法来绕制光纤环，并在工艺和状态控制上提出严格要求，以减小温度引起的温度漂移。

3）光源与探测器噪声

光源是光纤陀螺仪的关键组件，光源的波长变化、频谱分布变化及输出光功率的波动将直接影响干涉的效果。另外，返回到光源的光直接干扰了它的发射状态，引起二次激发，与信号光产生二次干涉，并引起发光强度和波长的波动。对于光源波长变化的影响，通过数据处理的方法加以解决；若波长变化是由温度变化引起的，则可直接测量温度而校正波长；对返回光的影响，可以采用光隔离器、信号衰减器或选用超辐射发光二极管之类的低相干光源，有效降低光纤陀螺仪中反射光与信号光的干涉效果，抑制瑞利后向散射。

探测器是检测干涉总效果的器件，除了探测器灵敏度外，调制频率噪声、前置放大器噪声和散粒噪声都是影响其性能的噪声源。一般可通过优选调制频率来减少噪声，用电子学方法来减少放大器噪声；对于散粒噪声，是与光探测过程相关联的基本噪声，只能通过选择尽可能大的光源功率和低损耗的光纤通路来加大光信号，提高信噪比，以相对减少它的影响。

4）光源功能元件噪声

光纤陀螺仪内部的功能元件包括偏振器、耦合器（分束器、合束器）、相位调制器以及光电检测器等，这些功能元件是构成光纤干涉光路、保证光路互易性以及灵敏度最佳化必不可少的。但是由于这些器件性能不佳，以及引入后与光纤的对接所带来的光轴不对准、接点缺陷等，将引起附加损耗和缺陷，产生破坏互易性的新因素。由这些因素引起的噪声称为光路器件噪声，减少这些器件造成噪声的主要方法是提高器件和光路组装的工艺水平，以获得高性能的器件和光路。表 3-1 给出了光纤陀螺仪的误差源及其解决办法。

表 3-1　光纤陀螺仪的误差源及其解决办法

误　差　源	解 决 办 法
两束光之间的光程差	温度补偿；光隔离器消除回光的影响
温度漂移误差	采用温度系数小的光纤和被覆材料；采用四极对称法绕制光纤环
温度相位误差	采用温度系数小的光纤和被覆材料；在光纤环本征频率上进行调制/解调
偏振变化	采用保偏光纤；采用偏振面补偿装置及退偏振镜
瑞利后向散射	采用超发光二极管等低相干光源，或对后向散射光提供频差并对光源进行脉冲调制
法拉第效应	光电屏蔽和使用保偏光纤，以消除环路中每隔一圈为一周期的扭曲失真误差
克尔效应	采用低相干光源
光纤端面菲涅尔反射	采用消除瑞利后向散射的方法，或者采用折射率匹配的方案
光接收器的散粒噪声	采用光量子效率光检测器、低损耗保偏光纤和大功率激光光源

3.6 微机电陀螺仪

3.6.1 微机电陀螺仪概述

20世纪80年代初，在微米/纳米（分别为$10^{-6}/10^{-9}$m量级）这一引人注目的前沿技术背景下，微机电系统（MEMS）得到了人们的广泛关注。微机电系统是电子元件和机械元件相结合的微装置或系统，采用与集成电路（IC）兼容的批加工技术制造，尺寸可在毫米到微米量级范围内变化，功能上则结合了传感与执行功能，并可运行处理运算。1989年，第一个采用MEMS技术的微机电陀螺仪问世，漂移率达10°/h。它的出现是MEMS技术中具有代表性的一项重大成果，更带来了惯性导航技术领域的一次新变革。它的制作是通过采用半导体生产中成熟的沉积、蚀刻和掺杂等工艺，将机械装置和电子线路集成在微小的硅芯片上来完成的，最终形成一种集成电路芯片大小的微型陀螺仪。图3-35所示为微机电陀螺仪的一种实物照片。

与现有机械转子式陀螺仪或光学陀螺仪相比，微机电陀螺仪主要特征有：体积和能耗小；成本低廉，适合大批量生产；动态范围大，可靠性高，可用于恶劣力学环境；准备时间短，适合快速响应武器；中低精度，适合短时应用或其他信息系统组合应用。由于硅材料固有的温度敏感性，需要对微机电陀螺仪的温度特性做特别处理。

