5

数字信号的基带传输

5.1 引言

数字通信系统的任务是传输数字信息，数字信息可能来自数据终端设备的原始数据信号，也可能来自模拟信号经数字化处理后的脉冲编码信号。

由于数字信息只有有限个可能取值，所以通常用幅度为有限个离散取值的脉冲表示。例如用幅度为 A 的矩形脉冲表示 1，用幅度为 $-A$ 的矩形脉冲表示 0。这种脉冲信号被称为数字基带信号，这是因为它们所占据的频带通常从直流和低频开始。在某些有线信道中，特别是在传输距离不太远的情况下，数字基带信号可以直接传输，这种传输方式称为数字信号的基带传输。例如，在本地局域网内利用双绞线进行计算机数据通信，或者利用中继方式在长距离上直接传输 PCM 信号等。但大多数实际信道都是带通型的，所以必须先用数字基带信号对载波进行调制，形成数字调制信号后再进行传输，这种传输方式称为数字信号的调制传输或载波传输。

虽然在多数情况下必须使用数字调制传输系统，但是对数字基带传输系统的研究仍是十分必要的。因为基带传输本身是一种重要的传输方式，而且随着数字通信技术的发展，基带传输方式也有迅速发展的趋势。目前，它不仅用于低速数据传输，还逐步用于高速数据传输。另外，调制传输与基带传输有着紧密的联系。如果把调制和解调过程看作广义信道的一部分，则任何数字传输均可等效为基带传输系统，因此掌握数字信号的基带传输原理是十分重要的。

5.2 数字基带信号的码型

5.2.1 数字基带信号的码型设计原则

数字基带信号是数字信息的电脉冲表示，电脉冲的形式称为码型。通常把数字信息的电脉冲表示过程称为码型编码或码型变换，在有线信道中传输的数字基带信号又称为线路传输码型。由码型还原为数字信息称为码型译码。

不同的码型具有不同的频域特性，合理地设计码型使之适合于给定信道的传输特性，是基带传输首先要考虑的问题。对于码型的选择，通常要考虑以下的因素：

(1) 对于传输频带低端受限的信道，线路传输码型的频谱中应不含有直流分量。

(2) 信号的抗噪声能力强。产生误码时，在译码中产生的误码扩散或误码增值越小越好。

(3) 便于从信号中提取位定时信息。

(4) 尽量减少基带信号频谱中的高频分量，以节省传输频带并减小串扰。

(5) 编译码的设备应尽量简单。

数字基带信号的码型种类很多，并不是所有的码型都能满足上述要求，往往是根据实际需要进行选择。本节将介绍一些目前应用广泛的重要码型。

5.2.2 二元码

最简单的二元码基带信号的波形为矩形波，幅度取值只有两种电平，分别对应于二进制码 1 和 0。常用的几种二元码的波形如图 5-1 所示。

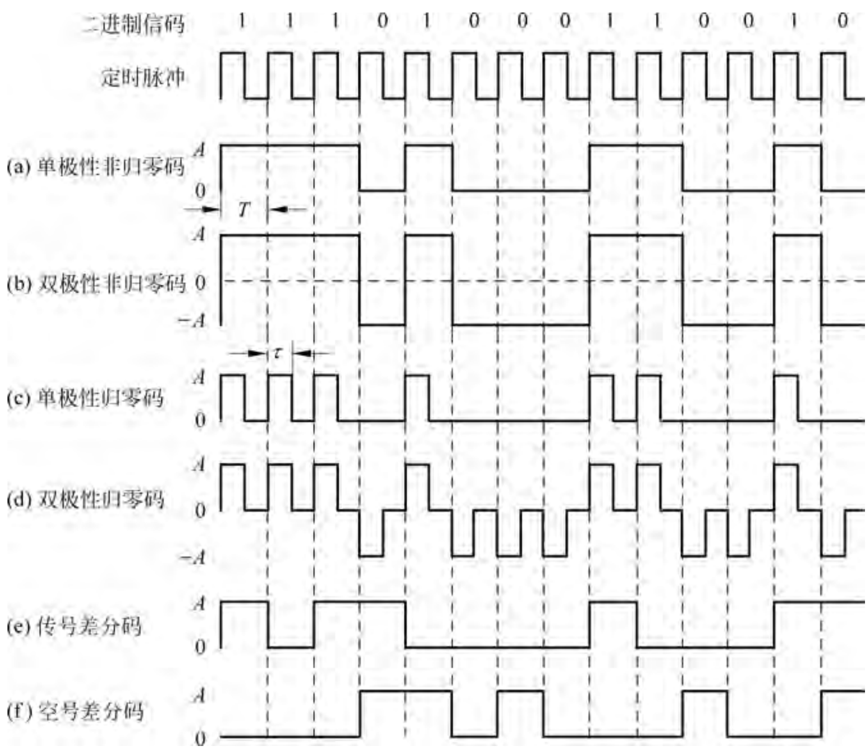


图 5-1 几种常用的二元码波形

1. 单极性非归零码(图 5-1(a))

用高电平和低电平(常为零电平)两种取值分别表示二进制码 1 和 0，在整个码元期间电平保持不变，此种码通常记作 NRZ 码。这是一种最简单最常用的码型。很多终端设备输出的都是这种码，因为一般终端设备都有一端是固定的 0 电位，因此输出单极性码最为方便。

2. 双极性非归零码(图 5-1(b))

用正电平和负电平分别表示 1 和 0，在整个码元期间电平保持不变。双极性码无直流成分，可以在电缆等无接地的传输线上传输，因此得到了较多的应用。

3. 单极性归零码(图 5-1(c))

此码常记作 RZ 码。与单极性非归零码不同,RZ 码发送 1 时高电平在整个码元期间 T 内只持续一段时间 τ,在其余时间则返回到零电平,发送 0 时用零电平表示。τ/T 称为占空比,通常使用半占空码。单极性归零码可以直接提取位定时信号,是其他码型提取位定时信号时需要采用的一种过渡码型。

4. 双极性归零码(图 5-1(d))

用正极性的归零码和负极性的归零码分别表示 1 和 0。这种码兼有双极性和归零的特点。虽然它的幅度取值存在三种电平,但是它用脉冲的正负极性表示两种信息,因此通常仍归入二元码。

以上四种码型是最简单的二元码,它们的功率谱中有丰富的低频乃至直流分量,因此它们不能适应有交流耦合的传输信道。另外,当信息中出现长 1 串或长 0 串时,非归零码呈现连续的固定电平,无电平跃变,也就没有定时信息。单极性归零码在出现连续 0 时也存在同样的问题。这些码型还存在的另一个问题是,信息 1 与 0 分别独立地对应于某个传输电平,相邻信号之间取值独立,不存在任何制约,因此基带信号不具有检测错误的能力。由于以上这些原因,这些码型通常只用于机内和近距离的传输。

矩形波的功率谱由连续谱和离散谱组成,归一化的连续谱如图 5-2 所示,其分布似花瓣状,在功率谱的第一个过零点之内的花瓣最大,称为主瓣,其余的称为旁瓣。主瓣内集中了信号的绝大部分功率,所以主瓣的宽度可以作为信号的近似带宽,通常称为谱零点带宽。

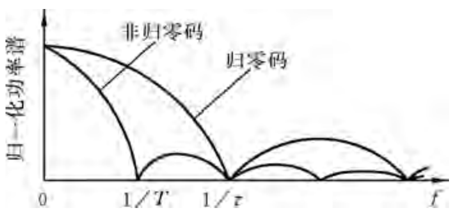


图 5-2　常用二元码功率谱中的连续谱

5. 差分码(图 5-1(e),(f))

在差分码中,1 和 0 分别用电平的跳变或不变来表示。在电报通信中,常把 1 称为传号,把 0 称为空号。若用电平跳变表示 1,称为传号差分码。若用电平跳变表示 0,则称为空号差分码。传号差分码和空号差分码分别记作 NRZ(M)和 NRZ(S)。

差分码并未解决简单二元码所存在的问题,但是这种码型与信息 1 和 0 之间不是绝对的对应关系,而只具有相对的关系,因此它可以用来解决相移键控信号解调时的相位模糊的问题(见 6.1.4 节)。由于差分码中电平只具有相对意义,所以又称为相对码。

6. 数字双相码(图 5-3(a))

数字双相码又称分相码或曼彻斯特(Manchester)码。它用一个周期的方波表示 1,用它的反相波形表示 0,并且都是双极性非归零脉冲。这样就等效于用 2 位码表示信息中的 1 位码。一种规定是用 10 表示 0,用 01 表示 1。

因为双相码在每个码元间隔的中心都存在电平跳变,所以有丰富的位定时信息,而且不受信源统计特性的影响。在这种码中正、负电平各占一半,因而不存在直流分量。另外,00 和 11 是禁用码组,这样就不会出现 3 个或更多的连码,利用这个特性可用来宏观检错。以上这些优点是用频带加倍来换取的。双相码适用于数据终端设备在短距离上的传输,在本地数据网中采用该码型作为传输码型,最高信息速率可达 10Mbit/s。

7. 密勒码(图 5-3(b))

密勒码又称延迟调制,它是数字双相码的一种变形。在这种码中,1 用码元间隔中心出现跃变表示,即用 10 或 01 表示。0 有两种情况:单 0 时在码元间隔内不出现电平跃变,而且在与相邻码元的边界处也无跃变;出现连 0 时,在两个 0 的边界处出现电平跃变,即 00 与 11 交替。这样,当两个 1 之间有一个 0 时,则在第一个 1 的码元中心与第二个 1 的码元中心之间无电平跳变,此时密勒码中出现最大宽度 $2T$,即两个码元周期。换言之,该码不会出现多于 4 个连码的情况,这个性质可用于宏观检错。

比较图 5-3(a)和(b) 可知,数字双相码的上升沿正好对应于密勒码的跃变沿,因此,用数字双相码去触发双稳电路,即可输出密勒码。密勒码实际上是双相码的差分形式。密勒码最初用于气象卫星和磁记录,现也用于其他场合。

8. 传号反转码(图 5-3(c))

传号反转码记作 CMI 码,与数字双相码类似,也是一种双极性二电平非归零码。在 CMI 码中,1 交替地用 00 和 11 两位码表示,而 0 则固定地用 01 表示。

CMI 码没有直流分量,但有频繁出现的波形跳变,便于恢复定时信号。又由于 10 为禁用码组,不会出现 3 个以上的连码,这个规律可用来作宏观检测。

由于 CMI 码易于实现,且具有上述特点,因此在高次群脉冲编码终端设备中广泛用作接口码型,在光纤传输系统中也有时用作线路传输码型。

在数字双相码、密勒码和 CMI 码中,原始的二元码在编码后都用一组 2 位的二元码来表示,因此这类码又称为 1B2B 码型。

5.2.3 三元码

三元码指的是用信号幅度的三种取值表示二进制码,三种幅度的取值为:$+A$,0,$-A$,或记作$+1$,0,-1。这种表示方法通常不是由二进制到三进制的转换,而是某种特定取代关系,所以三元码又称为准三元码或伪三元码。三元码种类很多,被广泛地用作脉冲编码调制的线路传输码型。

1. 传号交替反转码(图 5-4(a))

传号交替反转码常记作 AMI 码。在 AMI 码中,二进制码 0 用 0 电平表示,二进制码 1 交替地用$+1$和-1的半占空归零码表示,如图 5-4(a)所示。

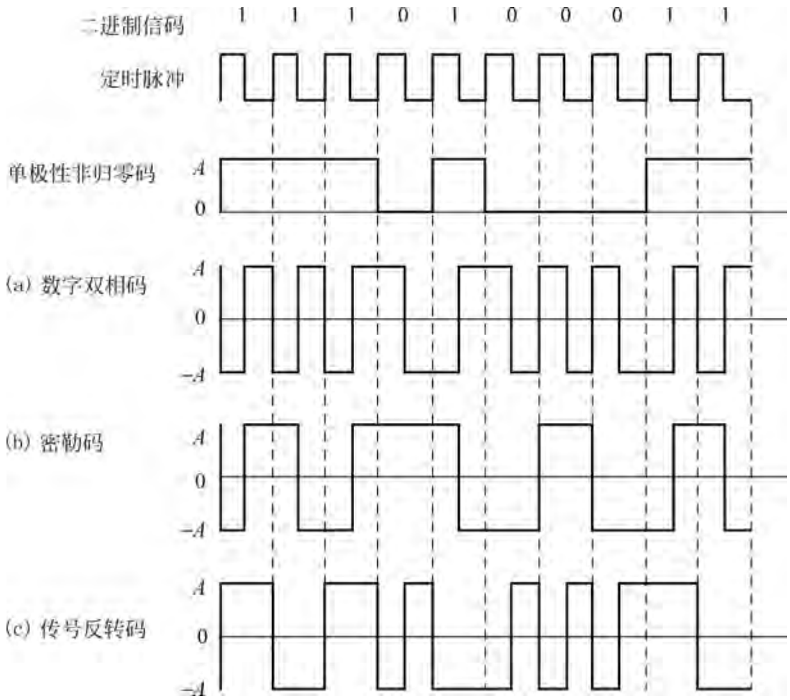


图 5-3　1B2B 码波形

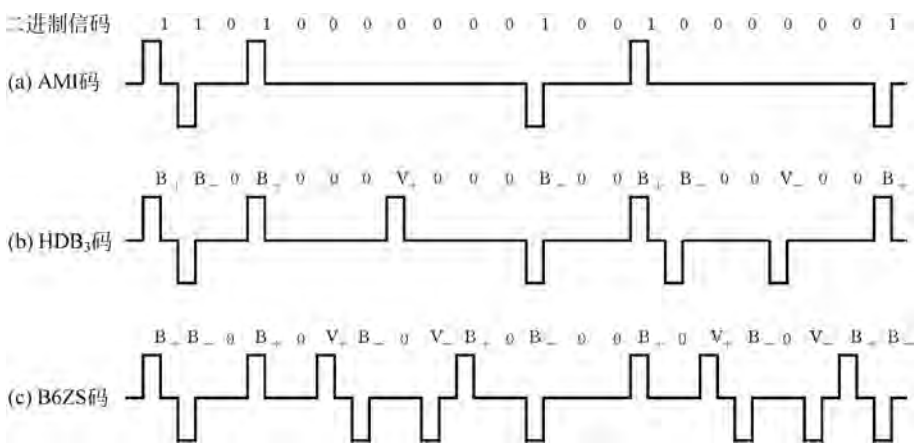


图 5-4　三元码波形

AMI 码的功率谱中无直流分量，低频分量较小，能量集中在频率为 1/2 码速处，如图 5-5 所示。位定时频率分量虽然为 0，但只要将基带信号经全波整流变为单极性归零码，便可提取位定时信号。利用传号交替反转规则，在接收端如果发现有破坏该规则的脉冲时，说明传输中出现错误，因此编码规则可用作宏观监视之用。AMI 码是目前最常用的传输码型之一。

当信息中出现连 0 码时，由于 AMI 码中长时间不出现电平跳变，因而定时提取遇到困难。

在实际使用 AMI 码时,工程上还有相关的规定,以弥补 AMI 码在定时提取方面的不足。

2. n 阶高密度双极性码

n 阶高密度双极性码记作 HDB_n 码,可看作 AMI 码的一种改进型。使用这种码型的目的是解决原信码中出现连 0 串时所带来的问题。HDB_n 码中应用最广泛的是 HDB_3 码。在 HDB_3 码中,每当出现 4 个连 0 码时用取代节 B00V 或 000V 代替,其中 B 表示符合极性交替规律的传号,V 表示破坏极性交替规律的传号,也称为破坏点。当两个相邻 V 脉冲之间的传号数为奇数时,采用 000V 取代节;若为偶数时采用 B00V 取代节。这种选取原则能确保任意两个相邻 V 脉冲间的 B 脉冲数目为奇数,从而使相邻 V 脉冲的极性也满足交替规律。原信码中的传号都用 B 脉冲表示。由 HDB_3 码类推,HDB_n 码的连 0 数被限制为小于或等于 n。

HDB_3 的编码流程可表示为以下三个步骤:

第一步,找到使用取代节的位置,即出现 4 个连 0 码的地方;

第二步,确定使用哪一种类型的取代节,选择的原则是保证相邻 V 脉冲之间的 B 脉冲个数为奇数;

第三步,确定取代节当中 B 脉冲和 V 脉冲的极性,注意 B 脉冲的极性要保持交替反转,而 V 脉冲的极性是破坏极性交替反转规律的。

对于一串给定的码元序列,按照 HDB_3 码的编码原则画出的波形可以有不同的形式。第一位码的极性可正可负,即可随意选择。第一个取代节可用 000V 也可用 B00V,取决于对第一位码元之前的码元的判断。如果认为第一个 4 连 0 之前的取代节为 $000V_+$(或 $B00V_+$),且该取代节与第一个 4 连 0 之间的传号为奇数(或偶数),则第一个取代节取 $000V_-$(或 $B00V_-$)。如果认为第一个 4 连 0 之前的取代节为 $000V_-$(或 $B00V_-$),且该取代节与第一个 4 连 0 之间的传号为奇数(或偶数),则第一个取代节取 $000V_+$(或 $B00V_+$)。图 5-4(b)画出的HDB_3 码波形只是各种情况中的一种。

从 HDB_n 码的规则可知,相邻的 B 脉冲和相邻的 V 脉冲都符合极性交替的规则,因此这种码型无直流分量。利用 V 脉冲的特点,可用作线路差错的宏观检测。最重要的是,HDB_n 码解决了 AMI 码遇连 0 串不能提取定时信号的问题。AMI 码和 HDB_3 码的功率谱如图 5-5 所示,图中还有用虚线画的二元双极性非归零码的功率谱,以示比较。

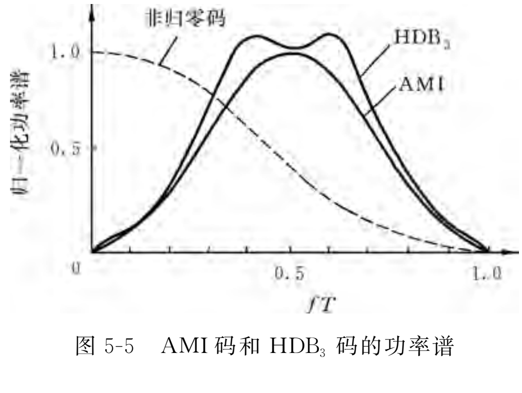


图 5-5 AMI 码和 HDB_3 码的功率谱

HDB_3 码是应用最广泛的码型，四次群以下的 A 律 PCM 终端设备的接口码型均为 HDB_3 码。

3. BNZS 码

BNZS 码是 N 连 0 取代双极性码的缩写。与 HDB_n 码相类似，该码可看作 AMI 码的另一种改进型。当连 0 数小于 N 时，遵从传号极性交替规律，但当连 0 数为 N 或超过 N 时，则用带有破坏点的取代节来替代。常用的是 B6ZS 码，它的取代节为 0VB0VB，该码也有与 HDB_3 码相似的特点。B6ZS 码的波形如图 5-4(c)所示。

