第5章 微波网络

微波传输特性和微波元件由均匀传输线理论和规则波导的"场"理论来分析。微波系统由 若干均匀传输线(波导)和微波元件组成,其结构复杂,用传输线理论或规则波导理论分析困 难。而实际上,人们所关心的是微波系统各个元件的外部特性,即信号通过后其幅度、相位等 量的变化,因此在一定条件下可以将微波元件等效为网络端口,以简化微波系统的分析和设计。

微波网络理论是微波技术的一个重要分支,内容丰富、应用广泛。本章只简单介绍微波 网络的各种参量矩阵,包括阻抗矩阵、导纳矩阵、转移矩阵、散射矩阵和传输矩阵,以及各种 矩阵之间的关系,介绍常用微波网络特性、简单微波电路的网络参量、二端口网络的连接及 网络端口的外部特性等。

5.1 引言

一个微波系统一般由信号源、负载、传输线和微波元件组成,如图 5-1 所示。传输线如前面所介绍,一般都是均匀传输线,其横截面形状和尺寸沿轴线方向保持不变。微波元件如隔离器、定向耦合器、波长计、功率计、衰减器、功分器等,是微波系统中的不均匀区段。对于这些不均匀区的电磁波信号和能量问题,可以求解给定边界条件的 Maxwell 方程组,但是求解过程烦琐,而且得到的结果往往超出一般的实际需要,工程中人们关心的是这些不均匀 区域的外部特征。因此,通常用微波网络方法分析微波系统。



微波网络法也是一种等效电路法。其基本思想是把本来属于电磁场的问题,在一定条件下转化为一个等效电路问题。具体来讲,就是当用微波网络法研究传输系统时,可以把每个不均匀区(微波元件)看成一个网络节点,其对外特性用一组网络参量表示;把均匀传输线也看成一个网络节点,其网络参量由传输参量和长度决定。各种微波网络参量可以通过实测和简单计算得到。

不均匀性的微波元件按照端口来分有单端口、二端口、三端口、四端口、…、N端口网络。端口数目与外接均匀传输线(波导、同轴线、平面传输线等)数目是一致的。它们在微波网络中均等效为"长线",即可用两根平行线来代表。

单端口网络仅有一个电气端口与外界相连。微波系统中的匹配负载、短路负载和失配 负载就是单端口网络,图 5-2 是短路同轴线及其等效网络。



大多数微波元件属于二端口网络,如衰减器、滤波器、移相器等,图 5-3(a)、(b)是阶梯 波导和衰减器示意图,图 5-3(c)是二端口等效网络,端口①和②的传输线特性阻抗分别为 Z_{cl} 和 Z_{c2} 。



某些分路元件属于三端口网络,如各种 T 形接头和单刀双掷微波开关,图 5-4(a)、(b) 是 E 面和 H 面 T 形波导分支示意图。图 5-4(c)是三端口等效网络,3 个端口的传输线特性 阻抗分别为 Z_{c1}、Z_{c2} 和 Z_{c3}。



微波领域中属于四端口元件的也有多种,如双 T 接头、魔 T(双匹配双 T)、定向耦合器等。图 5-5(a)、(b)是双 T 接头和定向耦合器示意图。图 5-5(c)是四端口等效网络。



微波网络理论是在低频网络理论的基础上发展而来的,许多适用于低频电路的分析 方法和电路特性,对微波电路也同样适用。实际上,低频电路分析是微波电路分析的一 种特殊情况,因为低频网络中只有一种模式——TEM 波。应用微波网络理论需要注意以 下几点。

(1) 画出的等效网络及其参量是对某一工作波型(模式)而言的,不同工作波型有不同 的等效网络和参量;微波网络及其参量只对一定频段才适用,超出这一范围将要失效。

(2)用电压、电流作为网络端口物理量时,需要明确其定义,因为对于波导来说电压和 电流是一个等效概念,是非单值的。

(3)需要确定网络参考面。参考面的选择很重要,它必须选在均匀传输线段上,且距离不均匀处足够远,使不均匀处激起的高次模衰减到足够小,此时高次模对工作模式只相当于引入一个电抗值,可计入网络参量之内。

(4) 规定参考面上进入网络方向的电流为正向电流,离开网络方向的电流为反向电流。

很多微波元件可等效为二端口网络,下面以二端口网络为例介绍各种微波网络参量。 三端口、四端口等多端口网络的网络参量可以类似地得出。

5.2 微波网络的各种参量矩阵

表征微波网络的参量有两类:第一类是反映网络参考面上电压与电流之间关系的,包括阻抗矩阵 Z、导纳矩阵 Y 和转移矩阵 A;第二类是反映参考面上入射波与反射波电压之间关系的,包括散射矩阵 S 和传输矩阵 T。

5.2.1 阻抗矩阵 Z

二端口等效网络如图 5-6 所示,端口①的电压、电流和传输线特性阻抗分别为 U₁、I₁ 和 Z_{c1},端口②的电压、电流和传输线特性阻抗分别为 U₂、I₂ 和 Z_{c2}。规定电流流入网络为正。 根据电路理论,可求得用阻抗表示的电压与电流的关系为

$$\begin{cases}
U_{1} = Z_{11}I_{1} + Z_{12}I_{2} \\
U_{2} = Z_{21}I_{1} + Z_{22}I_{2}
\end{cases}$$
(5-1)

$$\underbrace{I_{1}}_{U_{2}} = \underbrace{I_{21}I_{1} + Z_{22}I_{2}}_{U_{2}} \\
\underbrace{I_{1}}_{U_{2}} = \underbrace{I_{2}}_{U_{2}} \\
\underbrace{I_{1}}_{U_{2}} = \underbrace{I_{2}}_{U_{2}} \\
\underbrace{I_{1}}_{U_{2}} = \underbrace{I_{2}}_{U_{2}} \\
\underbrace{I_{2}}_{U_{2}} \\
\underbrace{I_{2}}_{U_{2}} \\$$

或写成矩阵方程形式

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$
(5-2)

简记为

$$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{Z}\boldsymbol{I} \tag{5-3}$$

式中,U和I分别为电压和电流的列矩阵,Z为

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$
(5-4)

叫作阻抗矩阵,这是一个方阵。阻抗元素仅由网络本身所决定,而与端口所加的电压、电流 无关。

当端口②开路时, $I_2=0$,式(5-1)可简化为

$$U_1 = Z_{11} I_1, \quad U_2 = Z_{21} I_1$$

则 Z₁₁、Z₂₁ 的物理意义是

$$Z_{11} = \frac{U_1}{I_1} \Big|_{I_2=0}, \ \text{表示端口①的自阻抗(输入阻抗)}$$
(5-5a)

$$Z_{21} = \frac{U_2}{I_1} \Big|_{I_2=0}, \ \text{arised for a star of the set of the se$$

当端口①开路时,I₁=0,式(5-1)简化为

 $U_1 = Z_{12}I_2$, $U_2 = Z_{22}I_2$

则 Z₁₂、Z₂₂ 的物理意义是

$$Z_{12} = \frac{U_1}{I_2} \Big|_{I_1=0}, \text{表示端口@与端口①之间的互阻抗(转移阻抗)}$$
(5-5c)

$$Z_{22} = \frac{U_2}{I_2} \bigg|_{I_1 = 0}, \text{表示端口@的自阻抗(输入阻抗)}$$
(5-5d)

在微波网络中,为了理论分析具有普遍意义,常把各端口电压、电流用各自对应的传输 线特性阻抗归一化,并用小写字母表示。各归一化电压、电流为

$$u_{1} = \frac{U_{1}}{\sqrt{Z_{c1}}}, \quad i_{1} = I_{1}\sqrt{Z_{c1}}, \quad u_{2} = \frac{U_{2}}{\sqrt{Z_{c2}}}, \quad i_{2} = I_{2}\sqrt{Z_{c2}}$$
(5-6)

