第 5 章 微波网络基础

CHAPTER 5

5.1 概论

1. 研究微波系统的方法

研究微波系统的方法通常可分为两大类：一类是电磁场理论的方法，它是应用麦克斯韦方程组，结合系统边界条件，求解出系统中电磁场的空间分布，从而得出其工作特性的；另一类是网络（Network）理论的方法，它是把一个微波系统用一个网络来等效，从而把一个本质上是电磁场的问题转换为一个网络的问题，然后利用网络理论来进行分析，求解出系统各端口间信号的相互关系。电磁场理论的方法是严格的，原则上是普遍适用的，但是其数学运算较烦琐，仅对于少数具有规则边界和均匀介质填充的问题才可严格求解。网络理论的方法是近似的，它采用网络参量来描述网络的特性，它仅能得出系统的外部特性，而不能得出系统内部区域的电磁场分布。采用这种方法的优点是网络参量可以测定，且对大多数读者来说，网络理论比电磁场理论更容易被理解和掌握。实际上，电磁场理论、网络理论及实验分析三者是相辅相成的，实际中应根据所研究对象的不同，选取适当的研究方法。

2. 如何将微波系统等效为微波网络

任何微波系统或元件都可看成是由某些边界封闭的不均匀区和几路与外界相连的微波均匀传输线所组成的，如图 5.1-1(a)所示。

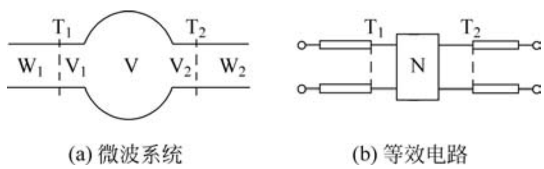


图 5.1-1 微波系统及其等效电路

所谓不均匀区就是指与均匀传输线具有不同边界或不同介质填充的区域，如波导中出现的膜片、金属杆、阶梯、拐角等。在不均匀区域（V）及其邻近区域（V_1、V_2），为了满足其不规则的边界条件，其电磁场分布是非常复杂的，可以表示为多种传输模式的某种叠加，但是由于在均匀传输线中通常只允许传输单一模式，而所有其他高次模都将被截止，从而在远离不均匀区的传输线远区（W_1、W_2）中就只剩单一工作模式的传输波，由此可把微波系统等效

为微波网络，其基本步骤是：

(1) 选定微波系统与外界相连接的参考面，它应是单模均匀传输的横截面(在远区)；

(2) 把参考面以外的单模均匀微波传输线等效为平行双线传输线；

(3) 把参考面以内的不均匀区等效为微波网络，如图 5.1-1(b)所示。

值得一提的是，等效不等于全同，因为等效的微波网络只能给出各参考面以外的进、出微波之间的关系，并不能反映不均匀区域内部及其附近区域中电磁场的分布情况。因此这只是一种完全撇开不均匀区内部复杂情况后的外部等效。正因为如此，才能化繁为简，将一个复杂的“场”的问题归结为一个简单的“路”的问题，这是等效网络法的优点，同时也是它的缺点。

3. 微波网络的分类

微波网络的分类方法较多，通常有以下几种分类方法：

(1) 按照与网络连接的传输线数目，微波网络可分为单端口网络、双端口网络、三端口网络和四端口网络等。由于网络的一个端口有两根导线，因此，又可以分别称它们为二端网络、四端网络、六端网络和八端网络等。

(2) 按照网络的特性是否与所通过的电磁波的场强有关，微波网络可分成线性的和非线性的两大类。当微波系统内部的媒质是线性的，即媒质的介电常数、磁导率和电导率的值与所加的电磁场场强无关时，该网络的特性参量也与场强无关，这种具有线性媒质的微波系统所构成的网络称为线性微波网络；反之则称为非线性微波网络。

(3) 按照网络的特性是否可逆，微波网络可分为可逆的和不可逆的两大类。当微波系统内部的媒质是可逆的，即媒质的介电常数、磁导率和电导率的值与电磁波的传输方向无关时，该网络的特性即是可逆的。这种具有可逆媒质的微波系统所构成的网络称为可逆网络，亦称为互易网络。反之，则称为不可逆网络(或非互易网络)，这时媒质的参量及网络的特性与电磁波的传输方向有关，如某些含铁氧体的微波网络就是不可逆网络。

(4) 按照微波网络内部是否具有功率损耗可将它们分成无耗与有耗的两大类。

(5) 按照微波网络是否具有对称性可将它们分成对称的与非对称的两大类。

以上各种网络的分类方法分别从不同的角度描述网络的特性，对于某一具体网络，它可以同时具有多重性质，如某网络是线性、可逆、无耗、对称的二端口网络。

5.2 微波传输线与平行双线传输线间的等效

1. 微波传输线中的等效电压和等效电流

在网络理论中，平行双线传输线中的基本参量是电压和电流，它们具有明确的物理意义，且可进行直接测量。但是在波导等微波传输线中，分布参数效应显著，基本参量是电场和磁场，传输线横截面上的电压和电流已无明确的物理意义，当然也不可能进行测量。因此，欲将微波传输线与平行双线传输线进行等效，必须在微波传输线中引入等效电压和等效电流(Equivalent Voltage and Current)的概念，即将微波传输线中的电场和磁场等效为电压和电流。

因为在微波传输线和平行双线中信号的传输都用传输功率表示，因此，可以根据微波传输线中的传输功率应与等效平行双线传输线中传输功率相等的原则来引入等效电压和等效电流。已知在微波传输线中，传输的复功率可用波印亭矢量对横截面的积分来

表示,即

$$P=\frac{1}{2}\int_S \boldsymbol{E}\times\boldsymbol{H}^*\cdot d\boldsymbol{s}=\frac{1}{2}\int_S(\boldsymbol{E}_T\times\boldsymbol{H}_T^*)\cdot d\boldsymbol{s} \tag{5.2-1}$$

式中,$\boldsymbol{E}_T$、$\boldsymbol{H}_T$ 分别为电场和磁场的横向分量,两者叉乘后的矢量方向与横截面法线方向一致,因此,微波传输线中的纵向传输功率仅与电、磁场的横向分量有关,而与电、磁场的纵向分量无关。

在平行双线传输线中,通过传输线的复功率为

$$P=\frac{1}{2}VI^* \tag{5.2-2}$$

由电磁场理论可知,电压和电流分别与电场和磁场成正比,又因为在(u,v,z)坐标系中,平行双线中的电压、电流是只随 z 变化的标量,而微波传输线中的电场、磁场是随(u,v,z)变化的矢量,因此,可将微波传输线在某横截面上的横向电场$\boldsymbol{E}_T$、横向磁场$\boldsymbol{H}_T$ 与同一横截面上的等效电压 $V(z)$、等效电流 $I(z)$之间建立如下的等效关系

$$\begin{cases}\boldsymbol{E}_T(u,v,z)=\boldsymbol{e}(u,v)\cdot V(z)\\ \boldsymbol{H}_T(u,v,z)=\boldsymbol{h}(u,v)\cdot I(z)\end{cases} \tag{5.2-3}$$

式中,$\boldsymbol{e}(u,v)$和 $\boldsymbol{h}(u,v)$是二维矢量实函数,它们表示工作模式的场在传输线横截面上的分布,分别称为电压波型函数和电流波型函数。

将式(5.2-3)代入式(5.2-1)得

$$P=\frac{1}{2}VI^*\int_S(\boldsymbol{e}\times\boldsymbol{h}^*)\cdot d\boldsymbol{s}$$

为使上式能化为式(5.2-2)的形式,$\boldsymbol{e}(u,v)$和 $\boldsymbol{h}(u,v)$需满足以下条件

$$\int_S(\boldsymbol{e}\times\boldsymbol{h}^*)\cdot d\boldsymbol{s}=1 \tag{5.2-4}$$

即只要适当选择 $\boldsymbol{e}$ 和 $\boldsymbol{h}$ 使之满足式(5.2-4),则由式(5.2-3)定义的等效电压和等效电流就能满足功率关系。

但是,式(5.2-3)中有四个未知数:$\boldsymbol{e}(u,v)$、$\boldsymbol{h}(u,v)$、$V(z)$和 $I(z)$,所以,式(5.2-3)和式(5.2-4)共三个方程还不能唯一地确定 $V(z)$和 $I(z)$。为此,需再利用阻抗关系,即规定等效电压与等效电流之比等于它所在点微波传输线的等效阻抗,即

$$\frac{V}{I}=Z=Z_0\frac{1+\Gamma}{1-\Gamma} \tag{5.2-5}$$

式中,Γ 是该点的电压反射系数,可以直接测量,Z_0 是微波传输线的特性阻抗,也是已知的。因此,由式(5.2-3)、式(5.2-4)和式(5.2-5)共四个方程可以将微波传输线中的电场、磁场唯一地等效成双线传输线中的等效电压和等效电流。

2. 阻抗、等效电压和等效电流的归一化

实际中,微波系统的许多特性是与阻抗和特性阻抗的比值有关的,为此,人们将这一比值定义为归一化阻抗(用 z 或 $\bar{Z}$ 表示),即

$$z=\bar{Z}=\frac{Z}{Z_0}=\frac{1+\Gamma}{1-\Gamma} \tag{5.2-6}$$

相应于归一化阻抗下的等效电压、等效电流称为归一化等效电压 v 和归一化等效电流 i,它

们与非归一化等效电压 V、等效电流 I 的关系应满足功率相等及归一化阻抗相等的关系，即

$$VI^* = vi^*$$

$$\frac{1}{Z_0}\frac{V}{I} = \frac{v}{i}$$

求解上式得

$$\begin{cases} v = \dfrac{V}{\sqrt{Z_0}} \\ i = I\sqrt{Z_0} \end{cases} \tag{5.2-7}$$