5.2.4 多元码

当数字信息有 M 种符号时，称为 M 元码，相应地要用 M 种电平表示它们。因为 $M>2$，所以 M 元码也称多元码。在多元码中，每个符号可以用来表示一个二进制码组。也就是说，对于 n 位二进制码组来说，可以用 $M=2^n$ 元码来传输。与二元码传输相比，在码元速率相同的情况下，它们的传输带宽是相同的，但是多元码的信息传输速率提高到 $\log_2 M$ 倍。

多元码在频带受限的高速数字传输系统中得到了广泛的应用。例如，在综合业务数字网中，数字用户环的基本传输速率为 144kbit/s，若以电话线为传输媒介，所使用的线路码型为四元码 2B1Q。在 2B1Q 中，2 个二进制码元用 1 个四元码表示，如图 5-6 所示。

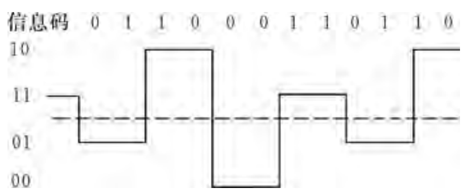


图 5-6 2B1Q 码的波形

多元码通常采用格雷码表示，相邻幅度电平所对应的码组之间只相差 1bit，这样就可以减小在接收时因错误判定电平而引起的误比特率。

多元码不仅用于基带传输，而且更广泛地用于多进制数字调制的传输中，以提高频带利用率。

5.3 数字基带信号的功率谱

5.2 节介绍了典型的数字基带信号的时域波形。从信号传输的角度来看，还需要进一步了解数字基带信号的频域特性，以便在信道中有效地传输。

在实际通信中，被传送的信息是收信者事先未知的，因此数字基带信号是随机的脉冲序列。由于随机信号不能用确定的时间函数表示，也就没有确定的频谱函数，所以只能用功率谱来描述它的频域特性。对于随机脉冲序列，从理论上来说，要先求出随机序

列的自相关函数,然后再求出功率谱公式,但计算过程比较复杂。一种比较简单的方法是从随机过程功率谱的原始定义出发,求出简单码型的功率谱公式。

为了不失一般性,设二进制随机序列1码的基本波形为 $g_1(t)$,0码的基本波形为 $g_2(t)$,如图5-7(a)所示,图中 T_s 为码元宽度。设二进制随机脉冲序列的一个样本如图5-7(b)所示。在前后码元统计独立的条件下,设 $g_1(t)$ 出现的概率为 P,则 $g_2(t)$ 出现的概率为 $1-P$,该随机过程可以表示为

$$g(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} g_n(t) \tag{5-1}$$

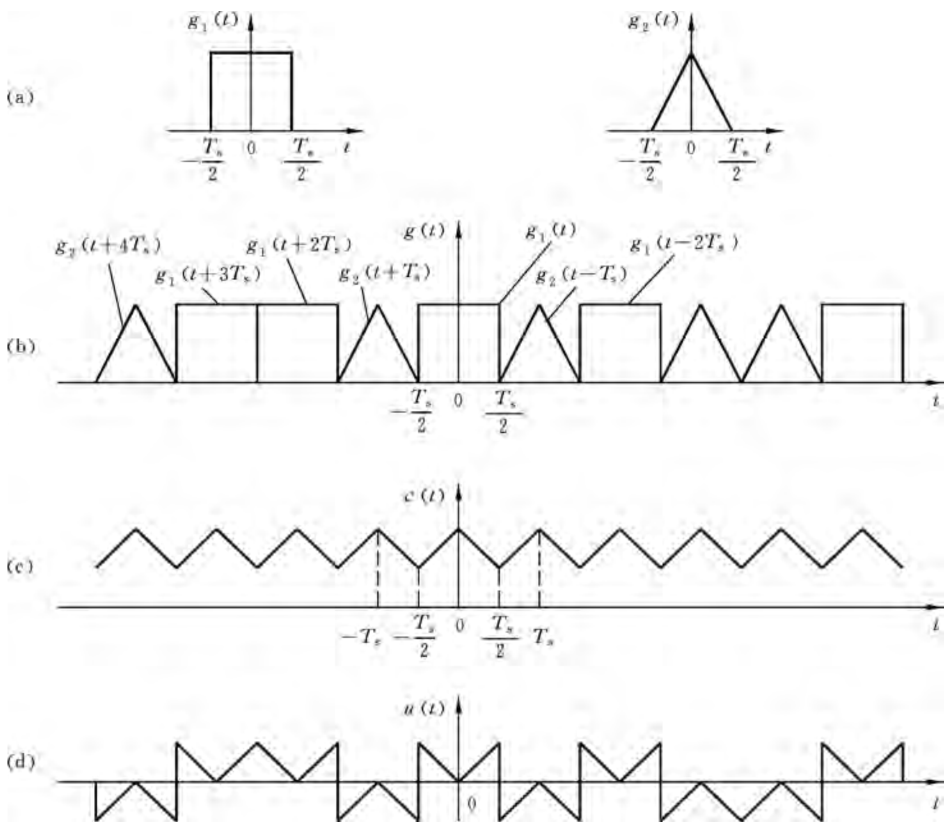


图5-7　二进制随机脉冲序列的波形图

式中

$$g_n(t)=\begin{cases} g_1(t-nT_s), & \text{以概率 } P \text{ 出现} \\ g_2(t-nT_s), & \text{以概率 } 1-P \text{ 出现} \end{cases} \tag{5-2}$$

对于任意的随机信号 $g(t)$,都可以将其分解为两部分,一部分为稳态分量 $c(t)$,另一部分为随机变化的分量 $u(t)$,即

$$g(t)=c(t)+u(t) \tag{5-3}$$

先分别求出这两个分量的功率谱,然后就可求出 $g(t)$ 的功率谱。

$c(t)$是周期性分量，是$g(t)$的数学期望或统计平均分量。$c(t)$的波形如图5-7(c)所示，其表达式为

$$c(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}[Pg_1(t-nT_s)+(1-P)g_2(t-nT_s)]$$

周期性信号可以用傅里叶级数展开，即有

$$c(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}C_n e^{jn\omega_s t}$$

式中，$\omega_s=2\pi/T_s$；C_n是指数形式傅里叶级数的系数。设二进制码元位定时频率为f_s，则$f_s=R_s=1/T_s$。利用$g_1(t)$和$g_2(t)$的傅里叶变换$G_1(f)$和$G_2(f)$，可将C_n表示为

$$C_n=\frac{1}{T_s}[PG_1(nf_s)+(1-P)G_2(nf_s)]$$

由周期性信号的功率谱公式可求得$c(t)$的功率谱

$$\begin{aligned}P_c(f)&=\sum_{n=-\infty}^{\infty}|C_n|^2\delta(f-nf_s)\\&=\frac{1}{T_s^2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}|PG_1(nf_s)+(1-P)G_2(nf_s)|^2\delta(f-nf_s)\end{aligned}\tag{5-4}$$

交变分量$u(t)$是$g(t)$与$c(t)$之差，如图5-7(d)所示。$g(t)$是功率信号，按照从局部到整体的思路，首先将它截短，其长度为$T=(2N+1)T_s$，其中N为一个足够大的整数。截短波形$g_T(t)$可以表示为

$$g_T(t)=\sum_{n=-N}^{N}g_n(t)\tag{5-5}$$

在$g_T(t)$中扣除稳态分量$c_T(t)$，剩余的交变分量为

$$u_T(t)=g_T(t)-c_T(t)$$

或

$$u_T(t)=\sum_{n=-N}^{N}u_n(t)\tag{5-6}$$

其中

$$u_n(t)=\begin{cases}g_1(t-nT_s)-Pg_1(t-nT_s)-(1-P)g_2(t-nT_s)\\ \quad=(1-P)[g_1(t-nT_s)-g_2(t-nT_s)], & \text{以概率出现}\\ g_2(t-nT_s)-Pg_1(t-nT_s)-(1-P)g_2(t-nT_s)\\ \quad=-P[g_1(t-nT_s)-g_2(t-nT_s)], & \text{以概率 }1-P\text{ 出现}\end{cases}$$

或者写作

$$u_n(t)=a_n[g_1(t-nT_s)-g_2(t-nT_s)]\tag{5-7}$$

其中

$$a_n=\begin{cases}1-P, & \text{以概率 }P\text{ 出现}\\ -P, & \text{以概率 }1-P\text{ 出现}\end{cases}$$

通过分析和计算，先求出$u_T(t)$的能量谱的统计平均值，再取极限扩展到整体，可计算出

交变分量 $u(t)$ 的功率谱为

$$P_u(f)=\frac{1}{T_s}P(1-P)\mid G_1(f)-G_2(f)\mid^2 \tag{5-8}$$

$g(t)$ 的功率谱应为 $P_c(f)$ 和 $P_u(f)$ 两者之和，由式(5-4)和式(5-8)可以得到

$$\begin{aligned}P(f)=&\frac{1}{T_s}P(1-P)\mid G_1(f)-G_2(f)\mid^2+\\&\frac{1}{T_s^2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\mid PG_1(nf_s)+\\&(1-P)G_2(nf_s)\mid^2\delta(f-nf_s)\end{aligned} \tag{5-9}$$

由式(5-9)可知，二进制随机脉冲序列的功率谱可能包含连续谱 $P_u(f)$ 和离散谱 $P_c(f)$ 两部分。其中，连续谱是由于 $g_1(t)$ 和 $g_2(t)$ 不完全相同，使得 $G_1(f)\neq G_2(f)$ 而形成的，所以它总是存在的；但离散谱却不一定存在，它与 $g_1(t)$ 和 $g_2(t)$ 的波形及出现的概率均有关系。离散谱是否存在又是至关重要的，因为它关系着能否从脉冲序列中直接提取位定时信号。如果做不到这一点，则要设法变换基带信号的波形，以利于位定时信号的提取。

通常，二进制信息 1 和 0 是等概的，即 $P=1/2$，这时式(5-9)可简化为

$$\begin{aligned}P(f)=&\frac{1}{4T_s}\mid G_1(f)-G_2(f)\mid^2+\\&\frac{1}{4T_s^2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\mid G_1(nf_s)+G_2(nf_s)\mid^2\delta(f-nf_s)\end{aligned} \tag{5-10}$$

按照上面的分析，要求解简单二元码的功率谱，首先需要根据单个 0 码和 1 码所对应的基本波形来确定其频谱函数 $G_1(f)$ 和 $G_2(f)$，然后代入简单二元码功率谱公式(5-10)，得到相应的功率谱函数，再根据该结果的具体形式分析功率谱特性，得到位定时分量或者谱零点带宽等参数。下面通过几道例题进行讨论。

例 5-1 求 0，1 等概的单极性非归零码的功率谱。已知单个 1 码的波形是幅度为 A，周期为 T_s 的矩形脉冲，时域波形如图 5-8(a)所示。

解 二元码的表达式为

$$g_n(t)=\begin{cases}g_1(t-nT_s), & a_n=1\\ g_2(t-nT_s), & a_n=0\end{cases}$$

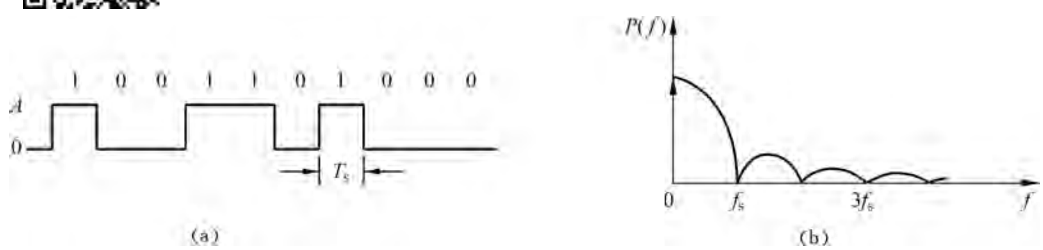


图 5-8 例 5-1 中的单极性非归零码的波形图和功率谱

设单个1码的波形为 $g_1(t)$，单个0码的波形为 $g_2(t)$。由本例条件可知，$g_2(t)=0$，所以 $G_2(f)=0$，而 $g_1(t)$ 为矩形脉冲。设 $g(t)$ 为幅度为1的矩形脉冲，则

$$g_1(t)=Ag(t)$$

$$G_1(f)=AG(f)$$

代入式(5-10)，可得功率谱表达式

$$P(f)=\frac{1}{4T_s}\mid AG(f)\mid^2+\frac{1}{4T_s^2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\mid AG(nf_s)\mid^2\delta(f-nf_s)$$

离散谱是否存在，取决于频谱函数 $G(f)$ 在 $f=nf_s$ 的取值。$G(f)$ 的表达式为

$$G(f)=T_s\mathrm{Sa}\left(\frac{\pi f}{f_s}\right)$$

当 $f=nf_s$ 时，$G(nf_s)$ 有以下几种取值情况：

(1) $n=0$ 时，$G(nf_s)=T_s\mathrm{Sa}(0)\neq0$，因此离散谱中有直流分量。

(2) n 是不为零的整数时，$G(nf_s)=T_s\mathrm{Sa}(n\pi)=0$，离散谱均为零。其中，$n=1$ 时，$G(nf_s)=T_s\mathrm{Sa}(\pi)=0$，位定时分量为0。

综合以上分析，功率谱可表示为

$$\begin{aligned}P(f)&=\frac{A^2T_s}{4}\mathrm{Sa}^2\left(\frac{\pi f}{f_s}\right)+\frac{A^2}{4}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\mathrm{Sa}^2(n\pi)\delta(f-nf_s)\\&=\frac{A^2T_s}{4}\mathrm{Sa}^2\left(\frac{\pi f}{f_s}\right)+\frac{A^2}{4}\delta(f)\end{aligned}$$

进一步分析功率谱表达式，可知功率谱的第一个过零点在 $f=f_s$ 处，因此，单极性非归零码的谱零点带宽为

$$B_s=f_s$$

单极性非归零码的功率谱如图5-8(b)所示，连续谱和离散谱均用归一化值表示。

例5-2 计算0，1等概的单极性归零码的功率谱。已知单个1码的波形是幅度为 A 的半占空矩形脉冲，时域波形如图5-9(a)所示。

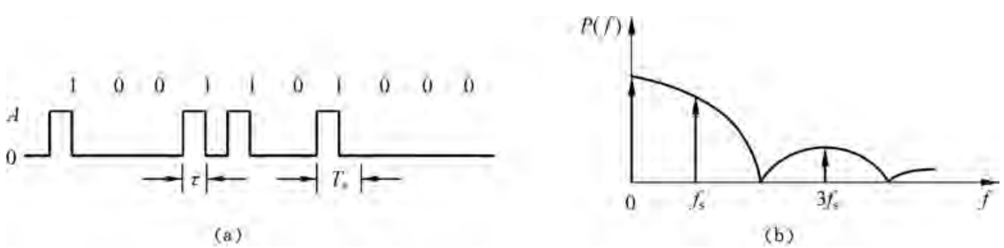


图5-9 例5-2中的单极性归零码的波形图和功率谱

解 二元码的表达式为

$$g_n(t)=\begin{cases}g_1(t-nT_s), & a_n=1\\ g_2(t-nT_s), & a_n=0\end{cases}$$

设单个1码的波形为 $g_1(t)$，单个0码的波形为 $g_2(t)$。由本例条件可知，$g_2(t)=0$，所以 $G_2(f)=0$，而 $g_1(t)$ 为矩形脉冲。设 $g(t)$ 是幅度为1的半占空矩形脉冲，则

$$g_1(t)=Ag(t)$$
$$G_1(f)=AG(f)$$

代入式(5-10)，可得功率谱表达式为

$$P(f)=\frac{1}{4T_s}\mid AG(f)\mid^2+\frac{1}{4T_s^2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\mid AG(nf_s)\mid^2\delta(f-nf_s)$$

$G(f)$ 的表达式为

$$G(f)=\frac{T_s}{2}\mathrm{Sa}\left(\frac{\pi f}{2f_s}\right)$$

离散谱是否存在，取决于频谱函数 $G(f)$ 在 $f=nf_s$ 的取值。当 $f=nf_s$ 时，$G(nf_s)$ 有以下几种取值情况：

(1) 当 $n=0$ 时，$G(nf_s)=\frac{T_s}{2}\mathrm{Sa}(0)\neq 0$，因此离散谱中有直流分量。

(2) 当 n 为奇数时，$G(nf_s)=\frac{T_s}{2}\mathrm{Sa}\left(\frac{n\pi}{2}\right)\neq 0$，此时有离散谱。其中 $n=1$ 时，$G(nf_s)=\frac{T_s}{2}\mathrm{Sa}\left(\frac{\pi}{2}\right)\neq 0$，离散谱中有位定时分量。

(3) 当 n 为偶数时，$G(nf_s)=\frac{T_s}{2}\mathrm{Sa}\left(\frac{n\pi}{2}\right)=0$，此时无离散谱。

综合以上分析，功率谱可表示为

$$P(f)=\frac{A^2T_s}{16}\mathrm{Sa}^2\left(\frac{\pi f}{2f_s}\right)+\frac{A^2}{16}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\mathrm{Sa}^2\left(\frac{n\pi}{2}\right)\delta(f-nf_s)$$