相应的归一化方程为

$$\begin{cases} u_1 = z_{11}i_1 + z_{12}i_2 \\ u_2 = z_{21}i_1 + z_{22}i_2 \end{cases}$$
(5-7)

简记为

$$[u] = [z][i] \tag{5-8}$$

其中,归一化阻抗矩阵为

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{11}}{Z_{c1}} & \frac{Z_{12}}{\sqrt{Z_{c1}Z_{c2}}} \\ \frac{Z_{21}}{\sqrt{Z_{c1}Z_{c2}}} & \frac{Z_{22}}{Z_{c2}} \end{bmatrix}$$
(5-9)

5.2.2 导纳矩阵Y

当网络特性用导纳参量描述时,参考图 5-6,各参考面上电流与电压之间的线性关系为

$$\begin{cases} I_{1} = Y_{11}U_{1} + Y_{12}U_{2} \\ I_{2} = Y_{21}U_{1} + Y_{22}U_{2} \end{cases}$$
(5-10)

或写成矩阵方程形式

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$
(5-11)

简记为

$$I = YU \tag{5-12}$$

式中,I和U分别为电流和电压的列矩阵;Y为

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$$
(5-13)

称为导纳矩阵,这也是一个方阵。Y矩阵各参量的物理意义为

$$Y_{11} = \frac{I_1}{U_1} \bigg|_{U_2 = 0}$$
(5-14a)

Y₁₁ 表示端口②短路时,端口①的自导纳(输入导纳);

$$Y_{21} = \frac{I_2}{U_1} \bigg|_{U_2 = 0}$$
(5-14b)

Y₂₁ 表示端口②短路时,端口①与端口②之间的互导纳(转移导纳);

$$Y_{12} = \frac{I_1}{U_2} \bigg|_{U_1 = 0}$$
(5-14c)

Y12 表示端口①短路时,端口②与端口①之间的互导纳(转移导纳);

$$Y_{22} = \frac{I_2}{U_2} \bigg|_{U_1 = 0}$$
(5-14d)

Y22 表示端口①短路时,端口②的自导纳(输入导纳)。

若 T₁ 和 T₂ 参考面外接传输线的特性导纳分别为 Y_{e1} 和 Y_{e2},则各个归一化等效电流、 电压为

$$i_1 = \frac{I_1}{\sqrt{Y_{c1}}}, \quad u_1 = U_1 \sqrt{Y_{c1}}, \quad i_2 = \frac{I_2}{\sqrt{Y_{c2}}}, \quad u_2 = U_2 \sqrt{Y_{c2}}$$
 (5-15)

相应的归一化方程为

$$\begin{cases} i_1 = y_{11}u_1 + y_{12}u_2 \\ i_2 = y_{21}u_1 + y_{22}u_2 \end{cases}$$
(5-16)

简记为

$$\boldsymbol{i} = \boldsymbol{y}\boldsymbol{u} \tag{5-17}$$

其中,归一化导纳矩阵为

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_{11}}{Y_{c1}} & \frac{Y_{12}}{\sqrt{Y_{c1}Y_{c2}}} \\ \frac{Y_{21}}{\sqrt{Y_{c1}Y_{c2}}} & \frac{Y_{22}}{Y_{c2}} \end{bmatrix}$$
(5-18)

5.2.3 转移矩阵 A

转移矩阵又叫 ABCD 矩阵,只适用于二端口网络。参考图 5-6,当网络特性用转移参量描述时,根据电路理论,输入端电压、电流与输出端电压、电流之间的线性关系为

$$\begin{cases}
U_1 = AU_2 - BI_2 \\
I_1 = CU_2 - DI_2
\end{cases}$$
(5-19)

或写成矩阵方程形式

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$
(5-20)

定义

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \tag{5-21}$$

为转移矩阵。A 矩阵各参量的物理意义

$$A = \frac{U_1}{U_2} \Big|_{I_2 = 0}$$
(5-22a)

A 表示端口②开路时,端口②至端口①的电压传输系数;

$$B = -\frac{U_1}{I_2} \Big|_{U_2 = 0}$$
(5-22b)

B表示端口②短路时,端口②至端口①的转移阻抗;

$$C = \frac{I_1}{U_2} \bigg|_{I_2 = 0}$$
(5-22c)

C表示端口②开路时,端口②至端口①的转移导纳;

$$D = -\frac{I_1}{I_2} \Big|_{U_2 = 0}$$
(5-22d)

D 表示端口②短路时,端口②至端口①的电流传输系数。

相应的归一化方程为

$$\begin{cases}
 u_1 = au_2 - bi_2 \\
 i_1 = cu_2 - di_2
\end{cases}$$
(5-23)

其中,归一化转移矩阵为

$$\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \sqrt{Z_{c2}/Z_{c1}} & B \sqrt{Z_{c1}Z_{c2}} \\ C \sqrt{Z_{c1}Z_{c2}} & D \sqrt{Z_{c1}/Z_{c2}} \end{bmatrix}$$
(5-24)

解:端口②开路时,
$$I_2=0, U_1=U_2$$
,根据定义 $A=\frac{U_1}{U_2}\Big|_{I_2=0}=1$, $\frac{U_1 \downarrow}{I_1}$ $\frac{U_2 \downarrow}{I_2}$
 $C=\frac{I_1}{U_2}\Big|_{I_2=0}=0$. 图 5-7 例 5-1 用图

端口②短路时,
$$I_2 = -I_1, U_1 = ZI_1$$
,得 $B = -\frac{U_1}{I_2}\Big|_{U_2=0} = Z, D = -\frac{I_1}{I_2}\Big|_{U_2=0} = 1$ 。
所以
 $A = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

5.2.4 散射矩阵 S

对于二端口网络,T₁和T₂参考面上的归一化入射波 a和归一化反射波 b,如图 5-8 所示。二端口 a、b之间的线性关系满足方程

简写为

$$\boldsymbol{b} = \boldsymbol{S}\boldsymbol{a} \tag{5-26}$$

式中,

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{S}_{11} & \boldsymbol{S}_{12} \\ \boldsymbol{S}_{21} & \boldsymbol{S}_{22} \end{bmatrix}$$
(5-27)

称为散射矩阵,各归一化散射参量的物理意义为

$$S_{11} = \frac{b_1}{a_1} \bigg|_{a_2 = 0} \tag{5-28a}$$

S11 表示端口②接匹配负载时,端口①的反射系数;

$$S_{21} = \frac{b_2}{a_1} \bigg|_{a_2 = 0}$$
(5-28b)

S21 表示端口②接匹配负载时,端口①到端口②的传输系数;

$$S_{12} = \frac{b_1}{a_2} \bigg|_{a_1 = 0}$$
(5-28c)

S12 表示端口①接匹配负载时,端口②到端口①的传输系数;

$$S_{22} = \frac{b_2}{a_2} \bigg|_{a_1 = 0}$$
(5-28d)

S₂₂ 表示端口①接匹配负载时,端口②的反射系数。

5.2.5 传输参量 T

对于图 5-8 所示二端口网络, T_1 和 T_2 参考面上的归一化入射波电压 a和归一化反射 波电压 b 满足线性方程

$$\begin{cases}
 a_1 = T_{11}b_2 + T_{12}a_2 \\
 b_1 = T_{21}b_2 + T_{22}a_2
\end{cases}$$
(5-29)

或写为矩阵形式

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} b_2 \\ a_2 \end{bmatrix}$$
(5-30)