值得注意的是，归一化参量 v 和 i 已经不再具有电路中原来的电压和电流的意义，v、i 也不再具有电压和电流的量纲。引入归一化参量的概念是为了处理问题的方便，同时也可使问题的分析及元器件的设计具有普遍意义，增加设计的灵活性。

5.3　微波网络参量

网络的特性是用网络参量(Network Parameters)来描述的。任何复杂的微波元件都可以用一个网络来代替，并可用网络端口参考面上两个选定的变量及其相互关系来描述特性。对于 n 端口网络，则可用 n 个微分方程来描述其特性。如果网络是线性的，则这些方程就是线性方程，方程中的系数完全由网络本身确定，在网络理论中将这些系数称为网络参量。那么如何确定网络参量呢？这个问题的严格理论计算还是要应用电磁场理论，但是更方便的是直接利用实验测量的方法来得到。此外，还可根据组成系统的基本单元的等效电路及它们之间的连接关系来进行计算，而利用网络的某些特性也可以确定某些网络参量的相互关系、数值及其大致范围。

为了研究微波网络，首先必须确定微波网络与其相连的等效平行双线传输线的分界面，即网络参考面，下面首先介绍网络参考面的选定方法。

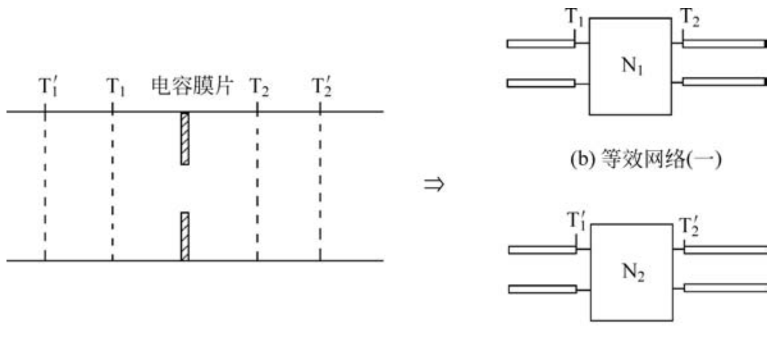
5.3.1　网络参考面

网络参考面(Network Reference Plane)位置的选择应该遵循以下两个原则：

(1) 参考面必须是微波传输线的横截面，因为这样参考面上的电场、磁场为横向电场、磁场，分别与参考面上的等效电压、等效电流对应；

(2) 对于单模传输线，参考面通常应选择在高次模可忽略的远离不均匀性的远区。

除了上述限制外，参考面位置的选择是任意的，可根据解决问题的方便而定。但它一经选定，网络参量就确定了，亦即网络就确定了。由于微波传输线具有分布参数特性，因此，如果改变网络参考面，则网络的各参量也必定跟着一起改变，这时网络就变成另外一个网络了。图 5.3-1(a)所示为含有电容膜片的矩形波导，参考面 T_1-T_2 和 T_1'-T_2'的选择均满足上述两个原则。若以 T_1-T_2 为参考面则等效的网络为 N_1，若以 T_1'-T_2'为参考面则等效的网络为 N_2，分别如图 5.3-1(b)、图 5.3-1(c)所示。两种等效都是可以的，但 N_1 和 N_2 却是两个不同的网络。因此，对于某一实际结构等效的网络可以有无穷多个，但每一网络都是针对某特定参考面而言的。



(a) 电容膜片　(b) 等效网络(一)　(c) 等效网络(二)

图 5.3-1　矩形波导中的电容膜片及等效网络

5.3.2　微波网络参量的定义

如前所述,微波网络参量是描述网络各端口间选定变量间关系的参量。若选定端口参考面上的变量为电压和电流,就得到 Z 参量、Y 参量和 A 参量;若选定端口参考面上的变量为入射波电压和反射波电压,就得到 s 参量和 t 参量。下面以二端口网络(Two-Port Network)为例逐一介绍。

1. 阻抗参量

对于图 5.3-2 所示的二端口网络,阻抗参量(Impedance Parameter)的定义如下:

$Z_{11}=\left.\dfrac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0}$　表示 T_2 面开路时 T_1 面的输入阻抗;

$Z_{22}=\left.\dfrac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0}$　表示 T_1 面开路时 T_2 面的输入阻抗;

$Z_{12}=\left.\dfrac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0}$　表示 T_1 面开路时,端口(2)至端口(1)的转移阻抗;

$Z_{21}=\left.\dfrac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0}$　表示 T_2 面开路时,端口(1)至端口(2)的转移阻抗。

电压、电流的意义见图 5.3-2 所示。

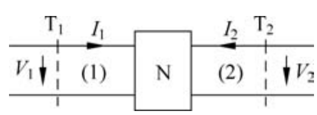


图 5.3-2　二端口网络电压、电流示意图

由 Z 参量可将两端口的电压和电流联系起来,其关系为

$$\begin{cases} V_1=Z_{11}I_1+Z_{12}I_2 \\ V_2=Z_{21}I_1+Z_{22}I_2 \end{cases} \tag{5.3-1}$$

或表示为矩阵形式,即

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \tag{5.3-2a}$$

也可简单表示为

$$[V]=[Z][I] \tag{5.3-2b}$$

在微波网络中,为了理论分析的普遍性,常把各端口的电压、电流对端口所接传输线的

特性阻抗归一化。若 T_1 和 T_2 面外接传输线的特性阻抗分别为 Z_{01}、Z_{02}，则以 Z_{01} 作为参考阻抗对 V_1 和 I_1 归一化，以 Z_{02} 作为参考阻抗对 V_2 和 I_2 归一化，于是可将式(5.3-1)改写为

$$\frac{V_1}{\sqrt{Z_{01}}}=\frac{Z_{11}}{Z_{01}}I_1\sqrt{Z_{01}}+\frac{Z_{12}}{\sqrt{Z_{01}Z_{02}}}I_2\sqrt{Z_{02}}$$

$$\frac{V_2}{\sqrt{Z_{02}}}=\frac{Z_{21}}{\sqrt{Z_{01}Z_{02}}}I_1\sqrt{Z_{01}}+\frac{Z_{22}}{Z_{02}}I_2\sqrt{Z_{02}}$$

将上式写成归一化参量形式，得

$$\begin{cases}v_1=z_{11}i_1+z_{12}i_2\\ v_2=z_{21}i_1+z_{22}i_2\end{cases}\tag{5.3-3}$$

式中

$$v_1=\frac{V_1}{\sqrt{Z_{01}}},\quad i_1=I_1\sqrt{Z_{01}},\quad v_2=\frac{V_2}{\sqrt{Z_{02}}},\quad i_2=I_2\sqrt{Z_{02}}$$

分别是端口(1)和端口(2)的归一化电压和归一化电流，而

$$z_{11}=\frac{Z_{11}}{Z_{01}},\quad z_{12}=\frac{Z_{12}}{\sqrt{Z_{01}Z_{02}}},\quad z_{21}=\frac{Z_{21}}{\sqrt{Z_{01}Z_{02}}},\quad z_{22}=\frac{Z_{22}}{Z_{02}}$$

则称为归一化阻抗参量，它们都是无量纲的参数。

2. 导纳参量

对于图 5.3-2 所示的二端口网络，导纳参量(Admittance Parameter)的定义如下：

$Y_{11}=\left.\dfrac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0}$ 表示 T_2 面短路时 T_1 面的输入导纳；

$Y_{22}=\left.\dfrac{I_2}{V_2}\right|_{V_1=0}$ 表示 T_1 面短路时 T_2 面的输入导纳；

$Y_{12}=\left.\dfrac{I_1}{V_2}\right|_{V_1=0}$ 表示 T_1 面短路时，端口(2)至端口(1)的转移导纳；

$Y_{21}=\left.\dfrac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0}$ 表示 T_2 面短路时，端口(1)至端口(2)的转移导纳。

用 Y 参量表示的两端口间电压、电流关系为

$$\begin{cases}I_1=Y_{11}V_1+Y_{12}V_2\\ I_2=Y_{21}V_1+Y_{22}V_2\end{cases}\tag{5.3-4}$$

用矩阵表示为

$$\begin{bmatrix}I_1\\ I_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Y_{11} & Y_{12}\\ Y_{21} & Y_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_1\\ V_2\end{bmatrix}\tag{5.3-5a}$$

亦即

$$[I]=[Y][V]\tag{5.3-5b}$$

若 T_1 和 T_2 面外接传输线的特性导纳分别为 Y_{01} 和 Y_{02}，则对式(5.3-4)中的电压、电流归一化便得

$$\begin{cases}i_1=y_{11}v_1+y_{12}v_2\\ i_2=y_{21}v_1+y_{22}v_2\end{cases}\tag{5.3-6}$$

式中

$$i_1=\frac{I_1}{\sqrt{Y_{01}}},\quad v_1=V_1\sqrt{Y_{01}},\quad i_2=\frac{I_2}{\sqrt{Y_{02}}},\quad v_2=V_2\sqrt{Y_{02}}$$

分别是端口(1)和端口(2)的归一化电流与归一化电压,而

$$y_{11}=\frac{Y_{11}}{Y_{01}},\quad y_{12}=\frac{Y_{12}}{\sqrt{Y_{01}Y_{02}}},\quad y_{21}=\frac{Y_{21}}{\sqrt{Y_{01}Y_{02}}},\quad y_{22}=\frac{Y_{22}}{Y_{02}}$$

则称为归一化导纳参量,它们都是无量纲的参数。

3. 转移参量

对于图 5.3-2 所示的二端口网络,转移参量(Transfer Parameter)定义为:

$A_{11}=\left.\dfrac{V_1}{V_2}\right|_{I_2=0}$ 表示端口(2)开路时端口(2)到端口(1)的电压转移系数;