功率谱的第一个过零点在 $f=2f_s$ 处，所以单极性归零码的谱零点带宽为

$$B_s=2f_s$$

单极性归零码的功率谱如图5-9(b)所示。

例5-3 求0，1等概的双极性非归零码的功率谱。已知单个0码和单个1码的波形分别是幅度为 $-A$ 和 A 的矩形脉冲，时域波形如图5-10(a)所示。

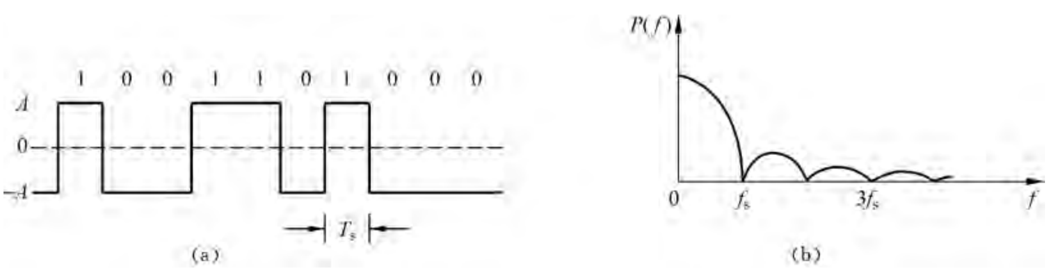


图5-10 例5-3中的双极性非归零码的波形图和功率谱

解 二元码的表达式为

$$g_n(t)=\begin{cases} g_1(t-nT_s), & a_n=1 \\ g_2(t-nT_s), & a_n=0 \end{cases}$$

设单个1码的波形为$g_1(t)$,单个0码的波形为$g_2(t)$,还设$g(t)$为幅度为1的矩形脉冲。由本例条件可知,$g_1(t)=Ag(t)$,$G_1(f)=AG(f)$;$g_2(t)=-Ag(t)$,$G_2(f)=-AG(f)$。由于$G_1(f)=-G_2(f)$,$G_1(nf_s)=-G_2(nf_s)$,所以功率谱中无离散谱,只有连续谱。将以上关系式代入式(5-10),可得功率谱表达式为

$$P(f)=\frac{1}{4T_s}\mid 2AG(f)\mid^2$$

$G(f)$的表达式为

$$G(f)=T_s\mathrm{Sa}\left(\frac{\pi f}{f_s}\right)$$

所以

$$P(f)=A^2T_s\mathrm{Sa}^2\left(\frac{\pi f}{f_s}\right)$$

进一步分析功率谱表达式,可知功率谱的第一个过零点在$f=f_s$处,因此,双极性非归零码的谱零点带宽为

$$B_s=f_s$$

双极性非归零码的功率谱如图5-10(b)所示。

通过例题的计算可知,功率谱计算公式(5-9)只适用于基带信号有一种波形或者两种相反的波形且前后波形相互独立的情形,因此公式的适用范围是有限的。尽管如此,其计算结果所具有的意义是普遍的。归纳以上讨论内容可得到以下几点结论。

(1) 功率谱的形状取决于单个波形的频谱函数。例如矩形波的频谱函数为$\mathrm{Sa}(x)$,功率谱形状为$\mathrm{Sa}^2(x)$,而码型规则仅起到加权作用,使功率谱形状有所变化。

(2) 时域波形的占空比愈小,频带愈宽。通常用谱零点带宽B_s作为矩形信号的近似带宽。由图5-2画出的功率谱图形可知,非归零码的$B_s=f_s$,而半占空归零码的$B_s=2f_s$。这里$f_s=1/T_s$,是位定时信号的频率,在数量上与码元速率R_s相同。

(3) 凡是0,1等概的双极性码均无离散谱。这就意味着这种码型无直流分量和位定时分量。

(4) 单极性归零码的离散谱中有位定时分量,因此可直接提取。对于那些不含有位定时分量的码型,设法将其变换成单极性归零码,便可获取位定时分量。具体方法见第9章。

从以上分析可知,非归零码的跳变沿中含有位定时的信息。CMI码和数字双相码由于有频繁的跳变沿而含有丰富的位定时信息。AMI码和HDB_3码的单个波形均为归零脉冲,经简单的变换后即可提取位定时分量。

有了以上这些结论,对其他码型的功率谱可以进行定性分析。当然,具体的功率谱表达式必须经过定量的计算。

5.4 无码间串扰的传输波形

5.2 节和 5.3 节讨论的数字基带信号都是矩形波形,这样的信号在频域内是无穷延伸的,而实际信道的条件是频带受限,并且还有噪声。基带信号通过这样的信道传输,不可避免地要受到影响。

由频谱分析的基本原理可知,任何信号的频域受限和时域受限不可能同时成立。信道的带宽受限意味着经传输后的信号的带宽受限,导致前后码元的波形产生畸变和展宽。这样,前面码元的波形会出现很长的拖尾,蔓延到当前码元的抽样时刻,对当前码元的判决造成干扰。这种码元之间的相互干扰称为码间串扰或符号间串扰 ISI。码间串扰的示意图如图 5-11 所示。码间串扰严重时,会造成错误判决。另外,信号在传输的过程中要叠加信道噪声,当噪声幅度过大时,将会引起接收端的判断错误。

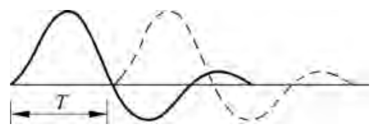


图 5-11 码间串扰的示意图

码间串扰和信道噪声是影响基带信号进行可靠传输的主要因素,而它们都与基带传输系统的传输特性有密切的关系。使基带系统的总传输特性能够把码间串扰和噪声的影响减到足够小的程度,是基带传输系统的设计目标。由于码间串扰和信道噪声产生的机理不同,为了分析问题的方便,可分别进行讨论。本节首先讨论在没有噪声的条件下码间串扰与基带传输特性的关系,5.6 节再讨论无码间串扰条件下信道噪声的影响。

为了讨论基带信号的无串扰传输,首先来建立基带信号传输系统的典型模型。如图 5-12 所示,数字基带信号的产生过程可分成码型编码和波形成形两步。码型编码的输出信号为脉冲序列,波形成形网络的作用是将每个脉冲转换为所需形状的接收波形 $s(t)$。成形网络由发送滤波器、信道和接收滤波器组成。由于成形网络的冲激响应正好与 $s(t)$成正比,所以接收波形 $s(t)$的频谱函数 $S(\omega)$即为成形网络的传递函数。由图 5-12 可知,$S(\omega)$可表示为

$$S(\omega)=T(\omega)C(\omega)R(\omega) \tag{5-11}$$

$S(\omega)$可视为基带传输系统的总传输特性。在后面的讨论中,将更多地使用传递函数和冲激响应来描述无串扰信号的频域和时域特性。

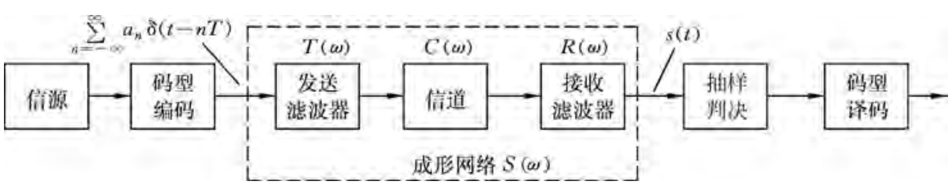


图 5-12 基带传输系统模型

由式(5-9)功率谱计算公式可知,基带信号在频域内的延伸范围主要取决于单个脉冲波形的频谱函数 $G(f)$,不同编码规则的基带码型只起到加权函数的作用。因此,只要讨论单个脉冲波形传输的情况就可了解基带信号传输的过程。

5.4.1 无码间串扰的传输条件

在数字信号的传输中，码元波形是按一定间隔发送的，其信息携带在幅度上。接收端经抽样判决如能准确地恢复出幅度信息，原始信码就能无误地得到传送。为此，只需要研究特定时刻的样值无串扰，而波形是否在时间上延伸是无关紧要的。也就是说，即便信号经传输后整个波形发生了变化，但只要特定点的抽样值能反映其所携带的幅度信息，那么用再次抽样的方法仍然可以准确无误地恢复原始信码。基于这个原因，抽样判决又称再生判决。

接收波形满足抽样值无串扰的充要条件是仅在本码元的抽样时刻上有最大值，而对其他码元的抽样时刻信号值无影响，即在抽样点上不存在码间串扰。一种典型波形如图 5-13 所示，接收波形 $s(t)$ 除了在 $t=0$ 时抽样值为 S_0 外，在 $t=kT(k\neq 0)$ 的其他抽样时刻皆为 0，因而不会影响其他抽样值。接收波形在数学上应满足以下关系：

$$s(kT)=S_0\delta(t) \tag{5-12}$$

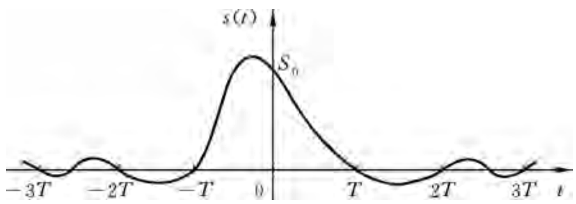


图 5-13　抽样点上不存在码间串扰的波形

其中

$$\delta(t)=\begin{cases}0, & t\neq 0\\ 1, & t=0\end{cases} \tag{5-13}$$

当 $s(kT)$ 满足以上关系时，抽样值是无码间串扰的。式(5-12)称为无码间串扰的时域条件。由此条件出发，可进一步推导出相应的频域条件。

$s(kT)$ 是 $s(t)$ 的特定值，而 $s(t)$ 是由基带系统形成的传输波形。显然，基带系统的传递函数必须满足一定的条件，才能形成抽样值无串扰的波形。由于 $s(t)$ 是 $S(\omega)$ 的傅里叶反变换，因而有

$$s(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}S(\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega t}\,\mathrm{d}\omega \tag{5-14}$$

如果把积分区间分成若干小段，每段区间长度为 $2\pi/T$，并且只考虑 $t=kT$ 时的 $s(t)$ 值，则式(5-14)可表示为

$$s(kT)=\frac{1}{2\pi}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int_{(2n-1)\pi/T}^{(2n+1)\pi/T}S(\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega kT}\,\mathrm{d}\omega \tag{5-15}$$

令 $\tau=\omega-2n\pi/T$，变量代换后又用 ω 代替 τ，则有

$$s(kT)=\frac{1}{2\pi}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int_{-\pi/T}^{\pi/T}S\left(\omega+\frac{2n\pi}{T}\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega kT}\,\mathrm{d}\omega \tag{5-16}$$

当式(5-16)右边一致收敛时,求和与积分次序可以互换,于是有

$$s(kT)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi/T}^{\pi/T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}S\left(\omega+\frac{2n\pi}{T}\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega kT}\mathrm{d}\omega \tag{5-17}$$

将式(5-12)代入式(5-17),有

$$S_0\delta(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi/T}^{\pi/T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}S\left(\omega+\frac{2n\pi}{T}\right)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega kT}\mathrm{d}\omega \tag{5-18}$$

时域中的冲激函数对应于频域中的门函数,由此得到满足抽样值无失真的充要条件为

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}S\left(\omega+\frac{2n\pi}{T}\right)=S_0T,\quad -\frac{\pi}{T}\leqslant\omega\leqslant\frac{\pi}{T} \tag{5-19}$$

该条件是由奈奎斯特提出的,故称为奈奎斯特第一准则。对于一个给定的传输系统,该准则提供了检验其是否产生码间串扰的一种方法,该准则又称为满足无码间串扰的频域条件。

式(5-19)的物理意义是:把传递函数在 ω 轴上以 $2\pi/T$ 为间隔切开,然后分段沿 ω 轴平移到 $\left(-\frac{\pi}{T},\frac{\pi}{T}\right)$ 区间内,将它们叠加起来,其结果应当为一常数,如图 5-14 所示。这种特性称为等效理想低通特性。

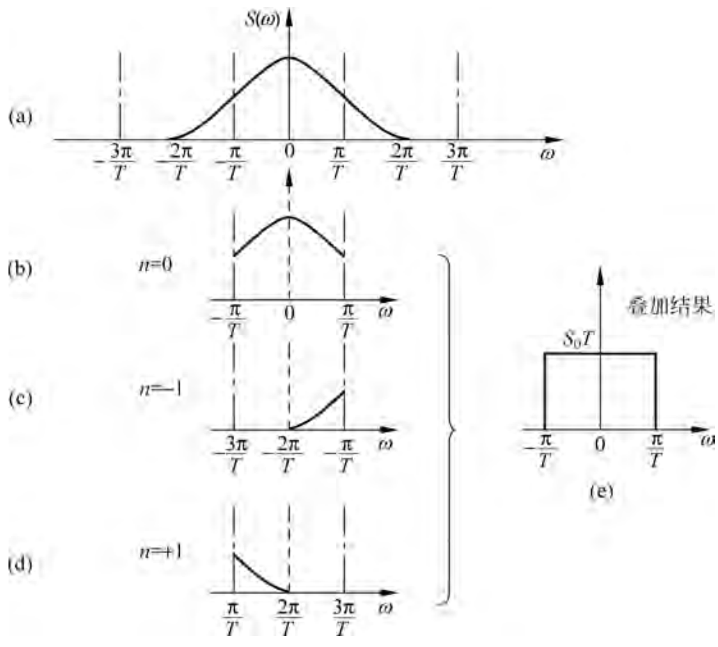


图 5-14 满足抽样值无串扰条件的传递函数

满足等效理想低通特性的传递函数有无数多种。经计算可知,只要传递函数在 $\pm\pi/T$ 处满足奇对称的要求,那么不管 $S(\omega)$ 的形式如何,都可以消除码间串扰。例如,图 5-14 中的 $S(\omega)$ 是对 $\omega=\pm\pi/T$ 呈奇对称的低通滤波器的特性。经过切割、平移、叠加后可得到

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} S\left(\omega+\frac{2n\pi}{T}\right)=S\left(\omega-\frac{2\pi}{T}\right)+S(\omega)+S\left(\omega+\frac{2\pi}{T}\right)=S_0 T,\quad -\frac{\pi}{T}\leqslant\omega\leqslant\frac{\pi}{T}$$

$S(\omega)$满足式(5-19)的条件，具有等效理想低通特性，是可实现无码间串扰的传输特性。

5.4.2 无码间串扰的传输波形

1. 理想低通信号

如果系统的传递函数 $S(\omega)$不用分割后再叠加成为常数，其本身就是理想低通滤波器的传递函数，即

$$S(\omega)=\begin{cases}0, & |\omega|>\dfrac{\pi}{T}\\ S_0 T, & |\omega|\leqslant\dfrac{\pi}{T}\end{cases} \tag{5-20}$$

相应地，理想低通滤波器的冲激响应为

$$s(t)=S_0\mathrm{Sa}\left(\frac{\pi t}{T}\right) \tag{5-21}$$

根据式(5-20)和式(5-21)可画出理想低通系统的传递函数和冲激响应曲线如图 5-15 所示。由理想低通系统产生的信号称为理想低通信号。由图 5-15(b)可知，理想低通信号在 $t=\pm nT(n\neq 0)$时有周期性零点。如果发送码元波形的时间间隔为 T，接收端在 $t=nT$ 时抽样，就能达到无码间串扰。图 5-16 画出了这种情况下双极性码元波形无码间串扰的示意图。

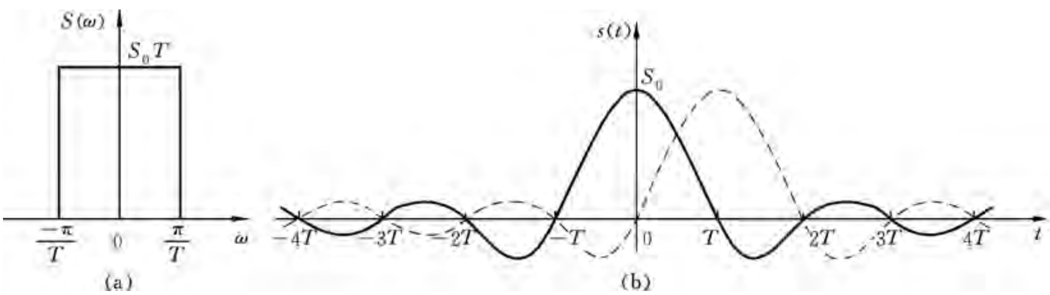


图 5-15 理想低通系统

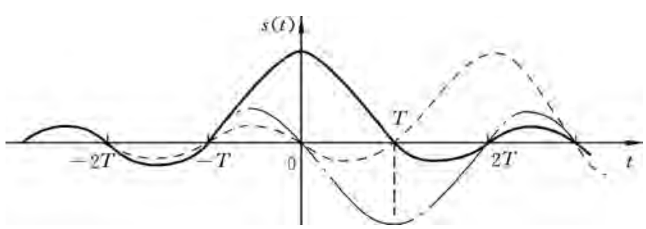


图 5-16 无码间串扰示意图

由以上分析可知,如果基带传输系统的总传输特性为理想低通特性,则基带信号的传输不存在码间串扰。但是这种传输条件实际上不可能达到,因为理想低通的传输特性意味着有无限陡峭的过渡带,这在工程上是无法实现的。即使获得了这种传输特性,其冲激响应波形的尾部衰减特性很差,仅按 $1/t$ 的速度衰减,且接收波形在再生判决中还要再抽样一次,这样就要求接收端的抽样定时脉冲必须准确无误,若稍有偏差,就会引入码间串扰。所以式(5-20)表达的无串扰传递条件只有理论上的意义,但它给出了基带传输系统传输能力的极限值。

由图5-15和式(5-20)可知,无串扰传输码元周期为 T 的序列时,所需的最小传输带宽为 $1/2T$。换言之,如果理想低通的带宽为 $1/2T$,则最高码元传输速率为 $1/T$。若以高于 $1/T$ 的速率传送,将存在码间串扰。这时基带传输系统所能提供的最高码元频带利用率为

$$\eta_s=\frac{R_s}{B}=\frac{1/T}{1/2T}=2(\text{baud/Hz}) \tag{5-22}$$

这是在抽样值无串扰条件下,基带传输系统所能达到的极限情况。也就是说,基带系统所能提供的最高码元频带利用率是单位频带内每秒传2个码元,而不管这个码元是二元码还是多元码。通常把 $1/2T$ 称为奈奎斯特带宽,把 T 称为奈奎斯特间隔。

二进制时码元速率 R_s 与信息速率 R_b 在数量上相等,二进制码的信息频带利用率 η_b 的最大值为

$$\eta_b=\frac{R_b}{B}=\frac{R_s}{B}=2(\text{bit/(s}\cdot\text{Hz)}) \tag{5-23}$$

若码元序列为 M 元码,则频带利用率为 $2\log_2 M$ bit/(s·Hz),这是基带系统传输 M 元码所能达到的最高频带利用率。理想低通信号又称为具有最窄频带的无串扰波形。