式中,

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix}$$
(5-31)

叫作二端口网络的传输矩阵,其中,

$$T_{11} = \frac{a_1}{b_2} \bigg|_{a_2 = 0} \tag{5-32}$$

T₁₁ 表示端口②接匹配负载时,端口①至端口②的电压传输系数的倒数,即

$$T_{11} = \frac{1}{S_{21}} \tag{5-33}$$

T矩阵的其余参量没有明确的物理意义。

5.3 二端口网络各种参量矩阵的关系

以上 5 种网络参量可以描述同一个微波网络的特性,各有其特点,Z、Y 参量矩阵描述的 是网络各端口的电压、电流间的关系,较适用于处理网络间的串联、并联问题; A、T 参量矩 阵描述的是网络输入端的物理量与输出端的物理量之间的关系,较适合于处理网络间级联 问题; S 参量矩阵描述的是网络端口及各端口间的归一化反射波电压与归一化入射波电压 之间的关系,在微波技术中占有重要位置,用矢量网络分析仪可以直接测量各个 S 参数。

为了便于在不同场合使用不同网络参数,需要找出各个网络参量矩阵之间的关系。

5.3.1 Z 矩阵和 Y 矩阵的关系

阻抗矩阵 Z 和导纳矩阵 Y 互为逆矩阵。由于

$$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{Z}\boldsymbol{I}, \quad \boldsymbol{I} = \boldsymbol{Y}\boldsymbol{U} \tag{5-34}$$

当Z和Y为非奇异方阵时,有

$$Z = Y^{-1}, \quad Y = Z^{-1}$$
 (5-35)

式中"一1"表示逆矩阵。

5.3.2 Z、Y矩阵与A矩阵的关系

由 Z 矩阵的定义式(5-1)

$$\begin{pmatrix} U_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \\ U_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 \end{pmatrix}$$

可得

$$\begin{cases} U_1 = \frac{Z_{11}}{Z_{21}}U_2 + \frac{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}}{Z_{21}}(-I_2) \\ I_1 = \frac{1}{Z_{21}}U_2 + \frac{Z_{22}}{Z_{21}}(-I_2) \end{cases}$$

即

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}/Z_{21} & |Z|/Z_{21} \\ 1/Z_{21} & Z_{22}/Z_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

与式(5-20)比较得矩阵 A 与矩阵 Z 的关系为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} Z_{11}/Z_{21} & | Z | / Z_{21} \\ 1/Z_{21} & Z_{22}/Z_{21} \end{bmatrix}$$
(5-36)

式中, $|Z| = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}$ 是行列式值。同样地,由式(5-11)可以得到

$$\mathbf{A} = -\begin{bmatrix} Y_{22}/Y_{21} & 1/Y_{21} \\ |Y|/Y_{21} & Y_{11}/Y_{21} \end{bmatrix}$$
(5-37)

式中, $|Y| = Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}$ 是行列式值。

与上述情况相反,也可以用 A 矩阵来表示 Z 和 Y 矩阵。由 A 矩阵的定义式

$$egin{pmatrix} U_1 = AU_2 - BI_2 \\ I_1 = CU_2 - DI_2 \end{pmatrix}$$

可得

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{C} \begin{bmatrix} A & |\mathbf{A}| \\ 1 & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{B} \begin{bmatrix} D & -|\mathbf{A}| \\ -1 & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

则 Z、Y 矩阵与A 矩阵的关系分别为

$$\mathbf{Z} = \frac{1}{C} \begin{bmatrix} A & |\mathbf{A}| \\ 1 & D \end{bmatrix}$$
(5-38)

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{B} \begin{bmatrix} D & -|\mathbf{A}| \\ -1 & A \end{bmatrix}$$
(5-39)

式中, |A|=AD-BC 是行列式值。

5.3.3 S 矩阵与T 矩阵的关系

由S矩阵定义式(5-25)可得

$$a_{1} = \frac{1}{S_{21}}b_{2} - \frac{S_{22}}{S_{21}}a_{2}$$
$$b_{1} = \frac{S_{11}}{S_{21}}b_{2} - \frac{|\mathbf{S}|}{S_{21}}a_{2}$$

即

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{S_{21}} \begin{bmatrix} 1 & -S_{22} \\ S_{11} & -|\mathbf{S}| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_2 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

与式(5-29)比较,则得 T 与 S 的关系为

$$\boldsymbol{T} = \frac{1}{S_{21}} \begin{bmatrix} 1 & -S_{22} \\ S_{11} & -|\boldsymbol{S}| \end{bmatrix}$$
(5-40)

式中, $|\mathbf{S}| = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}$ 是行列式值。同理可得 $\mathbf{S} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} T_{21} & |\mathbf{T}| \end{bmatrix}$

$$\mathbf{S} = \frac{1}{T_{11}} \begin{bmatrix} T_{21} & | \mathbf{T} | \\ 1 & -T_{12} \end{bmatrix}$$
(5-41)

式中, $|\mathbf{T}| = T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}$ 是行列式值。

5.3.4 S矩阵与归一化z、y矩阵的关系

已知

$$u = zi$$

归一化的电压和电流可用归一化的入射波和反射波来表示,即 $u = a + b, i = a - b$ 。由此得
 $a + b = z(a - b)$

.

若 I 表示单位矩阵,则

$$(z+I)b = (z-I)a$$

即

$$\boldsymbol{b} = (\boldsymbol{z} + \boldsymbol{I})^{-1} (\boldsymbol{z} - \boldsymbol{I}) \boldsymbol{a}$$

由此得

$$\boldsymbol{S} = (\boldsymbol{z} + \boldsymbol{I})^{-1} (\boldsymbol{z} - \boldsymbol{I})$$

可以证明

$$S = (z + I)^{-1} (z - I) = (z - I)(z + I)^{-1}$$
(5-42)

同理可得

$$S = (I + y)^{-1} (I - y) = (I - y) (I + y)^{-1}$$
(5-43)