$A_{22}=\left.\dfrac{I_1}{-I_2}\right|_{V_2=0}$ 表示端口(2)短路时端口(2)到端口(1)的电流转移系数;

$A_{12}=\left.\dfrac{V_1}{-I_2}\right|_{V_2=0}$ 表示端口(2)短路时端口(2)到端口(1)的转移阻抗;

$A_{21}=\left.\dfrac{I_1}{V_2}\right|_{I_2=0}$ 表示端口(2)开路时端口(2)到端口(1)的转移导纳。

用 A 参量表示的电压、电流关系为

$$\begin{cases}V_1=A_{11}V_2+A_{12}(-I_2)\\ I_1=A_{21}V_2+A_{22}(-I_2)\end{cases}\tag{5.3-7}$$

或

$$\begin{bmatrix}V_1\\ I_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A_{11} & A_{12}\\ A_{21} & A_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_2\\ -I_2\end{bmatrix}\tag{5.3-8}$$

式中,I_2 前的负号表示与图 5.3-2 中的电流正方向相反,即 $-I_2$ 表示从网络流出端口(2)的电流,这种定义法在网络级联中非常方便。

若用 Z_{01}、Z_{02} 对式(5.3-7)归一化则得

$$\begin{cases}v_1=a_{11}v_2+a_{12}(-i_2)\\ i_1=a_{21}v_2+a_{22}(-i_2)\end{cases}\tag{5.3-9}$$

式中

$$a_{11}=A_{11}\sqrt{\frac{Z_{02}}{Z_{01}}},\quad a_{12}=\frac{A_{12}}{\sqrt{Z_{01}Z_{02}}},\quad a_{21}=A_{21}\sqrt{Z_{01}Z_{02}},\quad a_{22}=A_{22}\sqrt{\frac{Z_{01}}{Z_{02}}}$$

称为归一化转移参量,它们都是无量纲的参数。

在微波电路的分析和综合中,常用 A 参量来表示电路的各种性能指标。例如,若在图 5.3-3(a)所示的二端口网络的端口(2)接负载阻抗为

$$Z_L=\frac{V_2}{-I_2}$$

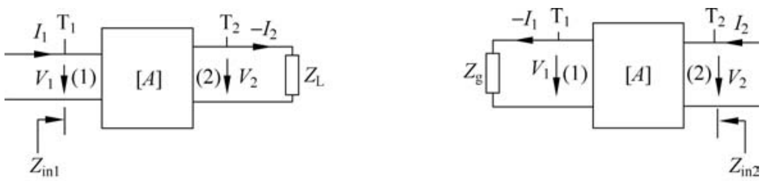
的负载,则端口(1)的输入阻抗可用 A 参量和负载阻抗表示为

$$Z_{\text{in1}}=\frac{V_1}{I_1}=\frac{A_{11}V_2+A_{12}(-I_2)}{A_{21}V_2+A_{22}(-I_2)}=\frac{A_{11}\left(\dfrac{V_2}{-I_2}\right)+A_{12}}{A_{21}\left(\dfrac{V_2}{-I_2}\right)+A_{22}}=\frac{A_{11}Z_{\text{L}}+A_{12}}{A_{21}Z_{\text{L}}+A_{22}} \tag{5.3-10}$$

同理，若在图 5.3-3(b)所示的二端口网络的端口(1)所接信号源内阻抗为 $Z_{\text{g}}=V_1/(-I_1)$，则端口(2)的输入阻抗为

$$Z_{\text{in2}}=\frac{V_2}{I_2}=\frac{A_{22}Z_{\text{g}}+A_{12}}{A_{21}Z_{\text{g}}+A_{11}} \tag{5.3-11}$$

以上两式在实际中非常有用。



(a) 端口(2)接负载　　(b) 端口(1)接信号源

图 5.3-3　A 参量表示的二端口网络

4. 散射参量

前面介绍的参量 Z、Y 及 A 都是表示端口间电压、电流关系的参量。但是在微波网络中，通过测量各端口上的电压和电流从而测得这些参量是困难的。通常，在微波网络中，应用最广泛的是便于测量的散射参量(Scattering Parameter)。散射参量也有归一化和非归一化之分，通常所说的散射参量是指归一化散射参量，用 s_{ij} 表示，它给出的是各端口归一化入、反射波电压之间的关系；而非归一化散射参量则称为电压散射参量，用 S_{ij} 表示，它给出的是各端口非归一化的入、反射波电压之间的关系。

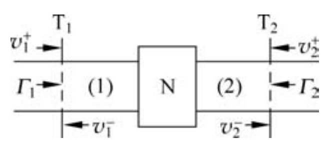


图 5.3-4　二端口网络归一化入、反射波示意图

对于图 5.3-4 所示的二端口网络，假设进入网络的波为入射波，离开网络的波为反射波，且各端口的入射波电压用上标“+”号表示，反射波电压用上标“−”号表示，则归一化散射参量定义为

$s_{11}=\left.\dfrac{v_1^-}{v_1^+}\right|_{v_2^+=0}$　端口(2)接匹配负载时，端口(1)的归一化电压反射系数；

$s_{22}=\left.\dfrac{v_2^-}{v_2^+}\right|_{v_1^+=0}$　端口(1)接匹配负载时，端口(2)的归一化电压反射系数；

$s_{12}=\left.\dfrac{v_1^-}{v_2^+}\right|_{v_1^+=0}$　端口(1)接匹配负载时，端口(2)到端口(1)的归一化电压传输系数；

$s_{21}=\left.\dfrac{v_2^-}{v_1^+}\right|_{v_2^+=0}$　端口(2)接匹配负载时，端口(1)到端口(2)的归一化电压传输系数。

可见，归一化散射参量都是无量纲的参数。用散射参量表示的归一化入、反射波电压 v^+、v^- 的关系为

$$\begin{cases} v_1^- = s_{11}v_1^+ + s_{12}v_2^+ & (5.3\text{-}12a) \\ v_2^- = s_{21}v_1^+ + s_{22}v_2^+ & (5.3\text{-}12b) \end{cases}$$

写成矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} v_1^- \\ v_2^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1^+ \\ v_2^+ \end{bmatrix} \tag{5.3-13a}$$

或简写成

$$[v^-] = [s][v^+] \tag{5.3-13b}$$

当要描述各端口非归一化入、反射波电压 V^+、V^- 之间的关系时,需用电压散射参量 S,其关系为

$$\begin{cases} V_1^- = S_{11}V_1^+ + S_{12}V_2^+ \\ V_2^- = S_{21}V_1^+ + S_{22}V_2^+ \end{cases} \tag{5.3-14}$$

或

$$\begin{bmatrix} V_1^- \\ V_2^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^+ \\ V_2^+ \end{bmatrix} \tag{5.3-15}$$

S_{ij} 与 s_{ij} 之间的关系可由定义式(5.3-12)和式(5.3-14)推出,结果为

$$S_{11} = s_{11}, \quad S_{12} = \sqrt{\frac{Z_{01}}{Z_{02}}}\, s_{12}, \quad S_{21} = \sqrt{\frac{Z_{02}}{Z_{01}}}\, s_{21}, \quad S_{22} = s_{22} \tag{5.3-16}$$

在微波网络分析中,当各端口所接传输线的特性阻抗相同时,采用散射参量较为方便;而当各端口所接传输线的特性阻抗不同时,则采用电压散射参量较为方便。实际中最常用的是散射参量,它描述的是归一化入、反射波电压之间的关系,故下面对此做进一步的讨论。

因为传输线的特性阻抗定义为

$$Z_0 = \frac{V^+}{I^+} = -\frac{V^-}{I^-}$$

于是由归一化电压与电流的定义可知

$$v_i^+ = \frac{V_i^+}{\sqrt{Z_{0i}}}$$

$$v_i^- = \frac{V_i^-}{\sqrt{Z_{0i}}}$$

$$i_i^+ = I_i^+\sqrt{Z_{0i}} = \frac{V_i^+}{Z_{0i}}\sqrt{Z_{0i}} = \frac{V_i^+}{\sqrt{Z_{0i}}}$$

$$i_i^- = I_i^-\sqrt{Z_{0i}} = -\frac{V_i^-}{Z_{0i}}\sqrt{Z_{0i}} = -\frac{V_i^-}{\sqrt{Z_{0i}}}$$

式中,$i=1,2$ 分别对应端口(1)和端口(2)的量。

由上式可见,对入射波来说,归一化电压与归一化电流相等;对反射波来说,归一化电压与归一化电流大小相等、符号相反,即

$$\begin{cases} v_i^+ = i_i^+ \\ v_i^- = -i_i^- \end{cases} \tag{5.3-17}$$

这是因为归一化电压、电流已不再具有电压和电流的量纲了,因此二者是可以相等的。

由式(5.3-17)可知,用归一化入、反射波电压就可以完全确定端口的电压和电流,它们之间的关系为

$$\begin{cases} v_i = v_i^+ + v_i^- \\ i_i = i_i^+ + i_i^- = v_i^+ - v_i^- \end{cases} \tag{5.3-18}$$

另外,由散射参量的定义可知,散射参量是在端口接匹配负载的条件下定义的,这一点很重要。例如,对于图 5.3-4 所示的二端口网络,当端口(2)所接负载阻抗 $Z_L \neq Z_{02}$ 时(如图 5.3-5 所示),端口(1)的归一化电压反射系数 Γ_1 就不再等于 s_{11} 了。

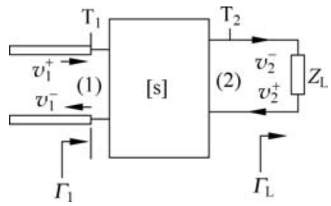


图 5.3-5　接不匹配负载的二端口网络

由图 5.3-5 可知,端口(2)的负载归一化电压反射系数可表示为 $\Gamma_L = \dfrac{v_2^+}{v_2^-}$,代入式(5.3-12b)可得

$$\frac{v_2^-}{v_2^+} = \frac{1}{\Gamma_L} = s_{21}\frac{v_1^+}{v_2^+} + s_{22}$$