微机电陀螺仪是基于哥氏效应工作的，如图3-36所示。质量块在激励的作用下在某一轴向产生振动（参考振动），当质量块绕其中心轴（也称为输入轴）旋转时，在与振动轴、角速度输入轴正交的另一个方向（也称为输出轴）就会产生哥氏力。哥氏力大小与振动速度、输入角速度乘积成正比，检测出哥氏力的大小和方向就可以检测出输入角速度的大小和方向。

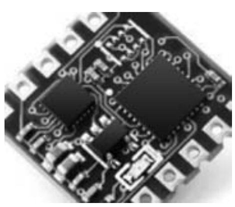


图3-35 微机电陀螺仪实物照片

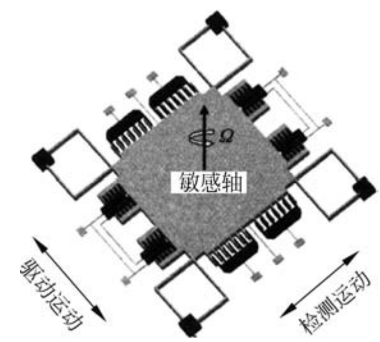


图3-36 微机电陀螺仪工作原理

微机电陀螺仪种类众多，可以按如下方式进行分类。

（1）按振动结构可分为线振动结构和角振动结构，常用的包括振梁结构、双框架结构、平面对称结构、横向音叉结构、梳状音叉结构等。音叉式结构是典型的利用线振动来产生陀螺效应的；双框架结构是典型的利用角振动来产生陀螺效应的。

（2）按材料可分为硅材料和非硅材料。其中，在硅材料陀螺仪中又可以分为单晶硅陀螺仪和多晶硅陀螺仪。在非硅材料中，包括石英材料陀螺仪和其他材料陀螺仪。

（3）按驱动方式可以分为静电驱动式、电磁驱动式、压电驱动式等。

（4）按检测方式可分为电容性检测、压阻性检测、压电性检测、光学检测和隧道效应检测。

（5）按工作方式可分为速率陀螺仪和速率积分陀螺仪。

（6）按加工方式可分为体微机械加工、表面机械加工和其他加工方式等。

另外，微机电陀螺仪根据驱动与检测方式分为4种：①静电驱动，电容检测；②电磁驱动，电容检测；③电磁驱动，压阻检测；④压电驱动，电容检测。其中静电驱动、电容检测陀螺仪设计最为常见，并已有部分产品研制成功。

目前微机电陀螺仪还属于中、低精度范畴，它们的研制成功将带来更多的军事或商业应用。尤其在军事方面，通过采用微机电陀螺仪技术，可以把制导、导航和控制引入以前未能考虑的一些武器系统中，典型的如各种制导炮弹和弹丸。

3.6.2 微机电陀螺仪结构及工作原理

近十几年来，微机电陀螺仪得到了迅速发展，各种形式的微机电陀螺仪应运而生，其中框架式硅微机电陀螺仪于1988年首先由美国的CSDL设计研制成功，是最早提出的形式之一。本节以框架式硅微机电陀螺仪为例介绍其工作原理。

图3-37是框架式陀螺仪的结构示意图。这种陀螺仪的框架是在玻璃或N型硅衬底上，通过腐蚀、扩散等手段形成一对驱动电极和一对敏感电极。再通过外延、腐蚀和光刻等微加工手段，形成内外框架、挠性杆和检测质量。其中，检测质量块和内框架连成一体，内框架通过挠性杆与外框架连接，外框架通过挠性杆与基座相连。内、外框架都相对挠性杆完全对称。内框架的一组对称平面与一对敏感电极构成一组差动电容，外框架的一组对称平面与一对驱动电机构成另外一对差动电容。内、外挠性杆相互正交，挠性杆设计成分别绕 x、y 轴有较小扭转刚度，但有较大抗弯刚度，这样就保证了内、外框架能沿相应的挠性轴自由振动，但是沿框架轴平面的法线方向有较大的抗弯刚度。