网络参量 z、y、a、S、T 之间其他的关系式,亦可仿照以上方法推导出来。表 5-1 列出了 这 5 类归一化网络参量之间相互转换的关系式,以备查用。

	以T表示	$ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} + T_{21} + T_{22} \\ T_{11} + T_{12} - T_{21} - T_{22} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} - T_{21} - T_{22} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 2 \mathbf{T} \\ T_{11} + T_{12} - T_{21} - T_{22} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} - T_{21} - T_{21} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{22} + \mathbf{T} - T_{21} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} - T_{21} - T_{21} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} - T_{21} - T_{22} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} - T_{21} - T_{22} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} - T_{21} - T_{21} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} - T_{21} - T_{21} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} - T_{21} - T_{21} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} - T_{21} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} - T_{21} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} - T_{21} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} - T_{21} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} T_{11} + T_{12} \\ \end{bmatrix} \\ $	$egin{array}{llllllllllllllllllllllllllllllllllll$	$egin{array}{c} rac{T_{11}+T_{22}+T_{12}+T_{21}}{2},\ rac{T_{11}-T_{22}+T_{12}-T_{21}}{2},\ rac{T_{11}-T_{22}-T_{12}+T_{21}}{2},\ rac{T_{11}+T_{22}-T_{12}+T_{21}}{2} \end{array}$
系(归一化)	以 S 表示	$ \begin{bmatrix} 1 - \boldsymbol{S} + S_{11} - S_{22} \\ \boldsymbol{S} + 1 - S_{11} - S_{22} \\ 2S_{21} \\ \boldsymbol{S} + 1 - S_{11} - S_{22} \end{bmatrix} $	$ \begin{bmatrix} 1 - \boldsymbol{S} - S_{11} + S_{22} \\ \boldsymbol{S} + 1 + S_{11} + S_{22} \\ -2S_{21} \\ \boldsymbol{S} + 1 + S_{11} + S_{22} \\ -2S_{12} \\ \boldsymbol{S} + 1 + S_{11} + S_{22} \\ \end{bmatrix} $	$\frac{\left[\frac{1- \boldsymbol{S} +\boldsymbol{S}_{11}-\boldsymbol{S}_{22}}{2\boldsymbol{S}_{21}}, \frac{2\boldsymbol{S}_{21}}{1+ \boldsymbol{S} -\boldsymbol{S}_{11}-\boldsymbol{S}_{22}}, \frac{1+ \boldsymbol{S} +\boldsymbol{S}_{11}+\boldsymbol{S}_{22}}{2\boldsymbol{S}_{21}}, \frac{1+ \boldsymbol{S} +\boldsymbol{S}_{11}+\boldsymbol{S}_{22}}{2\boldsymbol{S}_{21}}, \frac{2\boldsymbol{S}_{21}}{2\boldsymbol{S}_{21}}\right]$
口网络各参量矩阵之间的关测	以 a 表示	$\frac{1}{c} \begin{bmatrix} a & a \\ 1 & d \end{bmatrix}$	$\frac{1}{b} \begin{bmatrix} d & - a \\ -1 & a \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$
表 5-1 二端	以,表示	$\frac{1}{ \mathbf{y} } \begin{bmatrix} y_{22} & -y_{12} \\ -y_{21} & y_{11} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{-1}{y_{z1}} \begin{bmatrix} y_{z2} & 1 \\ y \end{bmatrix}$
	以 z 表示	21 21 22 22	$\frac{1}{ z } \begin{bmatrix} z_{22} & -z_{12} \\ -z_{21} & z_{11} \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\frac{\alpha_{21}}{2}} \begin{bmatrix} z_{11} & \mathbf{z} \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} \mathbf{z} \\ 1 & \mathbf{z}_{22} \end{bmatrix}$
		13	x,	a

162◀‖ 微波技术基础(第3版)

以 z 表示	以 9 表示 以 a 表示	以 S 表示	以T表示
2 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	$ \frac{\left[\frac{1- \mathbf{y} -y_{11}+y_{22}}{ \mathbf{y} +1+y_{11}+y_{22}}, \frac{1- \mathbf{y} -y_{11}+y_{22}}{ \mathbf{z} +1+y_{11}+y_{22}}, \frac{1- \mathbf{y} +y_{11}+y_{22}}{ \mathbf{z} +1+y_{11}+y_{22}}, \frac{1- \mathbf{y} +y_{11}+y_{22}}{ \mathbf{z} +1+y_{11}+y_{22}}, \frac{1- \mathbf{y} +y_{11}+y_{22}}{ \mathbf{z} +1+y_{11}+y_{22}} \right] $	$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$	$\frac{\left\lceil T_{21} \\ T_{11} \\ T_{11} \\ T_{11} \\ - \frac{T_{12}}{T_{11}} \right\rceil$
222	$\begin{bmatrix} - \mathbf{y} - 1 - y_{11} - y_{22} \\ 2y_{21} \\ 2y_{21} \\ -y +1 + y_{11} - y_{22} \\ 2y_{21} \\ -y +1 + y_{11} - y_{22} \\ 2y_{21} \\ 2y_{21} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a+b+c+d \\ 2 \\ a+b-c-d \\ 2 \\ -b+c-d \\ 2 \\ 2y_{21} \\ 2y_{21} \end{bmatrix}$	$\frac{\left[\frac{1}{S_{21}} - \frac{S_{22}}{S_{21}}\right]}{\left[\frac{S_{11}}{S_{21}} - \frac{S_{11}}{S_{21}}\right]}$	$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix}$

任: () 表甲行列式: [1.]、[7]、[1.]、[7]、[1]、表示各目的行列式阻: ② 表中认定 i_? 流入网络为正。者认定 i_? 流出网络为正,则各公式中的 z₁₈、z₂₈、y₂₁、y₂₈、[z]、[y]要变号。

续表

5.4 多端口网络

图 5-9 是一 n 端口网络,其端口信号分别为 (U_1, I_1) , (U_2, I_2) ,…, (U_n, I_n) ,各端口所接传输线的特性阻抗分别为 $Z_{c1}, Z_{c2}, \dots, Z_{cn}$ 。以上描述二端口网络的 Z、Y、S、A、T 矩阵, 可以推广到多端口网络。

由各端口电压所构成的列矩阵为

$$\boldsymbol{U} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{U}_1 \ \boldsymbol{U}_2 \cdots \boldsymbol{U}_n \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

式中,上标 T 表示转置矩阵。由各端口电流所构成的列矩阵为

$$\boldsymbol{I} = \begin{bmatrix} I_1 & I_2 \cdots & I_n \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

仿照二端口网络的做法,即可得到矩阵方程

$$U = ZI$$

式中,

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix}$$
(5-44)

叫作 n 端口网络的阻抗矩阵,其元素为 n 端口网络的阻抗参量。各阻抗参量的定义式为

$$Z_{ii} = \frac{U_i}{I_i} \Big|_{I_k=0}, \quad i, k = 1, 2, 3, \dots, n, \ (\underline{H} \ k \neq i)$$

$$Z_{ji} = \frac{U_j}{I_i} \Big|_{I_i=0}, \quad i, j, k = 1, 2, 3, \dots, n, \ (\underline{H} \ j \neq i, k \neq i)$$
(5-45b)

Z_{ii} 和 Z_{ji} 分别为除端口 *i* 外,其余端口均开路时,*i* 端口的自阻抗(输入阻抗)和端口 *i* 与端口*j* 之间的互阻抗(转移阻抗)。

n 端口网络的归一化阻抗矩阵由 Z 矩阵得出

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{11}}{Z_{c1}} & \frac{Z_{12}}{\sqrt{Z_{c1}Z_{c2}}} & \cdots & \frac{Z_{1n}}{\sqrt{Z_{c1}Z_{cn}}} \\ \frac{Z_{21}}{\sqrt{Z_{c1}Z_{c2}}} & \frac{Z_{22}}{Z_{c2}} & \cdots & \frac{Z_{2n}}{\sqrt{Z_{c2}Z_{cn}}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{Z_{n1}}{\sqrt{Z_{c1}Z_{cn}}} & \frac{Z_{n2}}{\sqrt{Z_{c2}Z_{cn}}} & \cdots & \frac{Z_{nn}}{Z_{cn}} \end{bmatrix}$$
(5-46)

同样可以得到 n 端口网络的导纳矩阵

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \cdots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \cdots & Y_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \cdots & Y_{nn} \end{bmatrix}$$
(5-47)



图 5-9 n 端口网络

其定义式

$$Y_{ii} = \frac{I_i}{U_i} \Big|_{U_k = 0}, \quad i, k = 1, 2, 3, \dots, n, \{ \underline{\square} \ k \neq i \}$$
(5-48a)

$$Y_{ji} = \frac{I_j}{U_i} \Big|_{U_k = 0}, \quad i, j, k = 1, 2, 3, \dots, n, \text{(\underline{H} } j \neq i, k \neq i$$
(5-48b)

Y_{ii} 和 Y_{ji} 分别为除端口 *i* 外,其余端口均为短路时,*i* 端口的自导纳和端口 *i* 与端口 *j* 之间的转移导纳。*n* 端口网络的归一化导纳矩阵为