今后如不特别说明,频带利用率的计算均指单位频带内每秒最多可传输的比特数。

2. 升余弦滚降信号

在实际中得到广泛应用的无串扰波形,其频域过渡特性以 π/T 为中心,具有奇对称升余弦形状,通常称为升余弦滚降信号,简称升余弦信号。这里的"滚降"指的是信号的频域过渡特性或频域衰减特性。能形成升余弦信号的基带系统的传递函数为

$$S(\omega)=\begin{cases}\dfrac{S_0T}{2}\left\{1-\sin\left[\dfrac{T}{2\alpha}\left(\omega-\dfrac{\pi}{T}\right)\right]\right\}, & \dfrac{\pi(1-\alpha)}{T}\leqslant|\omega|\leqslant\dfrac{\pi(1+\alpha)}{T}\\ S_0T, & 0\leqslant|\omega|<\dfrac{\pi(1-\alpha)}{T}\\ 0, & |\omega|>\dfrac{\pi(1+\alpha)}{T}\end{cases} \tag{5-24}$$

这里,α 称为滚降系数,$0\leqslant\alpha\leqslant1$。

系统的传递函数 $S(\omega)$ 就是接收波形的频谱函数。由式(5-24)可求出系统的冲激响应,即接收波形为

$$s(t)=S_0\frac{\sin\frac{\pi t}{T}}{\frac{\pi t}{T}}\frac{\cos\frac{\alpha\pi t}{T}}{1-\left(\frac{4\alpha^2t^2}{T^2}\right)} \tag{5-25}$$

图 5-17 分别给出滚降系数 $\alpha=0$，$\alpha=0.5$，$\alpha=1$ 时传递函数和冲激响应的归一化图形。由图可知，升余弦滚降信号在前后抽样值处的串扰始终为 0，因而满足抽样值无串扰的传输条件。随着滚降系数 α 的增加，两个零点之间的波形振荡起伏变小，其波形的衰减与 $1/t^3$ 成正比。但随着 α 的增大，所占频带增加。

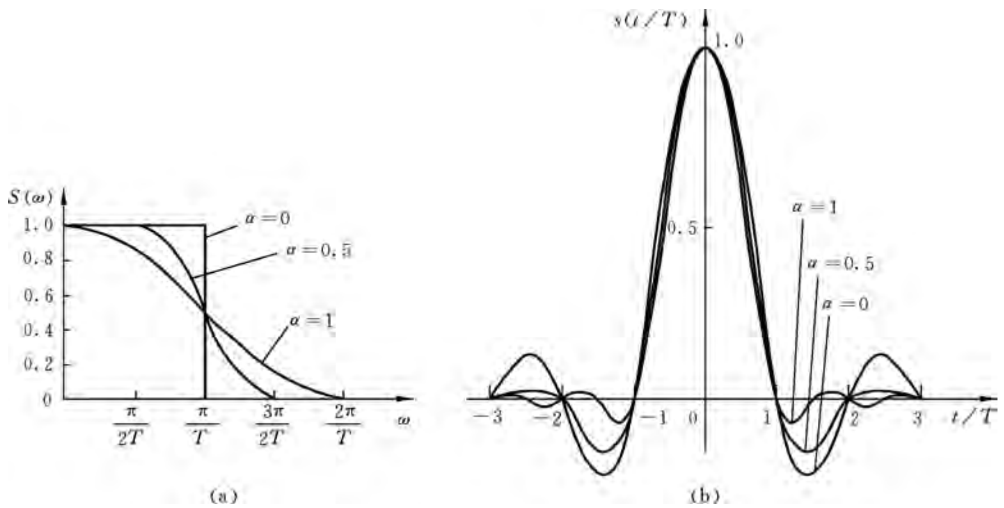


图 5-17　升余弦滚降系统

由式(5-24)可知，升余弦滚降信号的带宽为

$$B=\frac{1}{2\pi}\cdot\frac{\pi(1+\alpha)}{T}=\frac{1+\alpha}{2T} \tag{5-26}$$

二进制时信息频带利用率为

$$\eta_b=\frac{R_b}{B}=\frac{1/T}{(1+\alpha)/2T}=\frac{2}{1+\alpha}(\mathrm{bit/(s\cdot Hz)}) \tag{5-27}$$

当 $\alpha=0$ 时，即为前面所述的理想低通基带系统。当 $\alpha=1$ 时，所占频带的带宽最宽，是理想系统带宽的 2 倍，因而频带利用率为 1bit/(s·Hz)。由于抽样的时刻不可能完全没有时间上的误差，为了减小抽样定时脉冲误差所带来的影响，滚降系数 α 不能太小，通常选择 $\alpha\geqslant0.2$。$\alpha=1$ 的升余弦信号称为全升余弦信号。

例 5-4　某数字基带传输系统的传输特性 $H(f)$ 如图 5-18(a)所示。其中 α 为某个常数，$0\leqslant\alpha\leqslant1$。

(1) 检验该系统能否实现无码间串扰的传输；

(2) 求该系统的最高码元传输速率 R_s 和码元频带利用率 η_s；

(3) 传输二进制码元时，求该系统的信息频带利用率 η_b。

解　(1) 将该系统的传输函数 $H(f)$ 以 $2f_0$ 为间隔切割，然后分段沿 f 轴平移到

$[-f_0, f_0]$区间内进行叠加,如图5-18(b)和(c)所示,叠加后的传输特性为

$$H_{eq}(f)=\begin{cases}1, & |f|\leqslant f_0\\ 0, & 其他\end{cases}$$

由于叠加后的传输特性符合等效理想低通特性,所以该系统能够实现无码间串扰的传输。

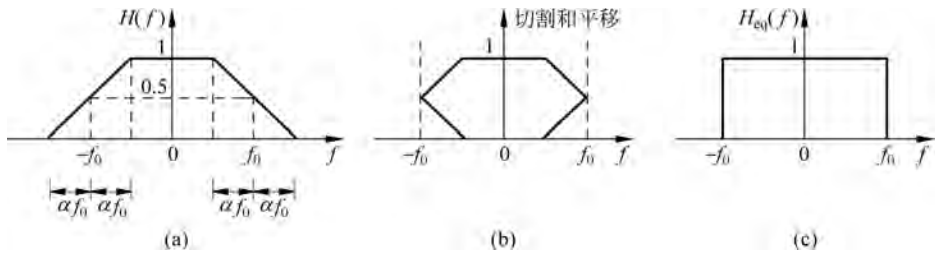


图5-18　例5-4中的传输特性

(a) 基带传输系统的传输特性;(b) 切割和平移;(c) 叠加后的传输特性

(2) 该系统的最高码元传输速率为R_s,在数值上是等效理想低通带宽f_0的2倍,即

$$R_s=2f_0(\text{baud})$$

所以该系统的码元频带利用率为

$$\eta_s=\frac{R_s}{B}=\frac{2f_0}{(1+\alpha)f_0}=\frac{2}{1+\alpha}(\text{baud/Hz})$$

(3) 传输二进制码元时的信息频带利用率η_b为

$$\eta_b=\frac{R_b}{B}=\frac{R_s}{B}=\frac{2}{1+\alpha}(\text{bit/(s·Hz)})$$

例5-5　已知某信道的截止频率为10MHz,信道中传输8电平数字基带信号。如果信道的传输特性为$\alpha=0.5$的升余弦滚降特性,求该信道的最高信息传输速率R_b。

解　该信道的码元频带利用率

$$\eta_s=\frac{R_s}{B}=\frac{2}{1+\alpha}=\frac{2}{1+0.5}=\frac{4}{3}(\text{baud/Hz})$$

最高码元传输速率为

$$R_s=\eta_s B=\frac{4}{3}\times 10\times 10^6=\frac{4}{3}\times 10^7(\text{baud})$$

8电平数字基带信号的最高信息传输速率R_b为

$$R_b=R_s\log_2 M=R_s\log_2 8=\frac{4}{3}\times 10^7\times 3=4\times 10^7(\text{bit/s})$$

例5-6　理想低通型信道的截止频率为3000Hz,当传输以下二进制信号时求信号的频带利用率和最高信息速率。

(1) 理想低通信号;

(2) $\alpha=0.4$的升余弦滚降信号;

(3) NRZ 码；

(4) RZ 码。

解 先做简要分析，这里出现了四种信号，第一问和第二问可以利用本节已有的结论来求解频带利用率，由于带宽已知，从而得到信息速率。第三问和第四问，涉及之前学习的简单二元码，需要分析具体码型的功率谱特性，确定谱零点带宽，再得出频带利用率和信息速率。

(1) 理想低通信号的频带利用率为

$$\eta_b = 2(\text{bit}/(\text{s} \cdot \text{Hz}))$$

取信号的带宽为信道的带宽，由 η_b 的定义式

$$\eta_b = \frac{R_b}{B}$$

可求出最高信息传输速率为

$$R_b = \eta_b B = 2 \times 3000 = 6000(\text{bit/s})$$

(2) 升余弦滚降信号的频带利用率为

$$\eta_b = \frac{2}{1+\alpha} = \frac{2}{1+0.4} = 1.43(\text{bit}/(\text{s} \cdot \text{Hz}))$$

取信号的带宽为信道的带宽，可求出最高信息传输速率为

$$R_b = \eta_b B = 1.43 \times 3000 = 4290(\text{bit/s})$$

(3) 二进制 NRZ 码的信息传输速率 R_b 与码元速率 R_s 相同，取 NRZ 码的谱零点带宽为信道带宽，即

$$B = R_s$$

所以频带利用率为

$$\eta_b = \frac{R_b}{B} = \frac{R_s}{B} = 1(\text{bit}/(\text{s} \cdot \text{Hz}))$$

可求出最高信息速率为

$$R_b = \eta_b B = 1 \times 3000 = 3000(\text{bit/s})$$

(4) 二进制 RZ 码的信息速率与码元速率 R_s 相同，取 RZ 码的谱零点带宽为信道带宽，即

$$B = 2R_s$$

所以频带利用率为

$$\eta_b = \frac{R_b}{B} = \frac{R_s}{B} = 0.5(\text{bit}/(\text{s} \cdot \text{Hz}))$$

可求出最高信息速率为

$$R_b = 0.5 \times 3000 = 1500(\text{bit/s})$$

例 5-7 对模拟信号 $m(t)$进行线性 PCM 编码，量化电平数 $L=16$。PCM 信号先通过 $\alpha=0.5$、截止频率为 5kHz 的升余弦滚降滤波器，然后再进行传输。求：

(1) 二进制基带信号无串扰传输时的最高信息速率；

(2) 可允许模拟信号 $m(t)$ 的最高频率分量 f_H。

解 这道题目涉及模拟信号的数字化和数字信号的基带传输，根据题目条件，可以求出数字信号的传输速率，由此再推出模拟信号的最高频率，这是解题的关键。那么数字信号的速率与模拟信号的频率之间是什么关系？这就要理解模拟信号数字化的过程，模拟信号经过抽样、量化、编码，得到数字信号，其信息速率的形成是由抽样速率和编码位数决定的，也就是每秒抽样了 f_s 次，每次的样值形成 n 位的编码，即 $R_b = nf_s$。再由抽样定理就可以得到模拟信号的最高频率了。

(1) PCM 编码信号经升余弦滤波器后形成升余弦滚降信号，由 α 可列出二进制信号的频带利用率为

$$\eta_b = \frac{2}{1+\alpha}$$

η_b 的定义式为

$$\eta_b = \frac{R_b}{B}$$

所以二进制基带信号无串扰传输的最高信息速率为

$$R_b = \eta_b B = \frac{2B}{1+\alpha} = \frac{2\times 5\times 10^3}{1+0.5} = 6.67(\text{kbit/s})$$

(2) 对最高频率为 f_H 的模拟信号 $m(t)$ 以频率 f_s 进行抽样，当量化电平数 $L=16$ 时，编码位数 $n=\log_2 L=4$。PCM 编码信号的信息速率可表示为

$$R_b = nf_s$$

抽样频率 $f_s \geqslant 2f_H$，取等号时信息速率为

$$R_b = 2f_H n$$

因此可允许模拟信号的最高频率为

$$f_H = \frac{R_b}{2n} = \frac{6.67\times 10^3}{2\times 4} = 834(\text{Hz})$$

5.5 部分响应基带传输系统

与理想低通信号相比较，升余弦信号除了可实现以外，还具有其他的优点，如拖尾的振荡幅度减小，对定时误差的要求放宽等，因此得到了广泛的应用。但是这种波形的传输带宽增加，也就是频带利用率降低，因此不能适应高速传输的发展。奈奎斯特第二准则指出，利用人为的、有规律的串扰可达到压缩传输频带的目的。这种系统通常称为部分响应基带传输系统。近年来在高速、大容量的传输系统中，部分响应基带传输系统得到了推广与应用，它与频移键控或相移键控相结合，可以获得性能良好的调制。

5.5.1 第Ⅰ类部分响应波形

部分响应波形是具有持续 1bit 以上，且有一定长度码间串扰的波形。以一种最简单的部分响应波形为例，可以说明其中的道理。

对相邻码元的取样时刻产生同极性串扰的波形，称为第Ⅰ类部分响应波形。为了推导时域表达式的方便，令相邻码元取样时刻在 $t=\pm T/2$ 处，其余码元的取样时刻在 $\pm 3T/2, \pm 5T/2, \cdots$。用两个相隔一位码元间隔 T 的 $\sin x/x$ 的合成波形来代替 $\sin x/x$ 波形，如图 5-19(a)所示。合成波的数学表达式为

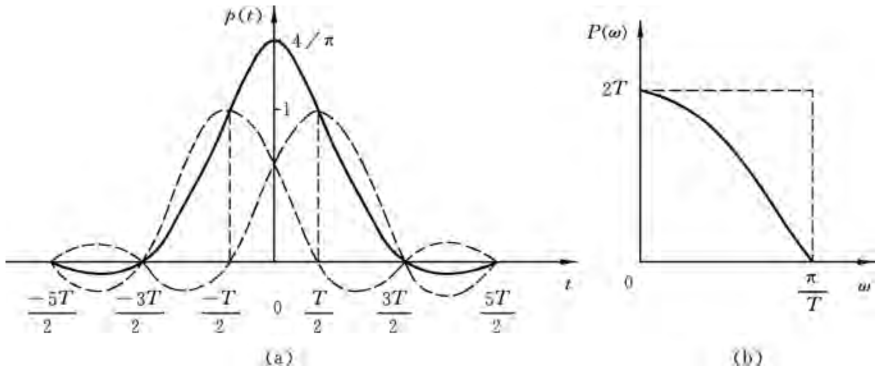


图 5-19　第Ⅰ类部分响应信号的波形和频谱

$$p(t)=\frac{\sin\frac{\pi}{T}\left(t+\frac{T}{2}\right)}{\frac{\pi}{T}\left(t+\frac{T}{2}\right)}+\frac{\sin\frac{\pi}{T}\left(t-\frac{T}{2}\right)}{\frac{\pi}{T}\left(t-\frac{T}{2}\right)} \tag{5-28}$$

经化简得

$$p(t)=\frac{4}{\pi}\left[\frac{\cos(\pi t/T)}{1-(4t^2/T^2)}\right] \tag{5-29}$$

由式(5-29)可知，$p(t)$的幅度约与 t^2 成反比，而 $\sin x/x$ 波形幅度则与 t 成反比，因此波形拖尾的衰减速度加快。从图 5-19(a)也可看到，相距一个码元间隔 $\sin x/x$ 波形的拖尾正负相反而相互抵消，使得合成波形拖尾迅速衰减。

对式(5-28)进行傅里叶变换，可以求出 $p(t)$的频谱函数为

$$P(\omega)=\begin{cases}T(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega T/2}+\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega T/2}), & |\omega|\leqslant\frac{\pi}{T}\\ 0, & |\omega|>\frac{\pi}{T}\end{cases}$$

$$=\begin{cases}2T\cos(\omega T/2), & |\omega|\leqslant\frac{\pi}{T}\\ 0, & |\omega|>\frac{\pi}{T}\end{cases} \tag{5-30}$$

由式(5-30)画出的频谱函数如图 5-19(b)所示。由图可见，$p(t)$的频谱限制在 $\pm\pi/T$ 之内，而且呈余弦型。这种缓变的滚降过渡特性与陡峭衰减的理想低通特性有明显的不同。这时的传输带宽为

$$B=\frac{1}{2\pi}\frac{\pi}{T}=\frac{1}{2T}$$

频带的利用率为

$$\eta_b = \frac{R_b}{B} = \frac{1/T}{1/2T} = 2(\mathrm{bit/(s \cdot Hz)})$$

达到基带传输系统在传输二元码时的理论最大值。

如果用 $p(t)$ 作为传输信号的波形，在抽样时刻上，发送码元的样值将受到前一个发送码元的串扰，而对其他码元不会产生串扰。如图 5-20 所示，a_1 仅受到 a_0 的串扰，但是 a_1 并未受到其他码元的串扰。由于所发生的串扰是确定且可控的，在接收端可以消除掉，所以此系统可按 $1/T$ 的速率传送码元，从最终的传输效果来说不存在码间串扰。

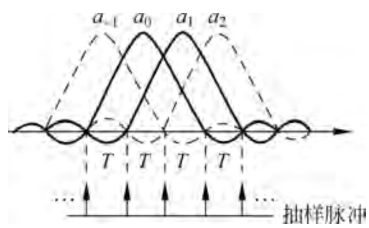


图 5-20　码元发生串扰示意图

$p(t)$的形成过程可分为两步，首先形成相邻码元的串扰，然后再经过相应的网络形成所需的波形。通过有控制地引入串扰，使原先互相独立的码元变成了相关码元，这种串扰所对应的运算称为相关编码。将二进制信码用双极性二元码 a_n 表示，相关编码的规则为

$$c_n = a_n + a_{n-1} \tag{5-31}$$

a_n 的可能取值为＋1 或－1。据式(5-31)得到的 c_n 的可能取值为＋2，0，－2 三种电平，成了一种伪三元码，这是为取得所需要的传输性能而付出的代价。由$\{a_n\}$到$\{c_n\}$的形成过程如下：

二进制信码	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1
a_n	＋1	－1	＋1	＋1	－1	－1	－1	＋1	－1	＋1	＋1
a_{n-1}		＋1	－1	＋1	＋1	－1	－1	－1	＋1	－1	＋1
$c_n = a_n + a_{n-1}$		0	0	＋2	0	－2	－2	0	0	0	＋2