于是得

$$\frac{v_1^+}{v_2^+} = \frac{1}{s_{21}}\left(\frac{1}{\Gamma_L} - s_{22}\right) = \frac{1 - s_{22}\Gamma_L}{s_{21}\Gamma_L}$$

将上式代入式(5.3-12a)得

$$\Gamma_1 = \frac{v_1^-}{v_1^+} = s_{11} + s_{12}\frac{v_2^+}{v_1^+} = s_{11} + \frac{s_{12}s_{21}\Gamma_L}{1 - s_{22}\Gamma_L} \tag{5.3-19}$$

显然,只有当 $Z_L = Z_{02}$,即 $\Gamma_L = 0$ 时,Γ_1 才等于 s_{11}。

当 $Z_L \neq Z_{02}$ 时,由端口(1)到端口(2)的归一化电压传输系数 T 也不等于 s_{21},同理可得以下计算公式

$$T = \frac{v_2^-}{v_1^+} = s_{21} + \frac{s_{22}s_{21}\Gamma_L}{1 - s_{22}\Gamma_L} = \frac{s_{21}}{1 - s_{22}\Gamma_L} \tag{5.3-20}$$

显然,只有当 $Z_L = Z_{02}$,即 $\Gamma_L = 0$ 时,T 才等于 s_{21}。式(5.3-19)和式(5.3-20)在实际中非常有用。

值得注意的是,“端口接匹配负载”和“端口匹配”是两个不同的概念。例如,在图 5.3-5 中,“端口(2)接匹配负载”意味着 $v_2^+ = 0$,而“端口(2)匹配”则意味着 $v_2^- = 0$。“端口匹配”

又分两种：①“网络的端口(i)匹配”指的是其他各端口均接匹配负载时，该端口的反射系数为0，即 $s_{ii}=0$；②“N 端口网络完全匹配”是指所有端口都达到匹配，即 $s_{jj}=0(j=1,2,\cdots,N)$。

5. 传输参量

传输参量(Transmission Parameter)t_{ij} 也表示各端口归一化入、反射波电压之间的关系，其关系为

$$\begin{cases} v_1^+ = t_{11}v_2^- + t_{12}v_2^+ \\ v_1^- = t_{21}v_2^- + t_{22}v_2^+ \end{cases} \tag{5.3-21}$$

写成矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} v_1^+ \\ v_1^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_2^- \\ v_2^+ \end{bmatrix} \tag{5.3-22}$$

t_{ij} 参量中，除 t_{11} 表示端口(2)接匹配负载时端口(1)到端口(2)的归一化电压传输系数的倒数外，其余各参量并无明显的物理意义，所以，t 参量不容易计算或测量，可以通过网络参量间的关系，由其他网络参量转换得到。与 A 参量相似，t 参量对级联网络也十分有用，下一节将有所介绍。

以上所述都是针对二端口网络而言的，对于多端口网络也有类似的定义。例如，对于四端口网络来说，若用 s 参量表示，则有

$$\begin{cases} v_1^- = s_{11}v_1^+ + s_{12}v_2^+ + s_{13}v_3^+ + s_{14}v_4^+ \\ v_2^- = s_{21}v_1^+ + s_{22}v_2^+ + s_{23}v_3^+ + s_{24}v_4^+ \\ v_3^- = s_{31}v_1^+ + s_{32}v_2^+ + s_{33}v_3^+ + s_{34}v_4^+ \\ v_4^- = s_{41}v_1^+ + s_{42}v_2^+ + s_{43}v_3^+ + s_{44}v_4^+ \end{cases} \tag{5.3-23}$$

或用矩阵表示为

$$\begin{bmatrix} v_1^- \\ v_2^- \\ v_3^- \\ v_4^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & s_{34} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1^+ \\ v_2^+ \\ v_3^+ \\ v_4^+ \end{bmatrix} \tag{5.3-24}$$

由式(5.3-23)可知，s_{ij} 的第一个下标 i 对应输出端口，第二个下标 j 对应输入端口。例如，s_{21} 表示只有端口(1)输入，且 $v_1^+=1$ 时，端口(2)的输出。

同理可得其他多端口网络参量。

5.3.3 网络参量间的相互关系

上述五种网络参量可用来表征同一个微波网络，因此它们之间必定能够相互转换。Z、Y、A 三个参量均是表示网络各端口间电压、电流关系的参量，所以根据定义式适当调整即可得各参量之间的转换关系。同样，s、t 两个参量均是表示网络端口间归一化入、反射波电压关系的参量，故二者的转换关系也很容易得出。而 Z、Y、A 参量与 s、t 参量间的转换则需要用到式(5.3-18)。网络各参量之间的转换关系如表 5.3-1 所示。在表 5.3-1 中，

表 5.3-1　二端口网络各种参量换算表

	以[z]表示	以[y]表示	以[a]表示	以[s]表示	以[t]表示
[z]	z_{11} z_{12} z_{21} z_{22}	$z_{11}=\frac{y_{22}}{\lvert y\rvert}$ $z_{12}=-\frac{y_{12}}{\lvert y\rvert}$ $z_{21}=-\frac{y_{21}}{\lvert y\rvert}$ $z_{22}=\frac{y_{11}}{\lvert y\rvert}$	$z_{11}=\frac{a_{11}}{a_{21}}$ $z_{12}=\frac{\lvert a\rvert}{a_{21}}$ $z_{21}=\frac{1}{a_{21}}$ $z_{22}=\frac{a_{22}}{a_{21}}$	$z_{11}=\frac{1+s_{11}-s_{22}-\lvert s\rvert}{1-s_{11}-s_{12}+\lvert s\rvert}$ $z_{12}=\frac{2s_{12}}{1-s_{11}-s_{12}+\lvert s\rvert}$ $z_{21}=\frac{2s_{21}}{1-s_{11}-s_{12}+\lvert s\rvert}$ $z_{22}=\frac{1-s_{11}+s_{22}-\lvert s\rvert}{1-s_{11}-s_{12}+\lvert s\rvert}$	$z_{11}=\frac{t_{21}+t_{22}+t_{11}+t_{12}}{t_{21}+t_{22}-t_{11}-t_{12}}$ $z_{12}=\frac{-2\lvert t\rvert}{t_{21}+t_{22}-t_{11}-t_{12}}$ $z_{21}=\frac{-2}{t_{21}+t_{22}-t_{11}-t_{12}}$ $z_{22}=\frac{t_{21}-t_{22}-t_{11}+t_{12}}{t_{21}+t_{22}-t_{11}-t_{12}}$
[y]	$y_{11}=\frac{z_{22}}{\lvert z\rvert}$ $y_{12}=-\frac{z_{12}}{\lvert z\rvert}$ $y_{21}=-\frac{z_{21}}{\lvert z\rvert}$ $y_{22}=\frac{z_{11}}{\lvert z\rvert}$	y_{11} y_{12} y_{21} y_{22}	$y_{11}=\frac{a_{22}}{a_{12}}$ $y_{12}=\frac{-\lvert a\rvert}{a_{12}}$ $y_{21}=-\frac{1}{a_{12}}$ $y_{22}=\frac{a_{11}}{a_{12}}$	$y_{11}=\frac{1-s_{11}+s_{22}-\lvert s\rvert}{1+s_{11}+s_{22}+\lvert s\rvert}$ $y_{12}=\frac{-2s_{12}}{1+s_{11}+s_{12}+\lvert s\rvert}$ $y_{21}=\frac{-2s_{21}}{1+s_{11}+s_{12}+\lvert s\rvert}$ $y_{22}=\frac{1+s_{11}-s_{22}-\lvert s\rvert}{1+s_{11}+s_{12}+\lvert s\rvert}$	$y_{11}=\frac{t_{11}-t_{12}-t_{21}+t_{22}}{t_{21}-t_{22}+t_{11}+t_{12}}$ $y_{12}=\frac{-2\lvert t\rvert}{t_{21}-t_{22}+t_{11}-t_{12}}$ $y_{21}=\frac{-2}{t_{21}-t_{22}+t_{11}-t_{12}}$ $y_{22}=\frac{t_{11}+t_{12}+t_{21}+t_{22}}{t_{21}-t_{22}+t_{11}-t_{12}}$
[a]	$a_{11}=\frac{z_{11}}{z_{21}}$ $a_{12}=\frac{\lvert z\rvert}{z_{21}}$ $a_{21}=\frac{1}{z_{21}}$ $a_{22}=\frac{z_{22}}{z_{21}}$	$a_{11}=-\frac{y_{22}}{y_{21}}$ $a_{12}=-\frac{1}{y_{21}}$ $a_{21}=-\frac{\lvert y\rvert}{y_{21}}$ $a_{22}=-\frac{y_{11}}{y_{21}}$	a_{11} a_{12} a_{21} a_{22}	$a_{11}=\frac{1}{2s_{21}}(1+s_{11}-s_{22}-\lvert s\rvert)$ $a_{12}=\frac{1}{2s_{21}}(1+s_{11}+s_{22}+\lvert s\rvert)$ $a_{21}=\frac{1}{2s_{21}}(1-s_{11}-s_{22}+\lvert s\rvert)$ $a_{22}=\frac{1}{2s_{21}}(1-s_{11}+s_{22}-\lvert s\rvert)$	$a_{11}=\frac{1}{2}(t_{11}+t_{12}+t_{21}+t_{22})$ $a_{12}=\frac{1}{2}(t_{11}-t_{12}+t_{21}-t_{22})$ $a_{21}=\frac{1}{2}(t_{11}+t_{12}-t_{21}-t_{22})$ $a_{22}=\frac{1}{2}(t_{11}-t_{12}-t_{21}+t_{22})$