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} Y_{11}Z_{c1} & Y_{12}\sqrt{Z_{c1}Z_{c2}} & \cdots & Y_{1n}\sqrt{Z_{c1}Z_{cn}} \\ Y_{21}\sqrt{Z_{c1}Z_{c2}} & Y_{22}Z_{c2} & \cdots & Y_{2n}\sqrt{Z_{c2}Z_{cn}} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{n1}\sqrt{Z_{c1}Z_{cn}} & Y_{n2}\sqrt{Z_{c2}Z_{cn}} & \cdots & Y_{nn}Z_{cn} \end{bmatrix}$$
(5-49)

如图 5-9 所示,参照二端口网络的 S 矩阵,由散射参量描述的 n 端口网络的矩阵方程为

$$b = Sa$$

式中,b、a为各个端口反射波和入射波的列矩阵。

$$\boldsymbol{b} = [b_1 \ b_2 \ \cdots \ b_n]^{\mathrm{T}}, \quad \boldsymbol{a} = [a_1 \ a_2 \ \cdots \ a_n]^{\mathrm{T}}$$

S 为散射参量矩阵

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \cdots & S_{nn} \end{bmatrix}$$
(5-50)

其定义式

$$S_{ii} = \frac{b_i}{a_i} \Big|_{a_k = 0}, \quad i, k = 1, 2, 3, \dots, n, \text{(B } k \neq i$$
(5-51a)

$$S_{ji} = \frac{b_j}{a_i} \Big|_{a_k = 0}, \quad i, j, k = 1, 2, 3, \dots, n, \text{(II)} \quad j \neq i, k \neq i$$
(5-51b)

S_{ii} 表示除端口 *i* 外,其余端口均接匹配负载时,*i* 端口波的反射系数; S_{ji} 表示除端口 *i* 外, 其余端口均接匹配负载时,端口 *i* 到端口 *j* 的波的传输系数。

转移矩阵 A 和传输矩阵 T 只适合于二端口网络。但是在某些复杂等效电路问题中,也引入广义 A 参量和广义 T 参量,这里不作详细介绍。

5.5 常用微波网络特性

一个 n 端口网络需要用 n² 个网络参量来描述。一般情况下,这 n² 个网络参量是独立的,但是当网络具有某些特性,如对称、互易、无耗时,网络参量的独立参量个数将减少。

5.5.1 互易网络

若某器件内部不包含各向异性介质,则为互易网络,也叫可逆网络。如λ/4 阻抗变换

器,当其内部所填充的介质均匀、各向同性时,其等效网络是互易的。互易网络的阻抗矩阵、 导纳矩阵和散射矩阵均为对称矩阵,即

$$\mathbf{Z}^{\mathrm{T}} = \mathbf{Z} \tag{5-52}$$

$$\mathbf{Y}^{\mathrm{T}} = \mathbf{Y} \tag{5-53}$$

$$\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{S} \tag{5-54}$$

以上各式也可表示为

$$Z_{ij} = Z_{ji}, \quad i, j = 1, 2, 3, \cdots, n, \underline{\textit{(}} \ i \neq j \tag{5-55}$$

$$Y_{ij} = Y_{ji}, \quad i, j = 1, 2, 3, \cdots, n, \notin [i \neq j]$$
 (5-56)

$$S_{ij} = S_{ji}, \quad i, j = 1, 2, 3, \cdots, n, \notin i \neq j$$
 (5-57)

这一性质可以用电磁场理论的洛伦兹互易定理证明。

对于二端口网络

$$Z_{12} = Z_{21} \quad (\mathbf{g} \ z_{12} = z_{21}) \tag{5-58}$$

$$Y_{12} = Y_{21} \quad (\vec{\mathbf{x}} \ y_{12} = y_{21}) \tag{5-59}$$

$$S_{12} = S_{21} \tag{5-60}$$

由式(5-36)和式(5-58)可以证明互易网络的转移矩阵的行列式值为1,即

$$|\mathbf{A}| = AD - BC = 1 \tag{5-61a}$$

由归一化矩阵 a 的定义式(5-24)可得

$$|\mathbf{a}| = a d - b c = 1 \tag{5-61b}$$

同样地,利用式(5-40)和式(5-60)可以证明互易网络传输矩阵的行列式也为1,即

$$| \mathbf{T} | = T_{11} T_{22} - T_{12} T_{21} = 1$$
 (5-62)

5.5.2 无耗网络

若元件由理想导体($\sigma \rightarrow \infty$)构成,且元件内部填充的是理想介质($\sigma \rightarrow 0$),则元件本身是 无耗的,其等效网络为无耗网络。

无耗网络各端口输出功率之和等于输入到网络的总功率。由网络损耗功率 P=0,可以 证明网络端口阻抗的实部为 0、各端口导纳实部为 0。即

$$\begin{cases} Z_{ij} = jX_{ij} \\ Y_{ij} = jB_{ij} \end{cases}, \quad i, j = 1, 2, 3, \cdots, n$$
(5-63)

无耗网络的散射参量满足关系

$$\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}^{*} = \boldsymbol{I} \tag{5-64}$$

式中, S^{T} 和 S^{*} 分别为S的转置矩阵和共轭矩阵; I 是单位矩阵。

若网络又具有互易性,即 $S^{T} = S$,则互易无耗网络S参量满足

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} S_{ij} S_{ij}^{*} = 1, \quad (j = 1, 2, 3, \dots, n) \\ \sum_{i=1}^{n} S_{ij} S_{ik}^{*} = 0, \quad (k \neq j; k, j = 1, 2, 3, \dots, n) \end{cases}$$
(5-65)

下面通过二端口网络来进一步分析互易无耗网络的特性。对于二端口网络,无耗网络

矩阵式(5-64)可写为

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{21} \\ S_{12} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11}^* & S_{12}^* \\ S_{21}^* & S_{22}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(5-66)

考虑互易网络矩阵特性 $S_{12}=S_{21}$,展开上式便得下列4个关系式

$$\begin{cases} |S_{11}|^2 + |S_{12}|^2 = 1 \\ |S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 = 1 \\ S_{11}S_{12}^* + S_{12}S_{22}^* = 0 \\ S_{12}S_{11}^* + S_{22}S_{12}^* = 0 \end{cases}$$
(5-67)

即式(5-65)所描述的特性。

由式(5-67),二端口互易无耗网络的S参数还有如下关系:

$$\begin{cases} |S_{11}| = |S_{22}| \\ |S_{12}| = \sqrt{1 - |S_{11}|^2} \end{cases}$$
(5-68)

S 参量是复数,不仅有幅度,而且有相位。对于式(5-67),令

$$S_{11} = |S_{11}| e^{i^{\theta_{11}}}, S_{12} = |S_{12}| e^{i^{\theta_{12}}}, S_{22} = |S_{22}| e^{i^{\theta_{22}}}$$

则有

$$S_{11} || S_{12} || e^{j(\theta_{11} - \theta_{12})} + |S_{12}|| S_{22} || e^{j(\theta_{12} - \theta_{22})} = 0$$

考虑式(5-68),则有

$$\theta_{11} - \theta_{12} = \theta_{12} - \theta_{22} \pm (2n+1)\pi$$

即

$$\theta_{12} = \frac{1}{2}(\theta_{11} + \theta_{22}) \pm \frac{1}{2}(2n+1)\pi$$
(5-69)

式(5-68)和式(5-69)表征了互易无耗二端口网络S参量的特性。当网络的一个端口匹配时 (如 $S_{11}=0$),另一个端口也必然匹配(如 $S_{22}=0$)。对于互易无耗二端口网络,要确定其S参量,只需测得 $|S_{11}|$ 、 θ_{11} 、 θ_{22} 这3个量即可。