上述过程的波形示意图如图 5-21 所示，为简单起见，图中忽略了波形中的振荡部分。

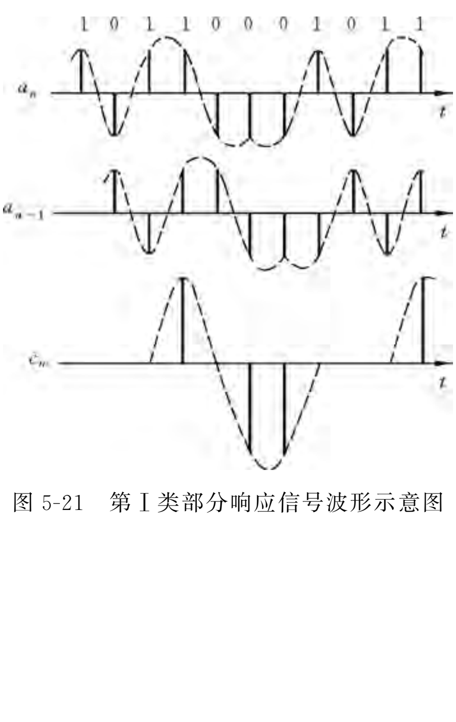


图 5-21　第Ⅰ类部分响应信号波形示意图

在接收端，经再生判决得到 $\hat{c}_n$，再用反变换得到 a_n 的估计值 $\hat{a}_n$，即 $\hat{a}_n=\hat{c}_n-\hat{a}_{n-1}$，其中 $\hat{a}_{n-1}$ 是前一码元的估计值，然后不断递推运算下去。值得注意的是，递推运算会带来严重的差错扩散问题。如果在传输过程中，$\{c_n\}$序列中某个抽样值因干扰而发生差错，则不但会造成当前恢复的 $\hat{a}_n$ 值错误，而且会影响到以后所有的 $\hat{a}_{n+1}$，$\hat{a}_{n+2}$，…。

仍以前面的信号为例，差错传播的过程如下：

	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1
发送端$\{a_n\}$	+1	−1	+1	+1	−1	−1	−1	+1	−1	+1	+1
发送端$\{c_n\}$		0	0	+2	0	−2	−2	0	0	0	+2
接收端$\{\hat{c}_n\}$		0	0	+2	0	−2	0	0	0	0	+2
接收端$\{\hat{a}_n\}$	$\underline{\underline{+1}}$	−1	+1	+1	−1	−1	+1	−1	+1	−1	+3

由上述过程可知，自$\{\hat{c}_n\}$出现错误之后，接收端恢复出来的$\{\hat{a}_n\}$全部是错误的。此外，在接收端恢复$\{\hat{a}_n\}$时还必须有正确的起始值+1，否则也不可能得到正确的$\{\hat{a}_n\}$序列。

为了解决差错扩散问题，要在发送端相关编码之前进行预编码。设单极性二元码用 a_n 表示，预编码的规则为

$$a_n=b_n\oplus b_{n-1}$$

即

$$b_n=a_n\oplus b_{n-1} \tag{5-32}$$

式中，$\oplus$表示按模 2 相加，简称模 2 加。将 b_n 用双极性二元码表示，然后再按以下规则进行相关编码：

$$c_n=b_n+b_{n-1}$$

再次引用前面的例子，由输入 a_n 到接收端恢复 $\hat{a}_n$ 的过程如下：

a_n	1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1
b_{n-1}	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1
b_n	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0
c_n	0	+2	0	0	+2	+2	+2	0	−2	0	0
$\hat{c}_n$	0	+2	0	0	+2	+2	+2	0	0	0	0
$\hat{a}_n$	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1

判决的原则是

$$\hat{c}_n=\begin{cases}\pm 2, & 判\ 0\\ 0, & 判\ 1\end{cases}$$

此例说明，$\hat{c}_n$ 产生错误只影响本时刻的 $\hat{a}_n$ 值，差错不会向后蔓延，这是因为预编码已解除了码间的相关性。第Ⅰ类部分响应系统的组成框图如图 5-22 所示，图(a)是原理框图，图(b)是实际系统的组成框图。

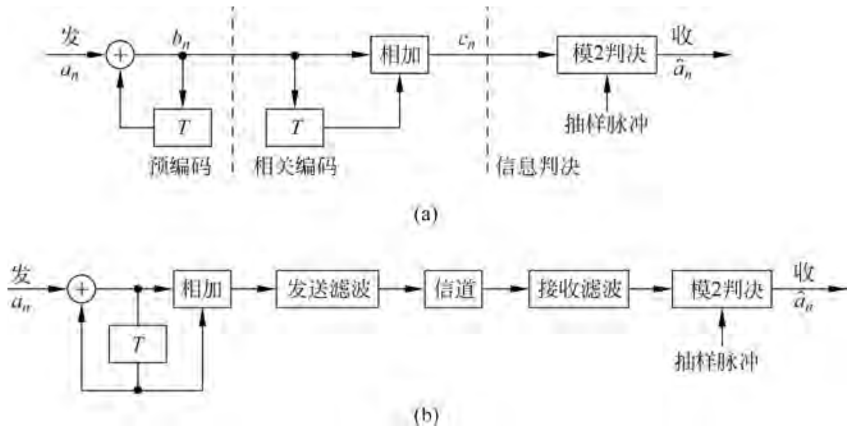


图 5-22 第Ⅰ类部分响应系统的组成框图

(a) 原理框图；(b) 实际系统的组成框图

5.5.2 部分响应系统的一般形式

部分响应波形的一般形式可以是 N 个 $\sin x/x$ 波形之和，其表达式为

$$p(t)=r_1\frac{\sin\frac{\pi}{T}t}{\frac{\pi}{T}t}+r_2\frac{\sin\frac{\pi}{T}(t-T)}{\frac{\pi}{T}(t-T)}+r_3\frac{\sin\frac{\pi}{T}(t-2T)}{\frac{\pi}{T}(t-2T)}+\cdots+r_N\frac{\sin\frac{\pi}{T}[t-(N-1)T]}{\frac{\pi}{T}[t-(N-1)T]} \tag{5-33}$$

式中，加权系数 $r_1,r_2,r_3,\cdots,r_N$ 为整数。式(5-33)所示部分响应波形的频谱函数为

$$P(\omega)=\begin{cases}T\sum_{k=1}^{N}r_k\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega T(k-1)}, & |\omega|\leqslant\frac{\pi}{T}\\ 0, & |\omega|>\frac{\pi}{T}\end{cases} \tag{5-34}$$

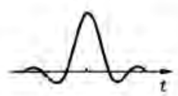
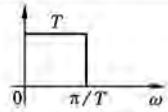
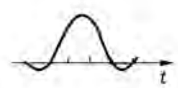
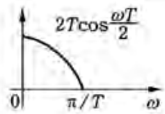
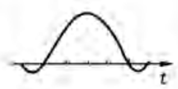
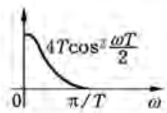
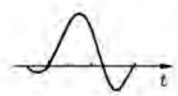
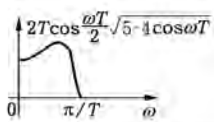
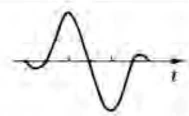
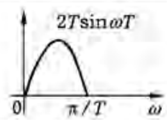
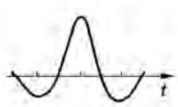
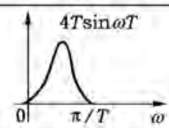
按串扰的规则，部分响应信号共分为 5 类，分别命名为第Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ、Ⅴ类部分响应信号，表 5-1 中给出 5 类部分响应信号的波形、频谱特性及加权系数 r_k。为便于比较，将 $\mathrm{Sa}(x)$ 的理想抽样函数也列入表中，称其为 0 类。各类部分响应信号的频谱在 π/T 处均为 0，有的在 $\omega=0$ 处也出现零点，其带宽都不超过理想低通信号的带宽，但是它们的频谱结构以及对相邻码元抽样时刻的串扰情况不同。目前应用最广泛的是第Ⅰ类和第Ⅳ类部分响应信号。第Ⅰ类部分响应信号的频谱能量主要集中在低频段，适用于传输系统中信道频带高端受限的情况，这种信号又称为双二进制编码信号。第Ⅳ类部分响应信号无直流分量，而且低频分量也少，便于通过载波电路，实现单边带和残留边带调制。以上两类部分响应信号的抽样值电平数比其他类别的少，这也是它们得到广泛应用的原因之一。当输入为 M 进制信号时，经部分响应系统得到的第Ⅰ类和第Ⅳ类部分响应信号的电平数为 $2M-1$。

对于一般形式的部分响应信号来说，如果输入的数字序列为$\{a_n\}$，当抽样时刻$t=T$时，对应的部分响应信号的样值为c_n，它与其他码元的干扰有关，可以表示为

$$c_n=r_1a_n+r_2a_{n-1}+r_3a_{n-2}+\cdots+r_Na_{n-(N-1)} \tag{5-35}$$

其中加权系数r_k如表5-1所示。式(5-35)称为部分响应信号的相关编码，对于不同类别的部分响应信号有不同的相关编码形式，即r_k的取值不同。相关编码是为了得到预期的部分响应信号频谱。

表5-1　部分响应信号

类别	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	$p(t)$	$\lvert P(\omega)\rvert$	二进制输入时抽样值电平数
0	1							2
Ⅰ	1	1						3
Ⅱ	1	2	1					5
Ⅲ	2	1	-1					5
Ⅳ	1	0	-1					3
Ⅴ	-1	0	2	0	-1			5

为了避免因相关编码而引起的差错蔓延，应在相关编码之前先进行预编码。设预编码的序列为$\{b_n\}$，当$\{a_n\}$是M进制时，预编码为

$$a_n=r_1b_n+r_2b_{n-1}+\cdots+r_Nb_{n-(N-1)}(\bmod M) \tag{5-36}$$

式(5-36)是按模M相加。如果$M=2$，则按模2相加。按此关系得到新的编码序列$\{b_n\}$，然后对$\{b_n\}$再进行相关编码，由式(5-35)可知

$$c_n=r_1b_n+r_2b_{n-1}+\cdots+r_Nb_{n-(N-1)} \tag{5-37}$$

将式(5-36)和式(5-37)进行比较可得

$$a_n = c_n (\bmod M) \tag{5-38}$$

式(5-38)说明，经过预编码后的部分响应信号各抽样值之间已解除了相关性，由当前 c_n 值可直接得到当前的 a_n 值。

部分响应信号带来的好处是减小串扰和提高了频带利用率，其代价是要求发送信号功率增加。如果原来信号的脉冲幅度为 $\pm A$，而现在为 $\pm 2A$ 和 0 三种幅度。对于 M 进制信号来说，部分响应信号波形的相关编码电平也要超过 M 种。这样，当输入信噪比相同时，部分响应系统的抗噪声性能要差一些。

例 5-8 设输入信号 a_n 是四进制序列，即 $M=4$，a_n 的取值为 0，1，2，3 共 4 种。当采用第Ⅳ类部分响应信号时，列表说明全过程。

解 第Ⅳ类部分响应信号的预编码规则为

$$b_n = a_n + b_{n-2} (\bmod 4)$$

相关编码的规则为

$$c_n = b_n - b_{n-2}$$

由 a_n 到 $\hat{a}_n$ 的全过程如下：

a_n	0	0	0	1	3	2	1	0	3	2	3
b_{n-2}			0	0	0	1	3	3	4	3	3
b_n	0	0	0	1	3	3	4	3	7	5	6
$b_n(\bmod 4)$	0	0	0	1	3	3	0	3	3	1	2
c_n			0	1	3	2	-3	0	-1	-2	-1
$\hat{a}_n(\bmod 4)$			0	1	3	2	1	0	3	2	3

判决原则为

$$a_n = \begin{cases} 0, & c_n = 0 \\ 1, & c_n = 1, -3 \\ 2, & c_n = 2, -2 \\ 3, & c_n = 3, -1 \end{cases}$$

5.6 数字信号基带传输的差错率

5.4 节讨论了在不考虑信道噪声的情况下基带传输系统的无码间串扰的传输条件，下面讨论在无码间串扰的情况下信道噪声对基带系统性能的影响。假设信道噪声是均值为 0 的加性高斯白噪声。

5.6.1 二元码的误比特率

如果只考虑噪声的影响，基带信号的传输模型如图 5-23 所示。基带传输系统由发送滤波器、信道和接收滤波器组成。数字信息 a_n 经发送滤波器后得到基带信号 $g(t)$，经传

输后得到的接收波形为 $s(t)$。信号在传输的过程中叠加了信道噪声 $n(t)$，$n(t)$为高斯白噪声，经过接收滤波器后，输出带限高斯白噪声 $n_R(t)$。接收滤波器输出的是信号叠加噪声后的混合波形，即

$$r(t)=s(t)+n_R(t) \tag{5-39}$$

再生判决器将对 $r(t)$进行抽样判决。

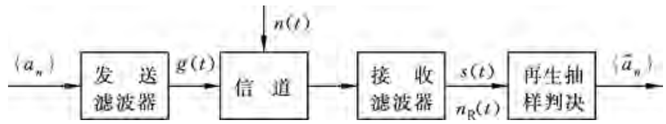


图 5-23　基带信号的传输模型

设发送信号为单极性 NRZ 二元码，其幅度为 0 或 A，分别对应于信码 0 或 1。还假设信号在传输中没有衰耗。这样，$s(t)$在抽样时刻 $t=kT$ 时的幅度值为 0 或 A，因此混合波形的抽样值为

$$r(kT)=A+n_R(kT) \tag{5-40}$$

或

$$r(kT)=n_R(kT) \tag{5-41}$$

如何对抽样值进行判决得到数字信号？方法是在接收端设定一判决门限 V_d，判决规则为：如果 $r(kT)>V_d$，判定信号幅度为 A；如果 $r(kT)<V_d$，判定信号幅度为 0。判决过程的典型波形如图 5-24 所示，只要噪声的幅度不导致判决的错误，那么经判决后可去掉噪声的影响，得到正确无误的数字信号。因为经过抽样判决可以恢复原数字信号，所以抽样判决又称再生判决。判决时使用的抽样脉冲为接收端提取的位定时信号。每传

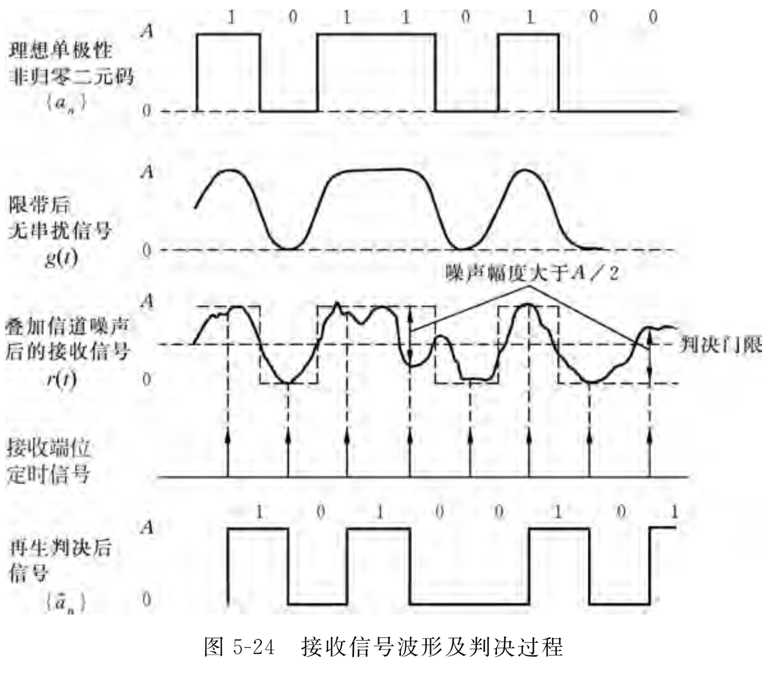


图 5-24　接收信号波形及判决过程

输一段距离就再生判决一次,在没有误码的情况下,可以说数字信号的传输与距离无关,这与模拟信号的传输有着本质的不同。当然实际的传输必须考虑噪声幅度过大时引起错误判决的情况,为此要了解噪声的幅度分布有什么规律。

下面研究高斯白噪声对系统误码性能的影响。均值为0的高斯噪声的幅度概率密度函数为

$$p(n)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-n^2/(2\sigma^2)} \tag{5-42}$$

式中,σ^2 为噪声的均方值,即噪声的平均功率。因此,当发送信号幅度为0时,接收滤波器输出的混合波形的幅度概率密度函数为

$$p_0(r)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-r^2/(2\sigma^2)} \tag{5-43}$$

当发送信号幅度为 A 时,混合波形的幅度概率密度函数为

$$p_1(r)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-(r-A)^2/(2\sigma^2)} \tag{5-44}$$

式(5-43)和式(5-44)所示的概率密度函数曲线如图5-25所示。

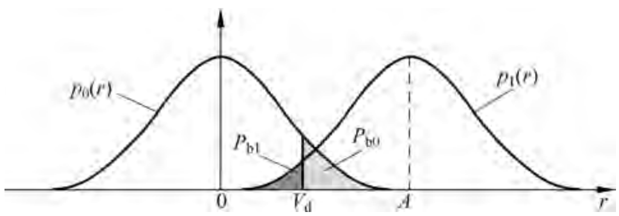


图5-25 叠加噪声后二元码幅度的概率密度函数曲线

首先分析,在数字基带传输过程中,峰-峰值为 A 的单极性NRZ二元码,由噪声干扰引起的两种误码形式。如果发送信号的幅度为0,在抽样时刻噪声幅度超过判决门限,使抽样值 $r(kT)>V_d$,则判决的结果认为发送信号幅度为 A,这样就将0码错判为1码。如果发送信号的幅度为 A,在抽样时刻幅度为负值的噪声与信号幅度相抵消,使抽样值 $r(kT)<V_d$,则判决的结果认为发送信号幅度为0,因此将1码错判为0码。

设0码错判为1码的概率为 P_{b0},可表示为

$$P_{b0}=\int_{V_d}^{\infty}p_0(r)\mathrm{d}r=\int_{V_d}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-r^2/2\sigma^2}\mathrm{d}r \tag{5-45}$$

它对应于图5-25中 V_d 右边阴影的面积。

设1码错判为0码的概率为 P_{b1},可表示为

$$P_{b1}=\int_{-\infty}^{V_d}p_1(r)\mathrm{d}r=\int_{-\infty}^{V_d}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-(r-A)^2/2\sigma^2}\mathrm{d}r \tag{5-46}$$