续表

	以[z]表示	以[y]表示	以[a]表示	以[s]表示	以[t]表示
[s]	$s_{11}=\dfrac{\lvert z\rvert-1+z_{11}-z_{22}}{\lvert z\rvert+1+z_{11}+z_{22}}$	$s_{11}=\dfrac{1-\lvert y\rvert-y_{11}+y_{22}}{\lvert y\rvert+1+y_{11}+y_{22}}$	$s_{11}=\dfrac{a_{11}+a_{12}-a_{21}-a_{22}}{a_{11}+a_{12}+a_{21}+a_{22}}$	s_{11}	$s_{11}=\dfrac{t_{21}}{t_{11}}$
	$s_{12}=\dfrac{2z_{12}}{\lvert z\rvert+1+z_{11}+z_{22}}$	$s_{12}=\dfrac{-2y_{12}}{\lvert y\rvert+1+y_{11}+y_{22}}$	$s_{12}=\dfrac{2\lvert a\rvert}{a_{11}+a_{12}+a_{21}+a_{22}}$	s_{12}	$s_{12}=t_{22}-t_{21}\dfrac{t_{12}}{t_{11}}$
	$s_{21}=\dfrac{2z_{21}}{\lvert z\rvert+1+z_{11}+z_{22}}$	$s_{21}=\dfrac{-2y_{21}}{\lvert y\rvert+1+y_{11}+y_{22}}$	$s_{21}=\dfrac{2}{a_{11}+a_{12}+a_{21}+a_{22}}$	s_{21}	$s_{21}=\dfrac{1}{t_{11}}$
	$s_{22}=\dfrac{\lvert z\rvert-1-z_{11}+z_{22}}{\lvert z\rvert+1+z_{11}+z_{22}}$	$s_{22}=\dfrac{1-\lvert y\rvert+y_{11}-y_{22}}{\lvert y\rvert+1+y_{11}+y_{22}}$	$s_{22}=\dfrac{-a_{11}+a_{12}-a_{21}+a_{22}}{a_{11}+a_{12}+a_{21}+a_{22}}$	s_{22}	$s_{22}=-\dfrac{t_{12}}{t_{11}}$
[t]	$t_{11}=\dfrac{1}{2z_{21}}(\lvert z\rvert+1+z_{11}+z_{22})$	$t_{11}=-\dfrac{1}{2y_{21}}(\lvert y\rvert+1+y_{11}+y_{22})$	$t_{11}=\dfrac{1}{2}(a_{11}+a_{12}+a_{21}+a_{22})$	$t_{11}=\dfrac{1}{s_{21}}$	t_{11}
	$t_{12}=\dfrac{1}{2z_{21}}(\lvert z\rvert-1-z_{11}+z_{22})$	$t_{12}=\dfrac{1}{2y_{21}}(1-\lvert y\rvert+y_{11}-y_{22})$	$t_{12}=\dfrac{1}{2}(a_{11}-a_{12}+a_{21}-a_{22})$	$t_{12}=-\dfrac{s_{22}}{s_{21}}$	t_{12}
	$t_{21}=\dfrac{1}{2z_{21}}(\lvert z\rvert-1+z_{11}-z_{22})$	$t_{21}=\dfrac{1}{2y_{21}}(\lvert y\rvert-1+y_{11}-y_{22})$	$t_{21}=\dfrac{1}{2}(a_{11}+a_{12}-a_{21}-a_{22})$	$t_{21}=\dfrac{s_{11}}{s_{21}}$	t_{21}
	$t_{22}=\dfrac{1}{2z_{21}}(-\lvert z\rvert-1+z_{11}+z_{22})$	$t_{22}=\dfrac{1}{2y_{21}}(\lvert y\rvert+1-y_{11}-y_{22})$	$t_{22}=\dfrac{1}{2}(a_{11}-a_{12}-a_{21}+a_{22})$	$t_{22}=s_{12}-s_{11}\dfrac{s_{22}}{s_{21}}$	t_{22}

$|z|$,$|y|$,$|a|$,$|s|$,$|t|$表示各个矩阵的行列式,例如,$|z|=\begin{vmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{vmatrix}=z_{11}z_{22}-z_{12}z_{21}$。在微波网络的综合与分析中,常常要用到网络参量之间的转换关系,需要时可查此表。

5.3.4　网络参量的性质

一般情况下,二端口网络的独立参量数目是四个。但当网络具有某种特性(如对称性或可逆性等)时,网络的独立参量数将减少。

1. 可逆网络

可逆网络(Reciprocal Network)的可逆性用网络参量表示为

$$z_{12}=z_{21} \tag{5.3-25a}$$

$$y_{12}=y_{21} \tag{5.3-25b}$$

$$a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}=1 \tag{5.3-25c}$$

$$s_{12}=s_{21} \tag{5.3-25d}$$

$$t_{11}t_{22}-t_{12}t_{21}=1 \tag{5.3-25e}$$

可见,由于可逆二端口网络的可逆性,网络的独立参量数将由四个减少至三个。

2. 对称网络

对称网络(Symmetrical Network)的网络参量有如下关系

$$z_{11}=z_{22} \tag{5.3-26a}$$

$$y_{11}=y_{22} \tag{5.3-26b}$$

$$a_{11}=a_{22} \tag{5.3-26c}$$

$$s_{11}=s_{22} \tag{5.3-26d}$$

$$t_{12}=-t_{21} \tag{5.3-26e}$$

3. 无耗网络

对于无耗网络(Lossless Network),其$[Z]$和$[Y]$中各参量均为虚数;$[A]$中的A_{11}和A_{22}为实数,A_{12}和A_{21}为虚数;$[s]$则满足幺正性,即

$$[s]^{+}[s]=[1] \tag{5.3-27}$$

式中,$[s]^{+}$表示艾米特(Hermite)矩阵,$[s]^{+}=[s]^{*\mathrm{T}}$,其中,“$*$”表示共轭,“T”表示转置,$[1]$表示单位矩阵(Unit Matrix)。

将式(5.3-27)展开得

$$\begin{bmatrix} s_{11}^{*} & s_{21}^{*} \\ s_{12}^{*} & s_{22}^{*} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} |s_{11}|^2+|s_{21}|^2 & s_{11}^{*}s_{12}+s_{21}^{*}s_{22} \\ s_{12}^{*}s_{11}+s_{22}^{*}s_{21} & |s_{12}|^2+|s_{22}|^2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

于是可得

$$|s_{11}|^2+|s_{21}|^2=1 \tag{5.3-28a}$$

$$s_{11}^{*}s_{12}+s_{21}^{*}s_{22}=0 \tag{5.3-28b}$$

$$s_{12}^{*}s_{11}+s_{22}^{*}s_{21}=0 \tag{5.3-28c}$$

$$|s_{12}|^2+|s_{22}|^2=1 \tag{5.3-28d}$$

而对 t 参量则有

$$\begin{cases} t_{11} = t_{22}^* \\ t_{12} = t_{21}^* \end{cases} \tag{5.3-28e}$$

5.3.5 常用基本电路单元的网络参量

一个复杂的微波网络往往可以分解成一些简单的网络,称为基本电路(Basic Circuit)单元。若基本电路单元的网络参量已知,则复杂网络的参量便可通过矩阵运算来得到。经常遇到的二端口基本电路单元有:串联阻抗、并联导纳、一段传输线和理想变压器等。下面举例说明基本电路单元网络参量的计算方法。

【例 5.3-1】 试求图 5.3-6 所示归一化串联阻抗 z 的归一化转移参量矩阵[$\boldsymbol{a}$]。

解: 归一化串联阻抗电路单元如图 5.3-6 所示。由归一化转移参量的定义得

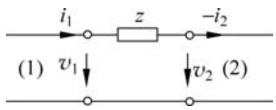


图 5.3-6 串联阻抗示意图

$$a_{11} = \left.\frac{v_1}{v_2}\right|_{i_2=0} = 1$$

$$a_{12} = \left.-\frac{v_1}{i_2}\right|_{v_2=0} = z$$

由网络的对称性可知

$$a_{22} = a_{11} = 1$$

由网络的可逆性可知

$$a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 1$$

由此可求得

$$a_{21} = \frac{a_{11}a_{22} - 1}{a_{12}} = 0$$

因此可求得其归一化转移参量矩阵为

$$[\boldsymbol{a}] = \begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

【例 5.3-2】 求理想变压器的散射矩阵[$\boldsymbol{s}$]。

解: 对于图 5.3-7 所示的理想变压器,由散射参量的定义及理想变压器的性质得

$$s_{11} = \left.\frac{v_1^-}{v_1^+}\right|_{v_2^+=0} = \left.\Gamma_1\right|_{v_2^+=0} = \left.\frac{z_{i1} - 1}{z_{i1} + 1}\right|_{v_2^+=0} = \frac{\frac{1}{n^2} - 1}{\frac{1}{n^2} + 1} = \frac{1 - n^2}{1 + n^2}$$

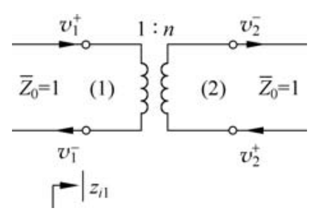


图 5.3-7 理想变压器示意图

因为

$$v_1 = v_1^+ + v_1^-, \quad v_2 = v_2^+ + v_2^-$$

所以,当端口(2)接匹配负载,即 $v_2^+ = 0$ 时,有

$$v_1 = v_1^+ + s_{11}v_1^+ = (1 + s_{11})v_1^+, \quad v_2 = v_2^-$$

于是得

$$v_1^+ = \frac{v_1}{1+s_{11}}, \quad v_2 = v_2^-$$

因此

$$s_{21} = \left.\frac{v_2^-}{v_1^+}\right|_{v_2^+=0} = \frac{v_2}{\dfrac{v_1}{1+s_{11}}} = (1+s_{11})\,n = \left(1+\frac{1-n^2}{1+n^2}\right)n = \frac{2n}{1+n^2}$$