5.5.3 对称网络

在结构上具有对称性的微波元件有两种:第一种是端口对某一平面的映射对称,称为 面对称,如图 5-10(a)所示;第二种是端口对某一轴线旋转一定角度而构成的对称,称为轴 对称,如图 5-10(b)所示。对于具有结构对称的微波元件,如果填充各向同性媒质,那么其 等效网络在电性能上也是对称的。简单地讲,从元件的等效网络的不同端口看进去有完全 对称的结构,则称为对称网络。

对于对称网络,互换网络标号不会改变网络参量的矩阵。反映在网络参量上便是各自参量相等、各互参量也相等。一段均匀无耗传输线的等效网络是二端口对称网络,各网络参量为

$$Z_{11} = Z_{22}, \quad Z_{12} = Z_{21} \tag{5-70}$$

$$Y_{11} = Y_{22}, \quad Y_{12} = Y_{21}$$
 (5-71)

$$S_{11} = S_{22}, \quad S_{12} = S_{21}$$
 (5-72)



图 5-10 网络的对称性

$$a = d$$
, $a^2 - bc = 1$ (5-73)

$$T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21} = 1, \quad T_{12} = -T_{21}$$
 (5-74)

对于n端口对称网络,S矩阵体现为

$$S_{ii} = S_{jj}, \quad S_{ij} = S_{ji}, \quad i, j = 1, 2, 3, \cdots, n$$
 (5-75)

显而易见,对称网络必为互易网络,但是互易网络不一定是对称网络。

5.5.4 参考面移动对散射参量的影响

微波网络是分布参数系统,一旦端口的参考面发生变化,则网络参量将随之改变。其中 对于散射参量的影响比较简单,易于计算。现以二端口网络为例,说明参考面移动对散射参 量的影响。

一个二端口网络如图 5-11 所示,网络两端是均匀无耗传输线。当参考面为 T_1 、 T_2 时, 其散射参量为



若将参考面 T₁、T₂ 分别向外移动 d_1 、 d_2 距离,到达 T'₁与 T'₂参考面,则移动的电长度分别为 $\theta_1 = \beta d_1$ 、 $\theta_2 = \beta d_2$,其中 β 是传输线的相移常数。入射波 a 和反射波 b 均为行波,因此有

$$a'_{1} = a_{1} e^{jv_{1}}, \quad a'_{2} = a_{2} e^{jv_{2}}$$

 $b'_{1} = b_{1} e^{-j\theta_{1}}, \quad b'_{2} = b_{2} e^{-j\theta_{2}}$

即

$$\begin{bmatrix} a'_1 \\ a'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{i\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{i\theta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

则

$$\begin{bmatrix} b'_1 \\ b'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-i\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-i\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{-j\theta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{i\theta_1} & 0 \\ 0 & e^{i\theta_2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} a'_1 \\ a'_2 \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} S_{11}e^{-i\theta_1} & S_{12}e^{-i(\theta_1+\theta_2)} \\ S_{21}e^{-i(\theta_1+\theta_2)} & S_{22}e^{-j2\theta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a'_1 \\ a'_2 \end{bmatrix}$$

所以,当参考面移动到 T'1、T'2时,其散射参量为

$$\begin{bmatrix} S'_{11} & S'_{12} \\ S'_{21} & S'_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} e^{-j2\theta_1} & S_{12} e^{-j(\theta_1 + \theta_2)} \\ S_{21} e^{-j(\theta_1 + \theta_2)} & S_{22} e^{-j2\theta_2} \end{bmatrix}$$
(5-76)

可见,参考面的移动仅对 S 参量的相位造成影响,而其模值不变化。这叫作 S 参量的相位 漂移特性。

若二端口网络的 T₁参考面向内移、T₂参考面向外移,如图 5-12 所示,则其散射参量为

$$\begin{bmatrix} S'_{11} & S'_{12} \\ S'_{21} & S'_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} e^{j2\theta_1} & S_{12} e^{j(\theta_1 - \theta_2)} \\ S_{21} e^{j(\theta_1 - \theta_2)} & S_{22} e^{-j2\theta_2} \end{bmatrix}$$
(5-77)

参考面的各种平移情况对 S 参量的影响依此类推,而对其他网络参量 Z、Y、A、T 的影响可 通过网络参量之间的转换获得。



图 5-12 二端口网络参考面的一侧内移一侧外移

对于 n 端口网络,设各端口参考面移动的距离分别为 d_1, d_2, \dots, d_n ,对应的电长度分 别为 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$,参考面向外移动时, θ 为正;向内移动时, θ 为负。令对角线矩阵 d 为

$$\boldsymbol{d} = \operatorname{diag}\left[\operatorname{e}^{-\mathrm{j}\theta_1}, \operatorname{e}^{-\mathrm{j}\theta_2}, \cdots, \operatorname{e}^{-\mathrm{j}\theta_n}\right]$$
(5-78)

则散射参量矩阵

$$\mathbf{S}' = \mathbf{d} \, \mathbf{S} \mathbf{d} \tag{5-79}$$

5.6 基本电路单元的网络参量

通常,一个微波网络是由几个简单网络组成的,这些简单网络称为基本电路单元。知道 了基本电路单元的参量,就可以导出复杂网络的参量。

常用的基本电路单元有串联阻抗、并联导纳、一段均匀无耗传输线和理想变压器等,它 们的网络参量可根据其定义,以及参量之间的互换关系求得。下面以串联阻抗为例,说明求 解网络参量的方法。

例 5-2 求归一化串联阻抗 z 的 a 参量和 S 参量。



解:串联阻抗 z 的等效电路如图 5-13 所示。该二端口网 络是互易而且对称的。

 $a = \frac{u_1}{u_2}\Big|_{i_2=0} = 1, \quad b = -\frac{u_1}{i_2}\Big|_{u_3=0} = z$

根据 a 矩阵定义

图 5-13 串联阻抗等效电路

由网络对称性: 由网络互易性: 则 所以串联阻抗 z 的 a 为

 $\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

d = a = 1 $a^2 - bc = 1$

c = 0

下面求 *S*矩阵。根据定义,*S*¹¹ 是输出端接匹配负载时,输入端的反射系数,匹配负载的归一化值为 1,该问题的等效电路如图 5-14 所示。

$$S_{11} = \frac{b_1}{a_1} \bigg|_{a_2 = 0} = \frac{(z+1)-1}{(z+1)+1} = \frac{z}{z+2}$$

根据网络的对称性

$$S_{22} = S_{11} = \frac{z}{z+2}$$

 $S_{21} = \frac{b_2}{a_1} \Big|_{a_2=0}$ 是输出端接匹配负载时,输入端到输出端的传输系数,故有

$$u_{1} = a_{1} + b_{1} = a_{1} \left(1 + \frac{b_{1}}{a_{1}} \Big|_{a_{2} = 0} \right) = a_{1} (1 + S_{11})$$
$$u_{2} = a_{2} + b_{2} = b_{2}$$

再由电路分压原理,有

$$u_{2} = \frac{u_{1}}{1+z} = \frac{1+S_{11}}{1+z}a_{1} = b_{2}$$

$$S_{21} = \frac{b_{2}}{a_{1}}\Big|_{a_{2}=0} = \frac{1+S_{11}}{1+z} = \frac{2}{z+2}$$

$$S_{12} = S_{21} = \frac{2}{z+2}$$

故

由网络互易性

所以串联阻抗 z 的 S 参量

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{z} & \boldsymbol{2} \\ \boldsymbol{z}+2 & \boldsymbol{z}+2 \\ \boldsymbol{2} \\ \boldsymbol{z}+2 & \boldsymbol{z}+2 \end{bmatrix}$$