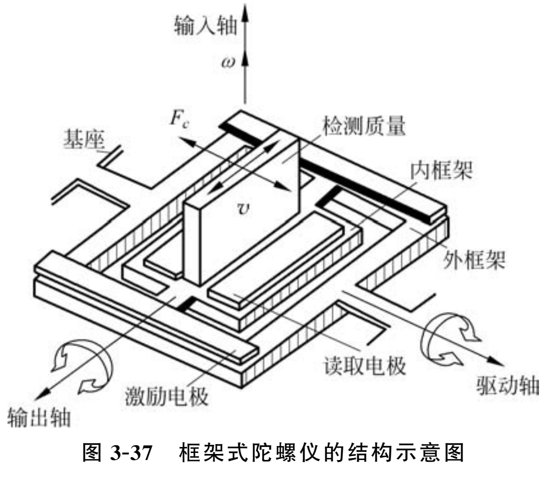


图 3-37　框架式陀螺仪的结构示意图

框架式陀螺仪的内、外两个框架，一个为驱动框架，另一个为检测框架。相互正交的内、外框轴均为挠性轴，即绕自身轴向具有低的抗扭刚度，而沿其余轴向具有较高的抗弯刚度。检测质量固定在内框架上，在外框架两侧各设置 1 个激励电极，在内框架两侧各设置 1 个读取电极。这 4 个电极相对陀螺仪壳体的位置是固定的，当框架处于零位时各电极与框架对应表面的间隙为 $10\sim12\mu m$，构成 4 对极板。

在两个激励电极上施加带有直流偏置但相位相反的交变电压，由于交变的静电吸力所产生的绕驱动轴(外框架轴)交变力矩的作用，整个框架绕驱动轴做角运动，而检测质量中各质点做线振动(因为角运动振幅很小，故可视为线运动)。当基座(壳体)绕输入轴以角速率 ω 相对惯性空间转动时，各质点受到交变的哥氏惯性力 F_c 的作用(图中仅示意出 1 个质点)，就形成绕输出轴(内框架轴)交变的哥氏惯性力矩，从而使内框架轴绕输出轴做角振动。这样，两个读取电极与内框架轴之间的间隙发生交变，亦即电容发生交变。通过感测电容差值并经电子线路处理，即可获得正比于输入角速度的输出电压信号。

框架式微机电振动陀螺仪的控制系统框图如图 3-38 所示。图中 U_0 和 U_2 分别为施加于驱动电极板的直流偏置电压和交流驱动电压幅值；ω_2 为交流驱动电压信号角频率；θ_{1x} 和 θ_{2y} 分别为内、外框架绕相应挠性轴的角振动幅度；J_{1i} 和 $J_{2i}(i=x,y,z)$ 分别为内、外框架绕相应轴的转动惯量；k_1 和 k_2 分别为内、外挠性杆的扭转刚度系数；D_1 和 D_2 为相应的阻尼系数。

当对两驱动电极板分别施加 $U_0+U_2\sin\omega_2 t$ 的电压信号时，外框受驱动并连同内框和检测质量一起以 ω_2 的频率做绕 y 轴的小角度振动。此时，若绕框架平面法线有角速度 Ω_z 输入，在陀螺力矩 M_G 作用下，内框连同检测质量便以外框的振动频率和与 Ω_z 成正比的幅度绕 x 轴做角振动，从而引起检测电容值的变化，设为 ΔC。检测电路将 ΔC 信号经过前放、调制、放大、解调，输出 Δu 信号，这个电压信号正比于输入信号 Ω_z。

根据图 3-38，陀螺力矩为

$$M_G=J_1\theta_{2y}\Omega_z \tag{3-111}$$

式中，J_1 为陀螺仪等效转动惯量，$J_1=J_{1x}+J_{1y}-J_{1z}$。输出角振动幅值为

$$\theta_{1x}=\frac{M_G}{J_{1x}s^2+D_1 s+k_1}=\frac{J_1 S\theta_{2y}\Omega_z}{J_{1x}(s^2+2\xi_1\omega_{n1}s+\omega_{n1}^2)} \tag{3-112}$$

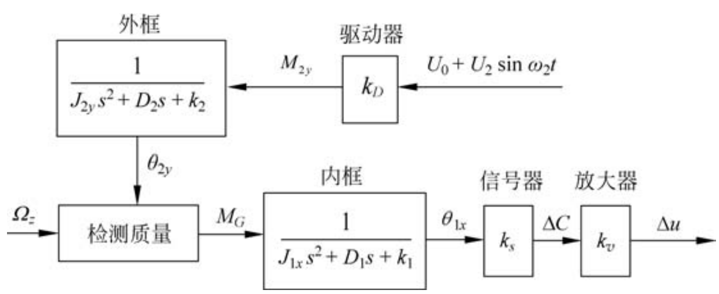


图 3-38 框架式微机电振动陀螺仪的控制系统框图

选取驱动电压信号频率与内框的固有频率相等，即 $\omega_2=\omega_{n1}$，则式(3-112)变成

$$\theta_{1x}=\frac{J_1\theta_{2y}\Omega_z}{2J_{1x}\xi_1\omega_{n1}}=\frac{J_1 Q_1\theta_{2y}\Omega_z}{J_{1x}\omega_{n1}} \tag{3-113}$$