采用与 s_{11} 相似的求解方法可得

$$s_{22} = \Gamma_2 \,|_{v_1^+=0} = \frac{n^2-1}{n^2+1}$$

采用与 s_{21} 相似的求解方法可得

$$s_{12} = \frac{2n}{1+n^2}$$

或由网络的可逆性求解,即

$$s_{12} = s_{21} = \frac{2n}{1+n^2}$$

于是,变比为 $1:n$ 的理想变压器的散射参量矩阵为

$$[\boldsymbol{s}] = \begin{bmatrix} \dfrac{1-n^2}{1+n^2} & \dfrac{2n}{1+n^2} \\ \dfrac{2n}{1+n^2} & \dfrac{n^2-1}{1+n^2} \end{bmatrix}$$

值得一提的是,在求解 s_{21} 时运用了 s_{11} 的结果,因为二者条件相同,即均需要端口(2)接匹配负载。若由 s_{11} 直接求 s_{12} 就行不通了。因为 s_{12} 与 s_{22} 条件相同,均需端口(1)接匹配负载,故欲求 s_{12} 需先求 s_{22}。由此可见,在 s 参数的求解过程中要注意求解顺序。

类似可得其他电路单元的网络参量,如表 5.3-2 所示。

网络参量还可以通过测量的方法得到。下面介绍互易二端口网络 s 参量的测量方法[8]。

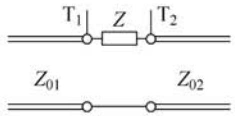
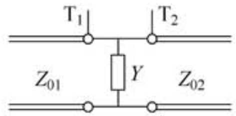
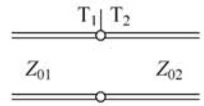
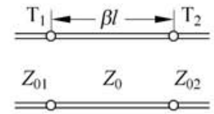
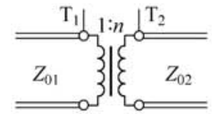
对于互易网络,$s_{12}=s_{21}$,故只有三个独立的 s 参量。由式(5.3-19)可知,如在网络的输出端依次接入已知的三种负载,分别测出输入端口的三个反射系数,就可求出全部 s 参量。

测量系统示意图如图 5.3-8 所示。在待测网络的输出端分别接入匹配负载($\Gamma_L=0$)、短路负载(用短路活塞实现,$\Gamma_L=-1$)和开路负载(用短路活塞和一段 $\lambda_g/4$ 线实现,$\Gamma_L=1$),并在输入端分别测出对应的反射系数 Γ_{in}、Γ_s 和 Γ_o。将此三组数据代入式(5.3-19)可求得

$$\begin{cases} s_{11} = \Gamma_{in} \\ s_{22} = \dfrac{\Gamma_o + \Gamma_s - 2\Gamma_{in}}{\Gamma_o - \Gamma_s} \\ s_{12} = \dfrac{2(\Gamma_o - \Gamma_{in})(\Gamma_{in} - \Gamma_s)}{\Gamma_o - \Gamma_s} \end{cases} \tag{5.3-29}$$

上述测量方法在微波测量中称为三点法。该法简单方便,但误差较大。

表 5.3-2　基本电路单元的网络参量

					
$[A]$	$\begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \cos\beta l & jZ_0\sin\beta l \\ \dfrac{j\sin\beta l}{Z_0} & \cos\beta l \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dfrac{1}{n} & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix}$
$[a]$	$\begin{bmatrix} \sqrt{\dfrac{Z_{02}}{Z_{01}}} & \dfrac{Z}{\sqrt{Z_{01}Z_{02}}} \\ 0 & \sqrt{\dfrac{Z_{01}}{Z_{02}}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \sqrt{\dfrac{Z_{02}}{Z_{01}}} & 0 \\ Y\sqrt{Z_{01}Z_{02}} & \sqrt{\dfrac{Z_{01}}{Z_{02}}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \sqrt{\dfrac{Z_{02}}{Z_{01}}} & 0 \\ 0 & \sqrt{\dfrac{Z_{01}}{Z_{02}}} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \sqrt{\dfrac{Z_{02}}{Z_{01}}}\cos\beta l & j\dfrac{Z_0\sin\beta l}{\sqrt{Z_{01}Z_{02}}} \\ j\dfrac{\sqrt{Z_{01}Z_{02}}\sin\beta l}{Z_0} & \sqrt{\dfrac{Z_{01}}{Z_{02}}}\cos\beta l \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dfrac{1}{n}\sqrt{\dfrac{Z_{02}}{Z_{01}}} & 0 \\ 0 & n\sqrt{\dfrac{Z_{01}}{Z_{02}}} \end{bmatrix}$
$[s]$ $(Z_{01}=Z_{02}=Z_0)$	$\begin{bmatrix} \dfrac{z}{2+z} & \dfrac{2}{2+z} \\ \dfrac{2}{2+z} & \dfrac{z}{2+z} \end{bmatrix} \left(z=\dfrac{Z}{Z_0}\right)$	$\begin{bmatrix} \dfrac{-y}{2+y} & \dfrac{2}{2+y} \\ \dfrac{2}{2+y} & \dfrac{-y}{2+y} \end{bmatrix}$ $\left(y=\dfrac{Y}{Y_0}=YZ_0\right)$	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & e^{-j\beta l} \\ e^{-j\beta l} & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \dfrac{1-n^2}{1+n^2} & \dfrac{2n}{1+n^2} \\ \dfrac{2n}{1+n^2} & \dfrac{n^2-1}{1+n^2} \end{bmatrix}$

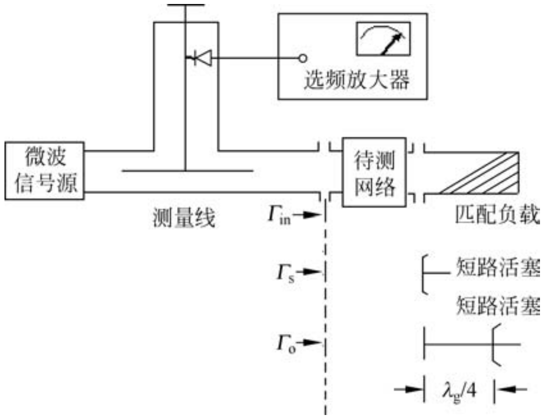


图 5.3-8　s 参数三点测量法测量系统示意图

5.3.6　参考面移动时网络参量的变化

以上所述的各种网络参量都是对选定的参考面而言的。当参考面移动以后，网络参量将发生变化，可以说此时它已变成另外一个网络了。如果以总电压、总电流作为端口的状态变量，则当参考面移动时，它们将发生复杂的变化，从而使网络的 Z、Y、A 参量也将发生复杂的变化；而如果以归一化入、反射波电压作为状态变量，则当参考面移动时仅仅是归一化入、反射波电压的相角发生变化，其大小并不变，网络的 s、t 参量只发生简单的变化，因此，此时采用 s 参量和 t 参量分析较方便。

如果网络原来的参考面为 T_1、T_2（如图 5.3-9 所示），对应此参考面的散射参量为$[s]$，即

$$\begin{cases} v_1^- = s_{11}v_1^+ + s_{12}v_2^+ \\ v_2^- = s_{21}v_1^+ + s_{22}v_2^+ \end{cases} \tag{5.3-30}$$

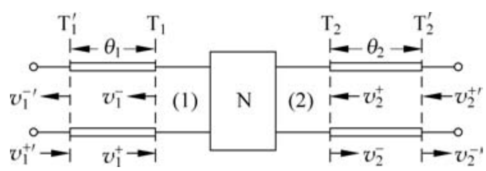


图 5.3-9　网络的参考面移动

当参考面 T_1、T_2 分别往外移动 $\theta_1=\beta l_1$、$\theta_2=\beta l_2$ 的电长度以后，对应新的参考面 T_1'、T_2'，散射参量为$[s']$，即

$$\begin{cases} v_1^{-\prime} = s_{11}'v_1^{+\prime} + s_{12}'v_2^{+\prime} \\ v_2^{-\prime} = s_{21}'v_1^{+\prime} + s_{22}'v_2^{+\prime} \end{cases} \tag{5.3-31}$$

由于入、反射波均为行波，因此有

$$v_1^{-\prime} = v_1^- \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\theta_1} \qquad v_2^{-\prime} = v_2^- \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\theta_2}$$

$$v_1^{+\prime} = v_1^+ \mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_1} \qquad v_2^{+\prime} = v_2^+ \mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_2}$$

将以上各式代入式(5.3-31)，得

$$\begin{cases} v_1^- \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\theta_1} = s_{11}'v_1^+ \mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_1} + s_{12}'v_2^+ \mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_2} \\ v_2^- \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\theta_2} = s_{21}'v_1^+ \mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_1} + s_{22}'v_2^+ \mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_2} \end{cases}$$

整理得

$$\begin{cases} v_1^- = s'_{11} e^{j2\theta_1} v_1^+ + s'_{12} e^{j(\theta_1+\theta_2)} v_2^+ \\ v_2^- = s'_{21} e^{j(\theta_1+\theta_2)} v_1^+ + s'_{22} e^{j2\theta_2} v_2^+ \end{cases}$$

将上式与式(5.3-30)比较系数得

$$s'_{11} e^{j2\theta_1} = s_{11} \qquad s'_{12} e^{j(\theta_1+\theta_2)} = s_{12}$$

$$s'_{21} e^{j(\theta_1+\theta_2)} = s_{21} \qquad s'_{22} e^{j2\theta_2} = s_{22}$$