实际上,串联阻抗z的S可由其与a的关系,方便地直接求得。

例 5-3 求电长度为θ的均匀传输线的S参量。

解:一定长度的均匀传输线是互易、对称网络。

根据 S₁₁ 的定义, a₂=0, 即均匀传输线终端接匹配负载, 那么输入端反射系数为 0, 即

图 5-14 求串联阻抗 S 参量示意图

图 5-14 习

电路如 **b**₁

 $S_{11}=0$,由网络对称性

$$S_{22} = S_{11} = 0$$

由于 a₂=0,即传输线上无反射波,呈行波状态,则 b₂ 和 a₁ 的幅度相等,只有相位差,即

$$b_{2} = a_{1} e^{-j\theta}$$

$$S_{21} = \frac{b_{2}}{a_{1}} \Big|_{a_{2}=0} = e^{-j\theta}$$

$$S_{12} = S_{21} = e^{-j\theta}$$

则

由此,长度为 θ 的均匀传输线的S为

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} 0 & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\theta} \\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\theta} & 0 \end{bmatrix}$$

一些基本电路单元的参量矩阵列于表 5-2 中。

电路单元	◦ <u></u> ◦ 串联电阻	● ↓ y ● ↓ y ● 并联电导	θ <u>z_c=1</u> 均匀传输线	□ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □
z	不存在	$\begin{bmatrix} 1/y & 1/y \\ 1/y & 1/y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -j \arctan \theta & \frac{1}{j \sin \theta} \\ \frac{1}{j \sin \theta} & -j \arctan \theta \end{bmatrix}$	不存在
у	$\begin{bmatrix} 1/z & -1/z \\ -1/z & 1/z \end{bmatrix}$	不存在	$\begin{bmatrix} -j \arctan\theta & -\frac{1}{j \sin\theta} \\ -\frac{1}{j \sin\theta} & -j \arctan\theta \end{bmatrix}$	不存在
а	$\begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ y & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cos\theta & j\sin\theta \\ j\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1}{n} & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix}$
S	$\begin{bmatrix} \frac{z}{z+2} & \frac{2}{z+2} \\ \frac{2}{z+2} & \frac{z}{z+2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{-y}{y+2} & \frac{2}{y+2} \\ \frac{2}{y+2} & \frac{-y}{y+2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & e^{-j\theta} \\ e^{-j\theta} & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1-n^2}{1+n^2} & \frac{2n}{1+n^2} \\ \frac{2n}{1+n^2} & \frac{n^2-1}{1+n^2} \end{bmatrix}$
Т	$\begin{bmatrix} \frac{2+z}{2} & -\frac{z}{2} \\ \frac{z}{2} & \frac{2-z}{2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{2+y}{2} & \frac{y}{2} \\ -\frac{y}{2} & \frac{2-y}{2} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} e^{j\theta} & 0\\ 0 & e^{-j\theta} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \frac{1+n^2}{2n} & \frac{1-n^2}{2n} \\ \frac{1-n^2}{2n} & \frac{1+n^2}{2n} \end{bmatrix}$

表 5-2 基本电路单元的参量矩阵

5.7 二端口网络的连接

实际应用中,一个复杂的微波系统通常由若干个简单电路或元件按照一定方式连接而成。这里讨论二端口网络的几种典型的连接方式,即网络的串联、并联和级联,用网络参量矩阵予以描述。

5.7.1 网络的串联



式(5-80)表明,串联二端口网络的阻抗矩阵等于各子网络阻抗矩阵之和。

推广到 n 级串联复合网络,当有

$$\mathbf{z} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{z}^{i} \tag{5-81}$$

(5-82)

(5-83)

5.7.2 网络的并联

对于图 5-16 所示的两个二端口网络的并联,用 y 矩阵 进行计算最为方便,其导纳矩阵为

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}' + \mathbf{y}''$$
推广到 n 级并联二端口网络,则有

$$\mathbf{y} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{y}^{i}$$



图 5-16 网络的并联

式(5-82)表明,并、串联二端口网络的导纳矩阵等于各子网 络导纳矩阵之和。

5.7.3 网络的级联

图 5-17 是 n 个二端口网络的级联,用转移参量矩阵 a 处理非常合适。



按照转移矩阵归一化方程,各个子网络的矩阵方程为

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} u_2 \\ -i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_3 \\ -i_3 \end{bmatrix}$$
$$\vdots$$
$$\begin{bmatrix} u_n \\ -i_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{n+1} \\ -i_{n+1} \end{bmatrix}$$

逐次用后者替换前者,按照矩阵相乘规则,得

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{n+1} \\ -i_{n+1} \end{bmatrix}$$

对于整个级联网络来说

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{n+1} \\ -i_{n+1} \end{bmatrix}$$

比较以上两式,得

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{bmatrix}$$
(5-84)

在研究级联的二端口网络时,用传输矩阵 t 也很方便。对于图 5-18 所示的级联二端口 网络,由于

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = t_1 \begin{bmatrix} b_2 \\ a_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} b_2 \\ a_2 \end{bmatrix} = t_2 \begin{bmatrix} b_3 \\ a_3 \end{bmatrix}, \cdots, \begin{bmatrix} b_n \\ a_n \end{bmatrix} = t_n \begin{bmatrix} b_{n+1} \\ a_{n+1} \end{bmatrix}$$

$$a_1 \underbrace{t_1 \underbrace{b_2 } t_2 \underbrace{b_3 } \\ b_1 \underbrace{b_2 } \underbrace{t_2 \underbrace{b_3 } \\ b_3 \underbrace{b_n } \underbrace{b_n } \underbrace{t_n \underbrace{b_{n+1} } \\ b_{n+1} \underbrace{b_{n+1} } \\ B 5-18$$
级联二端口网络的 t

逐级代入,可得

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ a_1 \end{bmatrix} = \boldsymbol{t}_1 \boldsymbol{t}_2 \cdots \boldsymbol{t}_n \begin{bmatrix} b_{n+1} \\ a_{n+1} \end{bmatrix} = \boldsymbol{t} \begin{bmatrix} b_{n+1} \\ a_{n+1} \end{bmatrix}$$
(5-85)

式中,

$$\boldsymbol{t} = \boldsymbol{t}_1 \boldsymbol{t}_2 \cdots \boldsymbol{t}_n = \prod_{i=1}^n \boldsymbol{t}_i$$
(5-86)

式(5-86)表明,级联网络的 t 参量等于各个二端口网络的 t 的乘积。注意: 虽然图 5-18 中端口正负方向的定义与图 5-8 略有不同,但并不影响式(5-86)所表示的规律。

5.8 微波网络的外部特性参量

微波工程中的任何元器件,其功能都是通过控制或者改变电磁波的幅度和相位来实现的。 在实际应用中,人们所关心的是每个器件在系统中所表现出的外部特征,如电压传输系数、插 入损耗、输入驻波比等。而任何器件都可等效为网络,外部特性与网络参量有着紧密关系。下 面以图 5-8 所示二端口网络为例,来介绍微波网络的主要外部特性参量。

5.8.1 电压传输系数 T

电压传输系数的定义:网络输出端接匹配负载时,输出端参考面上的归一化反射波电 压与输入端参考面上归一化入射波之比,即

$$T = \frac{b_2}{a_1}\Big|_{a_2=0} = S_{21} = |S_{21}| e^{j\varphi_{21}}$$
(5-87)

对于可逆二端口网络, $T = S_{21} = S_{12}$ 。

5.8.2 插入衰减 L

插入衰减的定义:网络输出端接匹配负载时,网络输入端入射波功率与输出端反射波 功率之比,即

$$L = \frac{P_1^+}{P_2^-} \Big|_{a_2 = 0} \tag{5-88}$$

由于 $P_1^+ = a_1^2/2, P_2^- = b_2^2/2,$ 所以

$$L = \frac{a_1^2}{b_2^2} \Big|_{a_2=0} = \frac{1}{|S_{21}|^2}$$
(5-89)