式中，Q_1 为陀螺仪谐振品质因数，$Q_1=\dfrac{1}{2\xi_1}$。

综合式(3-111)～式(3-113)，并结合图3-38，可以得到该陀螺仪的灵敏度为

$$S=\frac{\Delta u}{\Omega_z}=\frac{k_{s1}k_v\theta_{1x}}{\Omega_z}=\frac{J_1Q_1\theta_{2y}k_{s1}k_v}{J_{1x}\omega_{n1}} \tag{3-114}$$

式中，k_v 为回路放大系数；k_{s1} 为信号器传递系数。

$$k_{s1}=\frac{\Delta C}{\theta_{1x}}=\frac{\varepsilon A_{c1}(2s_{c1}+b_{c1})k_v}{z_{01}^2} \tag{3-115}$$

从式(3-114)可以看出，要提高该类陀螺仪的灵敏度，必须使其 Q_1 值尽可能大，这就要求阻尼要小，因此，双框架陀螺仪一般工作在高真空状态下。从式(3-115)可以看出，适当减小 z_{01} 和适当加大 A_{c1}、b_{c1}、s_{c1} 的尺寸都可使 k_{s1} 的数值得到提高。此外，适当增大驱动框架的振动幅度，也可提高灵敏度，但 θ_{2y} 的增大受到驱动电容极板间距的制约。由于该种结构的陀螺仪其外框架绕 y 轴振动时，内框架除了绕 x 轴振动外，还随外框一起绕 y 轴做同一频率的振动。内框架绕 y 轴的振动信号是有害信号，由于其频率和内框架绕 x 轴的有用振动信号的频率相同，因此很难彻底消除，这就使得这种结构陀螺的噪声信号较大。同时内框架绕 y 轴的振动制约了敏感电容极板间距 z_{01} 的减小和驱动框架振动幅度的加大，从而使陀螺仪灵敏度系数值受到限制。

3.6.3 微机电陀螺仪的微弱信号检测

微机电陀螺仪的关键技术主要有两个：一是微加工技术；二是微弱信号的检测技术。由于微机电陀螺仪在检测方向的振动很微弱，而且受到微机电陀螺仪空间大小的限制，因而振动检测方式非常重要。目前微机电陀螺仪的检测方式主要有电容式、压电式、压阻式以及隧道式等，下面逐一介绍。

1. 电容检测方式

电容检测式微机电陀螺仪直接检测在振动方向上的振动位移。在陀螺仪中固定一极板，同时在振动弹性体垂直检测振动方向的表面上制作随弹性体振动的极板，通过检测两极板间的电容变化得出弹性体的振动位移。两极板间的电容为

$$C=\frac{\varepsilon S}{4k\pi d} \tag{3-116}$$

式中，ε 为介质介电常量，d 为极板间距，S 为极板的有效面积，k 为静电力常量。测量出电容的变化，根据式(3-116)就可以得出极板间距的变化，从而得出弹性体的振动位移。

电容检测式微机电陀螺仪一般不需要额外的加工步骤就能制造出电容器，具有温度漂移小、灵敏度高和稳定性高等优点。但是由于检测质量微小，产生的哥氏惯性力很微弱，这使得极板间距变化非常微小，导致电容的变化量也非常微小，因此输出电压很小；并且当检测扭转振动时，极板间距和极板的有效面积都会发生变化，从而影响测试精度。

2. 压电检测方式

压电检测方式是利用扩散在弹性体上的压电晶体的压电效应检测出弹性体在检测

方向上振动所对应的应力，从而检测出在检测方向上的振动来测量角速度的。当仅考虑一个方向存在应力时的压电方程，并结合电容和电量的关系可以得到

$$U=\frac{d\sigma}{C} \tag{3-117}$$

式中，σ 为沿晶轴 x 方向施加的应力，d 为压电系数，U 为压电晶体端的电压，C 为压电晶体的等效电容。

从式(3-117)可知，如果测量出压电晶体两端的电压，就可以得到晶体内部应力的大小，从而计算出弹性体检测方向的振幅，进而得出被测物体的角速度。压电检测式微机电陀螺仪具有体积小、动态范围宽等优点。但是由于压电系数受温度影响大，导致该类型陀螺仪的温度漂移大，需要进行温度补偿，增加了制作工艺的难度。