它对应于图5-25中 V_d 左边阴影的面积。

假设信源发0码和1码的概率分别为 P_0 和 P_1,则基带传输系统的总误比特率为

$$P_b = P_0 P_{b0} + P_1 P_{b1} = P_0 \int_{V_d}^{\infty} p_0(r)\,\mathrm{d}r + P_1 \int_{-\infty}^{V_d} p_1(r)\,\mathrm{d}r \tag{5-47}$$

可见，误比特率与判决门限值 V_d 有关。能使误比特率最小的判决门限值称为最佳判决门限。为求出最佳判决门限，令

$$\frac{\partial P_b}{\partial V_d} = 0 \tag{5-48}$$

将式(5-47)左右两边对 V_d 求偏导，并根据式(5-48)，得

$$P_1 p_1(V_d) - P_0 p_0(V_d) = 0$$

$$\frac{p_1(V_d)}{p_0(V_d)} = \frac{P_0}{P_1} \tag{5-49}$$

将式(5-43)和式(5-44)代入式(5-49)，得最佳门限值为

$$V_d = \frac{A}{2} + \frac{\sigma^2}{A}\ln\frac{P_0}{P_1} \tag{5-50}$$

通常 $P_0 = P_1 = 1/2$，于是有

$$V_d = \frac{A}{2} \tag{5-51}$$

这时的误比特率为

$$P_b = \frac{1}{2}(P_{b0} + P_{b1}) \tag{5-52}$$

由图 5-25 可知，当 $V_d = A/2$ 时图中两块阴影的面积相等，这时它们的总面积$(P_{b0} + P_{b1})$最小，该面积的一半即为总误比特率。由于两个阴影部分的面积对称相等，因此总误比特率为

$$P_b = P_{b0} = \int_{V_d}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \mathrm{e}^{-r^2/(2\sigma^2)}\,\mathrm{d}r \tag{5-53}$$

对此式进行变量置换。设

$$x = \frac{r}{\sigma}$$

则

$$\mathrm{d}x = \frac{1}{\sigma}\mathrm{d}r$$

因此有

$$P_b = \int_{\frac{V_d}{\sigma}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \mathrm{e}^{-x^2/2}\,\mathrm{d}x \tag{5-54}$$

上述积分称为 Q 函数(见 2.4.2 节)，即

$$P_b = Q\left(\frac{V_d}{\sigma}\right) \tag{5-55}$$

由于 $V_d = A/2$，因此

$$P_b = Q\left(\frac{A}{2\sigma}\right) \tag{5-56}$$

由式(5-56)画得的误比特率曲线示于图5-26中，可见，随着自变量的增大，Q 函数值在减小。

同理，对于峰-峰值为 A 的双极性NRZ码来说，可推导出最佳门限值为

$$V_d=\frac{\sigma^2}{A}\ln\frac{P_0}{P_1} \tag{5-57}$$

当 $P_0=P_1=1/2$ 时，最佳门限值为

$$V_d=0 \tag{5-58}$$

这时，误比特率的表达式与式(5-56)相同。

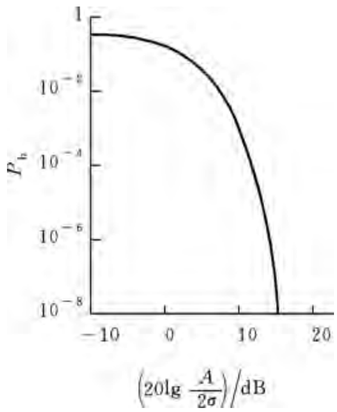


图5-26　NRZ二元码的误比特率曲线

下面对单极性和双极性NRZ二元码的误比特率进行比较。误比特率与信噪比的关系可通过具体计算得到。如果二元码基带信号波形为矩形，$P_0=P_1=1/2$，波形的峰-峰值为 A，单极性NRZ码与双极性NRZ码的波形分别如图5-27(a)和(b)所示。单极性NRZ码的信号平均功率为 S，$S=A^2/2$，噪声平均功率 $N=\sigma^2$，所以信噪比为

$$\frac{S}{N}=\frac{A^2}{2\sigma^2}$$

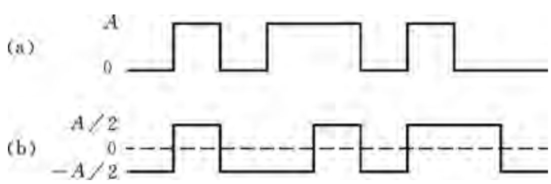


图5-27　单极性和双极性NRZ码波形图

这时的误比特率为

$$P_b=Q\left(\frac{A}{2\sigma}\right)=Q\left(\sqrt{\frac{S}{2N}}\right) \tag{5-59}$$

而双极性NRZ码的信号平均功率 $S=A^2/4$，信噪比为

$$\frac{S}{N}=\frac{A^2}{4\sigma^2}$$

相应的误比特率为

$$P_b=Q\left(\frac{A}{2\sigma}\right)=Q\left(\sqrt{\frac{S}{N}}\right) \tag{5-60}$$

对式(5-59)和式(5-60)进行比较可知，在相同误比特率条件下，单极性二元码所要求的信号平均功率比双极性二元码高一倍。或者说在相同信噪比情况下，双极性二元码的误比特率低于单极性二元码。另外，双极性二元码的判决门限为0电平，该电平极易获得而且稳定。这些原因使得双极性二元码比单极性二元码的应用更加广泛。

在 Q 函数表中，所列出的 x 值有 0.05 的步长，使用时查找最靠近的 x 值。为了确保误比特率的指标，所对应的信噪比值应偏大。由 x 值确定误比特率时，所选定的 x 值应偏小；由误比特率确定信噪比值时，所选定的误比特率值应偏小。

例 5-9 有 0,1 等概的单极性 NRZ 码，已知信噪比为 36，求误比特率 P_b。

解 根据式(5-59)，误比特率为

$$P_b = Q(\sqrt{S/2N}) = Q(\sqrt{18})$$

解题思路：

已知信噪比求误比特率，一般有三种方法：

(1) 查 Q 函数表(查找最靠近且小于题目条件给出的 x 值)

$$P_b = Q(\sqrt{18}) = Q(4.24) \approx Q(4.20) = 1.33 \times 10^{-5}$$

(2) 查误差函数表 $\mathrm{erf}(x)$，$Q(\sqrt{2}x) = \dfrac{1}{2}[1-\mathrm{erf}(x)]$(见 2.4.2 节)；

$$\begin{aligned} P_b &= Q(\sqrt{18}) = Q(\sqrt{2} \times 3) \\ &= \frac{1}{2}[1-\mathrm{erf}(3)] \approx \frac{1}{2} \times 2.20 \times 10^{-5} \approx 1.10 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

(3) 利用近似计算法：$Q(\sqrt{2}x) = \dfrac{1}{2}\mathrm{erfc}(x) \approx \dfrac{1}{2x\sqrt{\pi}}e^{-x^2}$，$x \gg 1$(见 2.4.2 节)；

$$\begin{aligned} P_b &= Q(\sqrt{18}) = Q(\sqrt{2} \times \sqrt{9}) \\ &\approx \frac{e^{-9}}{2 \times \sqrt{\pi} \times \sqrt{9}} \approx 1.16 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

三种方法得到的结果近似相等。

例 5-10 基带信号是峰-峰值为 4V 的 NRZ 码，噪声功率为 0.25W，求单极性和双极性码的误比特率。

解 单极性 NRZ 码的信噪比为

$$\frac{S}{N} = \frac{A^2}{2\sigma^2} = \frac{4^2}{2 \times 0.25} = 32$$

误比特率为

$$\begin{aligned} P_b &= Q\left(\sqrt{\frac{S}{2N}}\right) = Q(\sqrt{16}) = Q(\sqrt{2} \times \sqrt{8}) \\ &= \frac{1}{2}\left[1-\mathrm{erf}(\sqrt{8})\right] \approx 3.75 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

双极性 NRZ 码的信噪比为

$$\frac{S}{N} = \frac{A^2}{4\sigma^2} = \frac{4^2}{4 \times 0.25} = 16$$

误比特率为

$$P_{\mathrm{b}}=Q\left(\sqrt{\frac{S}{N}}\right)=Q(\sqrt{16})=Q(\sqrt{2}\times\sqrt{8})$$

$$=\frac{1}{2}\left[1-\operatorname{erf}(\sqrt{8})\right]\approx 3.75\times 10^{-5}$$

由上述计算可知,当峰-峰值相同时,单极性 NRZ 码的信噪比是双极性 NRZ 码的 2 倍,这时它们的误比特率相同。

例 5-11 要求基带传输系统的误比特率为 2×10^{-5},求采用下列基带信号时所需要的信噪比:

(1) 单极性 NRZ 码;

(2) 双极性 NRZ 码。

解 (1) 单极性 NRZ 码的误比特率 P_{b} 与信噪比的关系式为

$$P_{\mathrm{b}}=Q\left(\sqrt{\frac{S}{2N}}\right)=Q\left(\sqrt{2}\times\sqrt{\frac{S}{4N}}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left[1-\operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{S}{4N}}\right)\right]$$

当 P_{b} 为 2×10^{-5} 时,由误差函数表(附录 B 中表 B-3)可查出

$$\sqrt{\frac{S}{4N}}=2.95$$

由此得

$$\frac{S}{N}=2.95^{2}\times 4=34.8$$

(2) 双极性 NRZ 码的误比特率 P_{b} 与信噪比的关系式为

$$P_{\mathrm{b}}=Q\left(\sqrt{\frac{S}{N}}\right)=Q\left(\sqrt{2}\times\sqrt{\frac{S}{2N}}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left[1-\operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{S}{2N}}\right)\right]$$

当 P_{b} 为 2×10^{-5} 时,由误差函数表可查出

$$\sqrt{\frac{S}{2N}}=2.95$$

由此得

$$\frac{S}{N}=2.95^{2}\times 2=17.4$$

由上述计算可知,当误比特率相同时,单极性 NRZ 码的信噪比是双极性 NRZ 码的 2 倍,即单极性 NRZ 码的信噪比要比双极性 NRZ 码大 3dB。

5.6.2 多元码的差错率

本节所指的多元码是多电平码。多元码基带信号的幅度有多种选择,M 元码的一个

码元(即一个符号)可以有 M 种幅度。通常,M 种幅度等间隔选取,M 种幅度电平的均值为 0。在传输的过程中,如果电平发生错误,那么它所对应的码元就发生错误,所以电平的错误概率就是码元的错误概率,即误码率。

在 M 元码的一般情况下,设每种幅度出现的概率相同,即每种幅度出现的概率为 $1/M$,而且出现在不同时间的幅度是相互独立的。当有 M 个幅度时,除了最高幅度和最低幅度以外,每一幅度可能错判到上下两个方向的幅度上。这样可推导出 M 元码误码率的一般表达式为

$$P_s=\frac{2(M-1)}{M}Q\left(\frac{A}{2\sigma}\right) \tag{5-61}$$

误码率随着 M 增大而缓慢增加,即抗噪声性能下降。

由信号平均功率 S 的表示式求出 A,再由噪声平均功率 $N=\sigma^2$ 求出 σ,将 A 和 σ 的表示式代入式(5-61),可得 M 元码的误码率为

$$P_s=\frac{2(M-1)}{M}Q\left[\sqrt{\frac{3}{M^2-1}\left(\frac{S}{N}\right)}\right] \tag{5-62}$$

多元码与二元码有着密切的关系。多元码的每个码元可以表示一个二进制码组,一个 n 位的二进制码组可以用 $M=2^n$ 元码来传输。由式(5-61)和式(5-62)得到的是 M 元码的误码率,而不是二进制码的误比特率。

M 元码的二进制表示有各种形式,因此必须结合具体形式才能找出 M 元码误码率与二元码误比特率之间的联系。常用的二进制码有普通二进制码和格雷码。通过计算可知,普通二进制码的误比特率 P_b 与 M 元码的误码率 P_s 之间的关系为

$$\frac{1}{2}<\frac{P_b}{P_s}\leqslant\frac{2}{3}$$

也就是说,误比特率略小于误码率。采用格雷码时,P_b 与 P_s 之间的关系为

$$P_b\approx\frac{1}{n}P_s$$

与普通二进制码相比,M 元码的 P_b 进一步下降,因此格雷码在多元码传输中得到广泛应用。

5.7 扰码和解扰

在设计数字通信系统时,通常假设信源序列是随机序列,而实际信源发出的序列不一定满足这个条件,特别是出现长 0 串时,给接收端提取定时信号带来一定困难。解决这个问题的办法,除了采用前面 5.2 节的码型编码方法以外,也常用 m 序列对信源序列进行加乱处理,有时也称为扰码,以使信源序列随机化。在接收端再把加乱了的序列用同样的 m 序列解乱,即进行解扰,恢复原有的信源序列。

从更广泛的意义上来说,扰码能使数字传输系统对各种数字信息具有透明性。这不但因为扰码能改善位定时恢复的质量,而且它还能使信号频谱分布均匀且保持稳恒,能改善有关子系统的性能。

扰码的原理基于 m 序列的伪随机性。为此,首先要了解 m 序列的产生和性质。

5.7.1 m序列的产生和性质

m 序列是最常用的一种伪随机序列,它是最长线性反馈移位寄存器序列的简称。m 序列是由带线性反馈的移位寄存器产生的序列,并且具有最长的周期。

由 n 级串接的移位寄存器和反馈逻辑线路可组成动态移位寄存器。如果反馈逻辑线路只用模 2 和构成,则称为线性反馈移位寄存器;如果反馈线路中包含与、或等运算,则称为非线性反馈移位寄存器。

带线性反馈逻辑的移位寄存器设定初始状态后,在时钟触发下,每次移位后各级寄存器状态会发生变化。其中任何一级寄存器的输出,随着时钟节拍的推移都会产生一个序列,该序列称为移位寄存器序列。

以图 5-28 所示的 4 级移位寄存器为例,图中线性反馈逻辑服从以下递归关系式:

$$a_n = a_{n-3} \oplus a_{n-4} \tag{5-63}$$

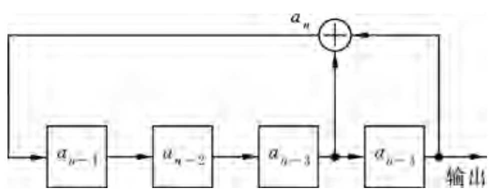


图 5-28 式(5-63)对应的 4 级移位寄存器

即第 3 级与第 4 级输出的模 2 和运算结果反馈到第 1 级去。假设这 4 级移位寄存器的初始状态为 0001,即第 4 级为 1 状态,其余 3 级均为 0 状态。随着移位时钟节拍,各级移位寄存器的状态转移流程图如表 5-2 所示。在第 15 节拍时,移位寄存器的状态与第 0 拍的状态(即初始状态)相同,因而从第 16 拍开始必定重复第 1 拍至第 15 拍的过程。这说明该移位寄存器的状态具有周期性,其周期长度为 15。如果从末级输出,选择 3 个 0 为起点,便可得到如下序列:

$$a_{n-4} = 000100110101111$$

表 5-2 m 序列发生器状态转移流程图

移位时钟节拍	第 1 级 a_{n-1}	第 2 级 a_{n-2}	第 3 级 a_{n-3}	第 4 级 a_{n-4}	反馈值 $a_n = a_{n-3} \oplus a_{n-4}$
0	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0	0	1	0	1
4	1	0	0	1	1

续表

移位时钟节拍	第1级 a_{n-1}	第2级 a_{n-2}	第3级 a_{n-3}	第4级 a_{n-4}	反馈值 $a_n=a_{n-3}\oplus a_{n-4}$
5	1	1	0	0	0
6	0	1	1	0	1
7	1	0	1	1	0
8	0	1	0	1	1
9	1	0	1	0	1
10	1	1	0	1	1
11	1	1	1	0	1
12	1	1	1	1	0
13	0	1	1	1	0
14	0	0	1	1	0
15	0	0	0	1	1
16	1	0	0	0	0

由上例可以看出，对于 $n=4$ 的移位寄存器共有 $2^4=16$ 种不同的状态。上述序列中出现了除全 0 以外的所有状态，因此是可能得到的最长周期的序列。只要移位寄存器的初始状态不是全 0，就能得到周期长度为 15 的序列。其实，从任何一级寄存器所得到的序列都是周期为 15 的序列，只不过节拍不同而已，这些序列都是最长线性反馈移位寄存器序列。

将图 5-28 中的线性反馈逻辑改为

$$a_n=a_{n-2}\oplus a_{n-4} \tag{5-64}$$

如图 5-29 所示。如果 4 级移位寄存器的初始状态仍为 0001，可得末级输出序列为

$$a_{n-4}=000101$$

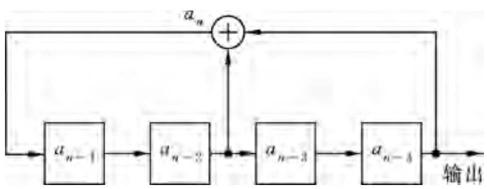


图 5-29　式(5-64)对应的 4 级移位寄存器

其周期为 6。如果将初始状态改为 1011，输出序列是周期为 3 的循环序列，即

$$a_{n-4}=011$$

当初始状态为 1111 时，输出序列是周期为 6 的循环序列，其中一个周期为

$$a_{n-4}=111100$$

以上 4 种不同的输出序列说明，n 级线性反馈移位寄存器的输出序列是一个周期序列，其周期长短由移位寄存器的级数、线性反馈逻辑和初始状态决定。但在产生最长线性反馈移位寄存器序列时，只要初始状态非全 0 即可，关键要有合适的线性反馈逻辑。

n 级线性反馈移位寄存器如图 5-30 所示。图中 C_i 表示反馈线的两种可能连接状态,$C_i=1$ 表示连接线通,第 $n-i$ 级输出加入反馈中;$C_i=0$ 表示连接线断开,第 $n-i$ 级输出未参加反馈。因此,一般形式的线性反馈逻辑表达式为

$$a_n = C_1 a_{n-1} \oplus C_2 a_{n-2} \oplus \cdots \oplus C_n a_0 = \sum_{i=1}^{n} C_i a_{n-i} (\bmod 2) \tag{5-65}$$