插入衰减一般用分贝(dB)表示,即

$$L = 10 \lg \frac{1}{\mid S_{21} \mid^2} (dB)$$
 (5-90)

对于无源网络,必有 $a_1^2 > b_2^2$,所以插入衰减必定大于0,即L > 0dB。

下面分析插入衰减。将式(5-89)改写为

$$L = \frac{1}{|S_{21}|^2} = \frac{1 - |S_{11}|^2}{|S_{21}|^2} \cdot \frac{1}{1 - |S_{11}|^2}$$

$$= 10 \lg \frac{1 - |S_{11}|^2}{|S_{21}|^2} + 10 \lg \frac{1}{1 - |S_{11}|^2}$$
(5-91)

由此可见,插入衰减由两项组成,第一项是网络损耗引起的衰减,对于无耗网络, $|S_{21}|^2 = 1 - |S_{11}|^2$,则该项为0;第二项表示网络输入端的反射衰减,当网络输入端与外接传输线完全匹配时, $|S_{11}|=0$,则该项为0。若网络有耗且输入端不匹配,则插入衰减等于网络吸收衰减与反射衰减之和。

5.8.3 插入相移θ

插入相移定义为网络输出波与输入波之间的相位差,即 b_2 与 a_1 间的相位差,也就是网络电压传输系数的相角。由于 $T = S_{21}$,则

$$T = \mid T \mid \operatorname{e}^{\operatorname{j}_{ heta}} = \mid S_{21} \mid \operatorname{e}^{\operatorname{j}_{ heta_{21}}}$$

即

$$\theta = \varphi_{21} \tag{5-92}$$

5.8.4 输入驻波比p

输入驻波比定义:当网络输出端接匹配负载时,输入端的驻波比。因为网络输入端反 射系数的模|Γ|等于散射参量|S₁₁|,故输入驻波比为

$$\rho = \frac{1+|S_{11}|}{1-|S_{11}|} \tag{5-93}$$

对于无耗网络,仅有反射衰减,因此插入衰减 L 与输入驻波比ρ有以下关系:

$$L = \frac{1}{1 - |S_{11}|^2} = \frac{(\rho + 1)^2}{4\rho}$$
(5-94)

由此可见,网络的4个外部特性参量均与散射参量有关。因此,只要能够计算或者测得 网络散射参量,便可通过以上公式计算出网络的外部特性参量。

习 题

- 5-1 若一二端口微波网络互易,则网络参量 Z、S 的特征分别是什么?
- 5-2 某微波网络如图 5-19 所示。写出此网络的 A 矩阵,并用 A 矩阵推导出对应的 S 及 T 参量矩阵。根据 S 或 T 矩阵的特性对此网络的对称性做出判断。

$l_1 = \lambda/8$	$Z_1=j75\Omega$	Z ₂ =j75Ω	$l_2 = \lambda/8$
Zc=50Ω		Z1=-j25Ω	$Z_c=50\Omega$
	図 5-19 <i>习</i>	└题 5-2 用图	

- 5-3 求如图 5-20 所示二端口 T 形网络的 Z 参量。
- 5-4 证明互易网络散射矩阵的对称性。
- 5-5 证明无耗网络散射矩阵的幺正性。
- 5-6 证明无耗传输线参考面移动 S 参量的不变性。即当参考相位面移动时,散射参数幅值不变,相位改变。
- **5-7** 判断由 $S_{11} = S_{22} = 0.5 e^{-j60^\circ}$, $S_{12} = S_{21} = \sqrt{0.75} e^{j30^\circ}$ 所表征的网络能否实现。
- 5-8 试求图 5-21 中所示并联网络的 S 矩阵。



- 5-9 设双口网络 S 已知,终端接有负载 Z1,如图 5-22 所示。求输入端的反射系数。
- **5-10** 均匀波导中设置两组金属膜片,其间距为 *l* = λ_g/2,等效网络如图 5-23 所示。试利用网络级联方法 计算下列工作特性参量:
 - (1) 输入驻波比ρ;
 - (2) 电压传输系数 T;
 - (3) 插入衰减 L(dB);
 - (4) 插入相移 θ。



- **5-11** 一微波元件的等效网络如图 5-24 所示,其中 $\theta = \pi/2$,试利用网络级联的方法计算该网络的下列工作特性参量:
 - ① 电压传输系数 T;
 - ② 插入衰减 L(dB);
 - 3 插入相移 θ;
 - ④ 输入驻波比ρ。
- **5-12** 有一电路系统如图 5-25 所示,其中 ab、cd 段为理想传输线,其特性阻抗为 Z_c ,两端间有一个由 j X_1 、j X_2 构成的 Γ 形网络,且 $X_1 = X_2 = Z_c$,终端接负载 $Z_l = 2Z_c$,试用网络参量法求输入端反射 系数。



5-13 有一电路系统如图 5-26 所示,其中 θ_1 、 θ_2 分别为一段理想传输线,其特性阻抗为 Z_{c1} 、 Z_{c2} , jB 为并联 电纳,试求归一化的散射矩阵 **S**。



- 5-14 矩形波导设置两组金属膜片,其等效电路如图 5-27 所示,试计算TE₁₀ 波通过两组膜片后的插入衰减和插入相移。
- **5-15** 一互易二端口网络如图 5-28 所示,从参考面 T_1 、 T_2 向负载方向看的反射系数分别为 Γ_1 、 Γ_2 。

① 试证:
$$\Gamma_1 = S_{11} + \frac{S_{12}^2 \Gamma_2}{1 - S_{22} \Gamma_2};$$

- ② 如果参考面 T₂ 短路、开路或接匹配负载,分别测得参考面 T₁ 处的反射系数为 Γ_{1s}、Γ_{1o} 和 Γ_{1c},试 求 S₁₁、S₂₂、S₁₂ 及 S₁₁S₂₂ - S²₁₂。
- 5-16 有一个二端口网络如图 5-29 所示,试问:
 - ① R_1 、 R_2 满足何种关系时,网络的输入端反射系数为零?
 - ② 在上述条件下,若使网络的插入衰减 $L_a = 20$ dB 时, R_1 、 R_2 各等于多少? 图中 $\lambda/4$ 为理想传输线 段,其特性阻抗为 $Z_c = 50\Omega_o$ 。



- **5-17** 试求在特性阻抗为 50Ω 的理想传输线上并联一个(50-j50)Ω 的阻抗所引起的插入衰减和反射 衰减。
- **5-18** 有一个二端口网络如图 5-30 所示,其中 Z_{c1} = 500Ω、Z_{c2} = 100Ω 分别为两段理想传输线的特性阻抗, jX = 50Ω 为并联阻抗,试求:
 - ① 散射参量矩阵 S;
 - ② 插入衰减和反射衰减;
 - ③ 固有相移;
 - ④ 当终端接反射系数为 $\Gamma_{\rm L}=0.5$ 的负载时,求输入端反射系数。
- 5-19 求图 5-31 所示二端口 T 形网络的 Z 参量。



5-20 已知二端口网络的散射矩阵:

$$\boldsymbol{S} = \begin{bmatrix} 0.15 \angle 0^{\circ} & 0.85 \angle -45^{\circ} \\ 0.85 \angle 45^{\circ} & 0.2 \angle 0^{\circ} \end{bmatrix}$$

判定网络是互易的还是无耗的。若端口 2 接有匹配负载,则在端口 1 看去的反射系数为多少? 若端 口 2 短路,则在端口 1 看去的反射系数又是什么?