于是得参考面移动后网络的 s 参数为

$$[s'] = \begin{bmatrix} s_{11} e^{-j2\theta_1} & s_{12} e^{-j(\theta_1+\theta_2)} \\ s_{21} e^{-j(\theta_1+\theta_2)} & s_{22} e^{-j2\theta_2} \end{bmatrix} \tag{5.3-32}$$

可见,当参考面移动时,各参量的模不变,只是相角做简单的变化。若参考面不是向外移动而是向内移动,则相应的 θ_i 取负值即可。

实际中若需要知道参考面移动后其他参量的变化情况,可以由$[s']$,并利用表 5.3-1 中的换算关系式得出。

5.4 二端口网络的组合

实际的微波系统往往是由多个简单的网络经过一定的组合方式组合而成的。二端口微波网络的基本组合方式有级联、并联-并联和串联-串联三种(如图 5.4-1 所示)。不论哪种组合方式,最终都可等效为一个组合的二端口网络,且该组合网络的网络参量可由各子网络的网络参量导出。

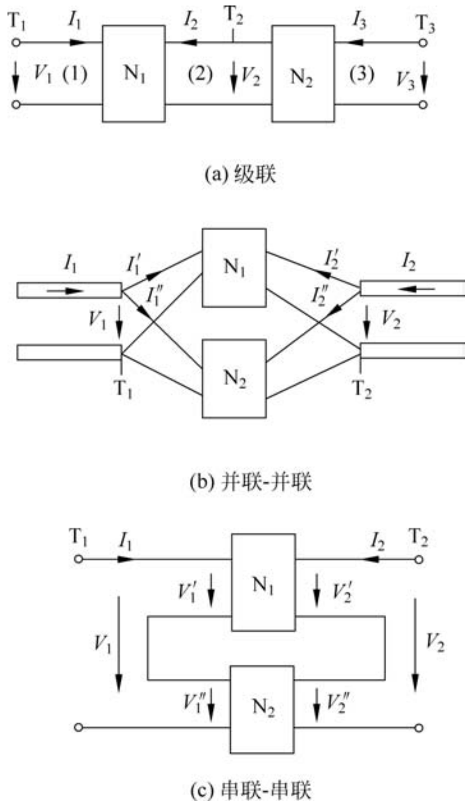


图 5.4-1 二端口网络的三种组合方式

1. 级联

网络 N_1、N_2 以级联(Cascade)方式连接时如图 5.4-1(a)所示。若网络 N_1、N_2 的转移参量矩阵方程分别为

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}_1 \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}_2 \begin{bmatrix} V_3 \\ -I_3 \end{bmatrix}$$

由此得

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}_1 \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}_2 \begin{bmatrix} V_3 \\ -I_3 \end{bmatrix}$$

故组合二端口网络的转移参量矩阵为

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}_1 \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}_2$$

或简写成

$$[A]=[A]_1[A]_2 \tag{5.4-1a}$$

以此类推,若转移参量矩阵分别为$[A]_1,[A]_2,\cdots,[A]_n$ 的 n 个二端口网络级联,则组合二端口网络的转移参量矩阵为

$$[A]=[A]_1[A]_2\cdots[A]_n \tag{5.4-1b}$$

分析级联网络除用$[A]$外,还可用$[t]$。传输参量矩阵分别为$[t]_1,[t]_2,\cdots,[t]_n$ 的 n 个二端口网络级联时,其组合二端口网络的$[t]$为

$$[t]=[t]_1[t]_2\cdots[t]_n \tag{5.4-2}$$

2. 并联-并联

网络 N_1、N_2 以并联-并联(Parallel Connection)组合方式连接时如图 5.4-1(b)所示。若网络 N_1、N_2 的导纳矩阵方程为

$$\begin{bmatrix}I'_1\\I'_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Y_{11}&Y_{12}\\Y_{21}&Y_{22}\end{bmatrix}_1\begin{bmatrix}V_1\\V_2\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}I''_1\\I''_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Y_{11}&Y_{12}\\Y_{21}&Y_{22}\end{bmatrix}_2\begin{bmatrix}V_1\\V_2\end{bmatrix}$$

因 $I_1=I'_1+I''_1$,$I_2=I'_2+I''_2$,故组合二端口网络的导纳矩阵方程为

$$\begin{bmatrix}I_1\\I_2\end{bmatrix}=\left(\begin{bmatrix}Y_{11}&Y_{12}\\Y_{21}&Y_{22}\end{bmatrix}_1+\begin{bmatrix}Y_{11}&Y_{12}\\Y_{21}&Y_{22}\end{bmatrix}_2\right)\begin{bmatrix}V_1\\V_2\end{bmatrix}$$

也可简写成

$$[\boldsymbol{I}]=([Y]_1+[Y]_2)[V]$$

故组合网络的导纳矩阵为

$$[\boldsymbol{Y}]=[Y]_1+[Y]_2 \tag{5.4-3a}$$

同样,导纳参量矩阵分别为$[\boldsymbol{Y}]_1,[\boldsymbol{Y}]_2,\cdots,[\boldsymbol{Y}]_n$ 的 n 个二端口网络并联-并联连接时,组合二端口网络的导纳参量矩阵为

$$[\boldsymbol{Y}]=[Y]_1+[Y]_2+\cdots+[Y]_n \tag{5.4-3b}$$

3. 串联-串联

网络 N_1、N_2 以串联-串联(In Series)方式组合连接时如图 5.4-1(c)所示。若网络 N_1、N_2 的阻抗参量矩阵方程为

$$\begin{bmatrix}V'_1\\V'_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Z_{11}&Z_{12}\\Z_{21}&Z_{22}\end{bmatrix}_1\begin{bmatrix}I_1\\I_2\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}V''_1\\V''_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Z_{11}&Z_{12}\\Z_{21}&Z_{22}\end{bmatrix}_2\begin{bmatrix}I_1\\I_2\end{bmatrix}$$

则因 $V_1=V'_1+V''_1$,$V_2=V'_2+V''_2$,故组合二端口网络的阻抗参量矩阵方程为

$$\begin{bmatrix}V_1\\V_2\end{bmatrix}=\left(\begin{bmatrix}Z_{11}&Z_{12}\\Z_{21}&Z_{22}\end{bmatrix}_1+\begin{bmatrix}Z_{11}&Z_{12}\\Z_{21}&Z_{22}\end{bmatrix}_2\right)\begin{bmatrix}I_1\\I_2\end{bmatrix}$$

或简写成

$$[V]=([Z]_1+[Z]_2)\,[I]$$

故组合网络的阻抗参量矩阵为

$$[Z]=[Z]_1+[Z]_2 \tag{5.4-4a}$$

同样，阻抗参量矩阵分别为$[Z]_1,[Z]_2,\cdots,[Z]_n$ 的 n 个二端口网络串联-串联连接时，组合二端口网络的阻抗参量矩阵为

$$[Z]=[Z]_1+[Z]_2+\cdots+[Z]_n \tag{5.4-4b}$$

5.5 微波网络的工作特性参量

表征网络对外加微波信号变换作用的物理量称为网络的工作特性参量。网络的工作特性参量是在一定的端口条件下定义的，它与网络参量有一定的关系。二端口网络的主要工作特性参量有电压传输系数、插入衰减、回波损耗、插入相移、插入驻波比，下面以图 5.5-1 为例分别介绍。

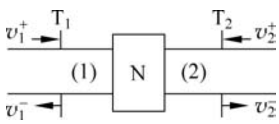


图 5.5-1 二端口网络

1. 电压传输系数

电压传输系数(Voltage Transmission Coefficient)是指输出端口接匹配负载时，输出端口归一化反射波电压与输入端口归一化入射波电压之比，即电压传输系数 T 定义为

$$T=\left.\frac{v_2^-}{v_1^+}\right|_{v_2^+=0} \tag{5.5-1}$$

由散射参量的定义可知

$$T=s_{21} \tag{5.5-2}$$

由表 5.3-1 可知，T 也可用 a 参量表示为

$$T=\frac{2}{a_{11}+a_{12}+a_{21}+a_{22}} \tag{5.5-3}$$

这里必须注意，定义 T 时输出端口接匹配负载这一限制条件。如果没有这一限制条件，那么传输系数就不是一个确定的量，它将随终端负载的变化而变化，而不再单纯表征网络本身的工作特性。

2. 插入衰减

当网络输出端接匹配负载时，输入端口的入射波功率与负载接收的功率之比称为网络的插入衰减(Insert Attenuation)或插入损耗(Insert Loss)，其定义式为

$$L=\left.\frac{P_{\mathrm{i}}}{P_{\mathrm{L}}}\right|_{v_2^+=0} \tag{5.5-4}$$

由归一化条件可知

$$P_{\mathrm{i}}=|v_1^+|^2,\quad P_{\mathrm{L}}=|v_2^-|^2$$

因此

$$L=\left.\frac{|v_1^+|^2}{|v_2^-|^2}\right|_{v_2^+=0}=\frac{1}{|s_{21}|^2}=\frac{1}{|T|^2} \tag{5.5-5}$$

为了看清网络插入衰减产生的原因，可以把式(5.5-5)改写为

$$L=10\lg\frac{1-|s_{11}|^2}{|s_{21}|^2}+10\lg\frac{1}{1-|s_{11}|^2}=L_1+L_2 \tag{5.5-6}$$

式(5.5-6)表明，插入衰减是由两部分组成的，第一部分是由网络损耗引起的吸收衰减。当

网络无耗时，由散射参量的幺正性可知，$|s_{21}|^2=1-|s_{11}|^2$，即第一项 $L_1=0$，第二项表示由于输入端口不匹配所引起的反射衰减，当输入端口匹配时，$|s_{11}|=0$，$L_2=0$。

网络的插入衰减还可用 a 参量表示为

$$L=\frac{|a_{11}+a_{12}+a_{21}+a_{22}|^2}{4} \tag{5.5-7}$$

3. 回波损耗

当网络输入端失配时，输入的能量中会有一部分被反射回来，形成损耗，这种损耗称为回波损耗(Return Loss)。目前，在不同的应用场合，回波损耗可能会有以下两种不同的定义方式：