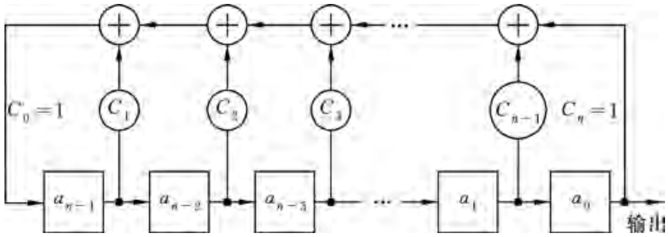


图 5-30　n 级线性反馈移位寄存器

将等式左边的 a_n 移至右边,并将 $a_n=C_0a_n(C_0=1)$代入式(5-65),则式(5-65)可改写为

$$0 = \sum_{i=0}^{n} C_i a_{n-i} \tag{5-66}$$

定义一个与式(5-66)相对应的多项式

$$F(x) = \sum_{i=0}^{n} C_i x^i \tag{5-67}$$

式中,x 的幂次表示元素相应位置。式(5-67)称为线性反馈移位寄存器的特征多项式。特征多项式与输出序列的周期有密切关系。可以证明,当 $F(x)$满足下列 3 个条件时,就一定能产生 m 序列:

(1) $F(x)$是不可约的,即不能再分解因式;

(2) $F(x)$可整除 x^p+1,这里 $p=2^n-1$;

(3) $F(x)$不能整除 x^q+1,这里 $q<p$。

满足上述条件的多项式称为本原多项式。这样,产生 m 序列的充要条件就变成如何寻找本原多项式。以前面提到的 4 级移位寄存器为例,4 级移位寄存器所能产生的 m 序列,其周期为 $p=2^4-1=15$,其特征多项式 $F(x)$应能整除 $x^{15}+1$。将 $x^{15}+1$ 进行因式分解,有

$$x^{15}+1=(x^4+x+1)(x^4+x^3+1)(x^4+x^3+x^2+x+1)(x^2+x+1)(x+1)$$

以上共得到 5 个不可约因式,其中有 3 个 4 阶多项式,而 $x^4+x^3+x^2+x+1$ 可整除 x^5+1,即

$$x^5+1=(x^4+x^3+x^2+x+1)(x+1)$$

故不是本原多项式。其余 2 个是本原多项式,而且是互逆多项式,只要找到其中的一个,就可写出另一个。例如 $F_1(x)=x^4+x^3+1$ 就是图 5-28 对应的特征多项式,另一个是 $F_2(x)=x^4+x+1$。

寻求本原多项式是一件复杂的工作,计算得到的结果已列成表。表 5-3 给出其中部分结果,每个 n 只给出一个本原多项式。为了使 m 序列发生器尽量简单,常用的是只有

3项的本原多项式，此时发生器只需要一个模2加加法器。但对于某些n值，不存在3项的本原多项式。表中列出的本原多项式都是项数最少的，为简便起见，用八进制数字记载本原多项式的系数。由系数写出本原多项式非常方便。例如$n=4$时，本原多项式系数的八进制表示为23，将23写成二进制码010与011，从左向右第1个1对应于C_0，按系数可写出$F_1(x)$；从右向左的第1个1对应于C_0，按系数可写出$F_2(x)$，其过程如下：

$$
\begin{array}{cccccccl}
 & 2 & & & 3 & & & \\
0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & & \\
 & C_0 & C_1 & C_2 & C_3 & C_4 & & F_1(x)=x^4+x^3+1 \\
 & C_4 & C_3 & C_2 & C_1 & C_0 & & F_2(x)=x^4+x+1
\end{array}
$$

$F_1(x)$和$F_2(x)$为互逆多项式。

表 5-3　本原多项式系数表

n	本原多项式系数的八进制表示	代数式
2	7	x^2+x+1
3	13	x^3+x+1
4	23	x^4+x+1
5	45	x^5+x^2+1
6	103	x^6+x+1
7	211	x^7+x^3+1
8	435	$x^8+x^4+x^3+x^2+1$
9	1021	x^9+x^4+1
10	2011	$x^{10}+x^3+1$
11	4005	$x^{11}+x^2+1$
12	10123	$x^{12}+x^6+x^4+x+1$
13	20033	$x^{13}+x^4+x^3+x+1$
14	42103	$x^{14}+x^{10}+x^6+x+1$
15	100003	$x^{15}+x+1$
16	210013	$x^{16}+x^{12}+x^3+x+1$
17	400011	$x^{17}+x^3+1$
18	1000201	$x^{18}+x^7+1$
19	2000047	$x^{19}+x^5+x^2+x+1$
20	4000011	$x^{20}+x^3+1$

m序列有如下性质：

(1) 由n级移位寄存器产生的m序列，其周期为2^n-1。

(2) 除全0状态外，n级移位寄存器可能出现的各种不同状态都在m序列的一个周期内出现，而且只出现一次。因此，m序列中1和0的出现概率大致相同，1码只比0码多1个。

(3) 在一个序列中连续出现的相同码称为一个游程，连码的个数称为游程的长度。m序列中共有2^{n-1}个游程，其中长度为1的游程占1/2，长度为2的游程占1/4，长度为3

的游程占 1/8,以此类推,长度为 k 的游程占 2^{-k}。其中最长的游程是 n 个连 1 码,次长的游程是 $n-1$ 个连 0 码。

(4) m 序列的自相关函数只有两种取值。周期为 p 的 m 序列的自相关函数定义为

$$R(j)=\frac{A-D}{A+D}=\frac{A-D}{p} \tag{5-68}$$

式中,A,D 分别是 m 序列与其 j 次移位的序列在一个周期中对应元素相同和不相同的数目。可以证明,一个周期为 p 的 m 序列与其任意次移位后的序列模 2 相加,其结果仍是周期为 p 的 m 序列,只是原序列某次移位后的序列。所以对应元素相同和不相同的数目就是移位相加后 m 序列中 0,1 的数目。由于一个周期中 0 比 1 的个数少 1,因此 j 为非零整数时 $A-D=-1$,j 为零时 $A-D=p$,这样可得到

$$R(j)=\begin{cases}1, & j=0\\ \dfrac{-1}{p}, & j=\pm1,\pm2,\cdots,\pm(p-1)\end{cases} \tag{5-69}$$

m 序列的自相关函数在 j 为整数的离散点上只有两种取值,所以它是一种双值自相关序列。$R(j)$是周期长度与 m 序列周期 p 相同的周期性函数。将自相关函数的离散值用虚线连接起来,便得到图 5-31 所示的图形。

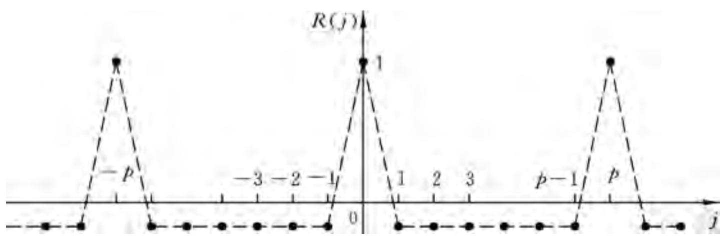


图 5-31　m 序列的自相关函数

由以上特性可知,m 序列是一个周期性确定序列,又具有类似于随机二元序列的特性,故常把 m 序列称为伪随机序列或伪噪声序列,记作 PN 序列。由于 m 序列有很强的规律性及伪随机性,因此得到了广泛的应用。

5.7.2　扰码和解扰原理

扰码原理是以线性反馈移位寄存器理论作为基础的。以 5 级线性反馈移位寄存器为例,在反馈逻辑输出与第一级寄存器输入之间引入一个模 2 和相加电路,以输入序列作为模 2 和的另一个输入端,即可得到图 5-32(a)所示的扰码器电路,相应的解扰电路如图 5-32(b)所示。

若输入序列$\{c_n\}$是信源序列,扰码电路输出序列为$\{b_n\}$,b_n 可表示为

$$b_n=c_n\oplus a_{n-3}\oplus a_{n-5} \tag{5-70}$$

经过信道传输,接收序列为$\{\hat{b}_n\}$,解扰电路输出序列为$\{\hat{c}_n\}$,$\hat{c}_n$ 可表示为

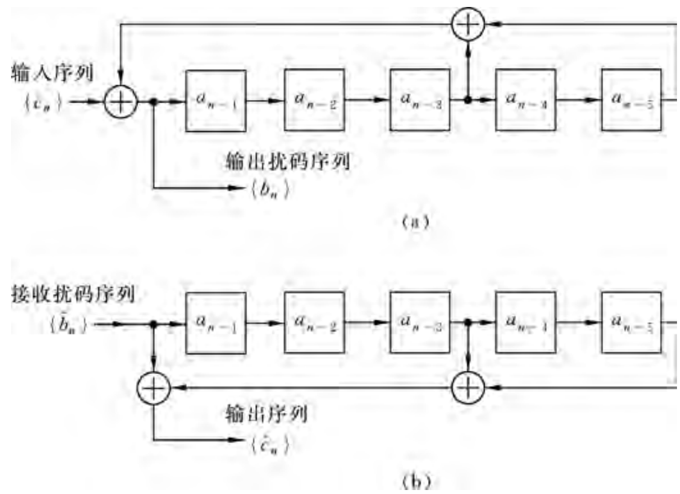


图 5-32　5 级移位寄存器构成的扰码器和解扰器

$$\hat{c}_n = \hat{b}_n \oplus a_{n-3} \oplus a_{n-5} \tag{5-71}$$

当传输无差错时，有 $b_n = \hat{b}_n$，由式(5-70)和式(5-71)可得

$$\hat{c}_n = c_n$$

上式说明，扰码和解扰是互逆运算。

以图 5-32 构成的扰码器为例，假设移位寄存器的初始状态除 $a_{n-5}=1$ 外其余均为 0，设输入序列 c_n 是周期为 6 的序列 000111000111…，则各反馈抽头处 a_{n-3}，a_{n-5} 及输出序列 b_n 如下所示：

c_n	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1…
a_{n-3}	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1…
a_{n-5}	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1…
b_n	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1…

可以证明，b_n 是周期为 186 的序列，这里只列出开头的一段。由此例可知，输入周期性序列经扰码器后变为周期较长的伪随机序列。如果输入序列中有连 1 或连 0 串时，输出序列也会呈现出伪随机性。如果输入序列为全 0，只要移位寄存器初始状态不为全 0，扰码器就是一个线性反馈移位寄存器序列发生器，当有合适的反馈逻辑时就可以得到 m 序列伪随机码。

由于扰码器能使包括连 0(或连 1)在内的任何输入序列变为伪随机码，所以在基带传输系统中作为码型变换使用时，能限制连 0 码的个数。

采用扰码方法的主要缺点是对系统的误码性能有影响。在传输扰码序列过程中产生的单个误码会在接收端解扰器的输出端产生多个误码，这是因为解扰时会导致误码的增值。误码增值是由反馈逻辑引入的，反馈项数愈多，差错扩散也愈多。

5.7.3 m序列在误码测试中的应用

m序列是周期的伪随机序列。在调试数字设备时,m序列可作为数字信号源使用。如果m序列经过发送设备、信道和接收设备后仍为原序列,则说明传输是无误的;如果有错误,则需要进行统计。在接收设备的末端,由同步信号控制,产生一个与发送端相同的本地m序列。将本地m序列与接收端解调出的m序列逐位进行模2加运算,一旦有错,就会出现1码,用计数器计数,便可统计错误码元的个数及比率。

发送端m序列发生器及接收端的统计部分组成的成套设备被称为误码测试仪,其工作原理如图5-33所示。

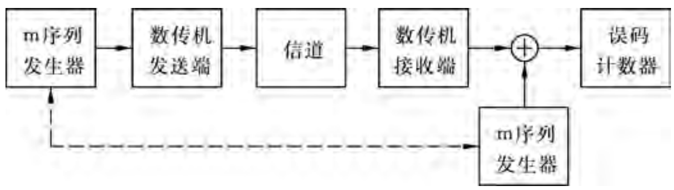


图5-33 误码测试原理方框图

CCITT建议用于数据传输设备误码测量的m序列周期是$2^9-1=511$,其特征多项式建议采用x^9+x^5+1;还有建议用于数字传输系统测量的m序列周期是$2^{15}-1=32\,767$,其特征多项式建议采用$x^{15}+x^{14}+1$。

5.8 眼图

在实际工程中,由于部件调试不理想或信道特性发生变化,都可能使系统的性能变坏。除了用专用精密仪器进行定量的测量以外,在调试和维护工作中,技术人员还希望用简单的方法和通用仪器也能宏观监测系统的性能,其中一个有效的实验方法是观察接收信号的眼图。

将待测的基带信号加到示波器的输入端,同时把位定时信号作为扫描同步信号。这样,示波器对基带信号的扫描周期严格与码元周期同步,各码元的波形就会重叠起来。对于二进制数字信号,这个图形与人眼相像,所以称为眼图。观察图5-34可以了解双极性二元码的眼图形成情况。图(a)为没有失真的波形,示波器将此波形每隔T_s秒重复扫描一次,利用示波器的余晖效应,扫描所得的波形重叠在一起,结果形成图(b)所示的“开启”的眼图。图(c)是有失真的基带信号的波形,重叠后的波形会聚变差,张开程度变小,如图(d)所示。基带波形的失真通常是由噪声和码间串扰造成的,所以眼图的形状能定性地反映系统的性能。

为了解释眼图与系统性能之间的关系,可把眼图抽象为一个模型,如图5-35所示。由眼图可以获得的信息是:①眼图张开部分的宽度决定了接收波形可以不受串扰影响的时间间隔。②眼图斜边的斜率反映出系统对定时误差的灵敏度,斜边愈陡,对定时误差

愈灵敏,对定时稳定度要求愈高。③在抽样时刻,上下两个阴影区的高度称为信号失真量,它是噪声和码间串扰叠加的结果,所以眼图的张开度决定了系统的噪声容限。最佳取样时刻应选在眼图张开最大的时刻,此时的信噪比最大。

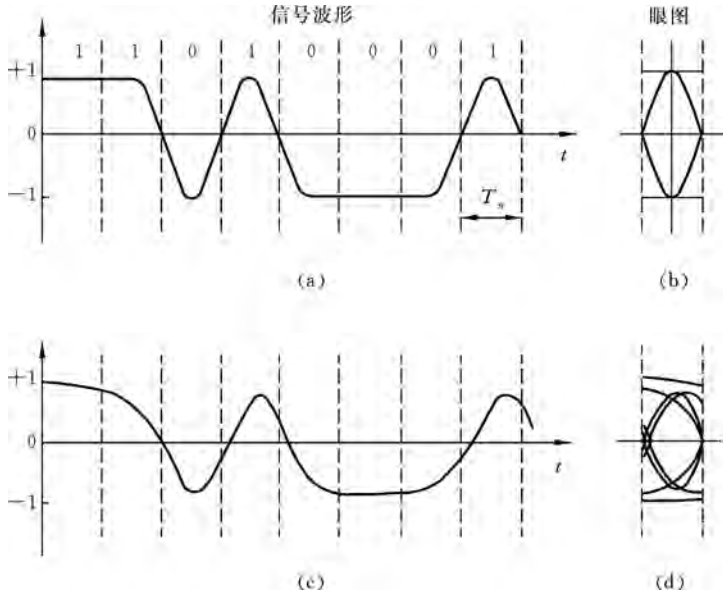


图 5-34　双极性二元码的波形及眼图

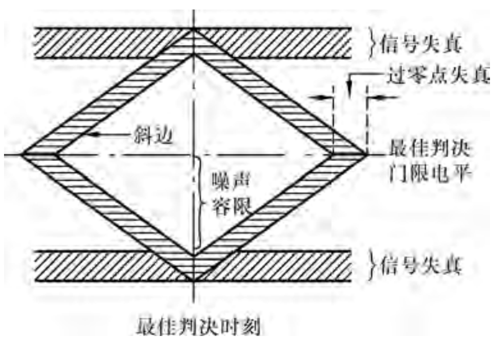


图 5-35　眼图模型

当码间串扰十分严重时,"眼睛"会完全闭合起来,系统不可能无误工作,因此就必须对码间串扰进行校正。这就是 5.9 节所要讨论的内容。

5.9　均衡

5.4 节讨论了减小码间串扰的方法,但是实际的信道特性不可能完全知道,而且也不是恒定不变的。此外,也不可能设计出理想的基带传输系统。这样,在实际的系统中总是存在不同程度的码间串扰。为此,往往在系统中加入可调滤波器,一般称之为均衡器,

用以校正这些失真。

均衡分为频域均衡与时域均衡。频域均衡是使整个系统总的传输特性满足无失真的传输条件,往往用来校正幅频特性和相频特性。时域均衡是直接从时间响应考虑,使包括均衡器在内的整个系统的冲激响应满足无码间串扰的条件。随着数字信号处理技术和超大规模集成电路的发展,时域均衡已成为高速数据传输中所使用的主要方法。

5.9.1 时域均衡原理

由于缺少信道的统计特性,因此设计最佳的有限滤波器很难进行,一般是利用某种形式的可调网络来实现。最有用的可变网络形式是横向滤波器。

当发送端发送单个脉冲时,由于系统传输特性不理想,接收端接收的信号波形会出现拖尾,在其他抽样时刻上的样值将不为 0,即在 $nT_s(n\neq0)$时刻会对其他码元进行串扰,如图 5-36(a)中的实线所示。均衡的目的是要在其他抽样点上形成与拖尾相反的波形,如图 5-36(a)中的虚线所示。均衡后得到图 5-36(b)所示的波形,这样就不会形成码间串扰。

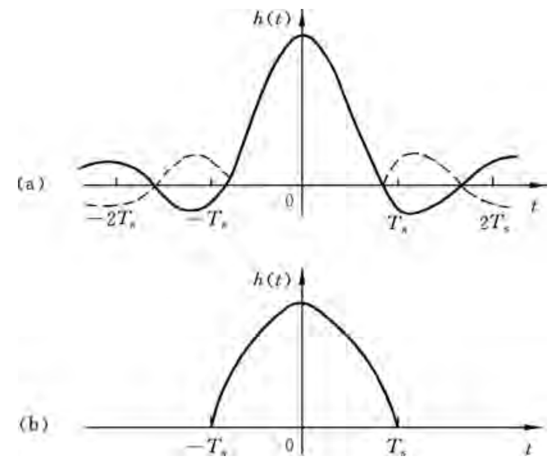


图 5-36 均衡前后的波形

假设在未加入横向滤波器之前的基带传输系统如图 5-23 所示,且已知该系统的总传输特性不满足无码间串扰的条件。为此,在接收滤波器之后插入一个横向滤波器。如图 5-37 所示,横向滤波器由带抽头的延迟线、加权系数为 C_n 的相乘器和相加器组成,每节延迟时间为码元周期 T_s,共有 $2N$ 个延迟单元,$2N+1$ 个抽头。每个抽头的加权系数分别为 $C_{-N},C_{-N+1},\cdots,C_{-1},C_0,C_1,\cdots,C_{N-1},C_N$,它们都是可调的。