3. 压阻检测方式

当微机电陀螺仪工作时，分布在检测方向的压阻条随着弹性体的振动其内部应力改变。由于压阻效应，压阻条的阻值将会发生改变。通过适当的外部电路将电阻变化转化成电压就能够测量出角速度的大小。压阻式微机电陀螺仪具有固有频率高、动态响应快、体积小等特点。根据压阻效应，电阻的变化率为

$$\frac{\Delta R}{R}=\pi\sigma \tag{3-118}$$

式中，π 为压阻系数，σ 为应力。从式(3-118)可以看出，材料的压阻系数直接影响该检测方式微机电陀螺仪的测量精度，但是由于材料的压阻系数比较小，且受环境温度影响较大，因而基于压阻效应的微机电陀螺仪灵敏度比较低，温度漂移比较明显。

4. 隧道检测方式

隧道检测式微机电陀螺仪是近年发展起来的一种新型微陀螺仪，它利用隧道电流对位移变化的敏感性来检测角速度。在隧道间距很小时，隧道电流与隧道间距的关系为

$$\Delta I=\frac{\alpha\sqrt{\Phi}V}{R}\cdot d \tag{3-119}$$

式中，ΔI 为隧道电流，α 为常数，Φ 为隧道有效势垒高度，d 为隧道电极的间距，V 为偏置电压，R 为隧道结等效电阻。可以近似认为，电流变化量与隧道间距变化量成线性关系，只要检测出电流变化量的大小，就能够测量出隧道间距变化量的大小，从而测得角速度的大小。

3.7 陀螺仪的技术指标及漂移分析

3.7.1 陀螺仪的技术指标

理想的陀螺仪是在任何条件下其敏感轴的输出与载体对应轴向的输入角参量(角度、角速率)成正比，而且不敏感其交叉轴向的角参量，也不敏感任何轴向的非角参量(例

如振动加速度和线加速度)。

陀螺仪的主要常用技术指标如下:

量程,单位(°)/s,是陀螺仪能有效敏感输入角速度的范围。

零偏,单位(°)/h,是陀螺仪中输入速率为零时陀螺仪的输出量。因为输出量不同,通常用等效的输入速率表示。同一型号的产品,零偏越小越好;不同型号的产品,并不是零偏越小越好。

零偏重复性,单位(°)/h,是在同样的条件下及规定间隔内(逐次、逐日、隔日……)重复测量的偏值之间的一致程度。零偏重复性以各次测得的偏值的标准偏差表示,对所有陀螺仪零偏重复性越小越好(评价补偿零位的难易程度)。

零偏与零偏重复性根据不同应用目的综合考虑。

零偏稳定性,是当输入为零时输出量绕其均值的离散程度,以规定时间内输出量的标准偏差相应的等效输入表示。它主要针对速率陀螺仪,对所有陀螺仪越小越好(评价陀螺仪精度的一个重要指标)。

零位漂移,单位(°)/s,是陀螺仪输出量相对理想输出量的偏差的时间变化率。它包含随机性的和系统性的两种分量。

闭锁阈值,是指在未加偏频条件下,陀螺仪输出无响应时的最大输入角速率。

比例因子,单位 V/(°/s)、mA/(°/s),是输出的变化与要测量的输入变化的比值。

比例因子非线性度,单位%,是在输入角速度范围内,陀螺仪输出量相对于最小二乘法拟合直线的最大偏差值与最大输出量之比。

比例因子重复性,是比例因子的逐次、逐日、隔日……的重复程度。

比例因子不对称度,单位%,是正输入和负输入两种情况下测得的标度因数之间的差别。比例因子不对称度用分别测得的标度因数与在整个输入量程上测得的标度因数之差的百分数表示。标度因数不对称性意味着输入输出函数的斜率在零输入时中断。