① 定义回波损耗为入射波功率与反射波功率之比，并用分贝值表示为

$$RL=10\lg\frac{P_{\mathrm{i}}}{P_{\mathrm{r}}}=-10\lg|\Gamma|^2=-20\lg|\Gamma| \tag{5.5-8a}$$

当网络输出端口接匹配负载时，回波损耗可用 s 参数表示为

$$RL=10\lg\frac{P_{\mathrm{i}}}{P_{\mathrm{r}}}=-20\lg|s_{11}| \tag{5.5-8b}$$

② 定义回波损耗为反射波功率与入射波功率之比，并用分贝值表示为

$$RL=10\lg\frac{P_{\mathrm{r}}}{P_{\mathrm{i}}}=10\lg|\Gamma|^2=20\lg|\Gamma| \tag{5.5-9a}$$

当网络输出端口接匹配负载时，回波损耗可用 s 参数表示为

$$RL=10\lg\frac{P_{\mathrm{r}}}{P_{\mathrm{i}}}=20\lg|s_{11}| \tag{5.5-9b}$$

第二种方式(式(5.5-9a)和式(5.5-9b))定义的回波损耗分贝值为负值。回波损耗越小，表明反射引起的功率损耗就越小，故本书采用这种定义方式。实际中，通常要求工作频带内的回波损耗小于−10dB，即反射的功率小于输入功率的1/10，反射系数小于0.3162，相应的驻波比小于1.925。

4. 插入相移

插入相移(Insert Phase Shift)是指当网络输出端口接匹配负载时，输出端口输出波对输入端口入射波的相移，因此插入相移 θ 也就是电压传输系数的相角，即

$$\theta=\arg T=\arg s_{21} \tag{5.5-10}$$

式中符号 arg 的意义是取其后面的复数 T(或 s_{21})的相角。

5. 插入驻波比

插入驻波比(Insert Standing Wave Ratio)是指当网络的输出端接匹配负载时输入端的驻波比。因为当输出端口接匹配负载时，输入端口的电压反射系数 $\Gamma_1=s_{11}$，故驻波比 ρ 可用下式计算

$$\rho=\frac{1+|\Gamma_1|}{1-|\Gamma_1|}=\frac{1+|s_{11}|}{1-|s_{11}|} \tag{5.5-11}$$

或

$$|s_{11}|=\frac{\rho-1}{\rho+1} \tag{5.5-12}$$

对于无耗网络，因为$|s_{21}|^2=1-|s_{11}|^2$，因此

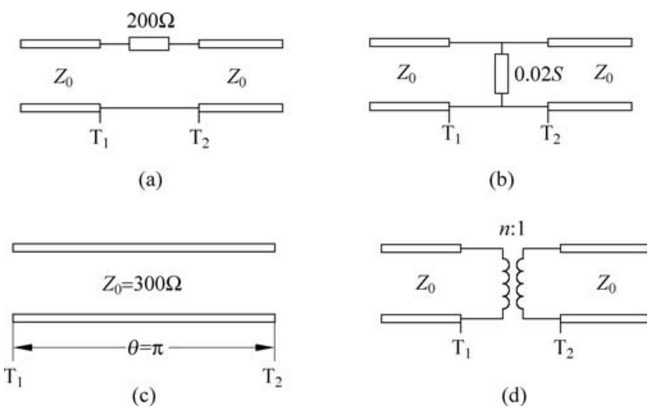
$$L=\frac{1}{|s_{21}|^2}=\frac{1}{1-|s_{11}|^2}=\frac{(\rho+1)^2}{4\rho} \tag{5.5-13}$$

上式表明，无耗二端口网络的插入衰减L和插入驻波比ρ并不是两个彼此独立的工作特性参量，这是因为无耗网络的衰减是由反射引起的，而驻波比是描述反射状态的量。

由上述讨论可见，二端口微波网络的五个工作特性参量T、L、RL、θ和ρ均与前面介绍的网络参量有关。在不同的微波网络中，上述五个工作特性参量的用途不同，主次地位也不相同，而且各工作特性参量之间有一定的矛盾，往往需要折中考虑。

习题

5.1 求题5.1图所示由参考面T_1、T_2所确定的网络的转移参量矩阵[$\boldsymbol{A}$]。

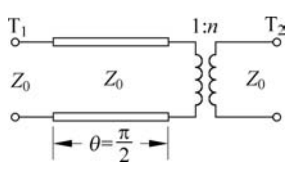


题5.1图

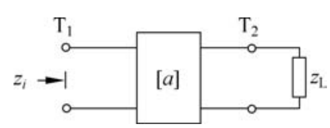
5.2 求题5.2图所示由参考面T_1、T_2所确定的网络的散射参量矩阵[$\boldsymbol{s}'$]。

5.3 已知题5.3图所示二端口网络的归一化转移参量矩阵$[\boldsymbol{a}]=\begin{bmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{bmatrix}$，参考面$T_2$处接归一化负载$z_L$。试证明参考面$T_1$处的归一化输入阻抗为

$$z_i=\frac{a_{11}z_L+a_{12}}{a_{21}z_L+a_{22}}$$



题5.2图



题5.3图

5.4 已知二端口网络的转移参量矩阵为

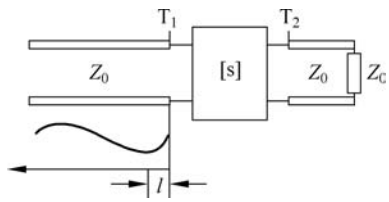
$$[\boldsymbol{A}]=\begin{bmatrix}0 & jZ_0\\ j/Z_0 & 0\end{bmatrix}$$

两个端口外接传输线的特性阻抗均为 Z_0。求该二端口网络的归一化阻抗参量矩阵[$\boldsymbol{z}$]、归一化导纳参量矩阵[$\boldsymbol{y}$]及散射参量矩阵[$\boldsymbol{s}$]。

5.5　如题 5.5 图所示，一个可逆、对称、无耗二端口网络参考面 T_2 处接匹配负载，测得离参考面 T_1 距离为 $l=0.125\lambda_p$ 处是电压波节点，驻波比 $\rho=1.5$，试求

(1) 此二端口网络的散射参量矩阵[$\boldsymbol{s}$]；

(2) 此二端口网络的插入衰减 L、回波损耗 RL、插入驻波比 ρ 和插入相移 θ。

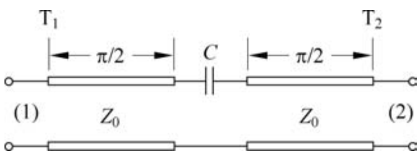


题 5.5 图

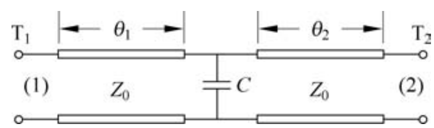
5.6　试用网络参量法证明第 3 章中介绍的一段传输线与 T 形电路的等效关系式(3.3-26)和与 Π 形电路的等效关系式(3.3-27)。

5.7　试求题 5.7 图所示以 T_1-T_2 为参考面的网络的[$\boldsymbol{A}$]。

5.8　试求题 5.8 图所示以 T_1-T_2 为参考面的网络的归一化散射参量矩阵。

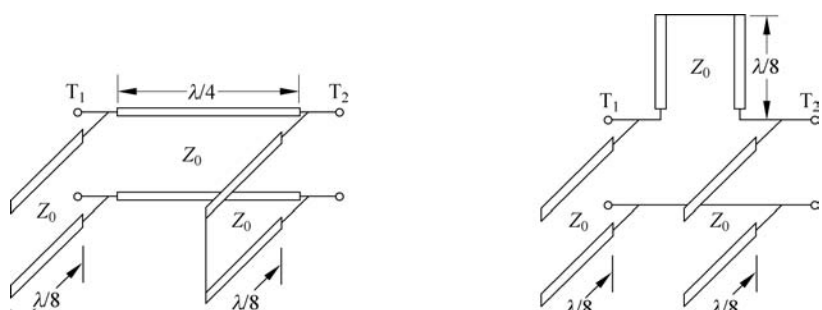


题 5.7 图



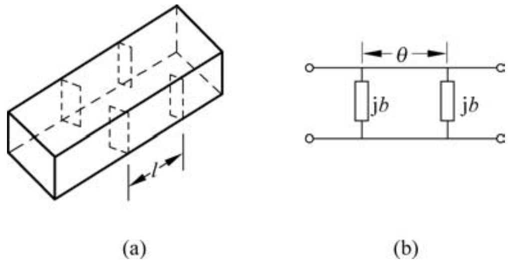
题 5.8 图

5.9　求题 5.9 图所示参考面 T_1-T_2 所确定的网络的转移参量矩阵。



题 5.9 图

5.10　均匀波导中设置有两组间距为 l 的金属膜片，如题 5.10 图(a)所示，其等效电路如题 5.10 图(b)所示。试推导 TE_{10} 波通过两个膜片组成的网络时的插入衰减和回波损耗的计算公式，并讨论此双膜片网络所引入插入衰减最小的条件和不产生附加反射的条件。图中，$\theta=2\pi l/\lambda_g$。



题 5.10 图

5.11 已知某二端口网络有如下散射参量矩阵

$$[\boldsymbol{s}]=\begin{bmatrix}0.15\angle 0^\circ & 0.85\angle -45^\circ \\ 0.85\angle 45^\circ & 0.2\angle 0^\circ\end{bmatrix}$$

(1) 试判断该网络是不是互易网络？是不是无耗网络？

(2) 若端口(2)接有匹配负载,则从端口(1)看入的回波损耗为多少？

(3) 若端口(2)短路,则从端口(1)看入的回波损耗又为多少？