当输入为单位冲激信号时,设均衡中心抽头处的响应波形为 $x(t)$,由图 5-36 可知,均衡器的输出为

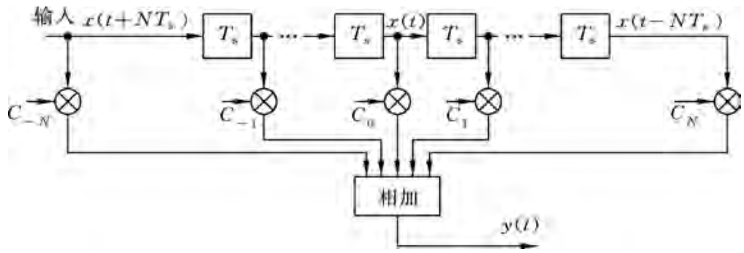


图 5-37 横向滤波器

$$y(t)=\sum_{n=-N}^{N} C_n x(t-nT_s) \tag{5-72}$$

在抽样时刻 $t=kT_s$ 时

$$y(kT_s)=\sum_{n=-N}^{N} C_n x[(k-n)T_s] \tag{5-73}$$

简写为

$$y_k=\sum_{n=-N}^{N} C_n x_{k-n} \tag{5-74}$$

式(5-74)表明,均衡器输出波形在第 k 个抽样时刻得到的样值 y_k 将由 $2N+1$ 个值来确定,其中各个值是 $x(t)$经过延迟后与相应的加权系数相乘的结果。对于有码间串扰的输入波形 $x(t)$,可以用选择适当的加权系数的方法,使输出 $y(t)$在一定程度上减小码间串扰。设滤波器输出的波形如图 5-38 所示,除了 y_0 以外,其余 y_k 值均属于波形失真引起的码间串扰。为了反映这些失真的大小,通常用峰值失真或均方失真作为度量标准。

峰值失真 D 定义为

$$D=\frac{1}{y_0}\sum_{\substack{k=-\infty \\ k\neq 0}}^{\infty} |y_k| \tag{5-75}$$

式中,除 $k=0$ 以外的各个样值绝对值之和反映了码间串扰的最大值,y_0 是有用信号的样值,所以峰值失真就是峰值码间串扰与有用信号样值之比,其比值愈小愈好。

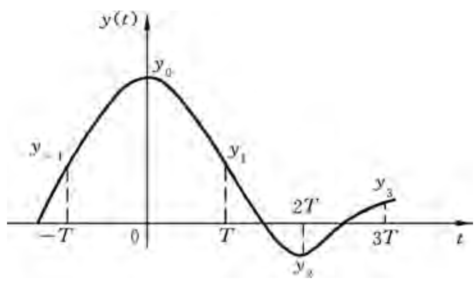


图 5-38 有失真的冲激响应波形

同样也可将未均衡前的输入峰值失真 D_0 表示为

$$D_0=\frac{1}{x_0}\sum_{\substack{k=-\infty \\ k\neq 0}}^{\infty} |X_k|$$

均方失真定义为

$$e^2=\frac{1}{y_0^2}\sum_{\substack{k=-\infty\\k\neq 0}}^{\infty}y_k^2 \tag{5-76}$$

其物理意义与峰值失真类似。

根据式(5-75)和式(5-76)均可设计加权系数使失真最小,这两种设计准则分别称为最小峰值失真准则和最小均方失真准则。

由最小峰值失真准则可知,峰值失真 D 是抽头系数 C 的函数。理论分析指出,当起始失真 $D_0\leqslant 1$ 时,调整 $2N$ 个抽头系数 C_N,使 $2N$ 个抽头的样值 $y_k=0$,这样能得到最小失真 D。这时 $y(t)$ 的 $2N+1$ 个样值满足下式要求:

$$y_k=\begin{cases}1, & k=0\\0, & k=\pm1,\pm2,\cdots,\pm N\end{cases} \tag{5-77}$$

从这个结论出发,利用式(5-74)和式(5-77)可列出 $2N+1$ 个联立方程,可解出 $2N+1$ 个抽头系数。将联立方程组用矩阵形式表示为

$$\begin{bmatrix}x_0 & x_{-1} & \cdots & x_{-2N}\\ x_1 & x_0 & \cdots & x_{-2N+1}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ x_N & x_{N-1} & \cdots & x_{-N}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ x_{2N-1} & x_{2N-2} & \cdots & x_{-1}\\ x_{2N} & x_{2N-1} & \cdots & x_0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}C_{-N}\\ C_{-N+1}\\ \vdots\\ C_0\\ \vdots\\ C_{N-1}\\ C_N\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ \vdots\\ 0\\ 1\\ 0\\ \vdots\\ 0\end{bmatrix} \tag{5-78}$$

如果 $x_{-2N},\cdots,x_0,\cdots,x_{2N}$ 已知,则求解式(5-78)线性方程组可以得到 $C_{-N},\cdots,C_0,\cdots,C_N$ 等 $2N+1$ 个抽头系数值。使 y_k 在 $k=0$ 的两边各有 N 个零值的调整称为迫零调整,按这种方法设计的均衡器称为迫零均衡器,此时 D 取最小值,调整达到了最佳效果。

例 5-12 已知输入信号的样值序列为 $x_{-2}=0, x_{-1}=0.2, x_0=1, x_1=-0.3, x_2=0.1$。试设计 3 抽头的迫零均衡器。求 3 个抽头的系数,并计算均衡前后的峰值失真。

解 因为 $2N+1=3$,根据式(5-78),列出矩阵方程为

$$\begin{bmatrix}x_0 & x_{-1} & x_{-2}\\ x_1 & x_0 & x_{-1}\\ x_2 & x_1 & x_0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}C_{-1}\\ C_0\\ C_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}$$

将样值代入上式,得

$$\begin{bmatrix}1 & 0.2 & 0\\ -0.3 & 1 & 0.2\\ 0.1 & -0.3 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}C_{-1}\\ C_0\\ C_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}$$

由矩阵方程可列出方程组

$$\begin{cases}C_{-1}+0.2C_0=0\\-0.3C_{-1}+C_0+0.2C_1=1\\0.1C_{-1}-0.3C_0+C_1=0\end{cases}$$

解联立方程可得

$$C_{-1}=-0.1779,\quad C_0=0.8897,\quad C_1=0.2847$$

再利用式(5-74)计算均衡器的输出响应,有

$$y_{-3}=0,\quad y_{-2}=-0.0356,\quad y_{-1}=0,\quad y_0=1,$$
$$y_1=0,\quad y_2=0.0153,\quad y_3=0.0285,\quad y_4=0$$

输入峰值失真 D_0 为

$$D_0=0.6$$

输出峰值失真为

$$D=0.0794$$

均衡后使峰值失真减小 7.5 倍。

均衡前 $x(t)$ 的波形和均衡后 $y(t)$ 的波形分别如图 5-39(a)、(b)所示。由图 5-39 可以看出,在峰值两侧可以得到所期望的零点,但远离峰值上的一些抽样点上仍会有码间串扰。这是因为仅有 3 个抽头,只能保证样值两侧各一个零点。一般来说抽头有限时,总不能完全消除码间串扰,但当抽头数较多时可以将串扰减小到相当小的程度。

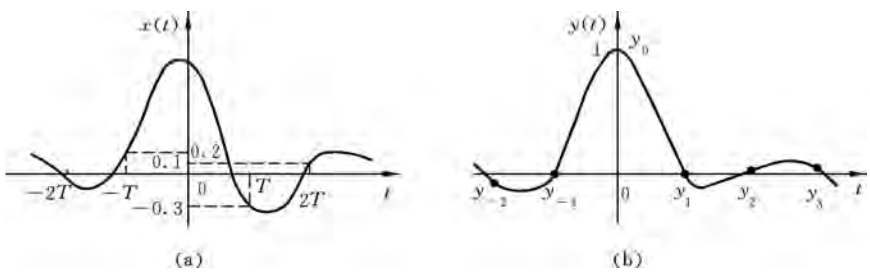


图 5-39　例 5-12 中 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的波形

联系到 5.8 节所讨论的眼图,由于时域均衡减小了码间串扰,所以采用均衡一定可以提高眼图的质量,使眼图的张开宽度变大,眼图更加清晰。

5.9.2　均衡器构成

均衡器由横向滤波器组成。为了在数据传输期间利用数据信号本身对均衡的误差自动调整抽头系数,必须采用自适应均衡器。

按最小峰值准则和最小均方误差准则均可设计出自适应均衡器。图 5-40 给出一个 3 抽头最小均方误差算法的自适应均衡器原理框图。

自适应均衡是一门复杂的专门技术,进一步的讨论可参阅有关文献。

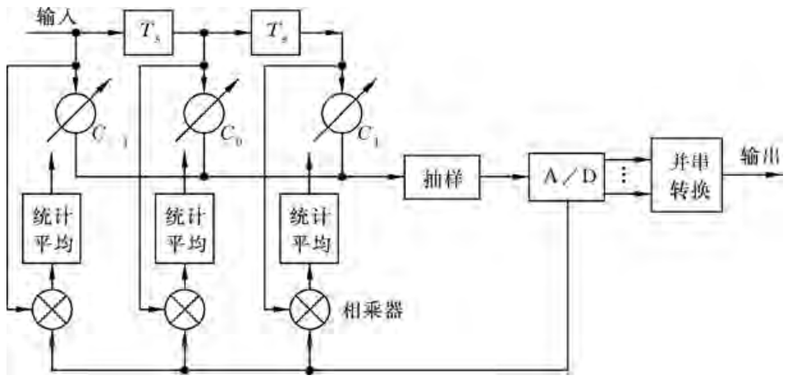


图 5-40 最小均方误差算法自适应均衡器

习题

5.1 已知二元信息序列为 010011000000100111,画出它所对应的双极性非归零码、传号差分码、CMI 码、数字双相码的波形。

5.2 已知二元信息序列为 1001100000110000010 1,画出它所对应的单极性归零码、AMI 码和 HDB_3 码的波形。

5.3 有 4 个连 1 与 4 个连 0 交替出现的序列,画出用单极性非归零码、AMI 码、HDB_3 码表示时的波形图。

5.4 在与传输特性阻抗相匹配的 75Ω 终端负载上对非归零码进行测量。信息速率 R_b=100kbit/s,1 码的电平值为 100mV,0 码的电平值为−100mV,且出现 1 和 0 的概率相等。

(1) 计算信号的功率谱;

(2) 若阻抗和信号电平均不改变,信息速率增加到 10Mbit/s,信号功率谱将如何变化?

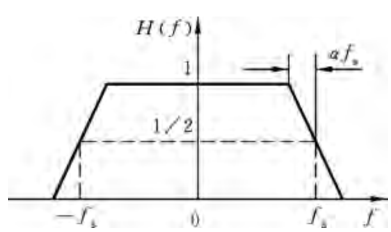
5.5 理想低通信道的截止频率为 8kHz。

(1) 若发送信号采用 2 电平基带信号,求无码间干扰的最高信息传输速率;

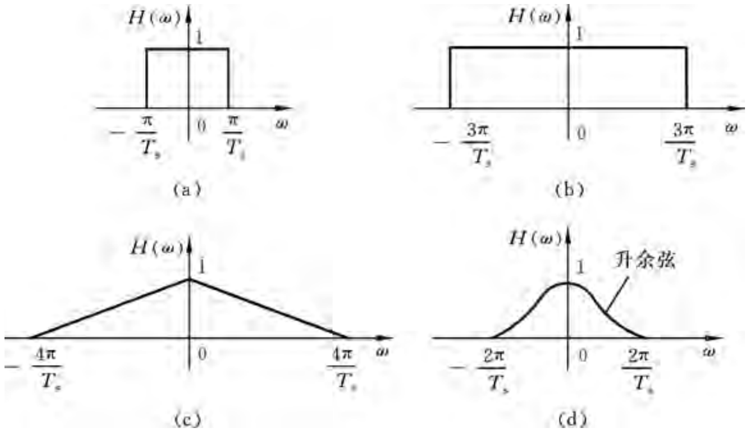
(2) 若发送信号采用 16 电平基带信号,求无码间干扰的最高信息传输速率。

5.6 斜切滤波器的频谱特性如图题 5-6 所示,若输入为速率等于 $2f_s$ 的冲激脉冲序列,试验证传输特性可否保证输出波形无码间串扰。

5.7 设基带系统的发送滤波器、信道及接收滤波器组成的总特性为 $H(\omega)$,若要求以 $2/T_s$baud 的速率进行数据传输,试检验图题 5-7 所示各种 $H(\omega)$ 能否满足抽样点上无码间串扰的条件?



图题 5-6



图题 5-7

5.8 已知信息速率为 64kbit/s,采用 $\alpha=0.4$ 的升余弦滚降频谱信号。

(1) 求它的时域表达式；

(2) 画出它的频谱图；

(3) 求传输带宽；

(4) 求频带利用率。

5.9 若二元码的数据信息速率为 64kbit/s,按照以下几种滚降系数设计升余弦滤波器,并求相应的信道带宽和频带利用率：

(1) $\alpha=0.25$；

(2) $\alpha=0.3$；

(3) $\alpha=0.5$；

(4) $\alpha=1$。

5.10 设二进制基带系统的传输特性为

$$H(\omega)=\begin{cases}\tau_0(1+\cos\omega\tau_0), & |\omega|\leqslant\pi/\tau_0\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$$

试确定系统最高的传输速率 R_b 及相应的码元间隔 T_s。

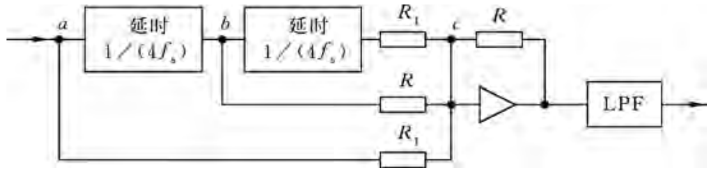
5.11 图题 5-11 为用一数字电路方法产生具有升余弦频谱特性的成形滤波器的原理电路。图中的运算放大器作相加器用。使 $R_1=2R$ 以保证相加器的输出中对 a,b,c 点三个分量的加权值分别为$\frac{1}{2}$,1,$\frac{1}{2}$。试证明该电路的传递函数$|H(f)|$为

$$|H(f)|=\begin{cases}1+\cos\dfrac{\pi f}{2f_s}, & 0\leqslant f\leqslant 2f_s\\ 0, & f>2f_s\end{cases}$$

并画出滤波器的频谱特性曲线。

5.12 试求用两个相隔一位码元间隔的$\frac{\sin x}{x}$波形的合成波来代替传输系统冲激响

应为$\dfrac{\sin x}{x}$波形的频谱,并说明其传递函数的特点。



图题 5-11

5.13 设一个部分响应系统采用的相关编码表示式为

$$y_k = x_k - 2x_{k-2} + x_{k-4}$$

画出该系统的框图,并求出系统的单位冲激响应和频率特性。

5.14 数字基带信号在传输过程中受到均值为0,平均功率为σ^2的加性高斯白噪声的干扰。若信号采用单极性非归零码,且出现"1"的概率为3/5,出现"0"的概率为2/5,试推导出最佳判决门限值V_d和平均误比特率公式。

5.15 双极性NRZ码在抽样时刻的电平取值为$+A$或$-A$,分别对应于1码和0码。信源发送1码和0码的概率分别为P_1和P_0,判决器输入端的噪声功率为σ^2。

(1) 证明最佳判决电平$V_d=\dfrac{\sigma^2}{2A}\ln\dfrac{P_0}{P_1}$;

(2) 求$P_0=P_1=1/2$时的最佳判决电平;

(3) 当$P_0>P_1$时V_d的值应如何变化?

(4) 当$P_0<P_1$时V_d的值应如何变化?

5.16 设有一个PCM传输系统,其误码率不大于10^{-6},试求在接收双极性码信号和单极性码信号时的最低信噪比。

5.17 一计算机产生速率$R_b=2400\text{bit/s}$的单极性非归零码,在单边功率谱密度$n_0=4\times10^{-20}\text{W/Hz}$的噪声信道中传输。

(1) 当误比特每1s不大于1bit时,求信号的功率;

(2) 当接收端的信噪比为30时,求误比特率。

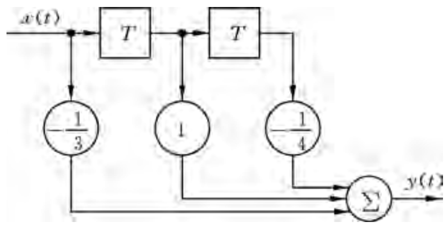
5.18 若要求基带传输系统的误比特率分别为10^{-6}和10^{-7},求采用下列基带信号时所需要的信噪比:

(1) 单极性NRZ码;

(2) 双极性NRZ码。

5.19 有一个3抽头时域均衡器如图题5-19所示,各抽头增益分别为$-1/3$,1,$-1/4$。若输入信号$x(t)$的抽样值为$x_{-2}=1/8$,$x_{-1}=1/3$,$x_0=1$,$x_{+1}=1/4$,$x_{+2}=1/16$,求均衡器输入及输出波形的峰值畸变。

5.20 设有3个抽头的迫零均衡器,输入信号$x(t)$在各抽样点的值依次为$x_{-2}=0.1$,$x_{-1}=0.2$,$x_0=1$,$x_{+1}=-0.3$,$x_{+2}=0.1$。对于$k>2$的$x_k=0$,求3个抽头的最佳增益值。



图题 5-19

5.21 已知某线性反馈移位寄存器的特征多项式系数的八进制表示为 107,移位寄存器的起始状态为全 1。

(1) 求末级输出序列;

(2) 输出序列是否为 m 序列? 为什么?

5.22 已知移位寄存器的特征多项式系数为 51,若移位寄存器起始状态为 10 000,

(1) 求末级输出序列;

(2) 验证输出序列是否符合 m 序列的性质。

5.23 试设计一个长为 31 的 m 序列,画出逻辑反馈图,写出此序列一个周期内的所有游程。

5.24 设计一个由 5 级移位寄存器组成的扰码和解扰系统。

(1) 画出扰码器和解扰器方框图;

(2) 若输入为全 1 码,试写出扰码器前 35 拍的输出序列。