启动时间,单位 s、min,是惯性敏感器从最初供以能量到产生规定的有用输出的时间。

交叉耦合,是敏感其交叉轴向的角参量程度,即非正交性。

带宽,单位 Hz,是陀螺仪在测得的幅频特性中幅值降低 3dB 所对应的频率范围。可以通过牺牲陀螺仪带宽的方式提高陀螺仪的精度。

零位温度系数,单位(°)/h/℃,是由于温度变化引起的偏值变化量与温度变化量之比。

3.7.2 陀螺仪的漂移分析

1. 陀螺的漂移率

在实际的陀螺仪结构中,总是不可避免地存在着干扰力矩,例如环架轴上支承的摩擦力矩,陀螺组合件的不平衡力矩以及其他因素引起的干扰力矩。陀螺仪存在干扰力矩作用,转子轴将偏离原来稳定的基准方位而形成误差。转子轴在单位时间内相对惯性空间方位(或基准方位)的偏差角称为陀螺漂移率。衡量陀螺仪精度的主要指标是漂移率。

各种载体的测量、控制和导航精度在很大程度上取决于陀螺仪精度。例如,二自由度陀螺仪具有方向稳定性。利用这一特性,可为被测对象提供一个方位基准。这个方位

基准的精度高低，主要取决于陀螺漂移率。至于陀螺章动的影响，引起的方位改变极为微小，而且不随时间积累，一般可以忽略。所以研究漂移率及其数学模型在陀螺仪工程应用的意义。

对于刚体转子类陀螺仪，漂移率计算式

$$\omega_d = \frac{M_d}{H} \tag{3-120}$$

虽然陀螺仪在干扰力矩作用下会产生漂移，但只要具有较大的动量矩，那么陀螺漂移就很缓慢，在一定的时间内，自转轴相对惯性空间的方位改变也很微小。

在干扰的作用下，陀螺仪以进动的形式做缓慢漂移，这是陀螺仪稳定性的一种表现，陀螺仪动量矩越大，陀螺漂移也越缓慢，陀螺仪的稳定性也就越高。

例 3-4 设陀螺动量矩 $H=4000\text{g}\cdot\text{cm}\cdot\text{s}$，陀螺仪对内、外环轴的转动惯量 $J_x=J_y=2\text{g}\cdot\text{cm}\cdot\text{s}^2$。当绕外环轴作用的常值干扰力矩 $M_y=2\text{g}\cdot\text{cm}$ 时，则陀螺仪绕内环轴漂移角速度的大小为

$$\omega_x = \frac{M_y}{H} = \frac{2}{4000} = 5\times10^{-4}(\text{rad/s})$$

当经过时间 $t=60\text{s}$ 时，绕内环轴漂移角度大小为

$$\theta_x = \omega_x t = 5\times10^{-4}\times60\text{rad} = 1.72(°)$$

若转子不自转即为一般刚体时，则在同样大小的常值干扰力矩作用下，引起的绕外环轴偏转角速度的大小为

$$\varepsilon_y = \frac{M_y}{J_y} = \frac{2}{2} = 1(\text{rad/s}^2)$$

当经过时间 $t=60\text{s}$ 时，绕外环轴偏转角度大小为

$$\theta_x = \frac{1}{2}\varepsilon_y t^2 = \frac{1}{2}\times1\times60^2(°)$$

对于非刚体转子的陀螺仪，如谐振陀螺仪、激光陀螺仪和光纤陀螺仪等，也仍然是采用漂移率作为衡量其精度的主要指标。

从漂移率计算式可看出，增大动量矩和减小干扰力矩，均可降低漂移率。但过多地加大动量矩，会带来仪表体积、质量、功耗和发热增大等不利影响，而且对降低漂移率并无明显效果。因为，随着转子质量的增大，与质量有关的干扰力矩如轴承摩擦和质心偏移等引起的干扰力矩也相应增大；而且，随着发热的增大，与发热有关的干扰力矩如热变形和热对流等引起的干扰力矩也相应增大。因此，用于载体测量和控制系统的陀螺仪动量矩数值一般在 $0.8\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$ 以内，用于惯性系统的陀螺仪动量矩数值一般在 $0.2\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$ 以内。从陀螺仪的原理、设计和工艺等方面尽量减小造成干扰力矩的各种因素，才是降低漂移率之关键所在。

通常，干扰力矩分为两类，与之对应的陀螺漂移也分为两类：一类干扰力矩是系统性的，规律已知，它引起规律性漂移，因而是可以通过计算机加以补偿的；另一类是随机因素造成的，它引起随机漂移。在实际应用中，除了要尽可能减小随机因素的影响外，对实验结果还要进行统计处理，以期对随机漂移作出标定，并通过系统来进行补偿。但由于

它是无规律的,很难达到全补偿,故它成为衡量陀螺仪精度的最重要指标。

系统性漂移率用单位时间内的角位移表示。随机漂移率用单位时间内角位移均方根值或标准偏差表示。各种类型陀螺仪随机漂移率目前所能达到的大致范围如表 3-2 所列。

表 3-2　各种类型陀螺仪随机漂移率

陀螺仪类型	随机漂移率/(°/h)	陀螺仪类型	随机漂移率/(°/h)
滚珠轴承陀螺仪	10～1	静电陀螺仪	0.01～0.0001
旋转轴承陀螺仪	1～0.1	半球谐振陀螺仪	0.1～0.01
液浮陀螺仪	0.01～0.001	激光陀螺仪	0.01～0.001
气浮陀螺仪	0.01～0.001	光纤陀螺仪	1～0.1
动力调谐陀螺仪	0.01～0.001		

各种应用场合对随机漂移率要求的大致范围如表 3-3 所列。惯性导航系统定位精度的典型指标为 1nmile/h(1nmile=1852m),它要求陀螺随机漂移率应达到 0.01°/h,故通常把随机漂移率达到 0.01°/h 的陀螺仪称为惯导级陀螺仪。

表 3-3　各种应用场合对随机漂移率要求的大致范围

应用场合	对随机漂移率要求/(°/h)
飞行控制系统中的速率陀螺仪	150～10
飞行控制系统中的垂直陀螺仪	30～10
飞行控制系统中的方向陀螺仪	10～1
战术导弹惯性制导系统	1～0.1
船用陀螺罗经、捷联式航向姿态系统炮兵测位、地面战车惯性导航系统	0.1～0.01
飞机、舰船惯性导航系统	0.01～0.001
战略导弹、巡航导弹惯性制导系统	0.01～0.0005
航空母舰、核潜艇惯性导航系统	0.001～0.0001

此外,还有表征陀螺漂移长期稳定性的一种随机漂移率,叫作漂移不定性或逐次漂移率。漂移不定性反映了陀螺仪在相同条件下,在规定时间逐次测试中,其漂移率的变化情况。它用规定若干次测试,按每次测试规定的时间,求得各次漂移平均值的标准偏差来表示。根据测试的时间间隔,逐次漂移率又分为逐日漂移率、逐月漂移率和逐年漂移率。

2. 陀螺漂移模型分类

在惯性系统的应用中,一方面要求陀螺漂移应在许可的范围内,另一方面还要根据所建立的数学模型来进行补偿,以减小陀螺漂移对系统精度的影响。可见,建立陀螺漂移规律的数学模型并设法在惯性系统中进行漂移补偿,是惯性技术领域中必须解决的重要课题。

依据在不同条件下陀螺漂移与有关参数之间的关系,陀螺漂移模型通常分为以下三类:

(1) 静态漂移模型：即在线运动条件下陀螺漂移与加速度或比力之间的数学表达式，一般具有三元二次多项式的结构形式。

(2) 动态漂移模型：即在角运动条件下陀螺漂移与角速度、角加速度之间关系的数学表达式，一般也具有三元二次多项式的结构形式。

(3) 随机漂移模型：引起陀螺漂移的诸多因素是带有随机性的，陀螺漂移实际上是一个随机过程。描述该随机过程的数学表达式，即为陀螺随机漂移模型。通常采用 AR 或 ARMA 模型来拟合。

建立陀螺漂移模型有两种方法。

一种是解析法，即根据陀螺仪的工作原理、具体结构和引起漂移的物理机制，用解析的方法导出它的漂移模型(这样得到的模型又称物理模型)。优点是物理概念清晰，可由陀螺仪的结构参数来表示，有明确的物理意义与之对应；缺点是在推导时不可避免地要加入某些假设条件，因而总有一定程度的近似性，有时不能真实地描述出陀螺漂移。

另一种是实验法，即设计一种试验方案能够激励各种因素引起的陀螺漂移，以试验取得的数据为依据，通过时间序列建模等数学处理方法来导出它的漂移数学模型。优点是受主观认识的影响较小，在工程实践中也常被应用；缺点是必须具备精确测试手段，否则难以真实地反映出陀螺漂移。